

2015 年浙江省嘉兴市中考数学试卷

一、选择题 (本题有 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分, 请选出各题中唯一的正确选项, 不选, 多选, 错选, 均不得分)

1. (4 分) (2015•嘉兴) 计算 $2 - 3$ 的结果为 ()

- A. -1 B. -2 C. 1 D. 2

2. (4 分) (2015•嘉兴) 下列四个图形分别是四届国际数学家大会的会标, 其中属于中心对称图形的有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

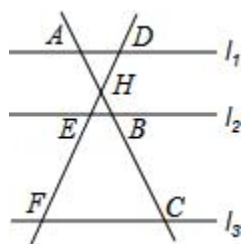
3. (4 分) (2015•嘉兴) 2014 年嘉兴市地区生产总值为 335 280 000 000 元, 该数据用科学记数法表示为 ()

- A. 33528×10^7 B. 0.33528×10^{12} C. 3.3528×10^{10} D. 3.3528×10^{11}

4. (4 分) (2015•嘉兴) 质检部门为了检测某品牌电器的质量, 从同一批次共 10000 件产品中随机抽取 100 件进行检测, 检测出次品 5 件, 由此估计这一批次产品中的次品件数是 ()

- A. 5 B. 100 C. 500 D. 10000

5. (4 分) (2015•嘉兴) 如图, 直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 直线 AC 分别交 l_1, l_2, l_3 于点 A, B, C; 直线 DF 分别交 l_1, l_2, l_3 于点 D, E, F. AC 与 DF 相交于点 H, 且 $AH=2$, $HB=1$, $BC=5$, 则 $\frac{DE}{EF}$ 的值为 ()

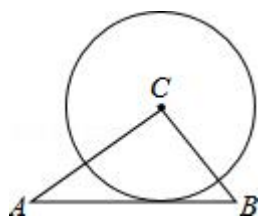


- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

6. (4 分) (2015•嘉兴) 与无理数 $\sqrt{31}$ 最接近的整数是 ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

7. (4 分) (2015•嘉兴) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=5$, $BC=3$, $AC=4$, 以点 C 为圆心的圆与 AB 相切, 则 $\odot C$ 的半径为 ()

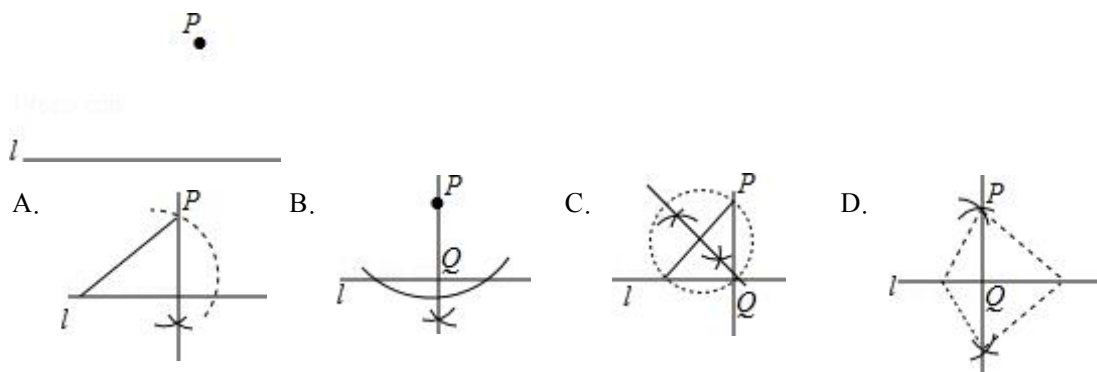


- A. 2.3 B. 2.4 C. 2.5 D. 2.6

8. (4分) (2015•嘉兴) 一元一次不等式 $2(x+1) \geq 4$ 的解在数轴上表示为 ()

- A. B. C. D.

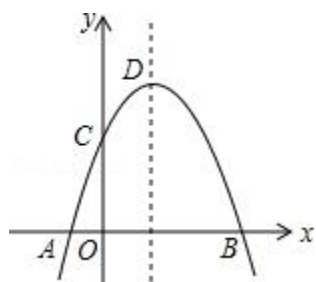
9. (4分) (2015•嘉兴) 数学活动课上, 四位同学围绕作图问题: “如图, 已知直线 l 和 l 外一点 P , 用直尺和圆规作直线 PQ , 使 $PQ \perp l$ 于点 Q .” 分别作出了下列四个图形. 其中作法错误的是 ()



10. (4分) (2015•嘉兴) 如图, 抛物线 $y = -x^2 + 2x + m + 1$ 交 x 轴与点 $A(a, 0)$ 和 $B(b, 0)$, 交 y 轴于点 C , 抛物线的顶点为 D , 下列四个命题:

- ①当 $x > 0$ 时, $y > 0$;
- ②若 $a = -1$, 则 $b = 4$;
- ③抛物线上有两点 $P(x_1, y_1)$ 和 $Q(x_2, y_2)$, 若 $x_1 < 1 < x_2$, 且 $x_1 + x_2 > 2$, 则 $y_1 > y_2$;
- ④点 C 关于抛物线对称轴的对称点为 E , 点 G, F 分别在 x 轴和 y 轴上, 当 $m = 2$ 时, 四边形 $EDFG$ 周长的最小值为 $6\sqrt{2}$.

其中真命题的序号是 ()



- A. ① B. ② C. ③ D. ④

二、填空题 (本题有 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

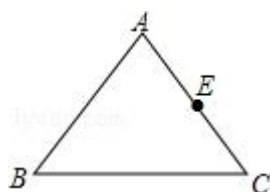
11. (5 分) (2015•嘉兴) 因式分解: $ab - a =$ _____.

12. (5 分) (2015•嘉兴) 如图是百度地图的一部分 (比例尺 1: 4000000). 按图可估测杭州在嘉兴的南偏西_____度方向上, 到嘉兴的实际距离约为_____.



13. (5 分) (2015•嘉兴) 把一枚均匀的硬币连续抛掷两次, 两次正面朝上的概率是_____.

14. (5 分) (2015•嘉兴) 如图, 一张三角形纸片 ABC , $AB=AC=5$. 折叠该纸片使点 A 落在边 BC 的中点上, 折痕经过 AC 上的点 E , 则线段 AE 的长为_____.

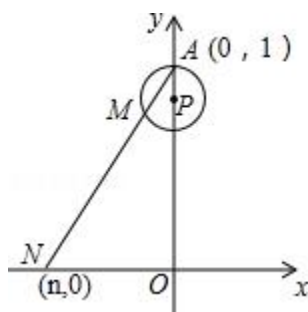


15. (5 分) (2015•嘉兴) 公元前 1700 年的古埃及纸草书中, 记载着一个数学问题: “它的全部, 加上它的七分之一, 其和等于 19.” 此问题中“它”的值为_____.

16. (5 分) (2015•嘉兴) 如图, 在直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(0, 1)$, 点 P 在线段 OA 上, 以 AP 为半径的 $\odot P$ 周长为 1. 点 M 从 A 开始沿 $\odot P$ 按逆时针方向转动, 射线 AM 交 x 轴于点 $N(n, 0)$, 设点 M 转过的路程为 m ($0 < m < 1$).

(1) 当 $m = \frac{1}{4}$ 时, $n =$ _____;

(2) 随着点 M 的转动, 当 m 从 $\frac{1}{3}$ 变化到 $\frac{2}{3}$ 时, 点 N 相应移动的路径长为_____.



三、解答题（本题有 8 小题，第 17~20 题每题 8 分，第 21 题 10 分，第 22，23 题每题 12 分，第 24 题 14 分，共 80 分）

17. (8 分) (2015•嘉兴) (1) 计算: $|-5|+\sqrt{4}\times 2^{-1}$;

(2) 化简: $a(2-a)+(a+1)(a-1)$.

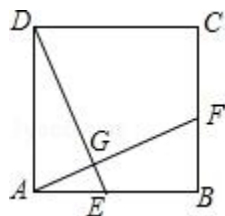
18. (8 分) (2015•嘉兴) 小明解方程 $\frac{1}{x}-\frac{x-2}{x}=1$ 的过程如图. 请指出他解答过程中的错误, 并写出正确的解答过程.

