

2015 年浙江省丽水市中考数学试卷

(本试卷满分 120 分, 考试时间 120 分钟)

参考公式: 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点坐标为 $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$.

一、选择题 (本题有 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

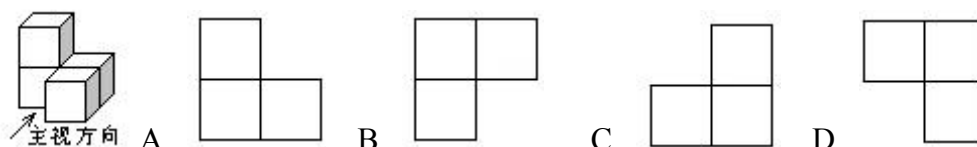
1. 在数 -3, -2, 0, 3 中, 大小在 -1 和 2 之间的数是 ()

- A. -3 B. -2 C. 0 D. 3

2. 计算 $(a^2)^3$ 结果正确的是 ()

- A. $3a^2$ B. a^6 C. a^5 D. $6a$

3. 由 4 个相同小立方体搭成的几何体如图所示, 则它的主视图是 ()



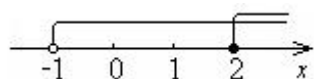
4. 分式 $-\frac{1}{1-x}$ 可变形为 ()

- A. $-\frac{1}{x-1}$ B. $\frac{1}{1+x}$ C. $-\frac{1}{1+x}$ D. $\frac{1}{x-1}$

5. 一个多边形的每个内角均为 120° , 则这个多边形是 ()

- A. 四边形 B. 五边形 C. 六边形 D. 七边形

6. 如图, 数轴上所表示关于 x 的不等式组的解集是 ()

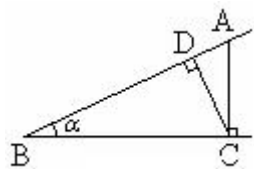


- A. $x \geq 2$ B. $x > 2$ C. $x > -1$ D. $-1 < x \leq 2$

7. 某小组 7 位同学的中考体育测试成绩 (满分 30 分) 依次为 27, 30, 29, 27, 30, 28, 30, 则这组数据的众数与中位数分别是 ()

- A. 30, 27 B. 30, 29 C. 29, 30 D. 30, 28

8. 如图, 点 A 为 $\angle \alpha$ 边上任意一点, 作 $AC \perp BC$ 于点 C , $CD \perp AB$ 于点 D , 下列用线段比表示 $\cos \alpha$ 的值, 错误的是 ()

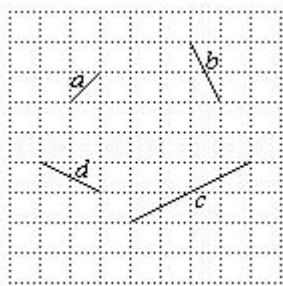


- A. $\frac{BD}{BC}$ B. $\frac{BC}{AB}$ C. $\frac{AD}{AC}$ D. $\frac{CD}{AC}$

9. 平面直角坐标系中，过点 $(-2, 3)$ 的直线 l 经过一、二、三象限，若点 $(0, a)$ ， $(-1, b)$ ， $(c, -1)$ 都在直线 l 上，则下列判断正确的是 ()

- A. $a < b$ B. $a < 3$ C. $b < 3$ D. $c < -2$

10. 如图，在方格纸中，线段 a ， b ， c ， d 的端点在格点上，通过平移其中两条线段，使得和第三条线段首尾相接组成三角形，则能组成三角形的不同平移方法有 ()



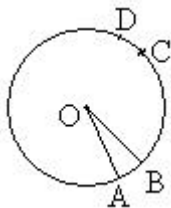
- A. 3 种 B. 6 种 C. 8 种 D. 12 种

二、填空题 (本题有 6 小题，每小题 4 分，共 24 分)

11. 分解因式： $9 - x^2 = \underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$.

12. 有 6 张卡片，每张卡片上分别写有不同的从 1 到 6 的一个自然数，从中任意抽出一张卡片，卡片上的数是 3 的倍数的概率是 $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$.

13. 如图，圆心角 $\angle AOB = 20^\circ$ ，将 AB 旋转 n° 得到 CD ，则 CD 的度数是 $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$ 度

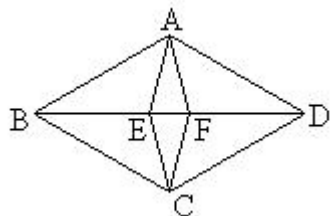


14. 解一元二次方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 时，可转化为两个一元一次方程，请写出其中

的一个一元一次方程_____▲_____.

15. 如图, 四边形 $ABCD$ 与四边形 $AECF$ 都是菱形, 点 E, F 在 BD 上, 已知

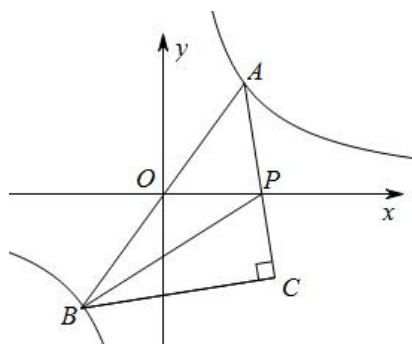
$$\angle BAD=120^\circ, \angle EAF=30^\circ, \text{ 则 } \frac{AB}{AE} = \text{_____} \blacktriangle \text{_____}.$$



16. 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(-1, -2\sqrt{2})$, 点 A 是该图象第一象限分支上的动点, 连结 AO 并延长交另一支于点 B , 以 AB 为斜边作等腰直角三角形 ABC , 顶点 C 在第四象限, AC 与 x 轴交于点 P , 连结 BP .

(1) k 的值为_____▲_____.

(2) 在点 A 运动过程中, 当 BP 平分 $\angle ABC$ 时, 点 C 的坐标是_____▲_____.



三、解答题 (本题有 8 小题, 共 66 分, 每个小题都必须写出解答过程)

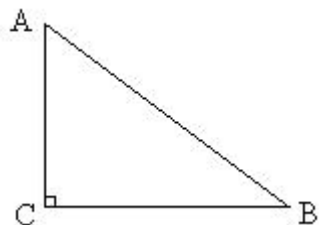
17. (2015 年浙江丽水 6 分) 计算: $|-4| + (-\sqrt{2})^0 - (\frac{1}{2})^{-1}$

18. (2015 年浙江丽水 6 分) 先化简, 再求值: $a(a-3) + (1-a)(1+a)$, 其中 $a = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

19. (2015 年浙江丽水 6 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$, $\angle C = \text{Rt}\angle$, $AC < BC$, D 为 BC 上一点, 且到 A, B 两点的距离相等.

