

2014 年浙江省金华市、义乌市中考数学试卷

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分) (2014•金华) 在数 1, 0, -1, -2 中, 最小的数是 ()

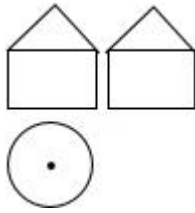
- A. 1 B. 0 C. -1 D. -2

2. (3 分) (2014•金华) 如图, 经过刨平的木板上的两个点, 能弹出一条笔直的墨线, 而且只能弹出一条墨线, 能解释这一实际应用的数学知识是 ()



- A. 两点确定一条直线
B. 两点之间线段最短
C. 垂线段最短
D. 在同一平面内, 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直

3. (3 分) (2014•金华) 一个几何体的三视图如图, 那么这个几何体是 ()



- A.  B.  C.  D. 

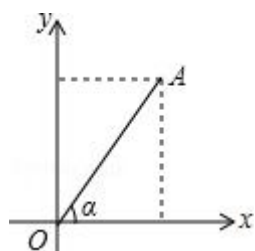
4. (3 分) (2014•金华) 一个布袋里装有 5 个球, 其中 3 个红球, 2 个白球, 每个球除颜色外其他完全相同, 从中任意摸出一个球, 是红球的概率是 ()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

5. (3 分) (2014•金华) 在式子 $\frac{1}{x-2}$, $\frac{1}{x-3}$, $\sqrt{x-2}$, $\sqrt{x-3}$ 中, x 可以取 2 和 3 的是 ()

- A. $\frac{1}{x-2}$ B. $\frac{1}{x-3}$ C. $\sqrt{x-2}$ D. $\sqrt{x-3}$

6. (3 分) (2014•金华) 如图, 点 $A(t, 3)$ 在第一象限, OA 与 x 轴所夹的锐角为 α , $\tan \alpha = \frac{3}{2}$, 则 t 的值是 ()

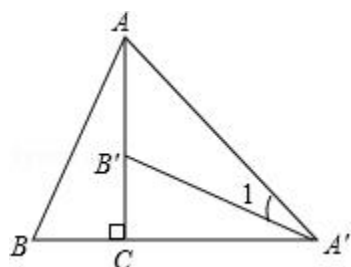


- A. 1 B. 1.5 C. 2 D. 3

7. (3分) (2014•金华) 把代数式 $2x^2 - 18$ 分解因式, 结果正确的是 ()

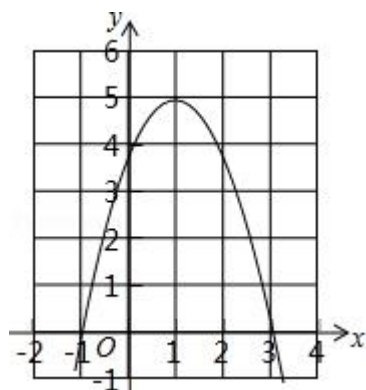
- A. $2(x^2 - 9)$ B. $2(x - 3)^2$ C. $2(x+3)(x-3)$ D. $2(x+9)(x-9)$

8. (3分) (2014•金华) 如图, 将 $Rt\triangle ABC$ 绕直角顶点 C 顺时针旋转 90° , 得到 $\triangle A'B'C$, 连接 AA' , 若 $\angle 1 = 20^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数是 ()



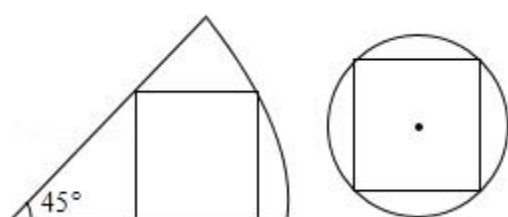
- A. 70° B. 65° C. 60° D. 55°

9. (3分) (2014•金华) 如图是二次函数 $y = -x^2 + 2x + 4$ 的图象, 使 $y \leq 1$ 成立的 x 的取值范围是 ()



- A. $-1 \leq x \leq 3$ B. $x \leq -1$ C. $x \geq 1$ D. $x \leq -1$ 或 $x \geq 3$

10. (3分) (2014•金华) 一张圆心角为 45° 的扇形纸板盒圆形纸板按如图方式分别剪成一个正方形, 边长都为 1, 则扇形和圆形纸板的面积比是 ()

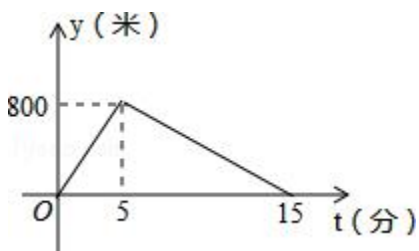


A. 5: 4

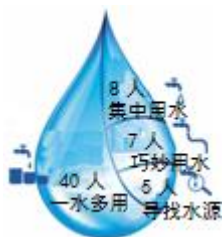
B. 5: 2

C. $\sqrt{5}$: 2D. $\sqrt{5}$: $\sqrt{2}$

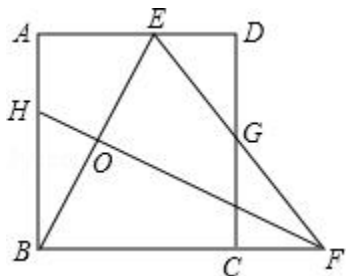
二、填空题 (共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

11. (4 分) (2014•金华) 写出一个解为 $x \geq 1$ 的一元一次不等式_____.12. (4 分) (2014•金华) 分式方程 $\frac{3}{2x-1}=1$ 的解是_____.13. (4 分) (2014•金华) 小明从家跑步到学校, 接着马上原路步行回家. 如图是小明离家的路程 y (米) 与时间 t (分) 的函数图象, 则小明回家的速度是每分钟步行_____米.

14. (4 分) (2014•金华) 小亮对 60 名同学进行节水方法选择的问卷调查 (每人选择一项), 人数统计如图, 如果绘制成扇形统计图, 那么表示“一水多用”的扇形圆心角的度数是_____.



15. (4 分) (2014•金华) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=8$, 点 E 是 AD 上的一点, 有 $AE=4$, BE 的垂直平分线交 BC 的延长线于点 F , 连结 EF 交 CD 于点 G . 若 G 是 CD 的中点, 则 BC 的长是_____.



16. (4 分) (2014•金华) 如图 2 是装有三个小轮的手拉车在“爬”楼梯时的侧面示意图, 定长的轮架杆 OA , OB , OC 抽象为线段, 有 $OA=OB=OC$, 且 $\angle AOB=120^\circ$, 折线 $NG-GH-HE-EF$ 表示楼梯, GH , EF 是水平线, NG , HE 是铅垂线, 半径相等的小轮子 $\odot A$, $\odot B$ 与楼梯两边都相切, 且 $AO \parallel GH$.

(1) 如图 2①, 若点 H 在线段 OB 时, 则 $\frac{BH}{OH}$ 的值是_____;

(2) 如果一级楼梯的高度 $HE = (8\sqrt{3}+2) \text{ cm}$, 点 H 到线段 OB 的距离 d 满足条件 $d \leq 3 \text{ cm}$, 那么小轮子半径 r 的取值范围是_____.



图 1

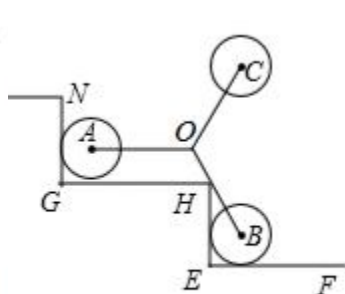


图2①

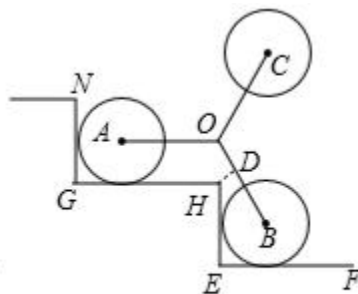


图2②

三、解答题 (共 8 小题, 满分 66 分)

17. (6 分) (2014•金华) 计算: $\sqrt{8} - 4\cos 45^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + |-2|$.

18. (6 分) (2014•金华) 先化简, 再求值: $(x+5)(x-1) + (x-2)^2$, 其中 $x = -2$.

19. (6 分) (2014•金华) 在棋盘建立如图的直角坐标系, 三颗棋子 A , O , B 的位置如图, 它们分别是 $(-1, 1)$, $(0, 0)$ 和 $(1, 0)$.