解: 方程两边同乘 x 得	
$1-(x-2)=1$	 ①
去括号得, $1-x-2=1$	 ②
合并同类项得 $-x-1=1$	 ③
移项得 $-x=2$	 ④
解得 $x=-2$	 ⑤
$\therefore$ 原方程的解为: $x=-2$	 ⑥

19. (8 分) (2015•嘉兴) 如图, 正方形 ABCD 中, 点 E, F 分别在边 AB, BC 上, $AF=DE$, AF 和 DE 相交于点 G,

(1) 观察图形, 写出图中所有与 $\angle AED$ 相等的角.

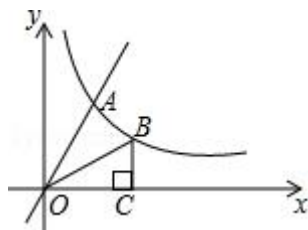
(2) 选择图中与 $\angle AED$ 相等的任意一个角, 并加以证明.



20. (8分) (2015•嘉兴) 如图, 直线 $y=2x$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$, $x > 0$) 的图象交于点 A (1, a), 点 B 是此反比例函数图形上任意一点 (不与点 A 重合), $BC \perp x$ 轴于点 C.

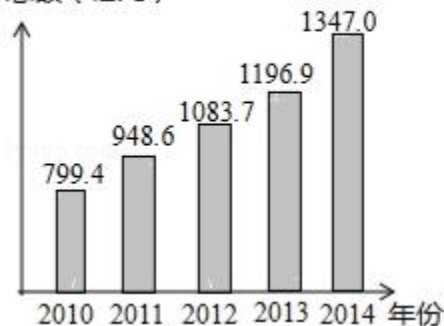
(1) 求 k 的值.

(2) 求 $\triangle OBC$ 的面积.

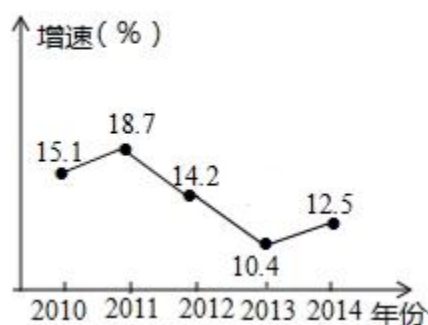


21. (10分) (2015•嘉兴) 嘉兴市 2010~2014 年社会消费品零售总额及增速统计图如下:

嘉兴市社会消费品零售总额统计表
总额 (亿元)



嘉兴市社会消费品零售增速统计图



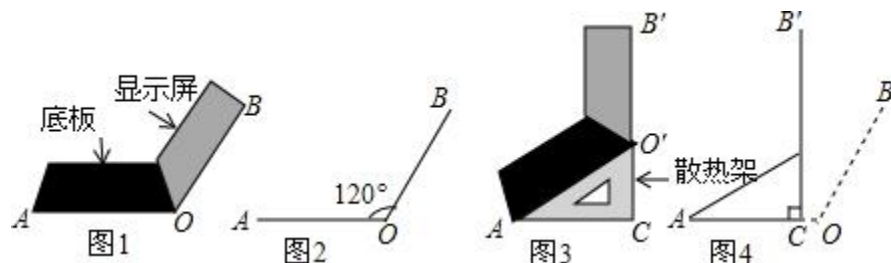
请根据图中信息, 解答下列问题:

(1) 求嘉兴市 2010~2014 年社会消费品零售总额增速这组数据的中位数.

(2) 求嘉兴市近三年 (2012~2014 年) 的社会消费品零售总额这组数据的平均数.

(3) 用适当的方法预测嘉兴市 2015 年社会消费品零售总额 (只要求列出算式, 不必计算出结果).

22. (12 分) (2015•嘉兴) 小红将笔记本电脑水平放置在桌子上, 显示屏 OB 与底板 OA 所在水平线的夹角为 120° , 感觉最舒适 (如图 1), 侧面示意图为图 2. 使用时为了散热, 她在底板下垫入散热架 ACO' 后, 电脑转到 $AO'B'$ 位置 (如图 3), 侧面示意图为图 4. 已知 $OA=OB=24\text{cm}$, $O'C \perp OA$ 于点 C , $O'C=12\text{cm}$.

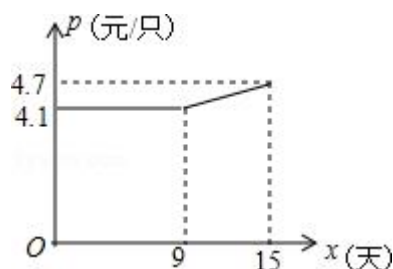


- (1) 求 $\angle CAO'$ 的度数.
- (2) 显示屏的顶部 B' 比原来升高了多少?
- (3) 如图 4, 垫入散热架后, 要使显示屏 $O'B$ 与水平线的夹角仍保持 120° , 则显示屏 $O'B'$ 应绕点 O' 按顺时针方向旋转多少度?

23. (12 分) (2015•嘉兴) 某企业接到一批粽子生产任务, 按要求在 15 天内完成, 约定这批粽子的出厂价为每只 6 元. 为按时完成任务, 该企业招收了新工人. 设新工人李明第 x

天生产的粽子数量为 y 只, y 与 x 满足如下关系: $y = \begin{cases} 54x & (0 \leq x \leq 5) \\ 30x + 120 & (5 \leq x \leq 15) \end{cases}$

- (1) 李明第几天生产的粽子数量为 420 只?
- (2) 如图, 设第 x 天每只粽子的成本是 p 元, p 与 x 之间的关系可用图中的函数图形来刻画. 若李明第 x 天创造的利润为 w 元, 求 w 关于 x 的函数表达式, 并求出第几天的利润最大, 最大利润时多少元? (利润=出厂价-成本)



24. (14 分) (2015•嘉兴) 类比等腰三角形的定义, 我们定义: 有一组邻边相等的凸四边形叫做“等邻边四边形”.

(1) 概念理解:

如图 1, 在四边形 $ABCD$ 中, 添加一个条件使得四边形 $ABCD$ 是“等邻边四边形”. 请写出你添加的一个条件.

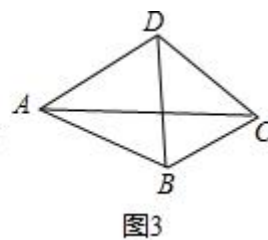
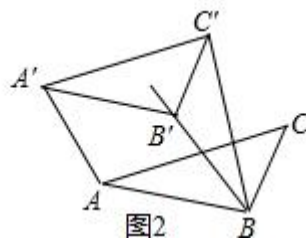
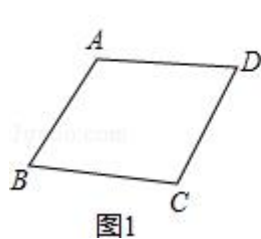
(2) 问题探究:

①小红猜想: 对角线互相平分的“等邻边四边形”是菱形, 她的猜想正确吗? 请说明理由.

②如图 2, 小红画了一个 $\text{Rt}\triangle ABC$, 其中 $\angle ABC=90^\circ$, $AB=2$, $BC=1$, 并将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 沿 $\angle ABC$ 的平分线 BB' 方向平移得到 $\triangle A'B'C'$, 连结 AA' , BC' , 小红要使平移后的四边形 $ABC'A'$ 是“等邻边四边形”, 应平移多少距离 (即线段 BB' 的长)?

(3) 拓展应用:

如图 3, “等邻边四边形” $ABCD$ 中, $AB=AD$, $\angle BAD+\angle BCD=90^\circ$, AC , BD 为对角线, $AC=\sqrt{2}AB$, 试探究 BC , CD , BD 的数量关系.



2015 年浙江省嘉兴市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (本题有 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分, 请选出各题中唯一的正确选项, 不选, 多选, 错选, 均不得分)

1. (4 分) (2015•嘉兴) 计算 $2 - 3$ 的结果为 ()

- A. -1 B. -2 C. 1 D. 2

考点: 有理数的减法.

