

2014 年浙江省湖州市中考数学试卷

一、选择题 (共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. (2014•湖州) -3 的倒数是 ()

- A. -3 B. 3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

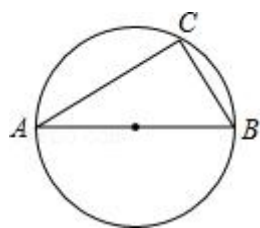
2. (2014•湖州) 计算 $2x(3x^2+1)$, 正确的结果是 ()

- A. $5x^3+2x$ B. $6x^3+1$ C. $6x^3+2x$ D. $6x^2+2x$

3. (2014•湖州) 二次根式 $\sqrt{x-1}$ 中字母 x 的取值范围是 ()

- A. $x < 1$ B. $x \leq 1$ C. $x > 1$ D. $x \geq 1$

4. (2014•湖州) 如图, 已知 AB 是 $\triangle ABC$ 外接圆的直径, $\angle A=35^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数是 ()

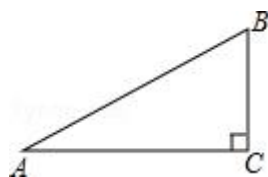


- A. 35° B. 45° C. 55° D. 65°

5. (2014•湖州) 数据 $-2, -1, 0, 1, 2$ 的方差是 ()

- A. 0 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. 4

6. (2014•湖州) 如图, 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=4$, $\tan A=\frac{1}{2}$, 则 BC 的长是 ()

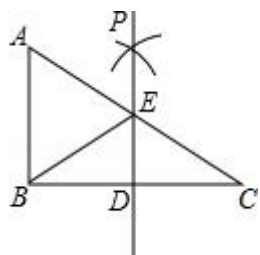


- A. 2 B. 8 C. $2\sqrt{5}$ D. $4\sqrt{5}$

7. (2014•湖州) 已知一个布袋里装有 2 个红球, 3 个白球和 a 个黄球, 这些球除颜色外其余都相同. 若从该布袋里任意摸出 1 个球, 是红球的概率为 $\frac{1}{3}$, 则 a 等于 ()

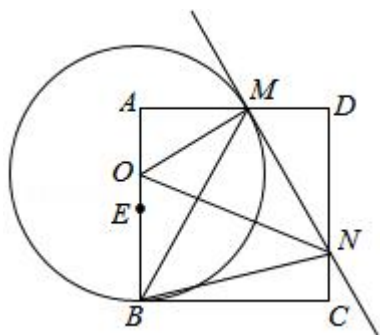
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. (2014•湖州) 如图, 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 点 D 是 BC 边的中点, 分别以 B 、 C 为圆心, 大于线段 BC 长度一半的长为半径圆弧, 两弧在直线 BC 上方的交点为 P , 直线 PD 交 AC 于点 E , 连接 BE , 则下列结论: ① $ED \perp BC$; ② $\angle A = \angle EBA$; ③ EB 平分 $\angle AED$; ④ $ED = \frac{1}{2}AB$ 中, 一定正确的是 ()



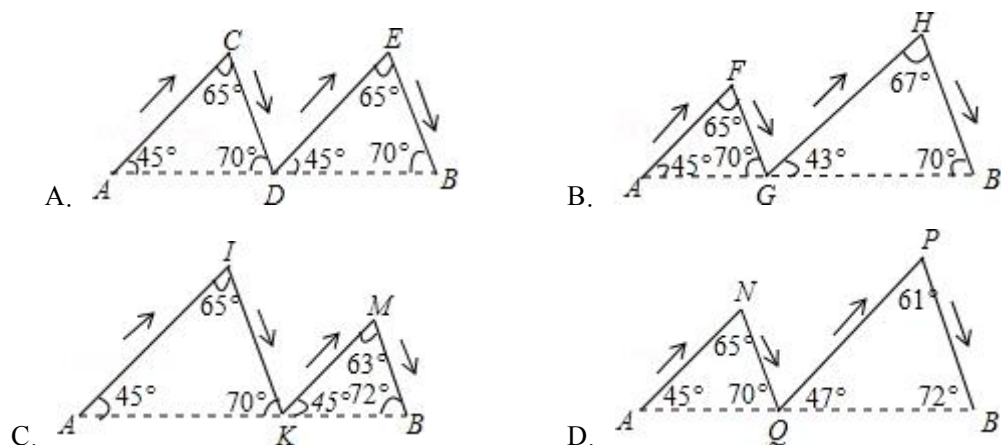
- A. ①②③ B. ①②④ C. ①③④ D. ②③④

9. (2014•湖州) 如图, 已知正方形 $ABCD$, 点 E 是边 AB 的中点, 点 O 是线段 AE 上的一个动点 (不与 A 、 E 重合), 以 O 为圆心, OB 为半径的圆与边 AD 相交于点 M , 过点 M 作 $\odot O$ 的切线交 DC 于点 N , 连接 OM 、 ON 、 BM 、 BN . 记 $\triangle MNO$ 、 $\triangle AOM$ 、 $\triangle DMN$ 的面积分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 , 则下列结论不一定成立的是 ()



- A. $S_1 > S_2 + S_3$ B. $\triangle AOM \sim \triangle DMN$ C. $\angle MBN = 45^\circ$ D. $MN = AM + CN$

10. (2014•湖州) 在连接 A 地与 B 地的线段上有四个不同的点 D 、 G 、 K 、 Q , 下列四幅图中的实线分别表示某人从 A 地到 B 地的不同行进路线 (箭头表示行进的方向), 则路程最长的行进路线图是 ()



二、填空题 (共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. (2014•湖州) 方程 $2x - 1 = 0$ 的解是 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

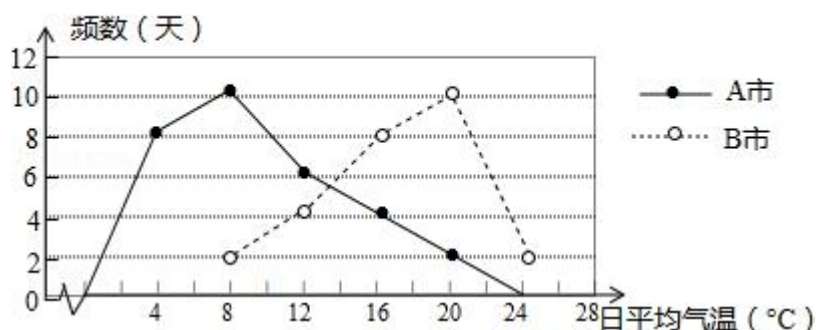
12. (2014•湖州) 如图, 由四个小正方体组成的几何体中, 若每个小正方体的棱长都是 1, 则该几何体俯视图的面积是_____.



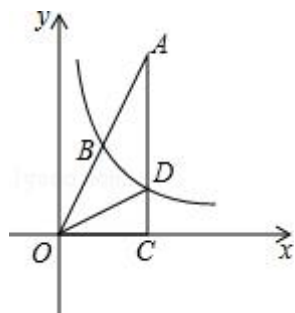
13. (2014•湖州) 计算: $50^\circ - 15^\circ 30' =$ _____.

14. (2014•湖州) 下面的频数分布折线图分别表示我国 A 市与 B 市在 2014 年 4 月份的日平均气温的情况, 记该月 A 市和 B 市日平均气温是 8°C 的天数分别为 a 天和 b 天, 则 $a+b=$ _____.