(1) 如图 2, 添加棋子 C , 使 A , O , B , C 四颗棋子成为一个轴对称图形, 请在图中画出该图形的对称轴;

(2) 在其他格点位置添加一颗棋子 P , 使 A , O , B , P 四颗棋子成为一个轴对称图形, 请直接写出棋子 P 的位置的坐标. (写出 2 个即可)

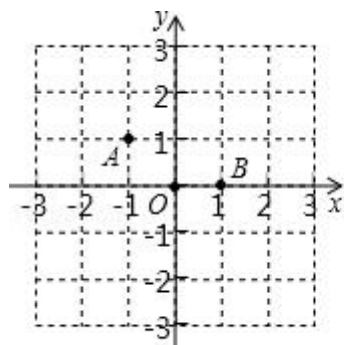


图1

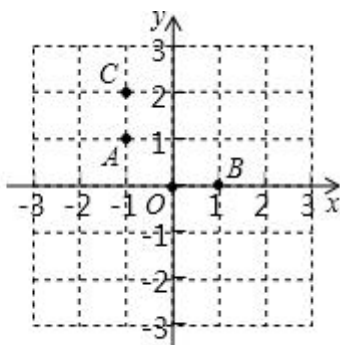
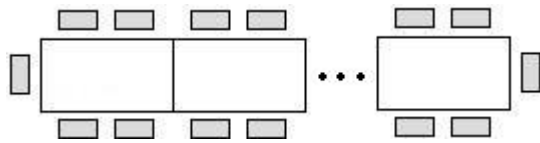


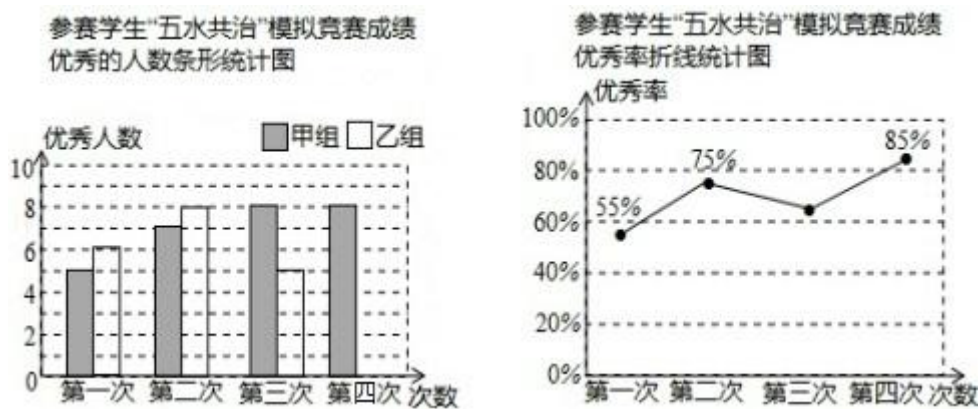
图2

20. (8分) (2014•金华) 一种长方形餐桌的四周可坐6人用餐, 现把若干张这样的餐桌按如图方式进行拼接.



- (1) 若把4张、8张这样的餐桌拼接起来, 四周分别可坐多少人?
- (2) 若用餐的人数有90人, 则这样的餐桌需要多少张?

21. (8分) (2014•金华) 九(3)班为了组队参加学校举行的“五水共治”知识竞赛, 在班里选取了若干名学生, 分成人数相同的甲乙两组, 进行了四次“五水共治”模拟竞赛, 成绩优秀的人数和优秀率分别绘制成如图统计图.



根据统计图, 解答下列问题:

- (1) 第三次成绩的优秀率是多少? 并将条形统计图补充完整;
- (2) 已求得甲组成绩优秀人数的平均数 $\bar{x}_{\text{甲组}} = 7$, 方差 $S^2_{\text{甲组}} = 1.5$, 请通过计算说明, 哪一组成绩优秀的人数较稳定?

22. (10 分) (2014•金华) 【合作学习】

如图, 矩形 $ABCD$ 的两边 OB , OD 都在坐标轴的正半轴上, $OD=3$, 另两边与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象分别相交于点 E , F , 且 $DE=2$. 过点 E 作 $EH \perp x$ 轴于点 H , 过点 F 作

$FG \perp EH$ 于点 G . 回答下面的问题:

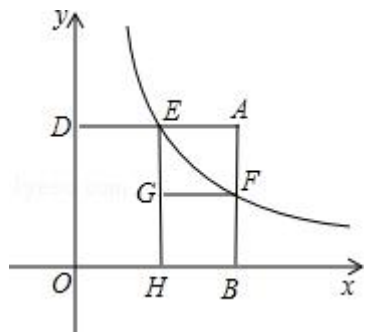
①该反比例函数的解析式是什么?

②当四边形 $AEGF$ 为正方形时, 点 F 的坐标时多少?

(1) 阅读合作学习内容, 请解答其中的问题;

(2) 小亮进一步研究四边形 $AEGF$ 的特征后提出问题: “当 $AE > EG$ 时, 矩形 $AEGF$ 与矩形 $DOHE$ 能否全等? 能否相似?”

针对小亮提出的问题, 请你判断这两个矩形能否全等? 直接写出结论即可; 这两个矩形能否相似? 若能相似, 求出相似比; 若不能相似, 试说明理由.



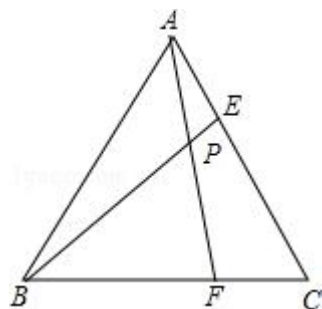
23. (10 分) (2014•金华) 等边三角形 ABC 的边长为 6, 在 AC , BC 边上各取一点 E , F , 连接 AF , BE 相交于点 P .

(1) 若 $AE=CF$;

①求证: $AF=BE$, 并求 $\angle APB$ 的度数;

②若 $AE=2$, 试求 $AP \cdot AF$ 的值;

(2) 若 $AF=BE$, 当点 E 从点 A 运动到点 C 时, 试求点 P 经过的路径长.



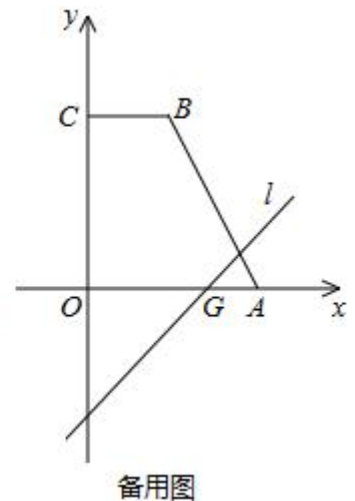
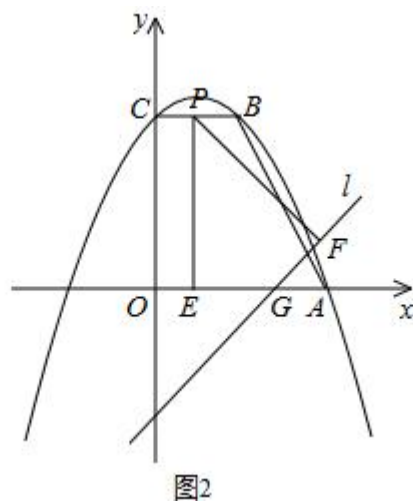
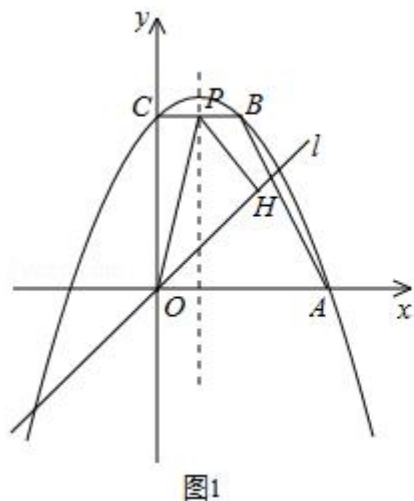
24. (12分) (2014•金华) 如图, 直角梯形 $ABCO$ 的两边 OA , OC 在坐标轴的正半轴上, $BC \parallel x$ 轴, $OA=OC=4$, 以直线 $x=1$ 为对称轴的抛物线过 A , B , C 三点.

(1) 求该抛物线的函数解析式;

(2) 已知直线 l 的解析式为 $y=x+m$, 它与 x 轴交于点 G , 在梯形 $ABCO$ 的一边上取点 P .

①当 $m=0$ 时, 如图 1, 点 P 是抛物线对称轴与 BC 的交点, 过点 P 作 $PH \perp$ 直线 l 于点 H , 连结 OP , 试求 $\triangle OPH$ 的面积;

②当 $m=-3$ 时, 过点 P 分别作 x 轴、直线 l 的垂线, 垂足为点 E , F . 是否存在这样的点 P , 使以 P , E , F 为顶点的三角形是等腰三角形? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2014 年浙江省金华市、义乌市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分) (2014•金华) 在数 1, 0, -1, -2 中, 最小的数是 ()
A. 1 B. 0 C. -1 D. -2

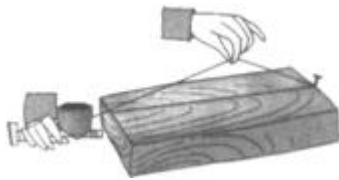
考点: 有理数大小比较.

分析: 根据正数大于 0, 0 大于负数, 可得答案.