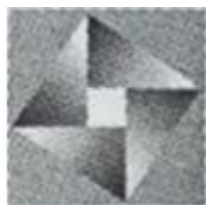
分析: 根据减去一个数等于加上这个数的相反数进行计算即可.

解答: 解: $2 - 3 = 2 + (-3) = -1$,

故选: A.

点评: 本题主要考查了有理数的减法计算, 减去一个数等于加上这个数的相反数.

2. (4 分) (2015•嘉兴) 下列四个图形分别是四届国际数学家大会的会标, 其中属于中心对称图形的有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

考点: 中心对称图形.

分析: 根据中心对称的概念对各图形分析判断即可得解.

解答: 解: 第一个图形是中心对称图形,

第二个图形不是中心对称图形,

第三个图形是中心对称图形,

第四个图形不是中心对称图形,

所以, 中心对称图有 2 个.

故选：B.

点评：本题考查了中心对称图形的概念，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

3. (4 分) (2015•嘉兴) 2014 年嘉兴市地区生产总值为 335 280 000 000 元，该数据用科学记数法表示为 ()

- A. 33528×10^7 B. 0.33528×10^{12} C. 3.3528×10^{10} D. 3.3528×10^{11}

考点：科学记数法—表示较大的数.

分析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

解答：解：将 335 280 000 000 用科学记数法表示为： 3.3528×10^{11} .

故选：D.

点评：此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (4 分) (2015•嘉兴) 质检部门为了检测某品牌电器的质量，从同一批次共 10000 件产品中随机抽取 100 件进行检测，检测出次品 5 件，由此估计这一批次产品中的次品件数是 ()

- A. 5 B. 100 C. 500 D. 10000

考点：用样本估计总体.

分析：先求出次品所占的百分比，再根据生产这种零件 10000 件，直接相乘得出答案即可.

解答：解：∵ 随机抽取 100 件进行检测，检测出次品 5 件，

$$\therefore \text{次品所占的百分比是：} \frac{5}{100},$$

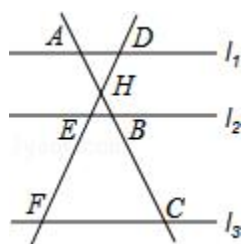
$$\therefore \text{这一批次产品中的次品件数是：} 10000 \times \frac{5}{100} = 500 \text{ (件)},$$

故选 C.

点评：此题主要考查了用样本估计总体，根据出现次品的数量求出次品所占的百分比是解题

关键.

5. (4分) (2015•嘉兴) 如图, 直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 直线 AC 分别交 l_1, l_2, l_3 于点 A, B, C; 直线 DF 分别交 l_1, l_2, l_3 于点 D, E, F. AC 与 DF 相交于点 H, 且 $AH=2, HB=1, BC=5$, 则 $\frac{DE}{EF}$ 的值为 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

考点: 平行线分线段成比例.

分析: 根据 $AH=2, HB=1$ 求出 AB 的长, 根据平行线分线段成比例定理得到 $\frac{DE}{EF} = \frac{AB}{BC}$, 计算得到答案.

解答: 解: $\because AH=2, HB=1$,

$$\therefore AB=3,$$

$$\because l_1 \parallel l_2 \parallel l_3,$$

$$\therefore \frac{DE}{EF} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5},$$

故选: D.

点评: 本题考查平行线分线段成比例定理, 掌握定理的内容、找准对应关系列出比例式是解题的关键.

6. (4分) (2015•嘉兴) 与无理数 $\sqrt{31}$ 最接近的整数是 ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

考点: 估算无理数的大小.

分析: 根据无理数的意义和二次根式的性质得出 $\sqrt{25} < \sqrt{31} < \sqrt{36}$, 即可求出答案.

解答: 解: $\because \sqrt{25} < \sqrt{31} < \sqrt{36}$,

$\therefore \sqrt{31}$ 最接近的整数是 $\sqrt{36}$,

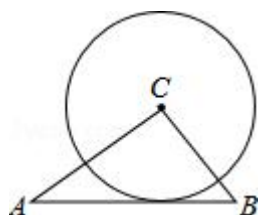
$$\sqrt{36}=6,$$

故选: C.

点评: 本题考查了二次根式的性质和估计无理数的大小等知识点, 主要考查学生能否知道

$\sqrt{31}$ 在 5 和 6 之间, 题目比较典型.

7. (4 分) (2015•嘉兴) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=5$, $BC=3$, $AC=4$, 以点 C 为圆心的圆与 AB 相切, 则 $\odot C$ 的半径为 ()



A. 2.3

B. 2.4

C. 2.5

D. 2.6

考点: 切线的性质; 勾股定理的逆定理.

分析: 首先根据题意作图, 由 AB 是 $\odot C$ 的切线, 即可得 $CD \perp AB$, 又由在直角 $\triangle ABC$ 中,

$\angle C=90^\circ$, $AC=3$, $BC=4$, 根据勾股定理求得 AB 的长, 然后由

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot CD, \text{ 即可求得以 C 为圆心与 AB 相切的圆的半径的长.}$$

解答: 解: 在 $\triangle ABC$ 中,

$$\because AB=5, BC=3, AC=4,$$

$$\therefore AC^2 + BC^2 = 3^2 + 4^2 = 5^2 = AB^2,$$

$$\therefore \angle C = 90^\circ,$$

如图: 设切点为 D, 连接 CD,

$$\because AB \text{ 是 } \odot C \text{ 的切线,}$$

$$\therefore CD \perp AB,$$

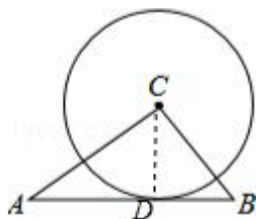
$$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot CD,$$

$$\therefore AC \cdot BC = AB \cdot CD,$$

$$\text{即 } CD = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5},$$

$$\therefore \odot C \text{ 的半径为 } \frac{12}{5},$$

故选 B.



点评: 此题考查了圆的切线的性质, 勾股定理, 以及直角三角形斜边上的高的求解方法. 此题难度不大, 解题的关键是注意辅助线的作法与数形结合思想的应用.

8. (4 分) (2015•嘉兴) 一元一次不等式 $2(x+1) \geq 4$ 的解在数轴上表示为 ()



考点: 在数轴上表示不等式的解集; 解一元一次不等式.

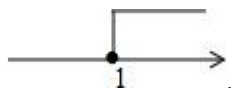
分析: 首先根据解一元一次不等式的方法, 求出不等式 $2(x+1) \geq 4$ 的解集, 然后根据在数轴上表示不等式的解集的方法, 把不等式 $2(x+1) \geq 4$ 的解集在数轴上表示出来即可.

解答: 解: 由 $2(x+1) \geq 4$,

可得 $x+1 \geq 2$,

解得 $x \geq 1$,

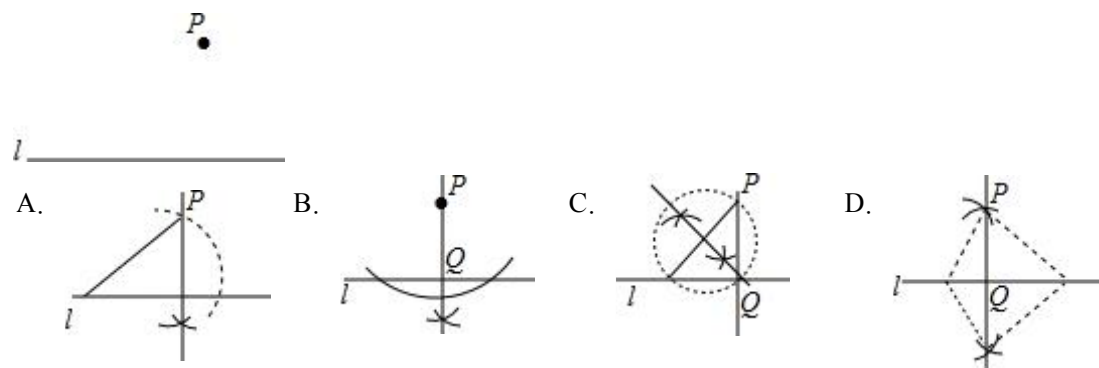
所以一元一次不等式 $2(x+1) \geq 4$ 的解在数轴上表示为:



故选: A.