我国A市与B市在2014年4月份日平均气温的频数分布折线图



15. (2014•湖州) 如图, 已知在 $\text{Rt}\triangle OAC$ 中, O 为坐标原点, 直角顶点 C 在 x 轴的正半轴上, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在第一象限的图象经过 OA 的中点 B, 交 AC 于点 D, 连接 OD. 若 $\triangle OCD \sim \triangle ACO$, 则直线 OA 的解析式为_____.



16. (2014•湖州) 已知当 $x_1=a$, $x_2=b$, $x_3=c$ 时, 二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + mx$ 对应的函数值分别为 y_1 , y_2 , y_3 , 若正整数 a, b, c 恰好是一个三角形的三边长, 且当 $a < b < c$ 时, 都有 $y_1 < y_2 < y_3$, 则实数 m 的取值范围是_____.

三、解答题（共 8 小题，共 66 分）

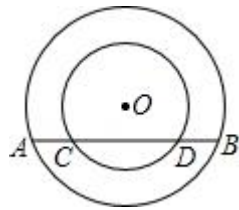
17. (2014•湖州) 计算: $(3+a)(3-a)+a^2$.

18. (2014•湖州) 解方程组
$$\begin{cases} 3x+y=7 \\ 2x-y=3 \end{cases}$$
.

19. (2014•湖州) 已知在以点 O 为圆心的两个同心圆中, 大圆的弦 AB 交小圆于点 C, D (如图).

(1) 求证: $AC=BD$;

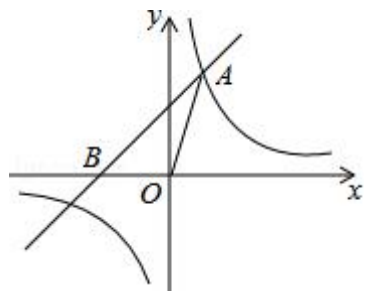
(2) 若大圆的半径 $R=10$, 小圆的半径 $r=8$, 且圆 O 到直线 AB 的距离为 6, 求 AC 的长.



20. (2014•湖州) 如图, 已知在平面直角坐标系 xOy 中, O 是坐标原点, 点 A (2, 5) 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上, 过点 A 的直线 $y=x+b$ 交 x 轴于点 B.

(1) 求 k 和 b 的值;

(2) 求 $\triangle OAB$ 的面积.



21. (2014•湖州) 已知 2014 年 3 月份在某医院出生的 20 名新生婴儿的体重如下 (单位: kg)

4.7 2.9 3.2 3.5 3.8 3.4 2.8 3.3 4.0 4.5
3.6 4.8 4.3 3.6 3.4 3.5 3.6 3.5 3.7 3.7

某医院 2014 年 3 月份 20 名新生儿体重的频数分布表

组别 (kg)	划记	频数
2.75 – 3.15	略	2
3.15 – 3.55	略	7
3.55 – 3.95	正一	6
3.95 – 4.35	略	2
4.35 – 4.75	略	2
4.75 – 5.15	略	1
合计	20	

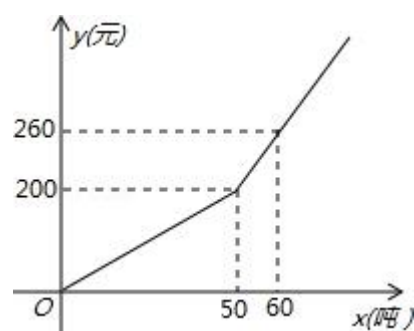
- (1) 求这组数据的极差;
- (2) 若以 0.4kg 为组距, 对这组数据进行分组, 制作了如下的“某医院 2014 年 3 月份 20 名新生婴儿体重的频数分布表” (部分空格未填), 请在频数分布表的空格中填写相关的量 (温馨提示: 请在答题卷的对应位置填写, 填写在试题卷上无效)
- (3) 经检测, 这 20 名婴儿的血型的扇形统计图如图所示 (不完整), 求:
- ①这 20 名婴儿中是 A 型血的人数;
- ②表示 O 型血的扇形的圆心角度数.

22. (2014•湖州) 已知某市 2013 年企业用水量 x (吨) 与该月应交的水费 y (元) 之间的函数关系如图.

(1) 当 $x \geq 50$ 时, 求 y 关于 x 的函数关系式;

(2) 若某企业 2013 年 10 月份的水费为 620 元, 求该企业 2013 年 10 月份的用水量;

(3) 为贯彻省委“五水共治”发展战略, 鼓励企业节约用水, 该市自 2014 年 1 月开始对月用水量超过 80 吨的企业加收污水处理费, 规定: 若企业月用水量 x 超过 80 吨, 则除按 2013 年收费标准收取水费外, 超过 80 吨部分每吨另加收 $\frac{x}{20}$ 元, 若某企业 2014 年 3 月份的水费和污水处理费共 600 元, 求这个企业该月的用水量.



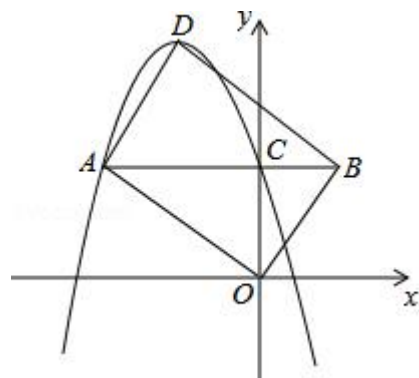
23. (2014•湖州) 如图, 已知在平面直角坐标系 xOy 中, O 是坐标原点, 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ ($c > 0$) 的顶点为 D , 与 y 轴的交点为 C , 过点 C 作 $CA \parallel x$ 轴交抛物线于点 A , 在 AC 延长线上取点 B , 使 $BC = \frac{1}{2}AC$, 连接 OA , OB , BD 和 AD .

(1) 若点 A 的坐标是 $(-4, 4)$

①求 b , c 的值;

②试判断四边形 $AOBD$ 的形状, 并说明理由;

(2) 是否存在这样的点 A , 使得四边形 $AOBD$ 是矩形? 若存在, 请直接写出一个符合条件的点 A 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

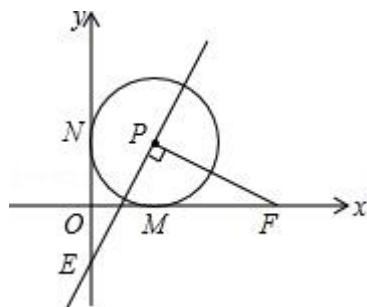


24. (2014•湖州) 已知在平面直角坐标系 xOy 中, O 是坐标原点, 以 $P(1, 1)$ 为圆心的 $\odot P$ 与 x 轴, y 轴分别相切于点 M 和点 N , 点 F 从点 M 出发, 沿 x 轴正方向以每秒 1 个单位长度的速度运动, 连接 PF , 过点 P 作 $PE \perp PF$ 交 y 轴于点 E , 设点 F 运动的时间是 t 秒 ($t > 0$)

(1) 若点 E 在 y 轴的负半轴上 (如图所示), 求证: $PE=PF$;

(2) 在点 F 运动过程中, 设 $OE=a$, $OF=b$, 试用含 a 的代数式表示 b ;

(3) 作点 F 关于点 M 的对称点 F' , 经过 M 、 E 和 F' 三点的抛物线的对称轴交 x 轴于点 Q , 连接 QE . 在点 F 运动过程中, 是否存在某一时刻, 使得以点 Q 、 O 、 E 为顶点的三角形与以点 P 、 M 、 F 为顶点的三角形相似? 若存在, 请直接写出 t 的值; 若不存在, 请说明理由.