(1) 用直尺和圆规, 作出点 D 的位置 (不写作法, 保留作图痕迹);

(2) 连结 AD , 若 $\angle B = 37^\circ$, 求 $\angle CAD$ 的度数.

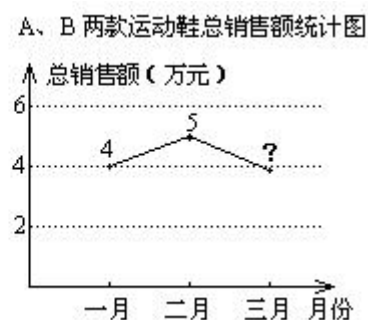
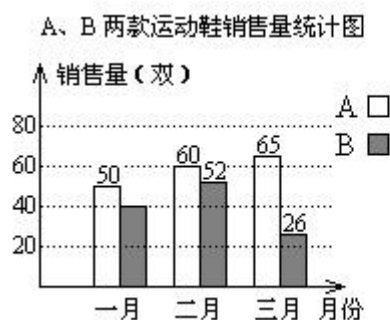


20. (2015 年浙江丽水 8 分) 某运动品牌对第一季度 A, B 两款运动鞋的销售情况进行统计, 两款运动鞋的销售量及总销售额如图所示:

(1) 一月份 B 款运动鞋的销售量是 A 款的 $\frac{4}{5}$, 则一月份 B 款运动鞋销售了多少双?

(2) 第一季度这两款运动鞋的销售单价保持不变, 求三月份的总销售额 (销售额 = 销售单价 $\times$ 销售量);

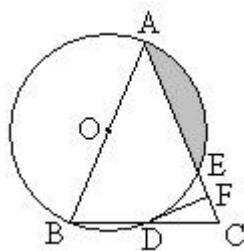
(3) 结合第一季度的销售情况, 请你对这两款运动鞋的进货、销售等方面提出一条建议.



21. (2015 年浙江丽水 8 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 分别与 BC , AC 交于点 D , E , 过点 D 作 $\odot O$ 的切线 DF , 交 AC 于点 F .

(1) 求证: $DF \perp AC$;

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 4, $\angle CDF=22.5^\circ$, 求阴影部分的面积.

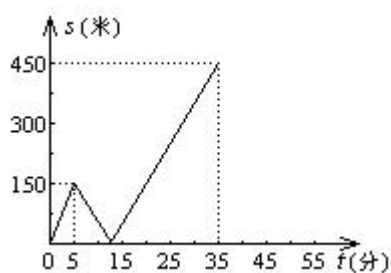


22. (2015 年浙江丽水 10 分) 甲乙两人匀速从同一地点到 1500 米处的图书馆看书, 甲出发 5 分钟后, 乙以 50 米/分的速度沿同一路线行走. 设甲乙两人相距 s (米), 甲行走的时间为 t (分), s 关于 t 的函数图像的一部分如图所示.

(1) 求甲行走的速度;

(2) 在坐标系中, 补画 s 关于 t 函数图像的其余部分;

(3) 问甲、乙两人何时相距 360 米?

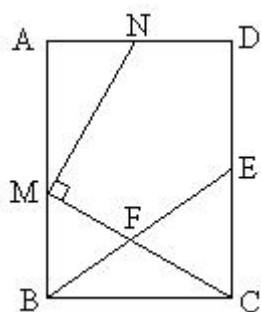


23. (2015 年浙江丽水 10 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 为 CD 的中点, F 为 BE 上的一点, 连结 CF 并延长交 AB 于点 M , $MN \perp CM$ 交射线 AD 于点 N .

(1) 当 F 为 BE 中点时, 求证: $AM=CE$;

(2) 若 $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{BF} = 2$, 求 $\frac{AN}{ND}$ 的值;

(3) 若 $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{BF} = n$, 当 n 为何值时, $MN \parallel BE$?



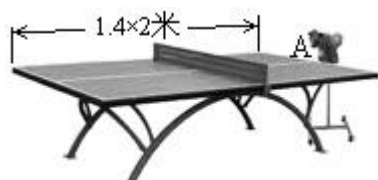
24. (2015 年浙江丽水 12 分) 某乒乓球馆使用发球机进行辅助训练, 出球口在桌面中线端点 A 处的正上方, 假设每次发出的乒乓球的运动路线固定不变, 且落在中线上, 在乒乓球运行时, 设乒乓球与端点 A 的水平距离为 x (米), 与桌面的高度为 y (米), 运行时间为 t (秒), 经多次测试后, 得到如下部分数据:

t (秒)	0	0.16	0.2	0.4	0.6	0.64	0.8	...
x (米)	0	0.4	0.5	1	1.5	1.6	2	...
y (米)	0.25	0.378	0.4	0.45	0.4	0.378	0.25	...

- (1) 当 t 为何值时, 乒乓球达到最大高度?
- (2) 乒乓球落在桌面时, 与端点 A 的水平距离是多少?
- (3) 乒乓球落在桌面上弹起后, y 与 x 满足 $y = a(x-3)^2 + k$

①用含 a 的代数式表示 k ;

②球网高度为 0.14 米, 球桌长 (1.4×2) 米, 若球弹起后, 恰好有唯一的击球点, 可以将球沿直线扣杀到点 A , 求 a 的值.



2015 年浙江省丽水市中考数学试卷

参考答案与试题解析

(本试卷满分 120 分, 考试时间 120 分钟)

参考公式: 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点坐标为 $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$.

一、选择题 (本题有 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. 在数 -3, -2, 0, 3 中, 大小在 -1 和 2 之间的数是 ()

A. -3

B. -2

C. 0

D. 3

【答案】C.

【考点】有理数大小比较.

【分析】在 -1 和 2 之间的数必然大于 -1, 小于 2, 四个答案中只有 0 符合条件. 故选 C.

2. 计算 $(a^2)^3$ 结果正确的是 ()

A. $3a^2$

B. a^6

C. a^5

D. $6a$

【答案】B.