点评: (1) 此题主要考查了在数轴上表示不等式的解集的方法, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要注意“两定”: 一是定界点, 一般在数轴上只标出原点和界点即可. 定边界点时要注意, 点是实心还是空心, 若边界点含于解集为实心点, 不含于解集即为空心点; 二是定方向, 定方向的原则是: “小于向左, 大于向右”. (2) 此题还考查了解一元一次不等式的方法, 要熟练掌握, 基本操作方法与解一元一次方程基本相同, 都有如下步骤: ①去分母; ②去括号; ③移项; ④合并同类项; ⑤化系数为 1.

9. (4分) (2015•嘉兴) 数学活动课上, 四位同学围绕作图问题: “如图, 已知直线 l 和 l 外一点 P , 用直尺和圆规作直线 PQ , 使 $PQ \perp l$ 于点 Q .” 分别作出了下列四个图形. 其中作法错误的是 ()



考点: 作图—基本作图.

分析: A、根据作法无法判定 $PQ \perp l$;

B、以 P 为圆心大于 P 到直线 l 的距离为半径画弧, 交直线 l 于两点, 再以两点为圆心, 大于它们的长为半径画弧, 得出其交点, 进而作出判断;

C、根据直径所对的圆周角等于 90° 作出判断;

D、根据全等三角形的判定和性质即可作出判断.

解答: 解: 根据分析可知,

选项 B、C、D 都能够得到 $PQ \perp l$ 于点 Q ; 选项 A 不能够得到 $PQ \perp l$ 于点 Q .

故选: A.

点评: 此题主要考查了过直线外以及过直线上一点作已知直线的垂线, 熟练掌握基本作图方法是解题关键.

10. (4分) (2015•嘉兴) 如图, 抛物线 $y = -x^2 + 2x + m + 1$ 交 x 轴与点 $A(a, 0)$ 和 $B(b, 0)$, 交 y 轴于点 C , 抛物线的顶点为 D , 下列四个命题:

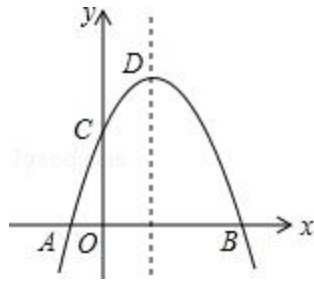
①当 $x > 0$ 时, $y > 0$;

②若 $a = -1$, 则 $b = 4$;

③抛物线上有两点 $P(x_1, y_1)$ 和 $Q(x_2, y_2)$, 若 $x_1 < 1 < x_2$, 且 $x_1 + x_2 > 2$, 则 $y_1 > y_2$;

④点 C 关于抛物线对称轴的对称点为 E , 点 G, F 分别在 x 轴和 y 轴上, 当 $m = 2$ 时, 四边形 $EDFG$ 周长的最小值为 $6\sqrt{2}$.

其中真命题的序号是 ()



- A. ① B. ② C. ③ D. ④

考点: 二次函数综合题.

分析: ①根据二次函数所过象限, 判断出 y 的符号;

②根据 A、B 关于对称轴对称, 求出 b 的值;

③根据 $\frac{x_1 + x_2}{2} > 1$, 得到 $x_1 < 1 < x_2$, 从而得到 Q 点距离对称轴较远, 进而判断出 $y_1 > y_2$;

④作 D 关于 y 轴的对称点 D' , E 关于 x 轴的对称点 E' , 连接 $D'E'$, $D'E'$ 与 DE 的和即为四边形 EDFG 周长的最小值. 求出 D、E、 D' 、 E' 的坐标即可解答.

解答: 解: ①当 $x > 0$ 时, 函数图象过二四象限, 当 $0 < x < b$ 时, $y > 0$; 当 $x > b$ 时, $y < 0$, 故本选项错误;

②二次函数对称轴为 $x = -\frac{2}{2 \times (-1)} = 1$, 当 $a = -1$ 时有 $\frac{-1+b}{2} = 1$, 解得 $b=3$, 故本选项错误;

③ $\because x_1 + x_2 > 2$,

$$\therefore \frac{x_1 + x_2}{2} > 1,$$

又 $\because x_1 < 1 < x_2$,

$\therefore$ Q 点距离对称轴较远,

$\therefore y_1 > y_2$, 故本选项正确;

④如图, 作 D 关于 y 轴的对称点 D' , E 关于 x 轴的对称点 E' , 连接 $D'E'$, $D'E'$ 与 DE 的和即为四边形 EDFG 周长的最小值.

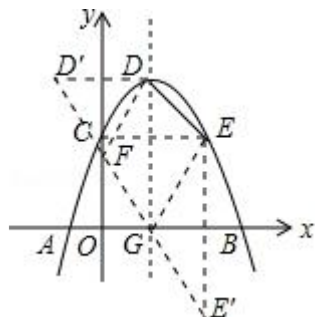
当 $m=2$ 时, 二次函数为 $y = -x^2 + 2x + 3$, 顶点纵坐标为 $y = -1 + 2 + 3 = 4$, D 为 (1, 4),

则 D' 为 (-1, 4); C 点坐标为 C (0, 3); 则 E 为 (2, 3), E' 为 (2, -3);

$$\text{则 } DE = \sqrt{(2-1)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{2}; \quad D'E' = \sqrt{(-1-2)^2 + (4+3)^2} = \sqrt{58};$$

∴ 四边形 EDFG 周长的最小值为 $\sqrt{2} + \sqrt{58}$, 故本选项错误.

故选 C.



点评: 本题考查了二次函数综合题, 涉及函数与不等式的关系、二次函数的对称轴、函数图象上点的坐标特征、轴对称 – 最短路径问题等, 值得关注.

二、填空题 (本题有 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

11. (5 分) (2015•嘉兴) 因式分解: $ab - a = \underline{a(b-1)}$.

考点: 因式分解-提公因式法.

分析: 提公因式 a 即可.

解答: 解: $ab - a = a(b-1)$.

故答案为: $a(b-1)$.

点评: 本题考查了提取公因式法因式分解. 关键是求出多项式里各项的公因式, 提公因式.

12. (5 分) (2015•嘉兴) 如图是百度地图的一部分 (比例尺 1: 4000000). 按图可估测杭州在嘉兴的南偏西 45 度方向上, 到嘉兴的实际距离约为 160km.



考点: 比例线段; 方向角.

分析: 先根据方向角得到杭州在嘉兴的方位, 再量出杭州到嘉兴的图上距离, 再根据比例尺

的定义即可求解.

解答: 解: 测量可知杭州在嘉兴的南偏西 45 度方向上,

杭州到嘉兴的图上距离是 4cm,

$4 \times 4000000 = 16000000 \text{cm} = 160 \text{km}$.

故答案为: 45, 160km.

点评: 考查了方向角和比例尺的定义, 比例尺=图上距离: 实际距离.

13. (5 分) (2015•嘉兴) 把一枚均匀的硬币连续抛掷两次, 两次正面朝上的概率是 $\frac{1}{4}$.

考点: 列表法与树状图法.

分析: 举出所有情况, 看正面都朝上的情况数占总情况数的多少即可.

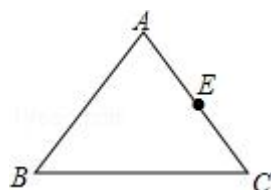
解答: 解: 共 4 种情况, 正面都朝上的情况数有 1 种, 所以概率是 $\frac{1}{4}$.

故答案为: $\frac{1}{4}$.



点评: 本题主要考查概率的求法; 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比. 得到所求的情况数是解决本题的关键.

14. (5 分) (2015•嘉兴) 如图, 一张三角形纸片 ABC, $AB=AC=5$. 折叠该纸片使点 A 落在边 BC 的中点上, 折痕经过 AC 上的点 E, 则线段 AE 的长为 2.5.



考点: 翻折变换 (折叠问题).

分析: 如图, D 为 BC 的中点, $AD \perp BC$, 因为折叠该纸片使点 A 落在 BC 的中点 D 上, 所

以折痕 EF 垂直平分 AD, 根据平行线等分线段定理, 易知 E 是 AC 的中点, 故 $AE=2.5$.