解答: 解: $-2 < -1 < 0 < 1$,
故选: D.

点评: 本题考查了有理数比较大小, 正数大于 0, 0 大于负数是解题关键.

2. (3 分) (2014•金华) 如图, 经过刨平的木板上的两个点, 能弹出一条笔直的墨线, 而且只能弹出一条墨线, 能解释这一实际应用的数学知识是 ()



- A. 两点确定一条直线
B. 两点之间线段最短
C. 垂线段最短
D. 在同一平面内, 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直

考点: 直线的性质: 两点确定一条直线.

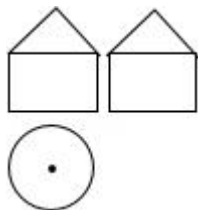
专题: 应用题.

分析: 根据公理“两点确定一条直线”来解答即可.

解答: 解: 经过刨平的木板上的两个点, 能弹出一条笔直的墨线此操作的依据是两点确定一条直线.
故选 A.

点评: 此题考查的是直线的性质在实际生活中的运用, 此类题目有利于培养学生生活联系实际的能力.

3. (3 分) (2014•金华) 一个几何体的三视图如图, 那么这个几何体是 ()



- A.  B.  C.  D. 

考点：由三视图判断几何体.

分析：主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的图形.

解答：解：由于俯视图为圆形可得几何体为球、圆柱或圆锥，再根据主视图和左视图可知几何体为圆柱与圆锥的组合体.

故选：D.

点评：考查学生对圆锥三视图掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对空间想象能力方面的考查.

4. (3分) (2014•金华) 一个布袋里装有5个球，其中3个红球，2个白球，每个球除颜色外其他完全相同，从中任意摸出一个球，是红球的概率是 ()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

考点：概率公式.

分析：用红球的个数除以球的总个数即可.

解答：解：∵布袋里装有5个球，其中3个红球，2个白球，

∴从中任意摸出一个球，则摸出的球是红球的概率是： $\frac{3}{5}$.

故选D.

点评：本题考查了概率公式：概率=所求情况数与总情况数之比.

5. (3分) (2014•金华) 在式子 $\frac{1}{x-2}$, $\frac{1}{x-3}$, $\sqrt{x-2}$, $\sqrt{x-3}$ 中, x 可以取2和3的是 ()

- A. $\frac{1}{x-2}$ B. $\frac{1}{x-3}$ C. $\sqrt{x-2}$ D. $\sqrt{x-3}$

考点：二次根式有意义的条件；分式有意义的条件.

分析：根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于等于0，分母不等于0，就可以求得 x 的范围，进行判断.

解答：解：A、 $x-2 \neq 0$ ，解得： $x \neq 2$ ，故选项错误；

B、 $x-3 \neq 0$ ，解得： $x \neq 3$ ，选项错误；

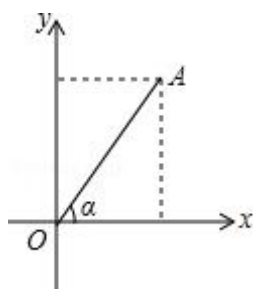
C、 $x-2 \geq 0$ ，解得： $x \geq 2$ ，则 x 可以取2和3，选项正确；

D、 $x-3 \geq 0$ ，解得： $x \geq 3$ ， x 不能取2，选项错误.

故选C.

点评：本题考查的知识点为：分式有意义，分母不为0；二次根式的被开方数是非负数.

6. (3分) (2014•金华) 如图，点A(t , 3)在第一象限，OA与 x 轴所夹的锐角为 α , $\tan \alpha = \frac{3}{2}$, 则 t 的值是 ()



- A. 1 B. 1.5 C. 2 D. 3

考点：锐角三角函数的定义；坐标与图形性质.

分析：根据正切的定义即可求解.

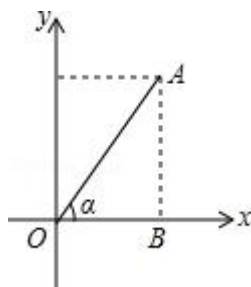
解答：解：∵点 $A(t, 3)$ 在第一象限，

$$\therefore AB=3, OB=t,$$

$$\text{又} \because \tan \alpha = \frac{AB}{OB} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore t=2.$$

故选 C.



点评： 本题考查锐角三角函数的定义及运用：在直角三角形中，锐角的正弦为对边比斜边，余弦为邻边比斜边，正切为对边比邻边.

7. (3 分) (2014•金华) 把代数式 $2x^2 - 18$ 分解因式，结果正确的是 ()

- A. $2(x^2 - 9)$ B. $2(x - 3)^2$ C. $2(x+3)(x-3)$ D. $2(x+9)(x-9)$

考点： 提公因式法与公式法的综合运用.

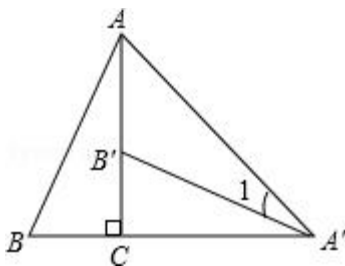
分析： 首先提取公因式 2，进而利用平方差公式分解因式得出即可.

解答： 解： $2x^2 - 18 = 2(x^2 - 9) = 2(x+3)(x-3)$.

故选：C.

点评： 此题主要考查了提取公因式法和公式法分解因式，熟练掌握平方差公式是解题关键.

8. (3 分) (2014•金华) 如图，将 $Rt\triangle ABC$ 绕直角顶点 C 顺时针旋转 90° ，得到 $\triangle A'B'C$ ，连接 AA' ，若 $\angle 1 = 20^\circ$ ，则 $\angle B$ 的度数是 ()



A. 70° B. 65° C. 60° D. 55° **考点：**旋转的性质.**分析：**根据旋转的性质可得 $AC=A'C$ ，然后判断出 $\triangle ACA'$ 是等腰直角三角形，根据等腰直角三角形的性质可得 $\angle CAA'=45^\circ$ ，再根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和求出 $\angle A'B'C$ ，然后根据旋转的性质可得 $\angle B=\angle A'B'C$.**解答：**解： $\because Rt\triangle ABC$ 绕直角顶点 C 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A'B'C$,

$$\therefore AC=A'C,$$

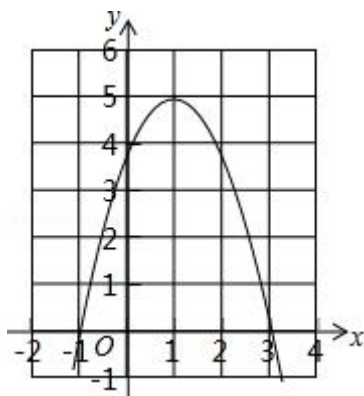
$$\therefore \triangle ACA' \text{ 是等腰直角三角形,}$$

$$\therefore \angle CAA'=45^\circ,$$

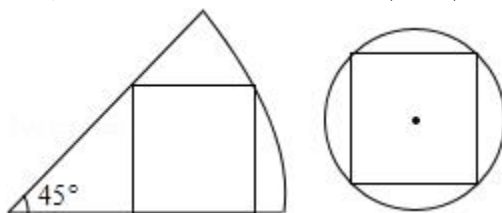
$$\therefore \angle A'B'C = \angle 1 + \angle CAA' = 20^\circ + 45^\circ = 65^\circ,$$

$$\text{由旋转的性质得, } \angle B = \angle A'B'C = 65^\circ.$$

故选 B.

点评：本题考查了旋转的性质，等腰直角三角形的判定与性质，三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和的性质，熟记各性质并准确识图是解题的关键.9. (3分) (2014•金华) 如图是二次函数 $y=-x^2+2x+4$ 的图象，使 $y \leq 1$ 成立的 x 的取值范围是 ()A. $-1 \leq x \leq 3$ B. $x \leq -1$ C. $x \geq 1$ D. $x \leq -1$ 或 $x \geq 3$ **考点：**二次函数与不等式 (组) .**分析：**根据函数图象写出直线 $y=1$ 下方部分的 x 的取值范围即可.**解答：**解：由图可知， $x \leq -1$ 或 $x \geq 3$ 时， $y \leq 1$.

故选 D.

点评：本题考查了二次函数与不等式，此类题目，利用数形结合的思想求解是解题的关键.10. (3分) (2014•金华) 一张圆心角为 45° 的扇形纸板盒圆形纸板按如图方式分别剪成一个正方形，边长都为 1，则扇形和圆形纸板的面积比是 ()

A. 5: 4

B. 5: 2

C. $\sqrt{5}$: 2D. $\sqrt{5}$: $\sqrt{2}$

考点: 正多边形和圆; 勾股定理.

分析: 先画出图形, 分别求出扇形和圆的半径, 再根据面积公式求出面积, 最后求出比值即可.