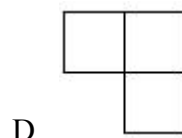
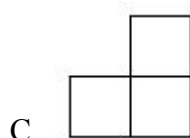
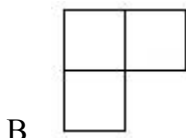
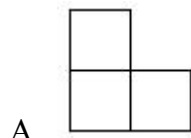
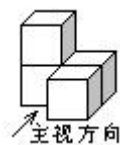
【考点】幂的乘方.

【分析】根据幂的乘方运算法则计算作出判断:

$$(a^2)^3 = a^{2 \times 3} = a^6.$$

故选 B.

3. 由 4 个相同小立方体搭成的几何体如图所示, 则它的主视图是 ()



【答案】A.

【考点】简单组合体的三视图.

【分析】找到从正面看所得到的图形即可, 从正面看易得有两层, 下层有 2 个正方形, 上层左边有一个正方形. 故选 A.

4. 分式 $-\frac{1}{1-x}$ 可变形为 ()

A. $-\frac{1}{x-1}$ B. $\frac{1}{1+x}$ C. $-\frac{1}{1+x}$ D. $\frac{1}{x-1}$

【答案】 D.

【考点】 分式的基本性质.

【分析】 根据分式的性质, 分子分母都乘以 -1 , 分式的值不变, 可得答案:

分式 $-\frac{1}{1-x}$ 的分子分母都乘以 -1 , 得 $\frac{1}{x-1}$.

故选 D.

5. 一个多边形的每个内角均为 120° , 则这个多边形是 ()

A. 四边形 B. 五边形 C. 六边形 D. 七边形

【答案】 C.

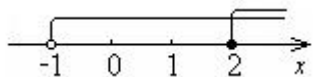
【考点】 多边形的外角性质.

【分析】 $\because$ 多边形的每个内角均为 120° , $\therefore$ 外角的度数是: $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

$\because$ 多边形的外角和是 360° , $\therefore$ 这个多边形的边数是: $360 \div 60 = 6$.

故选 C.

6. 如图, 数轴上所表示关于 x 的不等式组的解集是 ()



A. $x \geq 2$ B. $x > 2$ C. $x > -1$ D. $-1 < x \leq 2$

【答案】 A.

【考点】 在数轴上表示不等式的解.

【分析】 根据不等式的解集在数轴上表示方法, 不等式组的解集在数轴上表示的方法: 把每个不等式的解集在数轴上表示出来 ($>$, $\geq$ 向右画; $<$, $\leq$ 向左画), 数轴上的点把数轴分成若干段, 如果数轴的某一段上面表示解集的线的条数与不等式的个数一样, 那么这段就是不等式组的解集. 有几个就要几个. 在表示解集时“ $\geq$ ”, “ $\leq$ ”要用实心圆点表示; “ $<$ ”, “ $>$ ”要用空心圆点表示. 因此,

数轴上所表示关于 x 不等式的解集是 $x \geq 2$.

故选 A.

7. 某小组 7 位同学的中考体育测试成绩 (满分 30 分) 依次为 27, 30, 29, 27, 30, 28, 30, 则这组数据的众数与中位数分别是 ()

A. 30, 27

B. 30, 29

C. 29, 30

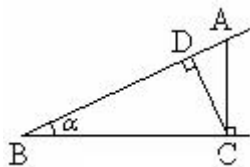
D. 30, 28

【答案】B.**【考点】**众数；中位数.**【分析】**众数是在一组数据中，出现次数最多的数据，这组数据中 30 出现 3 次，出现的次数最多，故这组数据的众数为 30.

中位数是一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数）.由此将这组数据重新排序为 27, 27, 28, 29, 30, 30, 30, $\therefore$ 中位数是按从小到大排列后第 4 个数为：29.

故选 B.

8. 如图，点 A 为 $\angle \alpha$ 边上任意一点，作 $AC \perp BC$ 于点 C ， $CD \perp AB$ 于点 D ，下列用线段比表示 $\cos \alpha$ 的值，错误的是（ ）



A. $\frac{BD}{BC}$

B. $\frac{BC}{AB}$

C. $\frac{AD}{AC}$

D. $\frac{CD}{AC}$

【答案】C.**【考点】**锐角三角函数定义.**【分析】**根据余弦函数定义： $\cos \alpha = \frac{\text{邻边}}{\text{斜边}}$ 对各选项逐一作出判断：A. 在 $Rt\triangle BCD$ 中， $\cos \alpha = \frac{BD}{BC}$ ，正确；B. 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\cos \alpha = \frac{BC}{AB}$ ，正确；C、D. 在 $Rt\triangle ACD$ 中， $\because \angle ACD = \alpha$ ， $\therefore \cos \alpha = \frac{CD}{AC}$. 故 C 错误；D 正确.

故选 C.

9. 平面直角坐标系中，过点 $(-2, 3)$ 的直线 l 经过一、二、三象限，若点 $(0, a)$ ， $(-1, b)$ ， $(c, -1)$ 都在直线 l 上，则下列判断正确的是（ ）

A. $a < b$

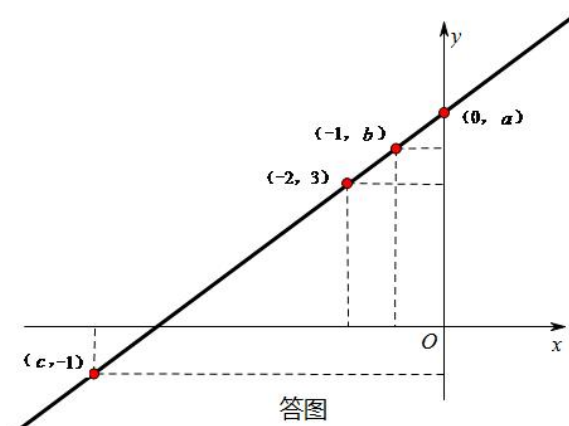
B. $a < 3$

C. $b < 3$

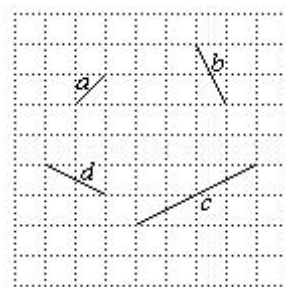
D. $c < -2$

【答案】D.**【考点】**一次函数的图象和性质；数形结合思想的应用.