解答: 解: 如图所示,

$\because D$ 为 BC 的中点, $AB=AC$,

$\therefore AD \perp BC$,

$\because$ 折叠该纸片使点 A 落在 BC 的中点 D 上,

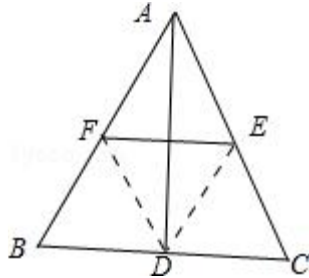
$\therefore$ 折痕 EF 垂直平分 AD ,

$\therefore E$ 是 AC 的中点,

$\therefore AC=5$

$\therefore AE=2.5$.

故答案为: 2.5.



点评: 本题考查了折叠的性质, 等腰三角形的性质以及平行线等分线段定理, 意识到折痕 EF 垂直平分 AD, 是解决问题的关键.

15. (5 分) (2015•嘉兴) 公元前 1700 年的古埃及纸草书中, 记载着一个数学问题: “它的全部, 加上它的七分之一, 其和等于 19.” 此问题中“它”的值为 $\frac{133}{8}$.

考点: 一元一次方程的应用.

专题: 数字问题.

分析: 设“它”为 x , 根据它的全部, 加上它的七分之一, 其和等于 19 列出方程, 求出方程的解得到 x 的值, 即可确定出“它”的值.

解答: 解: 设“它”为 x ,

根据题意得: $x + \frac{1}{7}x = 19$,

解得: $x = \frac{133}{8}$.

则“它”的值为 $\frac{133}{8}$,

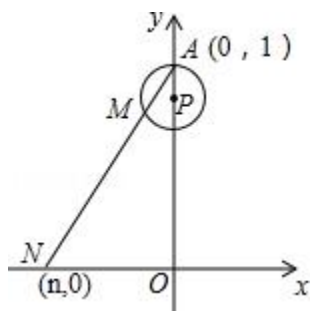
故答案为: $\frac{133}{8}$.

点评: 此题考查了一元一次方程的应用, 弄清题中的等量关系是解本题的关键.

16. (5分) (2015•嘉兴) 如图, 在直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(0, 1)$, 点 P 在线段 OA 上, 以 AP 为半径的 $\odot P$ 周长为 1. 点 M 从 A 开始沿 $\odot P$ 按逆时针方向转动, 射线 AM 交 x 轴于点 $N(n, 0)$, 设点 M 转过的路程为 m ($0 < m < 1$).

(1) 当 $m = \frac{1}{4}$ 时, $n = \underline{-1}$;

(2) 随着点 M 的转动, 当 m 从 $\frac{1}{3}$ 变化到 $\frac{2}{3}$ 时, 点 N 相应移动的路径长为 $\underline{\frac{2\sqrt{3}}{3}}$.



考点: 圆的综合题; 等腰三角形的性质; 锐角三角函数的定义.

分析: (1) 当 $m = \frac{1}{4}$ 时, 连接 PM , 如图 1, 点 M 从点 A 绕着点 P 逆时针旋转了一周的 $\frac{1}{4}$,

从而可得到旋转角 $\angle APM$ 为 90° , 根据 $PA = PM$ 可得 $\angle PAM = \angle PMA = 45^\circ$, 则有

$NO = AO = 1$, 即可得到 $n = -1$;

(2) 当 m 从 $\frac{1}{3}$ 变化到 $\frac{2}{3}$ 时, 点 N 相应移动的路径是一条线段, 只需考虑始点和终点

位置即可解决问题. 当 $m = \frac{1}{3}$ 时, 连接 PM , 如图 2, 点 M 从点 A 绕着点 P 逆时针旋转了一周的 $\frac{1}{3}$, 从而可得到旋转角为 120° , 则 $\angle APM = 120^\circ$, 根据 $PA = PM$ 可得

$\angle PAM = 30^\circ$, 在 $Rt\triangle AON$ 中运用三角函数可求出 ON 的长; 当 $m = \frac{2}{3}$ 时, 连接 PM ,

如图 3, 点 M 从点 A 绕着点 P 逆时针旋转了一周的 $\frac{2}{3}$, 从而可得到旋转角为 240° ,

则 $\angle APM = 120^\circ$, 同理可求出 ON 的长, 问题得以解决.

解答: 解: (1) 当 $m=\frac{1}{4}$ 时, 连接 PM, 如图 1,

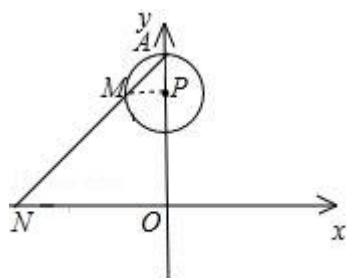


图1

则有 $\angle APM = \frac{1}{4} \times 360^\circ = 90^\circ$.

$\because PA=PM$, $\therefore \angle PAM = \angle PMA = 45^\circ$.

$\therefore NO=AO=1$,

$\therefore n = -1$.

故答案为 -1 ;

(2) ①当 $m=\frac{1}{3}$ 时, 连接 PM, 如图 2,

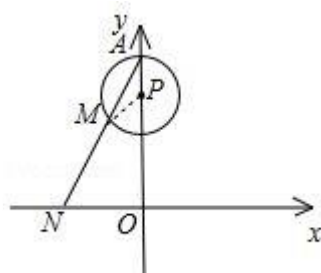


图2

$\angle APM = \frac{1}{3} \times 360^\circ = 120^\circ$.

$\because PA=PM$, $\therefore \angle PAM = \angle PMA = 30^\circ$.

在 $Rt\triangle AON$ 中, $NO=AO \cdot \tan \angle OAN = 1 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$;

②当 $m=\frac{2}{3}$ 时, 连接 PM, 如图 3,

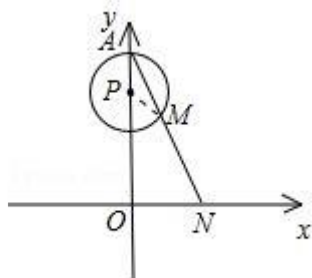


图3

$$\angle APM = 360^\circ - \frac{2}{3} \times 360^\circ = 120^\circ,$$

$$\text{同理可得: } NO = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{综合①、②可得: 点 N 相应移动的路径长为 } \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{故答案为 } \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

点评: 本题主要考查了旋转角、等腰三角形的性质、三角函数等知识, 若动点的运动路径是一条线段, 常常可通过考虑临界位置 (动点的始点和终点) 来解决.

三、解答题 (本题有 8 小题, 第 17~20 题每题 8 分, 第 21 题 10 分, 第 22, 23 题每题 12 分, 第 24 题 14 分, 共 80 分)

17. (8 分) (2015•嘉兴) (1) 计算: $|-5| + \sqrt{4} \times 2^{-1}$;

(2) 化简: $a(2-a) + (a+1)(a-1)$.

考点: 整式的混合运算; 实数的运算; 负整数指数幂.

分析: (1) 首先求出 -5 的绝对值, 然后根据整式的混合运算顺序, 计算乘法和加法, 求出算式 $|-5| + \sqrt{4} \times 2^{-1}$ 的值是多少即可.

(2) 根据整式的混合运算顺序, 首先计算乘法和, 然后计算加法, 求出算式 $a(2-a) + (a+1)(a-1)$ 的值是多少即可.

解答: 解: (1) $|-5| + \sqrt{4} \times 2^{-1}$;

$$= 5 + 2 \times \frac{1}{2}$$

$$= 5 + 1$$

$$= 6$$

$$(2) a(2-a) + (a+1)(a-1)$$

$$=2a - a^2 + a^2 - 1$$

$$=2a - 1$$

点评：（1）此题主要考查了整式的混合运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：有乘方、乘除的混合运算中，要按照先乘方后乘除的顺序运算，其运算顺序和有理数的混合运算顺序相似.

（2）此题还考查了负整数指数幂的运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：

① $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ ($a \neq 0$, p 为正整数)；②计算负整数指数幂时，一定要根据负整数指数幂的意义计算；③当底数是分数时，只要把分子、分母颠倒，负指数就可变为正指数.