2014 年浙江省湖州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (2014•湖州) -3 的倒数是 ()

- A. -3 B. 3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

【分析】根据乘积为 1 的两个数互为倒数，可得到一个数的倒数.

【解答】 -3 的倒数是 $-\frac{1}{3}$ ，故选：D.

【点评】本题考查了倒数，分子分母交换位置是求一个数的倒数的关键.

2. (2014•湖州) 计算 $2x(3x^2+1)$ ，正确的结果是 ()

- A. $5x^3+2x$ B. $6x^3+1$ C. $6x^3+2x$ D. $6x^2+2x$

【分析】原式利用单项式乘以多项式法则计算即可得到结果.

【解答】原式 $= 6x^3 + 2x$ ，故选 C

【点评】此题考查了单项式乘多项式，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

3. (2014•湖州) 二次根式 $\sqrt{x-1}$ 中字母 x 的取值范围是 ()

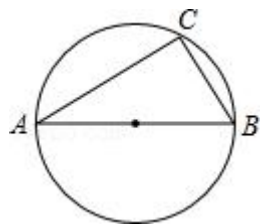
- A. $x < 1$ B. $x \leq 1$ C. $x > 1$ D. $x \geq 1$

【分析】根据被开方数大于等于 0 列式计算即可得解.

【解答】由题意得， $x-1 \geq 0$ ，解得 $x \geq 1$ ，故选 D.

【点评】本题考查的知识点为：二次根式的被开方数是非负数.

4. (2014•湖州) 如图，已知 AB 是 $\triangle ABC$ 外接圆的直径， $\angle A = 35^\circ$ ，则 $\angle B$ 的度数是 ()



- A. 35° B. 45° C. 55° D. 65°

【分析】由 AB 是 $\triangle ABC$ 外接圆的直径，根据直径所对的圆周角是直角，可求得 $\angle C=90^\circ$ ，
 又由 $\angle A=35^\circ$ ，即可求得 $\angle B$ 的度数.

【解答】 $\because AB$ 是 $\triangle ABC$ 外接圆的直径， $\therefore \angle C=90^\circ$ ，

$\because \angle A=35^\circ$ ， $\therefore \angle B=90^\circ - \angle A=55^\circ$. 故选 C.

【点评】此题考查了圆周角定理. 此题比较简单，注意掌握数形结合思想的应用.

5. (2014•湖州) 数据 -2, -1, 0, 1, 2 的方差是 ()

- A. 0 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. 4

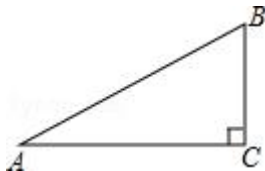
【分析】先求出这组数据的平均数，再根据方差的公式进行计算即可.

【解答】 $\because$ 数据 -2, -1, 0, 1, 2 的平均数是: $(-2-1+0+1+2) \div 5=0$,

$\therefore$ 数据 -2, -1, 0, 1, 2 的方差是: $\frac{1}{5}[(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2]=2$. 故选 C.

【点评】本题考查了方差: 一般地设 n 个数据, $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$, 则方差 $S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\dots+(x_n-\bar{x})^2]$, 它反映了一组数据的波动大小, 方差越大, 波动性越大, 反之也成立.

6. (2014•湖州) 如图, 已知 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=4$, $\tan A=\frac{1}{2}$, 则 BC 的长是 ()



- A. 2 B. 8 C. $2\sqrt{5}$ D. $4\sqrt{5}$

【分析】根据锐角三角函数定义得出 $\tan A=\frac{BC}{AC}$, 代入求出即可.

【解答】 $\because \tan A=\frac{1}{2}=\frac{BC}{AC}$, $AC=4$, $\therefore BC=2$, 故选 A.

【点评】本题考查了锐角三角函数定义的应用, 注意: 在 $Rt\triangle ACB$ 中, $\angle C=90^\circ$,

$$\sin A=\frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}}, \cos A=\frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}}, \tan A=\frac{\angle A \text{ 的对边}}{\angle A \text{ 的邻边}}.$$

7. (2014•湖州) 已知一个布袋里装有 2 个红球, 3 个白球和 a 个黄球, 这些球除颜色外其余都相同. 若从该布袋里任意摸出 1 个球, 是红球的概率为 $\frac{1}{3}$, 则 a 等于 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

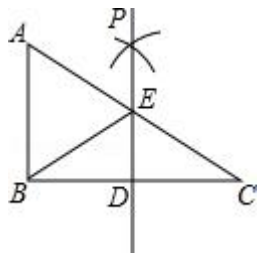
【分析】首先根据题意得： $\frac{2}{2+3+a}=\frac{1}{3}$ ，解此分式方程即可求得答案.

【解答】根据题意得： $\frac{2}{2+3+a}=\frac{1}{3}$ ，解得： $a=1$ ，经检验， $a=1$ 是原分式方程的解，

$\therefore a=1$. 故选 A.

【点评】此题考查了概率公式的应用. 注意用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

8. (2014•湖州) 如图，已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ，点 D 是 BC 边的中点，分别以 B、C 为圆心，大于线段 BC 长度一半的长为半径圆弧，两弧在直线 BC 上方的交点为 P，直线 PD 交 AC 于点 E，连接 BE，则下列结论：① $ED \perp BC$ ；② $\angle A = \angle EBA$ ；③ EB 平分 $\angle AED$ ；④ $ED = \frac{1}{2}AB$ 中，一定正确的是 ()



A. ①②③

B. ①②④

C. ①③④

D. ②③④

【分析】根据作图过程得到 $PB=PC$ ，然后利用 D 为 BC 的中点，得到 PD 垂直平分 BC，从而利用垂直平分线的性质对各选项进行判断即可.

【解答】根据作图过程可知： $PB=PC$ ， $\because$ D 为 BC 的中点，

$\therefore$ PD 垂直平分 BC， $\therefore$ ① $ED \perp BC$ 正确； $\because \angle ABC=90^\circ$ ， $\therefore PD \parallel AB$ ，

$\therefore$ E 为 AC 的中点， $\therefore EC=EA$ ， $\because EB=EC$ ，

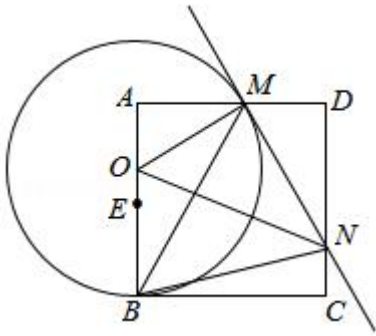
$\therefore$ ② $\angle A = \angle EBA$ 正确；③ EB 平分 $\angle AED$ 错误；④ $ED = \frac{1}{2}AB$ 正确，

故正确的有①②④，故选 B.

【点评】本题考查了基本作图的知识，解题的关键是了解如何作已知线段的垂直平分线，难度中等.