解答: 解: 如图 1, 连接 OD ,
 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,
 $\therefore \angle DCB = \angle ABO = 90^\circ$, $AB = BC = CD = 1$,
 $\therefore \angle AOB = 45^\circ$,
 $\therefore OB = AB = 1$,

由勾股定理得: $OD = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$.

$\therefore$ 扇形的面积是 $\frac{45\pi \cdot (\sqrt{5})^2}{360} = \frac{5\pi}{8}$;

如图 2, 连接 MB 、 MC ,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是 $\odot M$ 的内接四边形, 四边形 $ABCD$ 是正方形,
 $\therefore \angle BMC = 90^\circ$, $MB = MC$,
 $\therefore \angle MCB = \angle MBC = 45^\circ$,
 $\therefore BC = 1$,

$\therefore MC = MB = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\therefore \odot M$ 的面积是 $\pi \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\pi$,

$\therefore \frac{5\pi}{8} \div \left(\frac{1}{2}\pi\right) = \frac{5}{4}$,

故选 A.

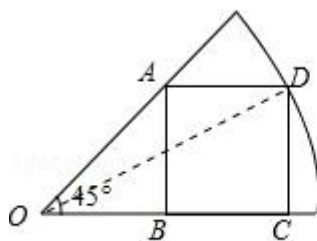


图1

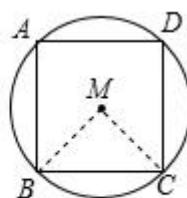


图2

点评: 本题考查了正方形性质, 圆内接四边形性质, 扇形的面积公式的应用, 解此题的关键是求出扇形和圆的面积, 题目比较好, 难度适中.

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

11. (4 分) (2014•金华) 写出一个解为 $x \geq 1$ 的一元一次不等式 $x+1 \geq 2$.

考点: 不等式的解集.

专题: 开放型.

分析: 根据不等式的解集, 可得不等式.

解答: 解: 写出一个解为 $x \geq 1$ 的一元一次不等式 $x+1 \geq 2$,
故答案为: $x+1 \geq 2$.

点评: 本题考查了不等式的解集, 注意符合条件的不等式有无数个, 写一个即可.

12. (4分) (2014•金华) 分式方程 $\frac{3}{2x-1}=1$ 的解是 $x=2$.

考点: 解分式方程.

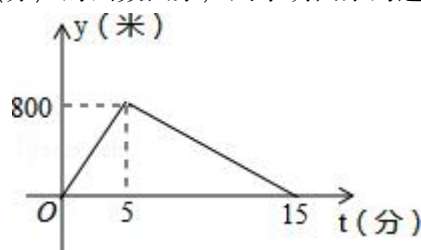
专题: 计算题.

分析: 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

解答: 解: 去分母得: $2x-1=3$,
解得: $x=2$,
经检验 $x=2$ 是分式方程的解.
故答案为: $x=2$.

点评: 此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

13. (4分) (2014•金华) 小明从家跑步到学校, 接着马上原路步行回家. 如图是小明离家的路程 y (米) 与时间 t (分) 的函数图象, 则小明回家的速度是每分钟步行 80 米.



考点: 函数的图象.

分析: 先分析出小明家距学校 800 米, 小明从学校步行回家的时间是 $15-5=10$ (分), 再根据路程、时间、速度的关系即可求得.

解答: 解: 通过读图可知: 小明家距学校 800 米, 小明从学校步行回家的时间是 $15-5=10$ (分),
所以小明回家的速度是每分钟步行 $800 \div 10 = 80$ (米).
故答案为: 80.

点评: 本题主要考查了函数图象, 先得出小明家与学校的距离和回家所需要的时间, 再求解.

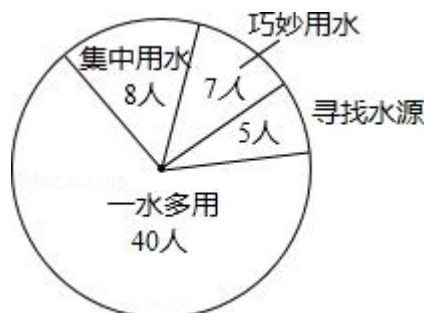
14. (4分) (2014•金华) 小亮对 60 名同学进行节水方法选择的问卷调查 (每人选择一项), 人数统计如图, 如果绘制成扇形统计图, 那么表示“一水多用”的扇形圆心角的度数是 240° .



考点: 扇形统计图.

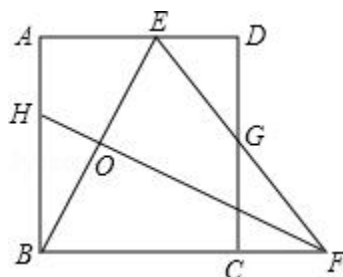
分析: 用周角乘以“一水多用”的所占的百分比即可求得其所占的圆心角的度数.

解答: 解: 表示“一水多用”的扇形圆心角的度数是 $360^\circ \times \frac{40}{40+8+7+5} = 240^\circ$,
故答案为: 240° .



点评: 本题考查了扇形统计图的知识, 能够从统计图中整理出进一步解题的信息是解答本题的关键.

15. (4分) (2014•金华) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=8$, 点 E 是 AD 上的一点, 有 $AE=4$, BE 的垂直平分线交 BC 的延长线于点 F , 连结 EF 交 CD 于点 G . 若 G 是 CD 的中点, 则 BC 的长是 7.



考点: 全等三角形的判定与性质; 线段垂直平分线的性质; 勾股定理; 矩形的性质.

分析: 根据线段中点的定义可得 $CG=DG$, 然后利用“角边角”证明 $\triangle DEG$ 和 $\triangle CFG$ 全等, 根据全等三角形对应边相等可得 $DE=CF$, $EG=FG$, 设 $DE=x$, 表示出 BF , 再利用勾股定理列式求 EG , 然后表示出 EF , 再根据线段垂直平分线上的点到两端点的距离相等可得 $BF=EF$, 然后列出方程求出 x 的值, 从而求出 AD , 再根据矩形的对边相等可得 $BC=AD$.

解答: 解: $\because G$ 是 CD 的中点, $AB=8$,

$$\therefore CG=DG=\frac{1}{2} \times 8=4,$$

在 $\triangle DEG$ 和 $\triangle CFG$ 中,

$$\begin{cases} \angle D = \angle DCF = 90^\circ \\ CG = DG \\ \angle DGE = \angle CGF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle DEG \cong \triangle CFG \text{ (ASA)},$$

$$\therefore DE=CF, EG=FG,$$

设 $DE=x$,

$$\text{则 } BF=BC+CF=AD+CF=4+x+x=4+2x,$$

$$\text{在 } Rt\triangle DEG \text{ 中, } EG=\sqrt{DE^2+DG^2}=\sqrt{x^2+16}.$$

$$\therefore EF = 2\sqrt{x^2 + 16},$$

$\therefore FH$ 垂直平分 BE ,

$\therefore BF = EF$,

$$\therefore 4 + 2x = 2\sqrt{x^2 + 16},$$

解得 $x = 3$,

$$\therefore AD = AE + DE = 4 + 3 = 7,$$

$$\therefore BC = AD = 7.$$

故答案为: 7.

点评: 本题考查了全等三角形的判定与性质, 矩形的性质, 线段垂直平分线上的点到两端点的距离相等的性质, 勾股定理, 熟记各性质并利用勾股定理列出方程是解题的关键.

16. (4分) (2014•金华) 如图2是装有三个小轮的手拉车在“爬”楼梯时的侧面示意图, 定长的轮架杆 OA , OB , OC 抽象为线段, 有 $OA = OB = OC$, 且 $\angle AOB = 120^\circ$, 折线 $NG - GH - HE - EF$ 表示楼梯, GH , EF 是水平线, NG , HE 是铅垂线, 半径相等的小轮子 $\odot A$, $\odot B$ 与楼梯两边都相切, 且 $AO \parallel GH$.

(1) 如图2①, 若点 H 在线段 OB 时, 则 $\frac{BH}{OH}$ 的值是 $\sqrt{3}$;

(2) 如果一级楼梯的高度 $HE = (8\sqrt{3} + 2) \text{ cm}$, 点 H 到线段 OB 的距离 d 满足条件 $d \leq 3 \text{ cm}$, 那么小轮子半径 r 的取值范围是 $(11 - 3\sqrt{3}) \text{ cm} \leq r \leq 8 \text{ cm}$.



图1

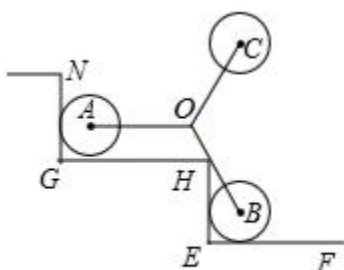


图2①

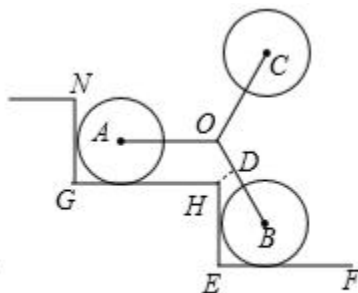


图2②

考点: 圆的综合题.