【分析】如答图，可知， $a > b$ ， $a > 3$ ， $b > 3$ ， $c < -2$ ，故选 D.



10. 如图，在方格纸中，线段 a ， b ， c ， d 的端点在格点上，通过平移其中两条线段，使得和第三条线段首尾相接组成三角形，则能组成三角形的不同平移方法



有 ()

A. 3 种

B. 6 种

C. 8 种

D. 12 种

【答案】B.

【考点】网格问题；勾股定理；三角形构成条件；无理数的大小比较；平移的性质；分类思想的应用.

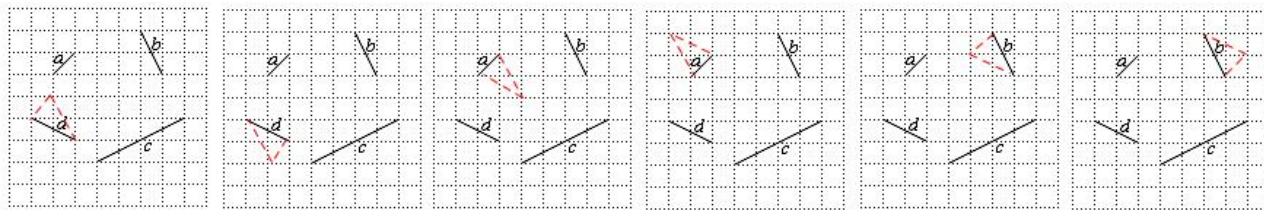
【分析】由图示，根据勾股定理可得： $a = \sqrt{2}$ ， $b = \sqrt{5}$ ， $c = 2\sqrt{5}$ ， $d = \sqrt{5}$.

$$\because a + b < c, a + d < c, b + d = c, b - a < d < b + d,$$

$\therefore$ 根据三角形构成条件，只有 a ， b ， d 三条线段首尾相接能组成三角形.

如答图所示，通过平移 a ， b ， d 其中两条线段，使得和第三条线段首尾相接组成三角形，能组成三角形的不同平移方法有 6 种.

故选 B.



答图

二、填空题 (本题有 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. 分解因式: $9 - x^2 = \underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$.

【答案】 $(3+x)(3-x)$.

【考点】 应用公式法因式分解.

【分析】 因为 $9 - x^2 = 3^2 - x^2$, 所以直接应用平方差公式即可:

$$9 - x^2 = 3^2 - x^2 = (3+x)(3-x) .$$

12. 有 6 张卡片, 每张卡片上分别写有不同的从 1 到 6 的一个自然数, 从中任意抽出一张卡片, 卡片上的数是 3 的倍数的概率是 $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$.

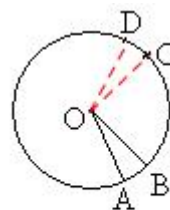
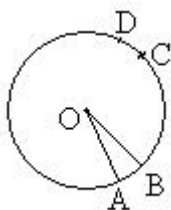
【答案】 $\frac{1}{3}$.

【考点】 概率.

【分析】 根据概率的求法, 找准两点: ①全部等可能情况的总数; ②符合条件的情况数目; 二者的比值就是其发生的概率. 所以,

求从标有 1 到 6 序号的 6 张卡片中任意抽取一张, 抽到序号是 3 的倍数的概率即看是 3 的倍数的情况数占总情况数的多少即可: 共有 6 张牌, 是 3 的倍数的有 3, 6 共 2 张, $\therefore$ 抽到序号是 3 的倍数的概率是 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

13. 如图, 圆心角 $\angle AOB = 20^\circ$, 将 AB 旋转 n° 得到 CD , 则 CD 的度数是 $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$ 度



答图

【答案】 20.

【考点】 旋转的性质；圆周角定理.

【分析】 如答图,

$\because$ 将 AB 旋转 n° 得到 CD , $\therefore$ 根据旋转的性质, 得 $CD = AB$.

$\because \angle AOB = 20^\circ$, $\therefore \angle COD = 20^\circ$.

$\therefore CD$ 的度数是 20° .

14. 解一元二次方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 时, 可转化为两个一元一次方程, 请写出其中的一个一元一次方程_____▲_____.

【答案】 $x + 3 = 0$ (答案不唯一) .

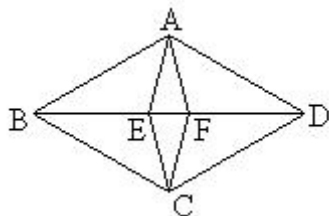
【考点】 开放型; 解一元二次方程.

【分析】 $\because$ 由 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 得 $(x + 3)(x - 1) = 0$,

$\therefore x + 3 = 0$ 或 $x - 1 = 0$.

15. 如图, 四边形 $ABCD$ 与四边形 $AECF$ 都是菱形, 点 E, F 在 BD 上, 已知

$\angle BAD = 120^\circ$, $\angle EAF = 30^\circ$, 则 $\frac{AB}{AE} =$ _____▲_____.



【答案】 $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$.

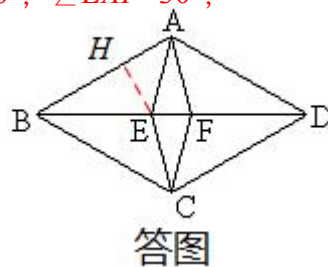
【考点】 菱形的性质; 等腰直角三角形和含 30° 度角直角三角形的性质; 特殊元素法的应用.

【分析】 如答图, 过点 E 作 $EH \perp AB$ 于点 H ,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 与四边形 $AECF$ 都是菱形, $\angle BAD = 120^\circ$, $\angle EAF = 30^\circ$,

$\therefore \angle ABE = 30^\circ$, $\angle BAE = 45^\circ$.

不妨设 $AE = \sqrt{2}$,



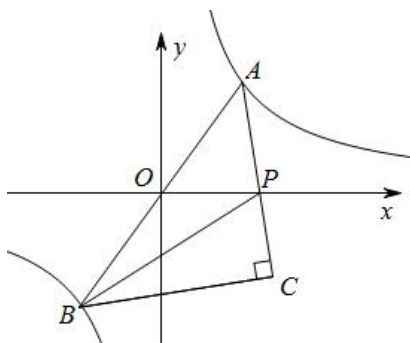
$\therefore$ 在等腰 $Rt\triangle AEH$ 中, $AH = EH = 1$; 在 $Rt\triangle BEH$ 中, $BH = \sqrt{3}$.

$$\therefore AB = \sqrt{3} + 1. \therefore \frac{AB}{AE} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}.$$

16. 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(-1, -2\sqrt{2})$, 点 A 是该图象第一象限分支上的动点, 连结 AO 并延长交另一支于点 B , 以 AB 为斜边作等腰直角三角形 ABC , 顶点 C 在第四象限, AC 与 x 轴交于点 P , 连结 BP .