9. (2014•湖州) 如图，已知正方形 ABCD，点 E 是边 AB 的中点，点 O 是线段 AE 上的一个动点 (不与 A、E 重合)，以 O 为圆心，OB 为半径的圆与边 AD 相交于点 M，过点 M 作

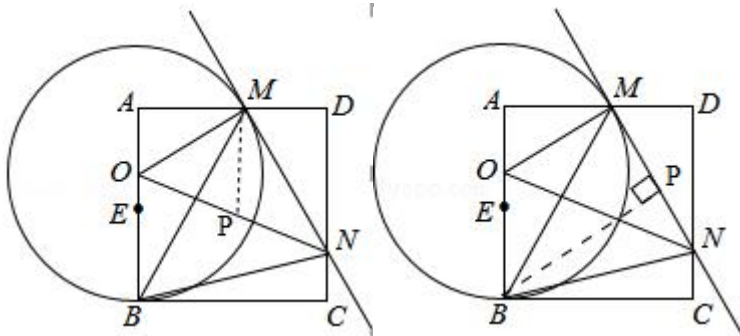
⊙O 的切线交 DC 于点 N，连接 OM、ON、BM、BN. 记△MNO、△AOM、△DMN 的面积分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 ，则下列结论不一定成立的是（ ）



- A. $S_1 > S_2 + S_3$ B. $\triangle AOM \sim \triangle DMN$ C. $\angle MBN = 45^\circ$ D. $MN = AM + CN$

【分析】 (1) 如图作 $MP \parallel AO$ 交 ON 于点 P ，当 $AM = MD$ 时，求得 $S_1 = S_2 + S_3$ ，
 (2) 利用 MN 是 ⊙O 的切线，四边形 $ABCD$ 为正方形，求得 $\triangle AMO \sim \triangle DMN$.
 (3) 作 $BP \perp MN$ 于点 P ，利用 $RT\triangle MAB \cong RT\triangle MPB$ 和 $RT\triangle BPN \cong RT\triangle BCN$ 来证明 C，
 D 成立.

【解答】 (1) 如图，作 $MP \parallel AO$ 交 ON 于点 P ，



∵ 点 O 是线段 AE 上的一个动点，当 $AM = MD$ 时， $S_{\text{梯形 ONDA}} = \frac{1}{2} (OA + DN) \cdot AD$

$S_{\triangle MNO} = \frac{1}{2} MP \cdot AD$ ，∵ $\frac{1}{2} (OA + DN) = MP$ ，∴ $S_{\triangle MNO} = \frac{1}{2} S_{\text{梯形 ONDA}}$ ，∴ $S_1 = S_2 + S_3$ ，

∴ 不一定有 $S_1 > S_2 + S_3$ ，

(2) ∵ MN 是 ⊙O 的切线，∴ $OM \perp MN$ ，

又∵ 四边形 $ABCD$ 为正方形，∴ $\angle A = \angle D = 90^\circ$ ， $\angle AMO + \angle DMN = 90^\circ$ ， $\angle AMO + \angle AOM = 90^\circ$ ，

∴ $\angle AOM = \angle DMN$ ，

在 $\triangle AMO$ 和 $\triangle DMN$ 中， $\begin{cases} \angle A = \angle D \\ \angle AOM = \angle DMN \end{cases}$ ，∴ $\triangle AMO \sim \triangle DMN$. 故 B 成立，

(3) 如图，作 $BP \perp MN$ 于点 P ，

∵ MN ， BC 是 ⊙O 的切线，∴ $\angle PMB = \frac{1}{2} \angle MOB$ ， $\angle CBM = \frac{1}{2} \angle MOB$ ，

$\because AD \parallel BC, \therefore \angle CBM = \angle AMB, \therefore \angle AMB = \angle PMB,$

在 $Rt\triangle MAB$ 和 $Rt\triangle MPB$ 中, $\begin{cases} \angle BPM = \angle BAM \\ \angle PMB = \angle AMB \\ BM = BM \end{cases} \therefore Rt\triangle MAB \cong Rt\triangle MPB \text{ (AAS)}$

$\therefore AM = MP, \angle ABM = \angle MBP, BP = AB = BC,$

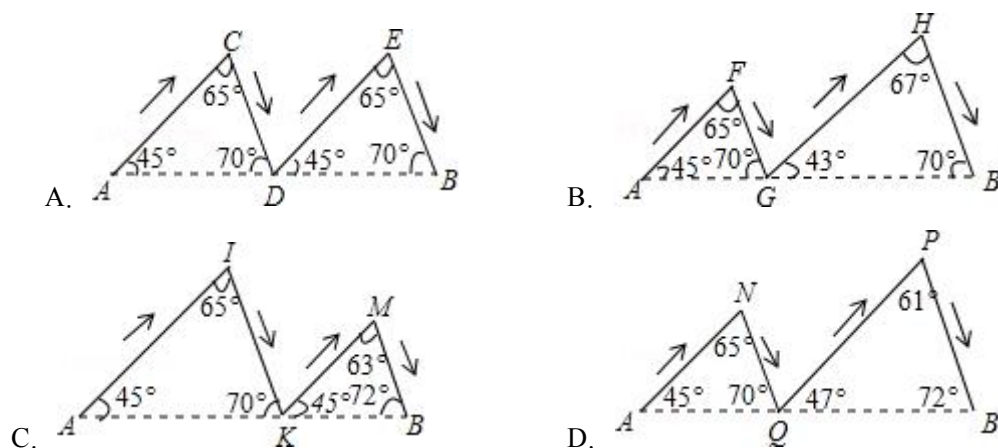
在 $Rt\triangle BPN$ 和 $Rt\triangle BCN$ 中, $\begin{cases} BP = BC \\ BN = BN \end{cases} \therefore Rt\triangle BPN \cong Rt\triangle BCN \text{ (HL)}$

$\therefore PN = CN, \angle PBN = \angle CBN, \therefore \angle MBN = \angle MBP + \angle PBN,$

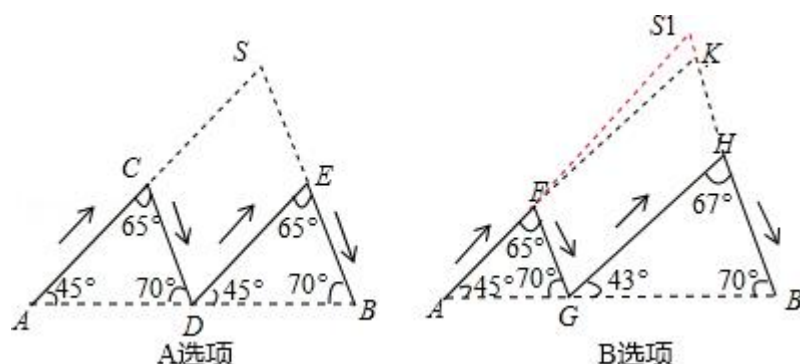
$MN = MN + PN = AM + CN.$ 故 C, D 成立, 综上所述, A 不一定成立, 故选: A.

【点评】 本题主要考查了圆的切线及全等三角形的判定和性质, 关键是作出辅助线利用三角形全等证明.

10. (2014•湖州) 在连接 A 地与 B 地的线段上有四个不同的点 D、G、K、Q, 下列四幅图中的实线分别表示某人从 A 地到 B 地的不同行进路线 (箭头表示行进的方向), 则路程最长的行进路线图是 ()



【分析】 分别构造出平行四边形和三角形, 根据平行四边形的性质和全等三角形的性质进行比较, 即可判断.