分析: (1) 作 P 为 $\odot B$ 的切点, 连接 BP 并延长, 作 $OL \perp BP$ 于点 L , 交 GH 于点 M , 求出 ML , OM , 根据 $\frac{BH}{OH} = \frac{ML}{OM}$ 求解,

(2) 作 $HD \perp OB$, P 为切点, 连接 BP , PH 的延长线交 BD 延长线为点 L , 由 $\triangle LDH \sim \triangle LPB$, 得出 $\frac{DL}{PL} = \frac{DH}{PB}$, 再根据 30° 的直角三角形得出线段的关系, 得到 DH

和 r 的关系式, 根据 $0 \leq d \leq 3$ 的限制条件, 列不等式组求范围.

解答: 解: (1) 如图2①, P 为 $\odot B$ 的切点, 连接 BP 并延长, 作 $OL \perp BP$ 于点 L , 交 GH 于点 M ,

故答案为: $(11 - 3\sqrt{3}) \text{ cm} \leq r \leq 8 \text{ cm}$.

点评: 本题主要考查了圆的综合题, 解决本题的关键是作出辅助线, 运用 30° 的直角三角形得出线段的关系.

三、解答题 (共 8 小题, 满分 66 分)

17. (6 分) (2014•金华) 计算: $\sqrt{8} - 4\cos 45^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + |-2|$.

考点: 实数的运算; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

专题: 计算题.

分析: 原式第一项化为最简二次根式, 第二项利用特殊角的三角函数值计算, 第三项利用负指数幂法则计算, 最后一项利用负指数幂法则计算即可得到结果.

解答: 解: 原式 $= 2\sqrt{2} - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 + 2 = 4$.

点评: 此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. (6 分) (2014•金华) 先化简, 再求值: $(x+5)(x-1) + (x-2)^2$, 其中 $x = -2$.

考点: 整式的混合运算—化简求值.

专题: 计算题.

分析: 原式第一项利用多项式乘以多项式法则计算, 第二项利用完全平方公式展开, 去括号合并得到最简结果, 将 x 的值代入计算即可求出值.

解答: 解: 原式 $= x^2 - x + 5x - 5 + x^2 - 4x + 4 = 2x^2 - 1$,
当 $x = -2$ 时, 原式 $= 8 - 1 = 7$.

点评: 此题考查了整式的混合运算—化简求值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

19. (6 分) (2014•金华) 在棋盘建立如图的直角坐标系, 三颗棋子 A , O , B 的位置如图, 它们分别是 $(-1, 1)$, $(0, 0)$ 和 $(1, 0)$.

(1) 如图 2, 添加棋子 C , 使 A , O , B , C 四颗棋子成为一个轴对称图形, 请在图中画出该图形的对称轴;

(2) 在其他格点位置添加一颗棋子 P , 使 A , O , B , P 四颗棋子成为一个轴对称图形, 请直接写出棋子 P 的位置的坐标. (写出 2 个即可)

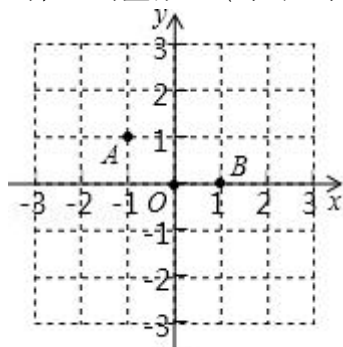


图1

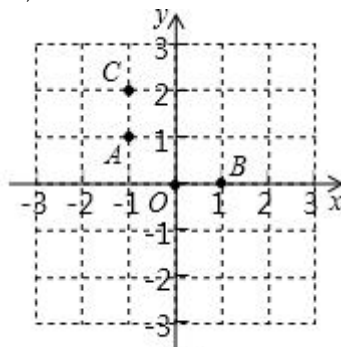


图2

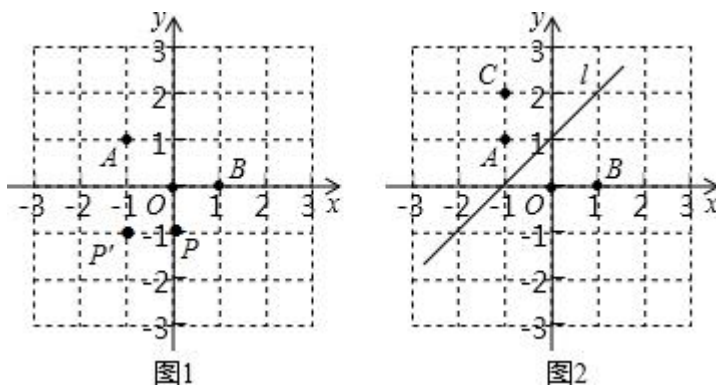
考点: 利用轴对称设计图案; 坐标与图形性质.

分析: (1) 根据 A , B , O , C 的位置, 结合轴对称图形的性质进而画出对称轴即可;

(2) 利用轴对称图形的性质得出 P 点位置.

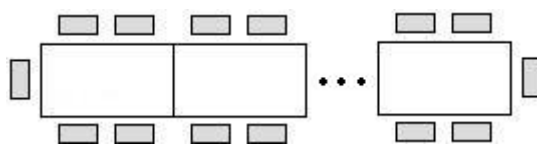
解答: 解: (1) 如图 2 所示: 直线 l 即为所求;

(2) 如图 1 所示: $P(0, -1)$, $P'(-1, -1)$ 都符合题意.



点评: 此题主要考查了利用轴对称设计图案，正确把握轴对称图形的性质是解题关键.

20. (8分) (2014•金华) 一种长方形餐桌的四周可坐6人用餐，现把若干张这样的餐桌按如图方式进行拼接.



- (1) 若把4张、8张这样的餐桌拼接起来，四周分别可坐多少人？
- (2) 若用餐的人数有90人，则这样的餐桌需要多少张？

考点: 规律型：图形的变化类.

分析: (1) 根据图形可知，每张桌子有4个座位，然后再加两端的各一个，于是 n 张桌子就有 $(4n+2)$ 个座位；由此进一步求出问题即可；

(2) 由 (1) 中的规律列方程解答即可.

解答: 解：(1) 1张长方形餐桌的四周可坐 $4+2=6$ 人，
2张长方形餐桌的四周可坐 $4 \times 2+2=10$ 人，
3张长方形餐桌的四周可坐 $4 \times 3+2=14$ 人，

...

n 张长方形餐桌的四周可坐 $4n+2$ 人；

所以4张长方形餐桌的四周可坐 $4 \times 4+2=18$ 人，

8张长方形餐桌的四周可坐 $4 \times 8+2=34$ 人.

(2) 设这样的餐桌需要 x 张，由题意得

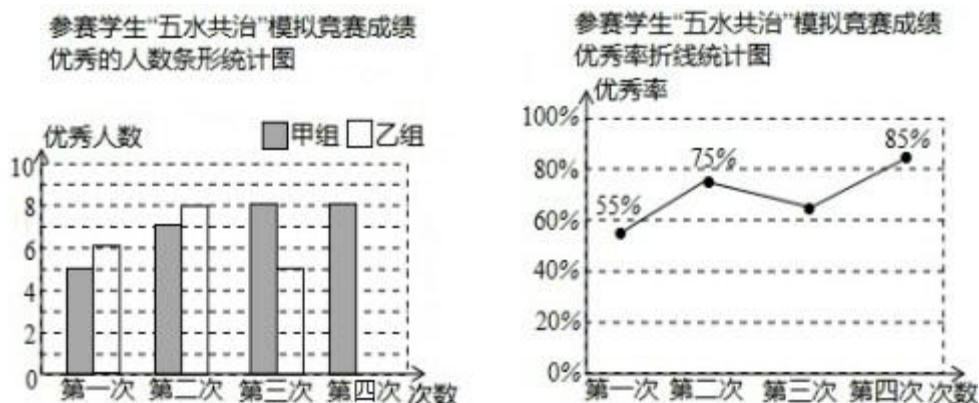
$$4x+2=90$$

解得 $x=22$

答：这样的餐桌需要22张.

点评: 此题考查图形的变化规律，首先应找出哪些部分发生了变化，是按照什么规律变化的，找出规律解决问题.

21. (8分) (2014•金华) 九(3)班为了组队参加学校举行的“五水共治”知识竞赛，在班里选取了若干名学生，分成人数相同的甲乙两组，进行了四次“五水共治”模拟竞赛，成绩优秀的人数和优秀率分别绘制成如图统计图.