(1) k 的值为 ▲ .

(2) 在点 A 运动过程中, 当 BP 平分 $\angle ABC$ 时, 点 C 的坐标是 ▲ .



【答案】 (1) $k = 2\sqrt{2}$; (2) $(2, -\sqrt{2})$.

【考点】 反比例函数综合题; 曲线上点的坐标与方程的关系; 勾股定理; 等腰直角三角形的性质; 角平分线的性质; 相似、全等三角形的判定和性质; 方程思想的应用.

【分析】 (1) $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(-1, -2\sqrt{2})$,

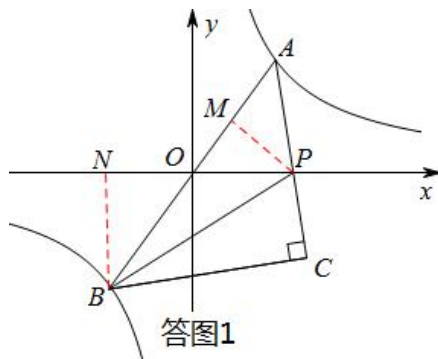
$$\therefore -2\sqrt{2} = \frac{k}{-1} \Rightarrow k = 2\sqrt{2}.$$

(2) 如答图 1, 过点 P 作 $PM \perp AB$ 于点 M , 过 B 点作 $BN \perp x$ 轴于点 N ,

$$\text{设 } A\left(x, \frac{2\sqrt{2}}{x}\right), \text{ 则 } B\left(-x, -\frac{2\sqrt{2}}{x}\right).$$

$$\therefore AB = 2\sqrt{x^2 + \frac{8}{x^2}}.$$

$$\because \triangle ABC \text{ 是等腰直角三角形}, \therefore BC = AC = \sqrt{2\left(x^2 + \frac{8}{x^2}\right)}, \angle BAC = 45^\circ.$$



$$\because BP \text{ 平分 } \angle ABC, \therefore \triangle BPM \cong \triangle BPC (AAS) \therefore BM = BC = \sqrt{2\left(x^2 + \frac{8}{x^2}\right)}.$$

$$\therefore AM = AB - BM = (2 - \sqrt{2})\sqrt{x^2 + \frac{8}{x^2}} \therefore PM = AM = (2 - \sqrt{2})\sqrt{x^2 + \frac{8}{x^2}}.$$

$$\text{又 } \because OB = \sqrt{x^2 + \frac{8}{x^2}},$$

$$\therefore OM = BM - OB = (\sqrt{2} - 1)\sqrt{x^2 + \frac{8}{x^2}}.$$

$$\text{易证 } \triangle OBN \sim \triangle OPM, \therefore \frac{ON}{OM} = \frac{BN}{PM} = \frac{OB}{OP}.$$

$$\text{由 } \frac{ON}{OM} = \frac{BN}{PM} \text{ 得, } \frac{-(-x)}{(\sqrt{2}-1)\sqrt{x^2+\frac{8}{x^2}}} = \frac{-\left(-\frac{2\sqrt{2}}{x}\right)}{(2-\sqrt{2})\sqrt{x^2+\frac{8}{x^2}}},$$

$$\text{解得 } x = \sqrt{2}.$$

$$\therefore A(\sqrt{2}, 2), B(-\sqrt{2}, -2).$$

如答图 2, 过点 C 作 $EF \perp x$ 轴, 过点 A 作 $AF \perp EF$ 于点 F , 过 B 点作 $BE \perp EF$ 于点 E ,

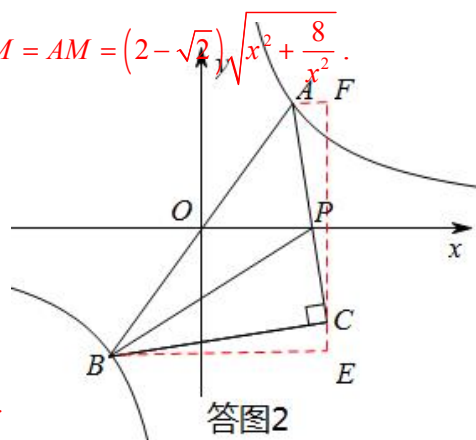
易知, $\triangle BCE \cong \triangle CAF (HL)$, $\therefore$ 设 $CE = AF = y$.

$$\text{又 } \because BC = 2\sqrt{3}, BE = 2\sqrt{2} + y,$$

$$\therefore \text{根据勾股定理, 得 } BC^2 = BE^2 + CE^2, \text{ 即 } (2\sqrt{3})^2 = (2\sqrt{2} + y)^2 + y^2.$$

$$\therefore y^2 + 2\sqrt{2}y - 2 = 0, \text{ 解得 } y = 2 - \sqrt{2} \text{ 或 } y = 2 + \sqrt{2} \text{ (舍去)}.$$

$$\therefore \text{由 } A(\sqrt{2}, 2), B(-\sqrt{2}, -2) \text{ 可得 } C(2, -\sqrt{2}).$$



三、解答题 (本题有 8 小题, 共 66 分, 每个小题都必须写出解答过程)

17. (2015 年浙江丽水 6 分) 计算: $|-4| + (-\sqrt{2})^0 - (\frac{1}{2})^{-1}$

【答案】解: 原式 $= 4 + 1 - 2 = 3$.

【考点】实数的运算；绝对值；零指数幂；负整数指数幂.

【分析】针对绝对值，零指数幂，负整数指数幂 3 个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

18. (2015 年浙江丽水 6 分) 先化简, 再求值: $a(a-3)+(1-a)(1+a)$, 其中 $a=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

【答案】解: $a(a-3)+(1-a)(1+a)=a^2-3a+1-a^2=1-3a$.

$$\text{当 } a=\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ 时, 原式}=1-3\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}=1-\sqrt{3}.$$

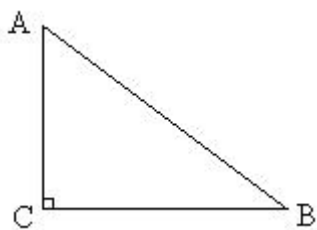
【考点】整式的混合运算—化简求值.