【解答】A 选项延长 AC、BE 交于 S， $\because \angle CAE = \angle EDB = 45^\circ$ ， $\therefore AS \parallel ED$ ，则 $SC \parallel DE$ 。

同理 $SE \parallel CD$ ， $\therefore$ 四边形 SCDE 是平行四边形， $\therefore SE = CD$ ， $DE = CS$ ，

即乙走的路线长是： $AC + CD + DE + EB = AC + CS + SE + EB = AS + BS$ ；

B 选项延长 AF、BH 交于 S_1 ，作 $FK \parallel GH$ ，

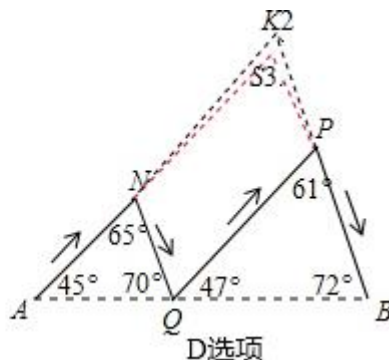
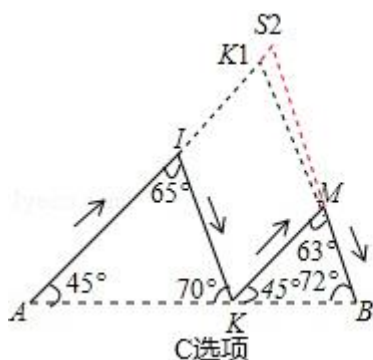
$\because \angle SAB = \angle S_1AB = 45^\circ$ ， $\angle SBA = \angle S_1BA = 70^\circ$ ， $AB = AB$ ， $\therefore \triangle SAB \cong \triangle S_1AB$ ，

$\therefore AS = AS_1$ ， $BS = BS_1$ ， $\because \angle FGH = 67^\circ = \angle GHB$ ， $\therefore FG \parallel KH$ ，

$\because FK \parallel GH$ ， $\therefore$ 四边形 FGHK 是平行四边形， $\therefore FK = GH$ ， $FG = KH$ ，

$\therefore AF + FG + GH + HB = AF + FK + KH + HB$ ， $\because FS_1 + S_1K > FK$ ，

$\therefore AS + BS > AF + FK + KH + HB$ ，即 $AC + CD + DE + EB > AF + FG + GH + HB$ ，



同理可证得 $AI + IK + KM + MB < AS_2 + BS_2 < AN + NQ + QP + PB$ ，又 $\because AS + BS < AS_2 + BS_2$ ，故选 D。

【点评】本题考查了平行线的判定，平行四边形的性质和判定的应用，注意：两组对边分别平行的四边形是平行四边形，平行四边形的对边相等。

二、填空题（共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

11. (2014•湖州) 方程 $2x - 1 = 0$ 的解是 $x = \underline{\quad}$ 。

【分析】此题可有两种方法：

(1) 观察法：根据方程解的定义，当 $x = \frac{1}{2}$ 时，方程左右两边相等；

(2) 根据等式性质计算，即解方程步骤中的移项、系数化为 1。

【解答】移项得： $2x = 1$ ，系数化为 1 得： $x = \frac{1}{2}$ 。

【点评】此题虽很容易，但也要注意方程解的表示方法：填空时应填 $x = \frac{1}{2}$ ，不能直接填 $\frac{1}{2}$ 。

12. (2014•湖州) 如图，由四个小正方体组成的几何体中，若每个小正方体的棱长都是 1，则该几何体俯视图的面积是_____。



【分析】根据从上面看得到的图形是俯视图，可得俯视图，根据矩形的面积公式，可得答案.

【解答】从上面看三个正方形组成的矩形，矩形的面积为 $1 \times 3 = 3$,

故答案为：3.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图，先确定俯视图，再求面积.

13. (2014•湖州) 计算： $50^\circ - 15^\circ 30' = \underline{\hspace{2cm}}$.

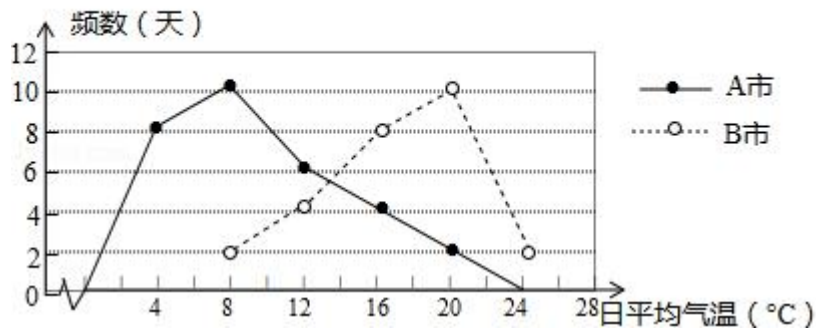
【分析】根据度化成分乘以 60，可得度分的表示方法，根据同单位的相减，可得答案.

【解答】原式 $= 49^\circ 60' - 15^\circ 30' = 34^\circ 30'$ ，故答案为： $34^\circ 30'$.

【点评】此类题是进行度、分、秒的加法计算，相对比较简单，注意以 60 为进制即可.

14. (2014•湖州) 下面的频数分布折线图分别表示我国 A 市与 B 市在 2014 年 4 月份的日平均气温的情况，记该月 A 市和 B 市日平均气温是 8°C 的天数分别为 a 天和 b 天，则 $a+b = \underline{\hspace{2cm}}$.

我国A市与B市在2014年4月份日平均气温的频数分布折线图



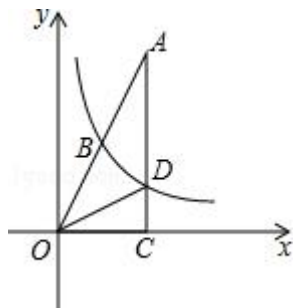
【分析】根据折线图即可求得 a、b 的值，从而求得代数式的值.

【解答】根据图表可得： $a=10$ ， $b=2$ ，则 $a+b=10+2=12$. 故答案是： 12.

【点评】本题考查读频数分布折线图的能力和利用统计图获取信息的能力.

利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题.

15. (2014•湖州) 如图, 已知在 $\text{Rt}\triangle OAC$ 中, O 为坐标原点, 直角顶点 C 在 x 轴的正半轴上, 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k\neq 0$) 在第一象限的图象经过 OA 的中点 B , 交 AC 于点 D , 连接 OD . 若 $\triangle OCD\sim\triangle ACO$, 则直线 OA 的解析式为_____.



【分析】 设 $OC=a$, 根据点 D 在反比例函数图象上表示出 CD , 再根据相似三角形对应边成比例列式求出 AC , 然后根据中点的定义表示出点 B 的坐标, 再根据点 B 在反比例函数图象上表示出 a 、 k 的关系, 然后用 a 表示出点 B 的坐标, 再利用待定系数法求一次函数解析式解答.