根据统计图，解答下列问题：

(1) 第三次成绩的优秀率是多少？并将条形统计图补充完整；

(2) 已求得甲组成绩优秀人数的平均数 $\bar{x}_{\text{甲组}} = 7$ ，方差 $S^2_{\text{甲组}} = 1.5$ ，请通过计算说明，哪一

组成绩优秀的人数较稳定？

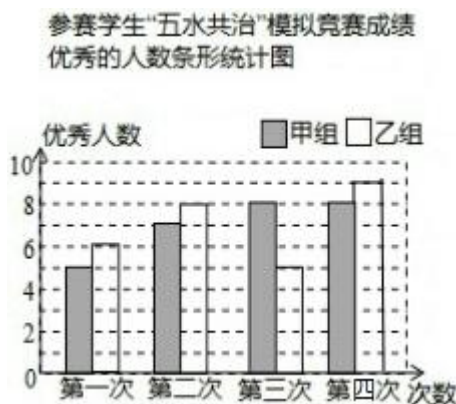
考点： 折线统计图；条形统计图；加权平均数；方差.

分析： (1) 利用优秀率求得总人数，根据优秀率=优秀人数除以总人数计算；

(2) 先根据方差的定义求得乙班的方差，再根据方差越小成绩越稳定，进行判断.

解答： 解：(1) 总人数： $(5+6) \div 55\% = 20$ ，
第三次的优秀率： $(8+5) \div 20 \times 100\% = 65\%$ ，
 $20 \times 85\% - 8 = 17 - 8 = 9$.

补全条形统计图，如图所示：



$$(2) \bar{x}_{\text{乙组}} = (6+8+5+9) \div 4 = 7,$$

$$S^2_{\text{乙组}} = \frac{1}{4} \times [(6-7)^2 + (8-7)^2 + (5-7)^2 + (9-7)^2] = 2.5,$$

$S^2_{\text{甲组}} < S^2_{\text{乙组}}$ ，所以甲组成绩优秀的人数较稳定.

点评： 本本题考查了优秀率、平均数和方差等概念以及运用. 它反映了一组数据的波动大小，方差越大，波动性越大，反之也成立.

22. (10 分) (2014•金华) 【合作学习】

如图，矩形 $ABCD$ 的两边 OB ， OD 都在坐标轴的正半轴上， $OD=3$ ，另两边与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k\neq 0$) 的图象分别相交于点 E ， F ，且 $DE=2$ 。过点 E 作 $EH\perp x$ 轴于点 H ，过点 F 作 $FG\perp EH$ 于点 G 。回答下面的问题：

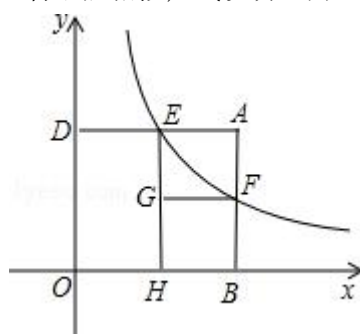
①该反比例函数的解析式是什么？

②当四边形 $AEGF$ 为正方形时，点 F 的坐标时多少？

(1) 阅读合作学习内容，请解答其中的问题；

(2) 小亮进一步研究四边形 $AEGF$ 的特征后提出问题：“当 $AE>EG$ 时，矩形 $AEGF$ 与矩形 $DOHE$ 能否全等？能否相似？”

针对小亮提出的问题，请你判断这两个矩形能否全等？直接写出结论即可；这两个矩形能否相似？若能相似，求出相似比；若不能相似，试说明理由。



考点：反比例函数综合题.

专题：综合题.

分析：(1) ①先根据矩形的性质得到 $D(0, 3)$ ，然后利用反比例函数图象上点的坐标特征计算出 $k=6$ ，则得到反比例函数解析式为 $y=\frac{6}{x}$ ；

②设正方形 $AEGF$ 的边长为 a ，则 $AE=AF=a$ ，根据坐标与图形的关系得到 $B(2+a, 0)$ ， $A(2+a, 3)$ ，所以 F 点坐标为 $(2+a, 3-a)$ ，于是利用反比例函数图象上点的坐标特征得 $(2+a)(3-a)=6$ ，然后解一元二次方程可确定 a 的值，从而得到 F 点坐标；

(2) 当 $AE>EG$ 时，假设矩形 $AEGF$ 与矩形 $DOHE$ 全等，则 $AE=OD=3$ ， $AF=DE=2$ ，则得到 F 点坐标为 $(3, 3)$ ，根据反比例函数图象上点的坐标特征可判断点 $F(3, 3)$ 不在反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象上，由此得到矩形 $AEGF$ 与矩形 $DOHE$ 不能全等；

当 $AE>EG$ 时，若矩形 $AEGF$ 与矩形 $DOHE$ 相似，根据相似的性质得 $AE:OD=AF:DE$ ，即 $\frac{AE}{AF}=\frac{OD}{DE}=\frac{3}{2}$ ，设 $AE=3t$ ，则 $AF=2t$ ，得到 F 点坐标为 $(2+3t, 3-2t)$ ，

利用反比例函数图象上点的坐标特征得 $(2+3t)(3-2t)=6$ ，解得 $t_1=0$ (舍去)， $t_2=\frac{5}{6}$ ，

则 $AE=3t=\frac{5}{2}$ ，于是得到相似比 $=\frac{AE}{OD}=\frac{5}{6}$ 。

解答：解：(1) ① $\because$ 四边形 $ABOD$ 为矩形， $EH\perp x$ 轴，
而 $OD=3$ ， $DE=2$ ，
 $\therefore E$ 点坐标为 $(2, 3)$ ，
 $\therefore k=2\times 3=6$ ，

∴反比例函数解析式为 $y = \frac{6}{x}$ ($x > 0$) ;

②设正方形 $AEFG$ 的边长为 a , 则 $AE = AF = a$,

∴ B 点坐标为 $(2+a, 0)$, A 点坐标为 $(2+a, 3)$,

∴ F 点坐标为 $(2+a, 3-a)$,

把 $F(2+a, 3-a)$ 代入 $y = \frac{6}{x}$ 得 $(2+a)(3-a) = 6$, 解得 $a_1 = 1$, $a_2 = 0$ (舍去),

∴ F 点坐标为 $(3, 2)$;

(2) 当 $AE > EG$ 时, 矩形 $AEFG$ 与矩形 $DOHE$ 不能全等. 理由如下:

假设矩形 $AEFG$ 与矩形 $DOHE$ 全等, 则 $AE = OD = 3$, $AF = DE = 2$,

∴ A 点坐标为 $(5, 3)$,

∴ F 点坐标为 $(3, 3)$,

而 $3 \times 3 = 9 \neq 6$,

∴ F 点不在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上,

∴矩形 $AEFG$ 与矩形 $DOHE$ 不能全等;

当 $AE > EG$ 时, 矩形 $AEFG$ 与矩形 $DOHE$ 能相似.

∵矩形 $AEFG$ 与矩形 $DOHE$ 能相似,

∴ $AE : OD = AF : DE$,

$$\therefore \frac{AE}{AF} = \frac{OD}{DE} = \frac{3}{2},$$

设 $AE = 3t$, 则 $AF = 2t$,

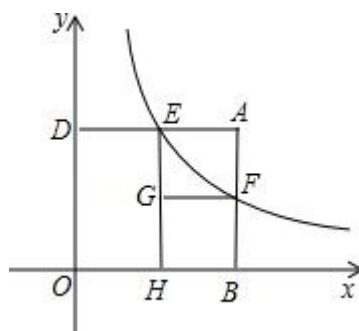
∴ A 点坐标为 $(2+3t, 3)$,

∴ F 点坐标为 $(2+3t, 3-2t)$,

把 $F(2+3t, 3-2t)$ 代入 $y = \frac{6}{x}$ 得 $(2+3t)(3-2t) = 6$, 解得 $t_1 = 0$ (舍去), $t_2 = \frac{5}{6}$,

$$\therefore AE = 3t = \frac{5}{2},$$

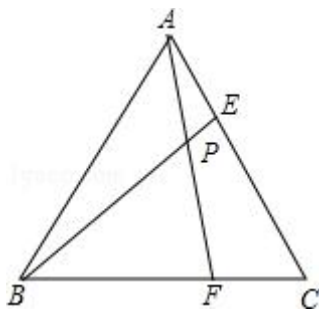
$$\therefore \text{相似比} = \frac{AE}{OD} = \frac{\frac{5}{2}}{3} = \frac{5}{6}.$$



点评: 本题考查了反比例函数的综合题: 掌握反比例函数图象上点的坐标特征、矩形的性质和图形全等的性质、相似的性质; 理解图形与坐标的关系; 会解一元二次方程.

23. (10 分) (2014•金华) 等边三角形 ABC 的边长为 6, 在 AC , BC 边上各取一点 E , F , 连接 AF , BE 相交于点 P .

- (1) 若 $AE=CF$;
 ①求证: $AF=BE$, 并求 $\angle APB$ 的度数;
 ②若 $AE=2$, 试求 $AP \cdot AF$ 的值;
 (2) 若 $AF=BE$, 当点 E 从点 A 运动到点 C 时, 试求点 P 经过的路径长.



考点: 相似三角形的判定与性质; 全等三角形的判定与性质; 等边三角形的性质.