【分析】根据去括号、平方差公式和合并同类项的法则, 化简代数式, 将 $a=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 代入化简后的代数式求值, 可得答案.

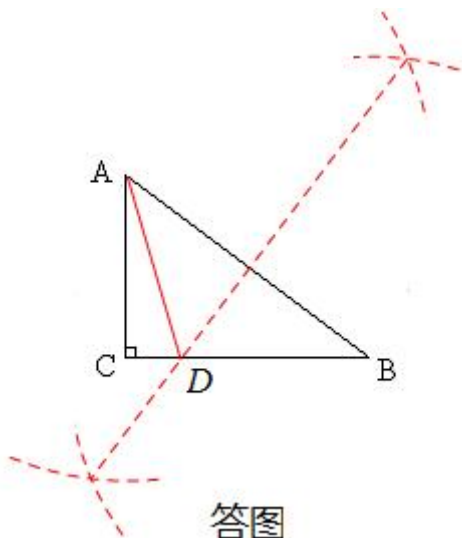
19. (2015 年浙江丽水 6 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$, $\angle C=Rt\angle$, $AC<BC$, D 为 BC 上一点, 且到 A , B 两点的距离相等.

(1) 用直尺和圆规, 作出点 D 的位置 (不写作法, 保留作图痕迹);

(2) 连结 AD , 若 $\angle B=37^\circ$, 求 $\angle CAD$ 的度数.



【答案】解: (1) 作图如下:



(2) $\because \triangle ABC$ 中, $\angle C = \text{Rt} \angle$, $\angle B = 37^\circ$, $\therefore \angle BAC = 53^\circ$.

$\because AD = BD$, $\therefore \angle B = \angle BAD = 37^\circ$

$\therefore \angle CAD = \angle BAC - \angle BAD = 16^\circ$.

【考点】尺规作图；线段垂直平分线的性质；直角三角形两锐角的关系；等腰三角形的性质.

【分析】 (1) 因为到 A , B 两点的距离相等在线段 AB 的垂直平分线上, 因此, 点 D 是线段 AB 的垂直平分线与 BC 的交点, 据此作图即可.

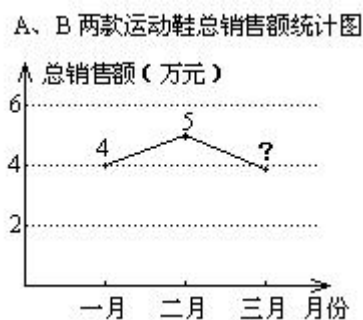
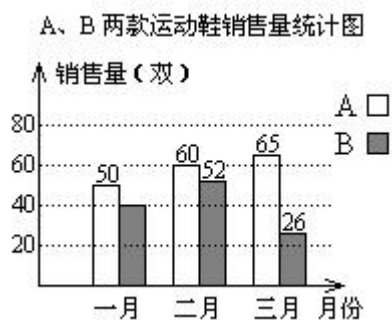
(2) 根据直角三角形两锐角互余, 求出 $\angle BAC$, 根据等腰三角形等边对等角的性质, 求出 $\angle BAD$, 从而作差求得 $\angle CAD$ 的度数.

20. (2015 年浙江丽水 8 分) 某运动品牌对第一季度 A 、 B 两款运动鞋的销售情况进行统计, 两款运动鞋的销售量及总销售额如图所示:

(1) 一月份 B 款运动鞋的销售量是 A 款的 $\frac{4}{5}$, 则一月份 B 款运动鞋销售了多少双?

(2) 第一季度这两款运动鞋的销售单价保持不变, 求三月份的总销售额 (销售额 = 销售单价 $\times$ 销售量);

(3) 结合第一季度的销售情况, 请你对这两款运动鞋的进货、销售等方面提出一条建议.



【答案】 解: (1) $\because 50 \times \frac{4}{5} = 40$,

$\therefore$ 一月份 B 款运动鞋销售了 40 双.

(2) 设 A 、 B 两款运动鞋的销售单价分别为 x , y 元,

则根据题意，得 $\begin{cases} 50x + 40y = 40000 \\ 60x + 52y = 50000 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} x = 400 \\ y = 500 \end{cases}$ 。

$\therefore$ 三月份的总销售额为 $400 \times 65 + 500 \times 20 = 39000$ （元）。

(3) 答案不唯一，如：

从销售量来看， A 款运动鞋销售量逐月上升，比 B 款运动鞋销售量大，建议多进 A 款运动鞋，少进或不进 B 款运动鞋。

从总销售额来看，由于 B 款运动鞋销售量逐月减少，导致总销售额减少，建议采取一些促销手段，增加 B 款运动鞋的销售量。

【考点】 开放型；代数和统计的综合题；条形统计图和折线统计图；二元一次方程组的应用。

【分析】 (1) 根据条形统计图 A 款运动鞋的销售量和 B 款运动鞋的销售量是 A 款的 $\frac{4}{5}$ 即可列式求解。

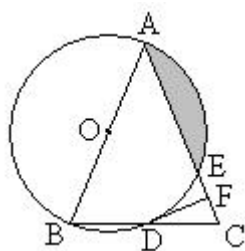
(2) 方程（组）的应用解题关键是找出等量关系，列出方程（组）求解。本题设 A 、 B 两款运动鞋的销售单价分别为 x 、 y 元，等量关系为：“一月份 A 、 B 两款运动鞋的总销售额 40000 元”和“二月份 A 、 B 两款运动鞋的总销售额 50000 元”。

(3) 答案不唯一，合理即可。

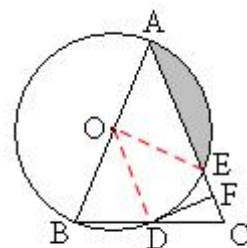
21. (2015 年浙江丽水 8 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，以 AB 为直径的 $\odot O$ 分别与 BC ， AC 交于点 D ， E ，过点 D 作 $\odot O$ 的切线 DF ，交 AC 于点 F 。

(1) 求证： $DF \perp AC$ ；

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 4， $\angle CDF=22.5^\circ$ ，求阴影部分的面积。