（3）此题还考查了绝对值的非负性，以及算术平方根的求法，要熟练掌握.

18. (8分) (2015•嘉兴) 小明解方程 $\frac{1}{x} - \frac{x-2}{x} = 1$ 的过程如图. 请指出他解答过程中的错误,

并写出正确的解答过程.

解：方程两边同乘x得		
	$1 - (x-2) = 1$	 ①
去括号得，	$1 - x - 2 = 1$	 ②
合并同类项得	$-x - 1 = 1$	 ③
移项得	$-x = 2$	 ④
解得	$x = -2$	 ⑤
∴原方程的解为：x=-2		 ⑥

考点：解分式方程.

专题：图表型.

分析：小明的解法有三处错误，步骤①去分母有误； 步骤②去括号有误； 步骤⑥少检验，写出正确的解题过程即可.

解答：解：小明的解法有三处错误，步骤①去分母有误； 步骤②去括号有误； 步骤⑥少检验；

正确解法为：方程两边乘以 x ，得： $1 - (x - 2) = x$,

去括号得： $1 - x + 2 = x$,

移项得： $-x - x = -1 - 2$,

合并同类项得： $-2x = -3$,

解得： $x = \frac{3}{2}$,

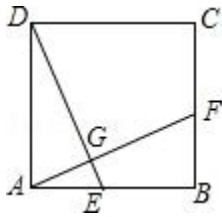
经检验 $x = \frac{3}{2}$ 是分式方程的解,

则方程的解为 $x = \frac{3}{2}$.

点评：此题考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解．解分式方程一定要注意要验根．

19. (8 分) (2015•嘉兴) 如图，正方形 ABCD 中，点 E, F 分别在边 AB, BC 上， $AF = DE$ ，AF 和 DE 相交于点 G,

- (1) 观察图形，写出图中所有与 $\angle AED$ 相等的角.
- (2) 选择图中与 $\angle AED$ 相等的任意一个角，并加以证明.



考点：全等三角形的判定与性质；正方形的性质.

分析： (1) 由图示得出 $\angle DAG$, $\angle AFB$, $\angle CDE$ 与 $\angle AED$ 相等;

(2) 根据 SAS 证明 $\triangle DAE$ 与 $\triangle ABF$ 全等，利用全等三角形的性质即可证明.

解答： 解：(1) 由图可知， $\angle DAG$, $\angle AFB$, $\angle CDE$ 与 $\angle AED$ 相等;

(2) 选择 $\angle DAG = \angle AED$ ，证明如下：

$\because$ 正方形 ABCD,

$\therefore \angle DAB = \angle B = 90^\circ$, $AD = AB$,

$\because AF = DE$,

在 $\triangle DAE$ 与 $\triangle ABF$ 中,

$$\begin{cases} AD = AB \\ \angle DAE = \angle B = 90^\circ \\ DE = AF \end{cases},$$

$\therefore \triangle DAE \cong \triangle ABF$ (SAS),

$\therefore \angle ADE = \angle BAF$,

$$\because \angle DAG + \angle BAF = 90^\circ, \quad \angle GDA + \angle AED = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAG = \angle AED.$$

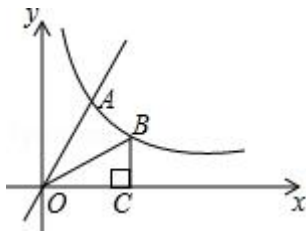
点评: 此题考查全等三角形的判定和性质，关键是根据 SAS 证明 $\triangle DAE$ 与 $\triangle ABF$ 全等.

20. (8 分) (2015•嘉兴) 如图，直线 $y=2x$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0, x > 0$) 的图象交于点

A (1, a)，点 B 是此反比例函数图形上任意一点 (不与点 A 重合)， $BC \perp x$ 轴于点 C.

(1) 求 k 的值.

(2) 求 $\triangle OBC$ 的面积.



考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

分析: (1) 由直线 $y=2x$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0, x > 0$) 的图象交于点 A (1, a)，先将 A

(1, a) 代入直线 $y=2x$ 求出 a 的值，从而确定 A 点的坐标，然后将 A 点的坐标代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 中即可求出 k 的值;

(2) 由反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的比例系数 k 的几何意义，可知 $\triangle BOC$ 的面积等于 $\frac{1}{2}|k|$ ，从而求出 $\triangle OBC$ 的面积.

解答: 解: (1) $\because$ 直线 $y=2x$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0, x > 0$) 的图象交于点 A (1, a)，先

$\therefore$ 将 A (1, a) 代入直线 $y=2x$ ，得:

$$a=2$$

$$\therefore A (1, 2),$$

将 A (1, 2) 代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 中得: $k=2$,

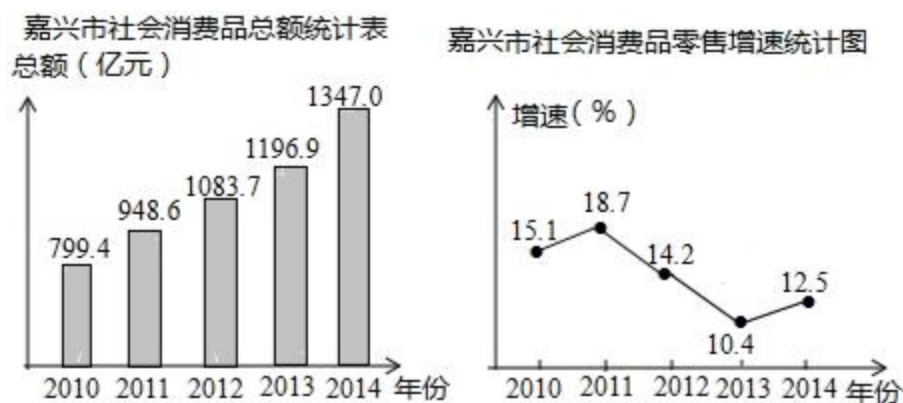
$$\therefore y=\frac{2}{x};$$

(2) $\because$ B 是反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 图象上的点，且 $BC \perp x$ 轴于点 C，

$$\therefore \triangle BOC \text{ 的面积} = \frac{1}{2}|k| = \frac{1}{2} \times 2 = 1.$$

点评: 本题主要考查函数图象的交点及待定系数法求函数解析式, 掌握图象的交点的坐标满足两个函数解析式是解题的关键.

21. (10 分) (2015•嘉兴) 嘉兴市 2010~2014 年社会消费品零售总额及增速统计图如下:



请根据图中信息, 解答下列问题:

- (1) 求嘉兴市 2010~2014 年社会消费品零售总额增速这组数据的中位数.
- (2) 求嘉兴市近三年 (2012~2014 年) 的社会消费品零售总额这组数据的平均数.
- (3) 用适当的方法预测嘉兴市 2015 年社会消费品零售总额 (只要求列出算式, 不必计算出结果).

考点: 折线统计图; 条形统计图; 算术平均数; 中位数.

分析: (1) 根据中位数的定义把这组数据从小到大排列, 找出最中间的数即可得出答案;

(2) 根据平均数的定义, 求解即可;

(3) 根据增长率的中位数, 可得 2015 年的销售额.

解答: 解: (1) 数据从小到大排列 10.4%, 12.5%, 14.2%, 15.1%, 18.7%,

则嘉兴市 2010~2014 年社会消费品零售总额增速这组数据的中位数 14.2%;

(2) 嘉兴市近三年 (2012~2014 年) 的社会消费品零售总额这组数据的平均数是:

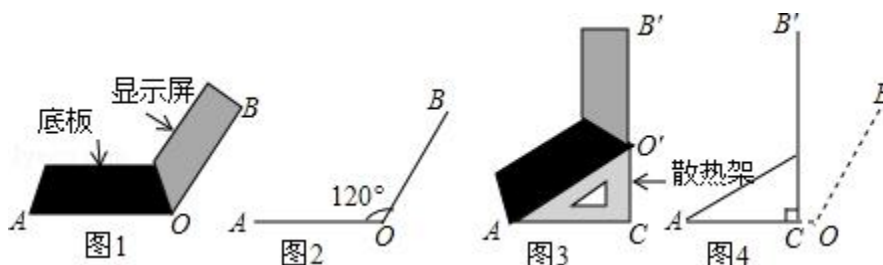
$(799.4+948.6+1083.7+1196.9+1347.0) \div 5 = 1075.12$ (亿元);

(3) 从增速中位数分析, 嘉兴市 2015 年社会消费品零售总额为 $1347 \times (1+14.2\%)$

=1538.274 (亿元).