分析: (1) ①证明 $\triangle ABE \cong \triangle CAF$, 借用外角即可以得到答案; ②利用勾股定理求得 AF 的长度, 再用平行线分线段成比例定理或者三角形相似及求得 $\frac{AP}{AF}$ 的比值, 即可以得到答案.

(2) 当点 F 靠近点 C 的时候点 P 的路径是一段弧, 由题目不难看出当 E 为 AC 的中点的时候, 点 P 经过弧 AB 的中点, 此时 $\triangle ABP$ 为等腰三角形, 继而求得半径和对应的圆心角的度数, 求得答案. 点 F 靠近点 B 时, 点 P 的路径就是过点 B 向 AC 做的垂线段的长度;

解答: (1) ①证明: $\because \triangle ABC$ 为等边三角形,

$$\therefore AB=AC, \angle C=\angle CAB=60^\circ,$$

$$\text{又} \because AE=CF,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CAF$ 中,

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAE=\angle CAF, \\ AE=CF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CAF \text{ (SAS)},$$

$$\therefore AF=BE, \angle ABE=\angle CAF.$$

$$\text{又} \because \angle APE=\angle ABP+\angle BAP,$$

$$\therefore \angle APE=\angle BAP+\angle CAF=60^\circ.$$

$$\therefore \angle APB=120^\circ.$$

②如图, 过点 E 作 $EH \parallel BC$, 交 AF 于 H , $AM \perp BC$, 垂足为 M ,

$$\because AE=CF=2, \triangle ABC \text{ 为等边三角形}, AB=BC=AC=6,$$

$$\therefore MF=1, AM=3\sqrt{3},$$

根据勾股定理, $AF=2\sqrt{7}$;

$$\because EH \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{AH}{AF} = \frac{HE}{CF} = \frac{AE}{AC} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{HE}{BF} = \frac{HP}{PF} = \frac{1}{6},$$

$$\therefore \frac{AP}{AF} = \frac{3}{7},$$

$$\therefore AP \cdot AF = \frac{3}{7} AF^2 = \frac{3}{7} \cdot (2\sqrt{7})^2 = 12.$$

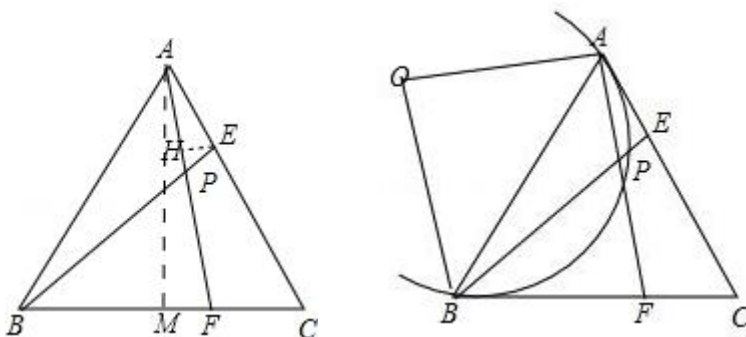
(2) ①当点 F 靠近点 C 的时候点 P 的路径是一段弧，由题目不难看出当 E 为 AC 的中点的时候，点 P 经过弧 AB 的中点，此时 $\triangle ABP$ 为等腰三角形，且 $\angle ABP = \angle BAP = 30^\circ$ ，
 $\therefore \angle AOB = 120^\circ$ ，

又 $\because AB = 6$ ，

$$\therefore OA = 2\sqrt{3}.$$

$$\text{点 } P \text{ 的路径长 } l = \frac{n\pi r}{180} = \frac{120\pi \cdot 2\sqrt{3}}{180} = \frac{4\sqrt{3}}{3}\pi.$$

(2) 点 F 靠近点 B 时，点 P 的路径就是过点 B 向 AC 做的垂线段的长度；因为等边三角形 ABC 的边长为 6，所以点 P 的路径的长度为： $\sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$.



点评： 本题考查了等边三角形性质的综合应用以及相似三角形的判定及性质的应用，解答本题的关键是注意转化思想的运用.

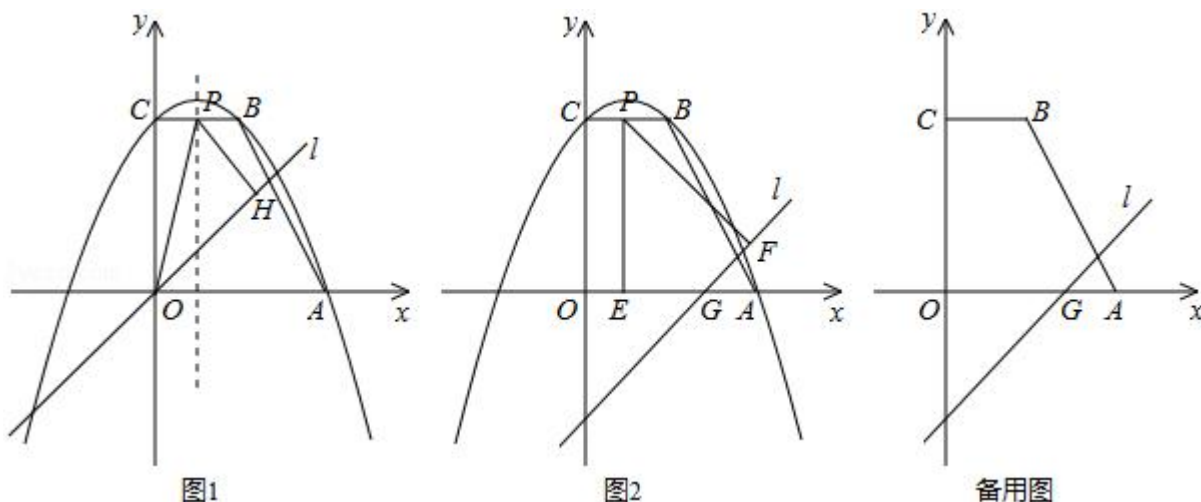
24. (12 分) (2014•金华) 如图，直角梯形 $ABCO$ 的两边 OA ， OC 在坐标轴的正半轴上， $BC \parallel x$ 轴， $OA = OC = 4$ ，以直线 $x = 1$ 为对称轴的抛物线过 A ， B ， C 三点.

(1) 求该抛物线的函数解析式；

(2) 已知直线 l 的解析式为 $y = x + m$ ，它与 x 轴交于点 G ，在梯形 $ABCO$ 的一边上取点 P .

①当 $m = 0$ 时，如图 1，点 P 是抛物线对称轴与 BC 的交点，过点 P 作 $PH \perp$ 直线 l 于点 H ，连结 OP ，试求 $\triangle OPH$ 的面积；

②当 $m = -3$ 时，过点 P 分别作 x 轴、直线 l 的垂线，垂足为点 E ， F . 是否存在这样的点 P ，使以 P ， E ， F 为顶点的三角形是等腰三角形？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.



考点：二次函数综合题.

分析：(1) 利用待定系数法求出抛物线的解析式；

(2) ①如答图 1，作辅助线，利用关系式 $S_{\triangle OPH} = S_{\triangle OMH} - S_{\triangle OMP}$ 求解；

②本问涉及复杂的分类讨论，如答图 2 所示. 由于点 P 可能在 OC 、 BC 、 BK 、 AK 、 OA 上，而等腰三角形本身又有三种情形，故讨论与计算的过程比较复杂，需要耐心细致、考虑全面.

解答：解：(1) 由题意得： $A(4, 0)$ ， $C(0, 4)$.

设抛物线的解析式为 $y = ax^2 + bx + c$ ，则有

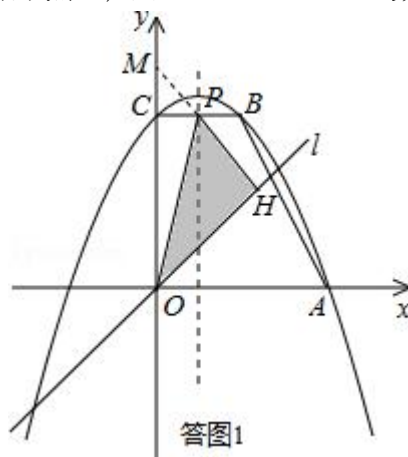
$$\begin{cases} 16a + 4b + c = 0 \\ c = 4 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 1 \\ c = 4 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的函数解析式为： $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$.

(2) ①当 $m=0$ 时，直线 $l: y=x$.

$\because$ 抛物线对称轴为 $x=1$ ， $\therefore CP=1$.

如答图 1，延长 HP 交 y 轴于点 M ，则 $\triangle OMH$ 、 $\triangle CMP$ 均为等腰直角三角形.