【答案】 解： (1) 证明：如答图，连接 OD ，



答图

$$\because OB=OD, \therefore \angle ABC=\angle ODB.$$

$$\because AB=AC, \therefore \angle ABC=\angle ACB.$$

$$\therefore \angle ODB=\angle ACB. \therefore OD \parallel AC.$$

$$\because DF \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线}, \therefore DF \perp OD$$

$$\therefore DF \perp AC.$$

(2) 如答图, 连接 OE ,

$$\because DF \perp AC, \quad \angle CDF=22.5^\circ, \quad \therefore \angle ABC=\angle ACB=67.5^\circ.$$

$$\therefore \angle BAC=45^\circ.$$

$$\because OA=OB, \therefore \angle AOE=90^\circ.$$

$$\because \odot O \text{ 的半径为 } 4,$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}OAE} - S_{\triangle AOC} = \frac{90 \cdot \pi \cdot 4}{360} - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = \pi - 8.$$

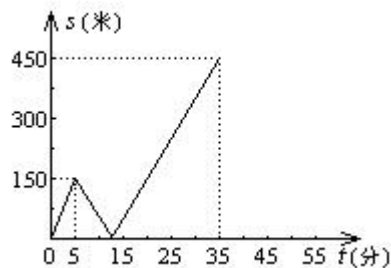
【考点】 等腰三角形的性质；平行的判定；切线的性质；三角形内角和定理；扇形和三角形面积的计算；转换思想的应用.

【分析】 (1) 要证 $DF \perp AC$, 由于 DF 是 $\odot O$ 的切线, 有 $DF \perp OD$, 从而只要 $OD \parallel AC$ 即可, 根据平行的判定, 要证 $OD \parallel AC$ 即要构成同位角或内错角相等, 从而需作辅助线连接 OD , 根据等腰三角形等边对等角的性质由 $\angle ABC=\angle ODB$ 和 $\angle ABC=\angle ACB$ 即可得.

(2) 连接 OE , 则 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}OAE} - S_{\triangle AOC}$, 证明 $\triangle AOE$ 是等腰直角三角形即可求得 $S_{\text{扇形}OAE}$ 和 $S_{\triangle AOC}$.

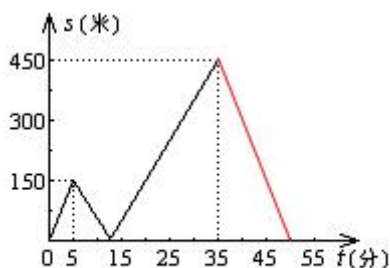
22. (2015 年浙江丽水 10 分) 甲乙两人匀速从同一地点到 1500 米处的图书馆看书, 甲出发 5 分钟后, 乙以 50 米/分的速度沿同一路线行走. 设甲乙两人相距 s (米), 甲行走的时间为 t (分), s 关于 t 的函数图像的一部分如图所示.

- (1) 求甲行走的速度;
- (2) 在坐标系中, 补画 s 关于 t 函数图象的其余部分;
- (3) 问甲、乙两人何时相距 360 米?



【答案】解：（1）甲行走的速度为： $150 \div 5 = 30$ （米/分）。

（2）补画 s 关于 t 函数图象如图所示（横轴上对应的时间为 50）：



答图

（3）由函数图象可知，当 $t = 12.5$ 和 $t = 50$ 时， $s = 0$ ；当 $t = 35$ 时， $s = 450$ ，

当 $12.5 \leq t \leq 35$ 时，由待定系数法可求： $s = 20t - 250$ ，

令 $s = 360$ ，即 $20t - 250 = 360$ ，解得 $t = 30.5$ 。

当 $35 < t \leq 50$ 时，由待定系数法可求： $s = -30t + 1500$ ，

令 $s = 360$ ，即 $-30t + 1500 = 360$ ，解得 $t = 38$ 。

$\therefore$ 甲行走 30.5 分钟或 38 分钟时，甲、乙两人相距 360 米。

【考点】一次函数的应用；待定系数法、分类思想和方程思想的应用。

【分析】（1）根据图象，知甲出发 5 分钟行走了 150 米，据此求出甲行走的速度。

（2）因为乙走完全程要 $1500 \div 50 = 30$ 分钟，甲走完全程要 $1500 \div 30 = 50$ 分钟，所以两人最后相遇在 50 分钟处，据此补画 s 关于 t 函数图象。

（3）分 $12.5 \leq t \leq 35$ 和 $35 < t \leq 50$ 两种情况求出函数式，再列方程求解即可。

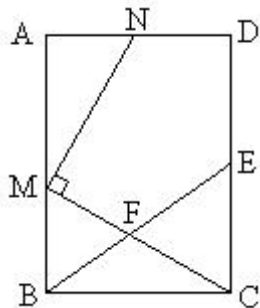
23. （2015 年浙江丽水 10 分）如图，在矩形 $ABCD$ 中， E 为 CD 的中点， F 为 BE 上的一点，连结 CF 并延长交 AB 于点 M ， $MN \perp CM$ 交射线 AD 于点

N.

(1) 当 F 为 BE 中点时, 求证: $AM=CE$;

(2) 若 $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{BF} = 2$, 求 $\frac{AN}{ND}$ 的值;

(3) 若 $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{BF} = n$, 当 n 为何值时, $MN \parallel BE$?



【答案】 解: (1) 证明: $\because F$ 为 BE 中点, $\therefore BF=EF$.

$\because AB \parallel CD$, $\therefore \angle MBF = \angle CEF$, $\angle BMF = \angle ECF$.

$\therefore \triangle BMF \cong \triangle ECF$ (AAS) $\therefore MB=CE$.

$\because AB=CD$, $CE=DE$, $\therefore MB=AM$. $\therefore AM=CE$.

(2) 设 $MB=a$,

$\because AB \parallel CD$, $\therefore \triangle BMF \sim \triangle ECF$. $\therefore \frac{EF}{BF} = \frac{CE}{MB}$.

$\because \frac{EF}{BF} = 2$, $\therefore \frac{CE}{MB} = 2$. $\therefore CE = 2a$.

$\therefore AB = CD = 2CE = 4a$, $AM = AB - MB = 3a$.

$\because \frac{AB}{BC} = 2$, $\therefore BC = AD = 2a$.

$\because MN \perp MC$, $\angle A = \angle ABC = 90^\circ$, $\therefore \triangle AMN \sim \triangle BCM$.