点评: 本题考查了折线统计图, 平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数. 中位数是一组由小到大排列的数据中间的一个或中间两个数的平均数. 平均数是表示一组数据集中趋势的量数, 它是反映数据集中趋势的一项指标. 解答平均数应用题的关键在于确定“总数量”以及和总数量对应的总份数.

22. (12 分) (2015•嘉兴) 小红将笔记本电脑水平放置在桌子上, 显示屏 OB 与底板 OA 所在水平线的夹角为 120° , 感觉最舒适 (如图 1), 侧面示意图为图 2. 使用时为了散热, 她在底板下垫入散热架 ACO' 后, 电脑转到 $AO'B'$ 位置 (如图 3), 侧面示意图为图 4. 已知 $OA=OB=24\text{cm}$, $O'C \perp OA$ 于点 C , $O'C=12\text{cm}$.



- (1) 求 $\angle CAO'$ 的度数.
- (2) 显示屏的顶部 B' 比原来升高了多少?
- (3) 如图 4, 垫入散热架后, 要使显示屏 $O'B'$ 与水平线的夹角仍保持 120° , 则显示屏 $O'B'$ 应绕点 O' 按顺时针方向旋转多少度?

考点: 解直角三角形的应用; 旋转的性质.

分析: (1) 通过解直角三角形即可得到结果;

(2) 过点 B 作 $BD \perp AO$ 交 AO 的延长线于 D , 通过解直角三角形求得

$BD=OB \cdot \sin \angle BOD=24 \times \frac{\sqrt{3}}{2}=12\sqrt{3}$, 由 C 、 O' 、 B' 三点共线可得结果;

(3) 显示屏 $O'B'$ 应绕点 O' 按顺时针方向旋转 30° , 求得 $\angle EO'B'=\angle FO'A=30^\circ$, 既是显示屏 $O'B'$ 应绕点 O' 按顺时针方向旋转 30° .

解答: 解: (1) $\because O'C \perp OA$ 于 C , $OA=OB=24\text{cm}$,

$$\therefore \sin \angle CAO' = \frac{O'C}{O'A} = \frac{O'C}{OA} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle CAO' = 30^\circ;$$

(2) 过点 B 作 $BD \perp AO$ 交 AO 的延长线于 D

$$\because \sin \angle BOD = \frac{BD}{OB},$$

$$\therefore BD = OB \cdot \sin \angle BOD,$$

$$\because \angle AOB = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = 60^\circ,$$

$$\therefore BD = OB \cdot \sin \angle BOD = 24 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3},$$

$$\because O'C \perp OA, \angle CAO' = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AO'C = 60^\circ,$$

$$\because \angle AO'B' = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle AO'B' + \angle AO'C = 180^\circ,$$

$$\therefore O'B' + O'C - BD = 24 + 12 - 12\sqrt{3} = 36 - 12\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{显示屏的顶部 } B' \text{ 比原来升高了 } (36 - 12\sqrt{3}) \text{ cm};$$

(3) 显示屏 $O'B'$ 应绕点 O' 按顺时针方向旋转 30° ,

理由: $\because$ 显示屏 $O'B$ 与水平线的夹角仍保持 120° ,

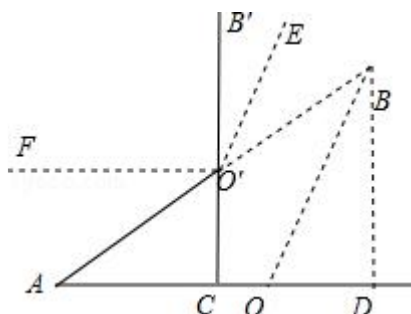
$$\therefore \angle EOF = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle FO'A = \angle CAO' = 30^\circ,$$

$$\because \angle AO'B' = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle EO'B' = \angle FO'A = 30^\circ,$$

$\therefore$ 显示屏 $O'B'$ 应绕点 O' 按顺时针方向旋转 30° .



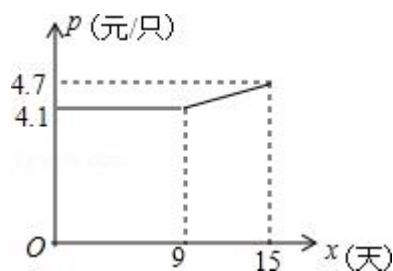
点评: 本题考查了解直角三角形的应用, 旋转的性质, 正确的画出图形是解题的关键.

23. (12分) (2015•嘉兴) 某企业接到一批粽子生产任务, 按要求在 15 天内完成, 约定这批粽子的出厂价为每只 6 元. 为按时完成任务, 该企业招收了新工人. 设新工人李明第 x

天生产的粽子数量为 y 只, y 与 x 满足如下关系: $y = \begin{cases} 54x & (0 \leq x \leq 5) \\ 30x + 120 & (5 \leq x \leq 15) \end{cases}$

(1) 李明第几天生产的粽子数量为 420 只?

(2) 如图, 设第 x 天每只粽子的成本是 p 元, p 与 x 之间的关系可用图中的函数图形来刻画. 若李明第 x 天创造的利润为 w 元, 求 w 关于 x 的函数表达式, 并求出第几天的利润最大, 最大利润时多少元? (利润=出厂价-成本)



考点: 二次函数的应用.

分析: (1) 把 $y=420$ 代入 $y=30x+120$, 解方程即可求得;

(2) 根据图象求得成本 p 与 x 之间的关系, 然后根据利润等于订购价减去成本价, 然后整理即可得到 W 与 x 的关系式, 再根据一次函数的增减性和二次函数的增减性解答;

解答: 解: (1) 设李明第 n 天生产的粽子数量为 420 只,

由题意可知: $30n+120=420$,

解得 $n=10$.

答: 第 10 天生产的粽子数量为 420 只.

(2) 由图象得, 当 $0 \leq x \leq 9$ 时, $p=4.1$;

当 $9 \leq x \leq 15$ 时, 设 $P=kx+b$,

把点 $(9, 4.1)$, $(15, 4.7)$ 代入得, $\begin{cases} 9k+b=4.1 \\ 15k+b=4.7 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} k=0.1 \\ b=3.2 \end{cases}$,

$\therefore p=0.1x+3.2$,

① $0 \leq x \leq 5$ 时, $w = (6 - 4.1) \times 54x = 102.6x$, 当 $x=5$ 时, $w_{\text{最大}}=513$ (元);

$$\textcircled{2} 5 < x \leq 9 \text{ 时, } w = (6 - 4.1) \times (30x + 120) = 57x + 228,$$

$\because x$ 是整数,

$\therefore$ 当 $x=9$ 时, $w_{\text{最大}}=741$ (元);

$$\textcircled{3} 9 < x \leq 15 \text{ 时, } w = (6 - 0.1x - 3.2) \times (30x + 120) = -3x^2 + 72x + 336,$$

$\because a = -3 < 0,$

$\therefore$ 当 $x = -\frac{b}{2a} = 12$ 时, $w_{\text{最大}}=768$ (元);

综上, 当 $x=12$ 时, w 有最大值, 最大值为 768.

点评: 本题考查的是二次函数在实际生活中的应用, 主要是利用二次函数的增减性求最值问题, 利用一次函数的增减性求最值, 难点在于读懂题目信息, 列出相关的函数关系式.

24. (14 分) (2015•嘉兴) 类比等腰三角形的定义, 我们定义: 有一组邻边相等的凸四边形叫做“等邻边四边形”.

(1) 概念理解:

如图 1, 在四边形 ABCD 中, 添加一个条件使得四边形 ABCD 是“等邻边四边形”. 请写出你添加的一个条件.