$\therefore CM=CP=1$ ， $\therefore OM=OC+CM=5$.

$$S_{\triangle OPH} = S_{\triangle OMH} - S_{\triangle OMP} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} OM \right)^2 - \frac{1}{2} OM \cdot OP = \frac{1}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \times 5 \right)^2 - \frac{1}{2} \times 5 \times 1 = \frac{25}{4} - \frac{5}{2} = \frac{15}{4}$$

$$\therefore S_{\triangle OPH} = \frac{15}{4}.$$

②当 $m = -3$ 时, 直线 $l: y = x - 3$.

设直线 l 与 x 轴、 y 轴交于点 G 、点 D , 则 $G(3, 0)$, $D(-3, 0)$.

假设存在满足条件的点 P .

a) 当点 P 在 OC 边上时, 如答图 2-1 所示, 此时点 E 与点 O 重合.

设 $PE = a$ ($0 < a \leq 4$),

$$\text{则 } PD = 3 + a, PF = \frac{\sqrt{2}}{2}PD = \frac{\sqrt{2}}{2}(3 + a).$$

$$\text{过点 } F \text{ 作 } FN \perp y \text{ 轴于点 } N, \text{ 则 } FN = PN = \frac{\sqrt{2}}{2}PF, \therefore EN = |PN - PE| = \left| \frac{\sqrt{2}}{2}PF - PE \right|.$$

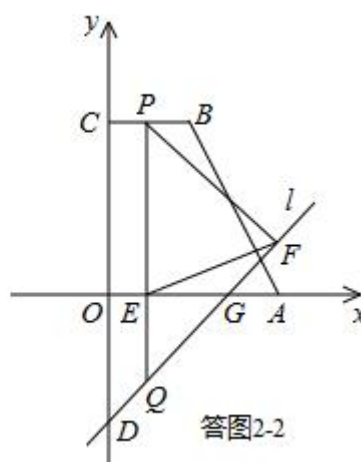
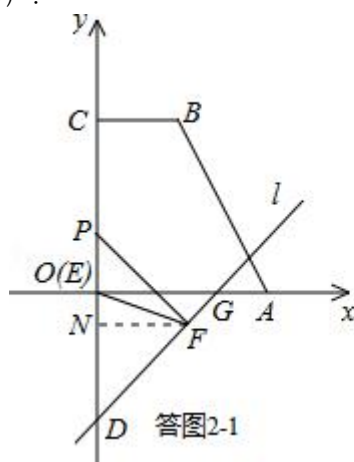
$$\text{在 } Rt\triangle ENF \text{ 中, 由勾股定理得: } EF = \sqrt{EN^2 + FN^2} = \sqrt{PE^2 - \sqrt{2}PE \cdot PF + PF^2}.$$

若 $PE = PF$, 则: $a = \frac{\sqrt{2}}{2}(3 + a)$, 解得 $a = 3(\sqrt{2} + 1) > 4$, 故此种情形不存在;

若 $PF = EF$, 则: $PF = \sqrt{PE^2 - \sqrt{2}PE \cdot PF + PF^2}$, 整理得 $PE = \sqrt{2}PF$, 即 $a = 3 + a$, 不成立, 故此种情形不存在;

若 $PE = EF$, 则: $PE = \sqrt{PE^2 - \sqrt{2}PE \cdot PF + PF^2}$, 整理得 $PF = \sqrt{2}PE$, 即 $\frac{\sqrt{2}}{2}(3 + a) = \sqrt{2}a$, 解得 $a = 3$.

$\therefore P(0, 3)$.



b) 当点 P 在 BC 边上时, 如答图 2 所示, 此时 $PE = 4$.

设 $CP = a$ ($0 \leq a \leq 2$), 则 $P(a, 4)$;

设直线 PE 与直线 l 交点为 Q , 则 $Q(a, a - 3)$, $\therefore PQ = 7 - a$.

$$\therefore PF = \frac{\sqrt{2}}{2}(7 - a).$$

$$\text{与 a) 同理, 可求得: } EF = \sqrt{PE^2 - \sqrt{2}PE \cdot PF + PF^2}.$$

若 $PE = PF$, 则 $\frac{\sqrt{2}}{2}(7 - a) = 4$, 解得 $a = 7 - 4\sqrt{2} > 2$, 故此种情形不存在;

若 $PF = EF$, 则 $PF = \sqrt{PE^2 - \sqrt{2}PE \cdot PF + PF^2}$, 整理得 $PE = \sqrt{2}PF$, 即 $4 = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}(7 - a)$,

解得 $a=3 > 2$, 故此种情形不存在;

若 $PE=EF$, 则 $PE=\sqrt{PE^2 - \sqrt{2}PE \cdot PF + PF^2}$, 整理得 $PF=\sqrt{2}PE$, 即 $\frac{\sqrt{2}}{2}(7-a)=4\sqrt{2}$,

解得 $a=-1$, 故此种情形不存在.

$\because A(4, 0), B(2, 4), \therefore$ 可求得直线 AB 解析式为: $y=-2x+8$;

联立 $y=-2x+8$ 与 $y=x-3$, 解得 $x=\frac{11}{3}, y=\frac{2}{3}$.

设直线 BC 与直线 l 交于点 K , 则 $K(\frac{11}{3}, \frac{2}{3})$.

c) 当点 P 在线段 BK 上时, 如答图 2-3 所示.

设 $P(a, 8-2a) (2 \leq a \leq \frac{11}{3})$, 则 $Q(a, a-3)$,

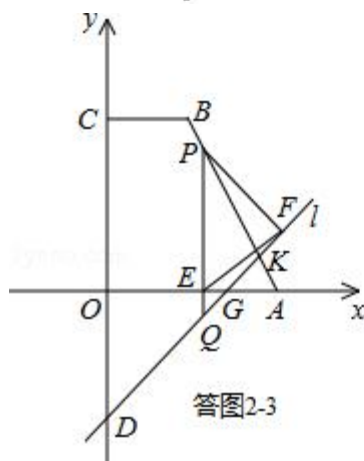
$\therefore PE=8-2a, PQ=11-3a, \therefore PF=\frac{\sqrt{2}}{2}(11-3a)$.

与 a) 同理, 可求得: $EF=\sqrt{PE^2 - \sqrt{2}PE \cdot PF + PF^2}$.

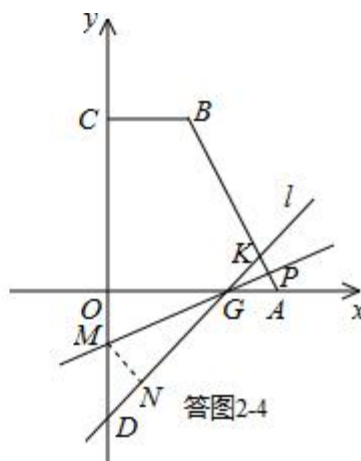
若 $PE=PF$, 则 $8-2a=\frac{\sqrt{2}}{2}(11-3a)$, 解得 $a=1-2\sqrt{2} < 0$, 故此种情形不存在;

若 $PF=EF$, 则 $PF=\sqrt{PE^2 - \sqrt{2}PE \cdot PF + PF^2}$, 整理得 $PE=\sqrt{2}PF$, 即 $8-2a=\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}(11-3a)$, 解得 $a=3$, 符合条件, 此时 $P(3, 2)$;

若 $PE=EF$, 则 $PE=\sqrt{PE^2 - \sqrt{2}PE \cdot PF + PF^2}$, 整理得 $PF=\sqrt{2}PE$, 即 $\frac{\sqrt{2}}{2}(11-3a)=\sqrt{2}(8-2a)$, 解得 $a=5 > \frac{11}{3}$, 故此种情形不存在.



答图2-3



答图2-4

d) 当点 P 在线段 KA 上时, 如答图 2-4 所示.

$\because PE, PF$ 夹角为 135° , $\therefore$ 只可能是 $PE=PF$ 成立.

$\therefore$ 点 P 在 $\angle KGA$ 的平分线上.

设此角平分线与 y 轴交于点 M , 过点 M 作 $MN \perp$ 直线 l 于点 N , 则 $OM=MN, MD=\sqrt{2}MN$, 由 $OD=OM+MD=3$, 可求得 $M(0, 3-3\sqrt{2})$.

又 $G(3, 0)$, 可求得直线 MG 的解析式为: $y=(\sqrt{2}-1)x+3-3\sqrt{2}$.

联立直线 $MG: y=(\sqrt{2}-1)x+3-3\sqrt{2}$ 与直线 $AB: y=-2x+8$,

可求得: $P(1+2\sqrt{2}, 6-4\sqrt{2})$.

e) 当点 P 在 OA 边上时, 此时 $PE=0$, 等腰三角形不存在.

综上所述, 存在满足条件的点 P , 点 P 坐标为: $(0, 3)$ 、 $(3, 2)$ 、 $(1+2\sqrt{2}, 6-4\sqrt{2})$.

点评: 本题是二次函数压轴题, 涉及二次函数的图象与性质、待定系数法、图形面积、勾股定理、角平分线性质的知识点, 重点考查了分类讨论的数学思想. 第 (2) ② 问中涉及复杂的分类讨论, 使得试题的难度较大.