【解答】 设 $OC=a$, $\because$ 点 D 在 $y=\frac{k}{x}$ 上, $\therefore CD=\frac{k}{a}$,
 $\because \triangle OCD\sim\triangle ACO$, $\therefore \frac{OC}{CD}=\frac{AC}{OC}$, $\therefore AC=\frac{OC^2}{CD}=\frac{a^3}{k}$, $\therefore$ 点 $A(a, \frac{a^3}{k})$,
 $\because$ 点 B 是 OA 的中点, $\therefore$ 点 B 的坐标为 $(\frac{a}{2}, \frac{a^3}{2k})$, $\because$ 点 B 在反比例函数图象上,
 $\therefore \frac{k}{\frac{a}{2}}=\frac{a^3}{2k}$, 解得, $a^2=2k$, $\therefore$ 点 B 的坐标为 $(\frac{a}{2}, a)$,

设直线 OA 的解析式为 $y=mx$, 则 $m\cdot\frac{a}{2}=a$, 解得 $m=2$, 所以, 直线 OA 的解析式为 $y=2x$.

故答案为: $y=2x$.

【点评】 本题考查了相似三角形的性质, 反比例函数图象上点的坐标特征, 用 OC 的长度表示出点 B 的坐标是解题的关键, 也是本题的难点.

16. (2014•湖州) 已知当 $x_1=a$, $x_2=b$, $x_3=c$ 时, 二次函数 $y=-\frac{1}{2}x^2+mx$ 对应的函数值分别为 y_1 , y_2 , y_3 , 若正整数 a , b , c 恰好是一个三角形的三边长, 且当 $a<b<c$ 时, 都有 $y_1<y_2<y_3$, 则实数 m 的取值范围是_____.

【分析】 根据三角形的任意两边之和大于第三边判断出 a 最小为 2, 再根据二次函数的增减性和对称性判断出对称轴在 2、3 之间偏向 2, 即不大于 2.5, 然后列出不等式求解即可.

【解答】 $\because$ 正整数 a, b, c 恰好是一个三角形的三边长，且 $a < b < c$,

$\therefore a$ 最小是 2, $\because y_1 < y_2 < y_3$, $\therefore -\frac{m}{2 \times \frac{1}{2}} < 2.5$, 解得 $m > -\frac{5}{2}$. 故答案为: $m > -\frac{5}{2}$.

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，三角形的三边关系，判断出 a 最小可以取 2 以及对称轴的位置是解题的关键.

三、解答题 (共 8 小题, 共 66 分)

17. (2014•湖州) 计算: $(3+a)(3-a)+a^2$.

【分析】原式第一项利用平方差公式计算，合并即可得到结果.

【解答】原式 $= 9 - a^2 + a^2 = 9$.

【点评】此题考查了整式的混合运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. (2014•湖州) 解方程组 $\begin{cases} 3x+y=7 \\ 2x-y=3 \end{cases}$.

【分析】方程组利用加减消元法求出解即可.

【解答】 $\begin{cases} 3x+y=7 \text{ ①} \\ 2x-y=3 \text{ ②} \end{cases}$, ①+②得: $5x=10$, 即 $x=2$,

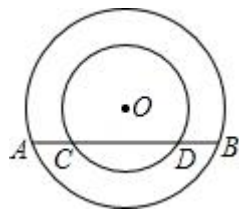
将 $x=2$ 代入①得: $y=1$, 则方程组的解为 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$.

【点评】此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：加减消元法与代入消元法.

19. (2014•湖州) 已知在以点 O 为圆心的两个同心圆中，大圆的弦 AB 交小圆于点 C, D (如图).

(1) 求证: $AC=BD$;

(2) 若大圆的半径 $R=10$, 小圆的半径 $r=8$, 且圆 O 到直线 AB 的距离为 6, 求 AC 的长.



【考点】垂径定理；勾股定理.

【分析】(1) 过 O 作 $OE \perp AB$, 根据垂径定理得到 $AE=BE$, $CE=DE$, 从而得到 $AC=BD$;

(2) 由 (1) 可知, $OE \perp AB$ 且 $OE \perp CD$, 连接 OC , OA , 再根据勾股定理求出 CE 及 AE 的长, 根据 $AC=AE-CE$ 即可得出结论.

解答: (1) 证明: 作 $OE \perp AB$,

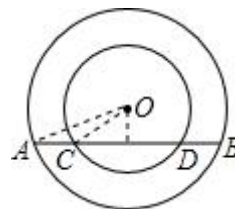
$$\therefore AE=BE, CE=DE,$$

$$\therefore BE-DE=AE-CE, \text{ 即 } AC=BD;$$

(2) $\because$ 由 (1) 可知, $OE \perp AB$ 且 $OE \perp CD$, 连接 OC , OA , $\therefore OE=6$,

$$\therefore CE=\sqrt{OC^2-OE^2}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}, AE=\sqrt{OA^2-OE^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8,$$

$$\therefore AC=AE-CE=8-2\sqrt{7}.$$

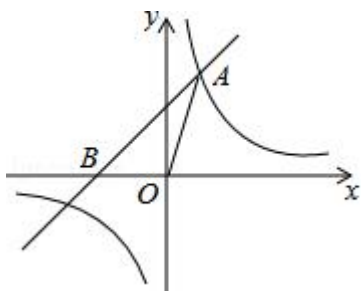


【点评】 本题考查的是垂径定理, 根据题意作出辅助线, 构造出直角三角形是解答此题的关键.

20. (2014•湖州) 如图, 已知在平面直角坐标系 xOy 中, O 是坐标原点, 点 $A(2, 5)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上, 过点 A 的直线 $y=x+b$ 交 x 轴于点 B .

(1) 求 k 和 b 的值;

(2) 求 $\triangle OAB$ 的面积.



【分析】(1) 根据待定系数法, 可得答案;

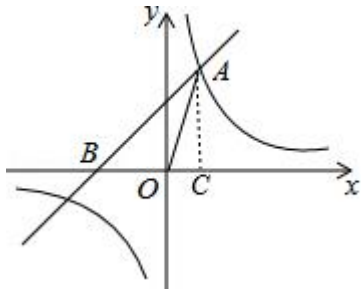
(2) 根据三角形的面积公式, 可得答案.

【解答】(1) 把 $A(2, 5)$ 分别代入 $y=\frac{k}{x}$ 和 $y=x+b$, 得 $\begin{cases} \frac{k}{2}=5 \\ 2+b=5 \end{cases}$, 解得 $k=10$, $b=3$;

(2) 作 $AC \perp x$ 轴于点 C ,

由 (1) 得直线 AB 的解析式为 $y=x+3$, $\therefore$ 点 B 的坐标为 $(-3, 0)$, $OB=3$,

点 A 的坐标是 $(2, 5)$, $\therefore AC=5$, $\therefore S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}OB \cdot AC=\frac{1}{2} \times 3 \times 5=\frac{15}{2}$.



【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题，利用了待定系数法，三角形的面积公式.

21. (2014•湖州) 已知 2014 年 3 月份在某医院出生的 20 名新生婴儿的体重如下 (单位: kg)

4.7 2.9 3.2 3.5 3.8 3.4 2.8 3.3 4.0 4.5
 3.6 4.8 4.3 3.6 3.4 3.5 3.6 3.5 3.7 3.7

某医院 2014 年 3 月份 20 名新生儿体重的频数分布表

组别 (kg)	划记	频数
2.75 – 3.15	略	2
3.15 – 3.55	略	7
3.55 – 3.95	正一	6
3.95 – 4.35	略	2
4.35 – 4.75	略	2
4.75 – 5.15	略	1
合计	20	

- (1) 求这组数据的极差;
- (2) 若以 0.4kg 为组距, 对这组数据进行分组, 制作了如下的“某医院 2014 年 3 月份 20 名新生婴儿体重的频数分布表” (部分空格未填), 请在频数分布表的空格中填写相关的量 (温馨提示: 请在答题卷的对应位置填写, 填写在试题卷上无效)
- (3) 经检测, 这 20 名婴儿的血型的扇形统计图如图所示 (不完整), 求:
 - ①这 20 名婴儿中是 A 型血的人数;
 - ②表示 O 型血的扇形的圆心角度数.