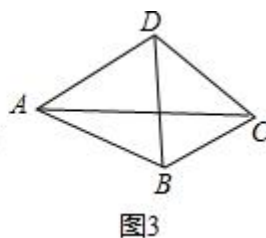
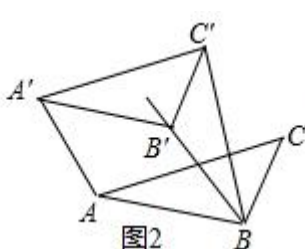
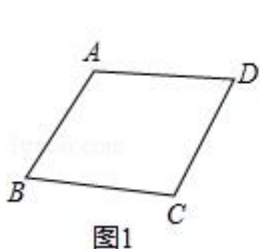
(2) 问题探究:

①小红猜想: 对角线互相平分的“等邻边四边形”是菱形, 她的猜想正确吗? 请说明理由.

②如图 2, 小红画了一个 $\text{Rt}\triangle ABC$, 其中 $\angle ABC=90^\circ$, $AB=2$, $BC=1$, 并将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 沿 $\angle ABC$ 的平分线 BB' 方向平移得到 $\triangle A'B'C'$, 连结 AA' , BC' , 小红要使平移后的四边形 $ABC'A'$ 是“等邻边四边形”, 应平移多少距离 (即线段 BB' 的长)?

(3) 拓展应用:

如图 3, “等邻边四边形”ABCD 中, $AB=AD$, $\angle BAD + \angle BCD = 90^\circ$, AC , BD 为对角线, $AC = \sqrt{2}AB$, 试探究 BC , CD , BD 的数量关系.



考点: 四边形综合题.

分析: (1) 由“等邻边四边形”的定义易得出结论;

(2) ①先利用平行四边形的判定定理得平行四边形, 再利用“等邻边四边形”定义得邻边相等, 得出结论;

②由平移的性质易得 $BB'=AA'$, $A'B' \parallel AB$, $A'B'=AB=2$, $B'C'=BC=1$, $A'C'=AC=\sqrt{5}$, 再利用“等邻边四边形”定义分类讨论, 由勾股定理得出结论;

(3) 由旋转的性质可得 $\triangle ABF \cong \triangle ADC$, 由全等性质得 $\angle ABF = \angle ADC$, $\angle BAF = \angle DAC$, $AF = AC$, $FB = CD$, 利用相似三角形判定得 $\triangle ACF \sim \triangle ABD$, 由相似的性质和四边形内角和得 $\angle CBF = 90^\circ$, 利用勾股定理, 等量代换得出结论.

解答: 解: (1) $AB=BC$ 或 $BC=CD$ 或 $CD=AD$ 或 $AD=AB$ (任写一个即可);

(2) ①正确, 理由为:

$\because$ 四边形的对角线互相平分, $\therefore$ 这个四边形是平行四边形,

$\because$ 四边形是“等邻边四边形”, $\therefore$ 这个四边形有一组邻边相等,

$\therefore$ 这个“等邻边四边形”是菱形;

② $\because \angle ABC = 90^\circ$, $AB=2$, $BC=1$,

$\therefore AC = \sqrt{5}$,

$\therefore$ 将 $Rt\triangle ABC$ 平移得到 $\triangle A'B'C'$,

$\therefore BB'=AA'$, $A'B' \parallel AB$, $A'B'=AB=2$, $B'C'=BC=1$, $A'C'=AC=\sqrt{5}$,

(I) 如图 1, 当 $AA'=AB$ 时, $BB'=AA'=AB=2$;

(II) 如图 2, 当 $AA'=A'C'$ 时, $BB'=AA'=A'C'=\sqrt{5}$;

(III) 当 $A'C'=BC'=\sqrt{5}$ 时,

如图 3, 延长 $C'B'$ 交 AB 于点 D , 则 $C'B' \perp AB$,

$\because BB'$ 平分 $\angle ABC$,

$\therefore \angle ABB' = \frac{1}{2} \angle ABC = 45^\circ$,

$\therefore \angle BB'D = \angle ABB' = 45^\circ$

$\therefore B'D = B$,

设 $B'D = BD = x$,

则 $C'D = x+1$, $BB' = \sqrt{2}x$,

$\therefore$ 在 $Rt\triangle BC'D$ 中, $BD^2 + (C'D)^2 = (BC')^2$

$$\therefore x^2 + (x+1)^2 = (\sqrt{5})^2,$$

解得: $x_1=1, x_2=-2$ (不合题意, 舍去),

$$\therefore BB'=\sqrt{2}x=\sqrt{2}$$

(IV) 当 $BC'=AB=2$ 时, 如图 4, 与 (III) 方法一同理可得: $BD^2 + (C'D)^2 = (BC')^2$,
 设 $B'D=BD=x$,

$$\text{则 } x^2 + (x+1)^2 = 2^2,$$

$$\text{解得: } x_1 = \frac{-1+\sqrt{7}}{2}, x_2 = \frac{-1-\sqrt{7}}{2} \text{ (不合题意, 舍去),}$$

$$\therefore BB'=\sqrt{2}x=\frac{\sqrt{14}-\sqrt{2}}{2};$$

(3) BC, CD, BD 的数量关系为: $BC^2 + CD^2 = 2BD^2$, 如图 5,

$\therefore AB=AD$,

$\therefore$ 将 $\triangle ADC$ 绕点 A 旋转到 $\triangle ABF$, 连接 CF ,

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle ADC$,

$\therefore \angle ABF = \angle ADC, \angle BAF = \angle DAC, AF = AC, FB = CD$,

$\therefore \angle BAD = \angle CAF, \frac{AC}{AF} = \frac{AD}{AB} = 1$,

$\therefore \triangle ACF \sim \triangle ABD$,

$$\therefore \frac{CF}{BD} = \frac{AC}{AB} = \sqrt{2}, \therefore CF = \sqrt{2}BD,$$

$\therefore \angle BAD + \angle ADC + \angle BCD + \angle ABC = 360^\circ$,

$\therefore \angle ABC + \angle ADC - 360^\circ - (\angle BAD + \angle BCD) = 360^\circ - 90^\circ = 270^\circ$,

$\therefore \angle ABC + \angle ABF = 270^\circ$,

$\therefore \angle CBF = 90^\circ$,

$$\therefore BC^2 + FB^2 = CF^2 = (\sqrt{2}BD)^2 = 2BD^2,$$

$$\therefore BC^2 + CD^2 = 2BD^2.$$

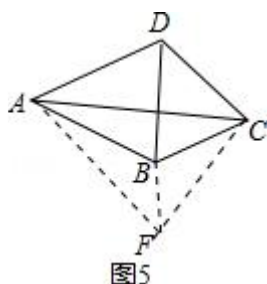
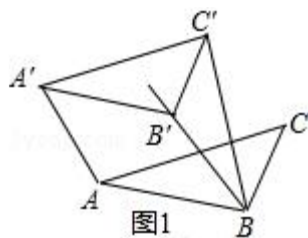
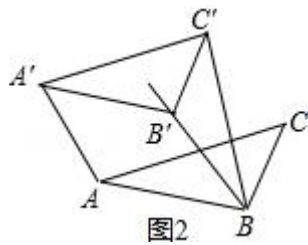
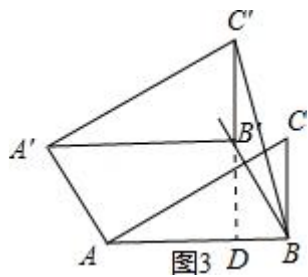
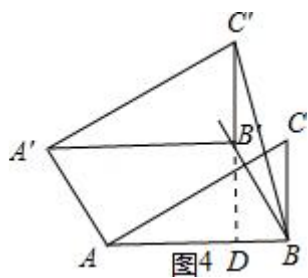


图5



点评: 本题主要考查了对新定义的理解，菱形的判定，勾股定理，相似三角形的性质等，理解新定义，分类讨论是解答此题的关键.

参与本试卷答题和审题的老师有：sdwdmahongye； gbl210； sd2011； HJJ； 1286697702； 王学峰； 放飞梦想； CJX； zhangCF； HLing； yangwy； 1339885408@qq.com； sks； 1160374； 1987483819； zcl5287； lantin； 守拙； fangcao（排名不分先后）

菁优网

2015 年 7 月 22 日