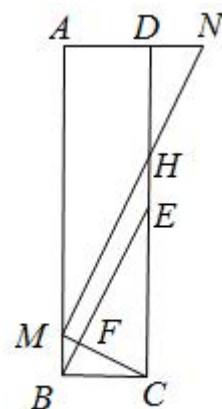
$\therefore \frac{AN}{MB} = \frac{AM}{BC}$,

即

$\frac{AN}{a} = \frac{3a}{2a}$. $\therefore AN = \frac{3}{2}a$, $ND = 2a - \frac{3}{2}a = \frac{1}{2}a$.

$\therefore \frac{AN}{ND} = \frac{\frac{3}{2}a}{\frac{1}{2}a} = 3$.

(3) 设 $MB=a$,



答图

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{EF}{BF} = n, \therefore \text{由 (2) 可得 } BC = 2a, CE = na.$$

当 $MN \parallel BE$ 时, $CM \perp BE$.

$$\text{可证 } \triangle MBC \sim \triangle BCE. \therefore \frac{MB}{BC} = \frac{BC}{CE}, \text{ 即 } \frac{a}{2a} = \frac{2a}{na}.$$

$$\therefore n = 4.$$

$$\therefore \text{当 } n = 4 \text{ 时, } MN \parallel BE.$$

【考点】探究型问题；矩形的性质；全等三角形的判定和性质；相似三角形的判定和性质.

【分析】 (1) 应用 AAS 证明 $\triangle BMF \cong \triangle ECF$ 即可易得结论.

(2) 证明 $\triangle BMF \sim \triangle ECF$ 和 $\triangle AMN \sim \triangle BCM$, 应用相似三角形对应边成比例的性质即可得出结果.

(3) 应用 (2) 的一结结果, 证明 $\triangle MBC \sim \triangle BCE$ 即可求得结果.

24. (2015 年浙江丽水 12 分) 某乒乓球馆使用发球机进行辅助训练, 出球口在桌面中线端点 A 处的正上方, 假设每次发出的乒乓球的运动路线固定不变, 且落在中线上, 在乒乓球运行时, 设乒乓球与端点 A 的水平距离为 x (米), 与桌面的高度为 y (米), 运行时间为 t (秒), 经多次测试后, 得到如下部分数据:

t (秒)	0	0.16	0.2	0.4	0.6	0.64	0.8	...
x (米)	0	0.4	0.5	1	1.5	1.6	2	...
y (米)	0.25	0.378	0.4	0.45	0.4	0.378	0.25	...

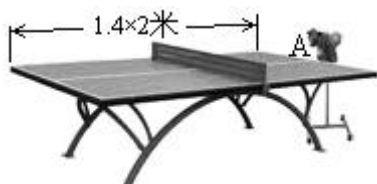
(1) 当 t 为何值时, 乒乓球达到最大高度?

(2) 乒乓球落在桌面时, 与端点 A 的水平距离是多少?

(3) 乒乓球落在桌面上弹起后, y 与 x 满足 $y = a(x-3)^2 + k$

①用含 a 的代数式表示 k ;

②球网高度为 0.14 米, 球桌长 (1.4×2) 米, 若球弹起后, 恰好有唯一的击球点, 可以将球沿直线扣杀到点 A , 求 a 的值.



【答案】解：如答图，以点 A 为原点，桌面中线为 x 轴，乒乓球水平运动方向为正方向建立平面直角坐标系.

(1) 由表格中数据可知，当 $t=0.4$ 秒时，乒乓球达到最大高度.

(2) 由表格中数据可判断， y 是 x 的二次函数，且顶点为 $(1, 0.45)$ ，所以可设 $y=a(x-1)^2+0.45$.

将 $(0, 0.25)$ 代入，得

$$0.25 = a(0-1)^2 + 0.45 \Rightarrow a = -0.2,$$

$$\therefore y = -0.2(x-1)^2 + 0.45.$$

当 $y=0$ 时， $-0.2(x-1)^2 + 0.45 = 0$ ，解得 $x=2.5$ 或 $x=-0.5$ （舍去）.

$\therefore$ 乒乓球落在桌面时，与端点 A 的水平距离是 2.5 米.

(3) ①由 (2) 得，乒乓球落在桌面时的坐标为 $(2.5, 0)$.

$\therefore$ 将 $(2.5, 0)$ 代入 $y=a(x-3)^2+k$ ，得 $0=a(2.5-3)^2+k$ ，

化简整理，得 $k=-\frac{1}{4}a$.

②由题意可知，扣杀路线在直线 $y=\frac{1}{10}x$ 上，

由①得 $y=a(x-3)^2-\frac{1}{4}a$ ，

令 $a(x-3)^2-\frac{1}{4}a=\frac{1}{10}x$ ，整理，得 $20ax^2-(120a+2)x+175a=0$.

当 $\Delta=(120a+2)^2-4\cdot 20a\cdot 175a=0$ 时，符合题意，

解方程，得 $a_1=\frac{-6+\sqrt{35}}{10}$ ， $a_2=\frac{-6-\sqrt{35}}{10}$.

当 $a=\frac{-6+\sqrt{35}}{10}$ 时，求得 $x=-\frac{\sqrt{35}}{2}$ ，不合题意，舍去；

当 $a=\frac{-6-\sqrt{35}}{10}$ 时，求得 $x=\frac{\sqrt{35}}{2}$ ，符合题意.



答：当 $a = \frac{-6 - \sqrt{35}}{10}$ 时，可以将球沿直线扣杀到点 A .

【考点】二次函数的应用（实际应用）；待定系数法的应用；曲线上点的坐标与方程的关系；一元二次方程根的判别式的应用.

【分析】（1）由表格中数据直接得出.

（2）判断出 y 是 x 的二次函数，设顶点式，求出待定系数得出 y 关于 x 的解析式，求得 $y = 0$ 时的 x 值即为所求.

（3）①求出乒乓球落在桌面时的坐标代入 $y = a(x - 3)^2 + k$ 即可得结果.

②球网高度为 0.14 米，球桌长 (1.4×2) 米，所以扣杀路线在直线 $y = \frac{1}{10}x$ 上，将 $y = \frac{1}{10}x$ 代入 $y = a(x - 3)^2 - \frac{1}{4}a$ ，得 $20ax^2 - (120a + 2)x + 175a = 0$ ，由于球弹起后，恰好有唯一的击球点，所以方程根的判别式等于 0，求出此时的 a ，符合题意的即为所求.