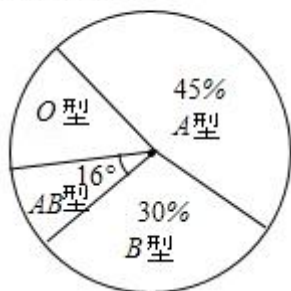
【分析】 (1) 根据求极差的方法用这组数据的最大值减去最小值即可;

(2) 根据所给出的数据和以 0.4kg 为组距, 分别进行分组, 再找出各组的数即可;

(3) ①用总人数乘以 A 型血的人数所占的百分比即可;

②用 360° 减去 A 型、B 型和 AB 型的圆心角的度数即可求出 O 型血的扇形的圆心角度数.

某医院2014年3月份20名新生婴儿
血型的扇形统计图



【解答】(1) 这组数据的极差是 $4.8 - 2.8 = 2$ (kg);

(2) 根据所给出的数据填表如下:

某医院 2014 年 3 月份 20 名新生儿体重的频数分布表

组别 (kg)	划记	频数
2.75 - 3.15	略	2
3.15 - 3.55	略	7
3.55 - 3.95	正一	6
3.95 - 4.35	略	2
4.35 - 4.75	略	2
4.75 - 5.15	略	1
合计	20	

(3) ①A 型血的人数是: $20 \times 45\% = 9$ (人);

②表示 O 型血的扇形的圆心角度数是 $360^\circ - (45\% + 30\%) \times 360^\circ - 16^\circ = 360^\circ - 270^\circ - 16^\circ = 74^\circ$;

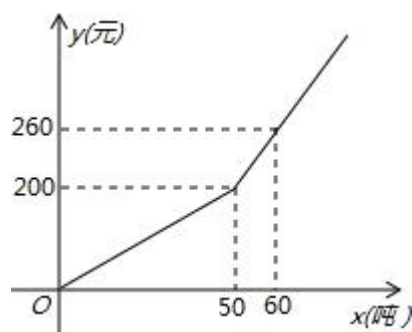
【点评】此题考查了频数(率)分布表、扇形统计图以及极差的求法, 读图时要全面细致, 同时, 解题方法要灵活多样, 切忌死记硬背, 要充分运用数形结合思想来解决由统计图形式给出的数学实际问题.

22. (2014•湖州) 已知某市 2013 年企业用水量 x (吨) 与该月应交的水费 y (元) 之间的函数关系如图.

(1) 当 $x \geq 50$ 时, 求 y 关于 x 的函数关系式;

(2) 若某企业 2013 年 10 月份的水费为 620 元, 求该企业 2013 年 10 月份的用水量;

(3) 为贯彻省委“五水共治”发展战略，鼓励企业节约用水，该市自 2014 年 1 月开始对月用水量超过 80 吨的企业加收污水处理费，规定：若企业月用水量 x 超过 80 吨，则除按 2013 年收费标准收取水费外，超过 80 吨部分每吨另加收 $\frac{x}{20}$ 元，若某企业 2014 年 3 月份的水费和污水处理费共 600 元，求这个企业该月的用水量.



【分析】 (1) 设 y 关于 x 的函数关系式 $y=kx+b$ ，代入 $(50, 200)$ 、 $(60, 260)$ 两点求得解析式即可；

(2) 把 $y=620$ 代入 (1) 求得答案即可；

(3) 利用水费+污水处理费=600 元，列出方程解决问题，

【解答】 (1) 设 y 关于 x 的函数关系式 $y=kx+b$ ，

$$\because \text{直线 } y=kx+b \text{ 经过点 } (50, 200), (60, 260) \therefore \begin{cases} 50k+b=200 \\ 60k+b=260 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k=6 \\ b=-100 \end{cases}$$

$\therefore y$ 关于 x 的函数关系式是 $y=6x-100$ ；

(2) 由图可知，当 $y=620$ 时， $x > 50 \therefore 6x-100=620$ ，解得 $x=120$.

答：该企业 2013 年 10 月份的用水量为 120 吨.

(3) 由题意得 $6x-100+\frac{x}{20}(x-80)=600$ ，

化简得 $x^2+40x-14000=0$

解得： $x_1=100$ ， $x_2=-140$ (不合题意，舍去).

答：这个企业 2014 年 3 月份的用水量是 100 吨.

【点评】 此题考查一次函数的运用，一元二次方程和一元一次方程的运用，注意理解题意，结合图象，根据实际情况选择合理的方法解答.

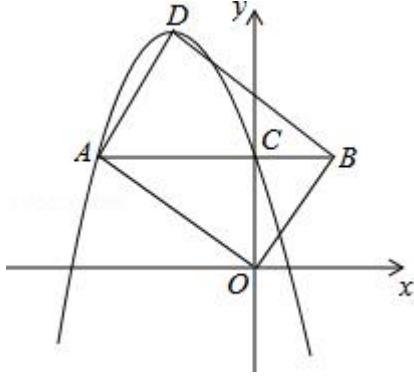
23. (2014•湖州) 如图，已知在平面直角坐标系 xOy 中， O 是坐标原点，抛物线 $y=-x^2+bx+c$ ($c>0$) 的顶点为 D ，与 y 轴的交点为 C ，过点 C 作 $CA \parallel x$ 轴交抛物线于点 A ，在 AC 延长线上取点 B ，使 $BC=\frac{1}{2}AC$ ，连接 OA ， OB ， BD 和 AD .

(1) 若点 A 的坐标是 $(-4, 4)$

①求 b, c 的值;

②试判断四边形 AOB D 的形状, 并说明理由;

(2) 是否存在这样的点 A, 使得四边形 AOB D 是矩形? 若存在, 请直接写出一个符合条件的点 A 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【分析】(1) ①将抛物线上的点的坐标代入抛物线即可求出 b, c 的值;

②求证 $AD=BO$ 和 $AD \parallel BO$ 即可判定四边形为平行四边形;

(2) 根据矩形的各角为 90° 可以求得 $\triangle ABO \sim \triangle OBC$ 即 $\frac{BC}{OB} = \frac{BO}{AB}$, 再根据勾股定理可得 $OC = \sqrt{2}BC$, $AC = \sqrt{2}OC$, 可求得横坐标为 $\pm\sqrt{2}c$, 纵坐标为 c .

【解答】(1)

① $\because AC \parallel x$ 轴, A 点坐标为 $(-4, 4)$. $\therefore$ 点 C 的坐标是 $(0, 4)$

把 A、C 代入 $y = -x^2 + bx + c$ 得, 得 $\begin{cases} 4 = -16 - 4b + c \\ 4 = c \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} b = -4 \\ c = 4 \end{cases}$;

②四边形 AOB D 是平行四边形; 理由如下:

由①得抛物线的解析式为 $y = -x^2 - 4x + 4$, $\therefore$ 顶点 D 的坐标为 $(-2, 8)$,

过 D 点作 $DE \perp AB$ 于点 E, 则 $DE = OC = 4$, $AE = 2$,

$\because AC = 4$, $\therefore BC = \frac{1}{2}AC = 2$, $\therefore AE = BC$. $\because AC \parallel x$ 轴, $\therefore \angle AED = \angle BCO = 90^\circ$,

$\therefore \triangle AED \cong \triangle BCO$, $\therefore AD = BO$. $\angle DAE = \angle BCO$, $\therefore AD \parallel BO$,

$\therefore$ 四边形 AOB D 是平行四边形.

(2) 存在, 点 A 的坐标可以是 $(-2\sqrt{2}, 2)$ 或 $(2\sqrt{2}, 2)$

要使四边形 AOB D 是矩形; 则需 $\angle AOB = \angle BCO = 90^\circ$,

$\because \angle ABO = \angle OBC$, $\therefore \triangle ABO \sim \triangle OBC$, $\therefore \frac{BC}{OB} = \frac{BO}{AB}$,

又 $\because AB = AC + BC = 3BC$, $\therefore OB = \sqrt{3}BC$,

∴在 Rt△OBC 中，根据勾股定理可得：OC=√2BC，AC=√2OC，

∵C 点是抛物线与 y 轴交点，∴OC=c，

∴A 点坐标为 (√2c, c)，∴顶点横坐标 $\frac{b-\sqrt{2}c}{2} = \frac{\sqrt{2}c}{2}$ ，b=√2c，

∴将 A 点代入可得 $c = -(\sqrt{2}c)^2 + \sqrt{2}c \cdot \sqrt{2}c + c$ ，

∴横坐标为 ±√2c，纵坐标为 c 即可，令 c=2，

∴A 点坐标可以为 (2√2, 2) 或者 (-2√2, 2)。

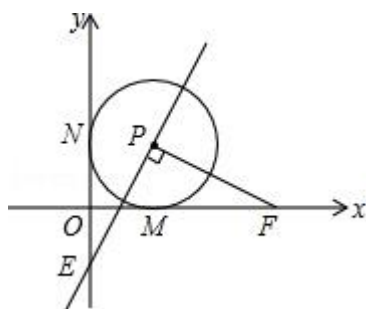
【点评】 本题主要考查了二次函数对称轴顶点坐标的公式，以及函数与坐标轴交点坐标的求解方法。

24. (2014•湖州) 已知在平面直角坐标系 xOy 中，O 是坐标原点，以 P (1, 1) 为圆心的 ⊙P 与 x 轴，y 轴分别相切于点 M 和点 N，点 F 从点 M 出发，沿 x 轴正方向以每秒 1 个单位长度的速度运动，连接 PF，过点 P 作 PE ⊥ PF 交 y 轴于点 E，设点 F 运动的时间是 t 秒 (t > 0)

(1) 若点 E 在 y 轴的负半轴上 (如图所示)，求证：PE=PF；

(2) 在点 F 运动过程中，设 OE=a，OF=b，试用含 a 的代数式表示 b；

(3) 作点 F 关于点 M 的对称点 F'，经过 M、E 和 F' 三点的抛物线的对称轴交 x 轴于点 Q，连接 QE。在点 F 运动过程中，是否存在某一时刻，使得以点 Q、O、E 为顶点的三角形与以点 P、M、F 为顶点的三角形相似？若存在，请直接写出 t 的值；若不存在，请说明理由。



【分析】 (1) 连接 PM，PN，运用 △PMF ≌ △PNE 证明，

(2) 分两种情况①当 t > 1 时，点 E 在 y 轴的负半轴上，0 < t ≤ 1 时，点 E 在 y 轴的正半轴或原点上，再根据 (1) 求解，

(3) 分两种情况，当 1 < t < 2 时，当 t > 2 时，三角形相似时还各有两种情况，根据比例式求出时间 t。

解答：

证明：(1) 如图，连接 PM，PN，

$\because \odot P$ 与 x 轴, y 轴分别相切于点 M 和点 N ,

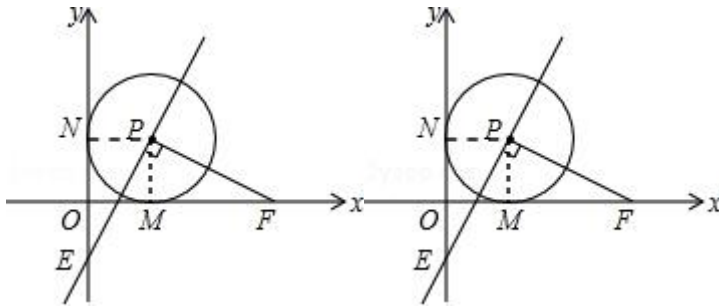
$\therefore PM \perp MF$, $PN \perp ON$ 且 $PM=PN$,

$\therefore \angle PMF = \angle PNE = 90^\circ$ 且 $\angle NPM = 90^\circ$, $\therefore PE \perp PF$,

$\angle NPE = \angle MPF = 90^\circ - \angle MPE$,

在 $\triangle PMF$ 和 $\triangle PNE$ 中, $\begin{cases} \angle NPE = \angle MPF \\ PN = PM \\ \angle PNE = \angle PMF \end{cases}$, $\therefore \triangle PMF \cong \triangle PNE$ (ASA),

$\therefore PE = PF$,



(2) 【解答】①当 $t > 1$ 时, 点 E 在 y 轴的负半轴上, 如图,

由 (1) 得 $\triangle PMF \cong \triangle PNE$, $\therefore NE = MF = t$, $PM = PN = 1$,

$\therefore b = OF = OM + MF = 1 + t$, $a = NE - ON = t - 1$,

$\therefore b - a = 1 + t - (t - 1) = 2$, $\therefore b = 2 + a$,

② $0 < t \leq 1$ 时, 如图 2, 点 E 在 y 轴的正半轴或原点上,

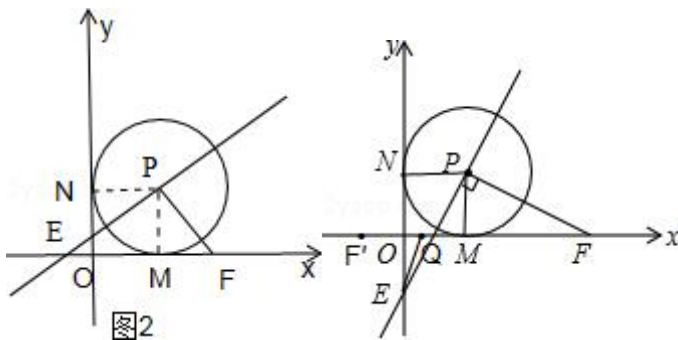
同理可证 $\triangle PMF \cong \triangle PNE$,

$\therefore b = OF = OM + MF = 1 + t$, $a = ON - NE = 1 - t$,

$\therefore b + a = 1 + t + 1 - t = 2$,

$\therefore b = 2 - a$,

(3) 如图 3, (I) 当 $1 < t < 2$ 时,



$\therefore F(1+t, 0)$, F 和 F' 关于点 M 对称,

$$\therefore F'(1-t, 0)$$

$\because$ 经过 M、E 和 F' 三点的抛物线的对称轴交 x 轴于点 Q,

$$\therefore Q\left(1-\frac{1}{2}t, 0\right) \therefore OQ=1-\frac{1}{2}t,$$

由 (1) 得 $\triangle PMF \cong \triangle PNE$

$$\therefore NE=MF=t, \therefore OE=t-1$$

$$\text{当 } \triangle OEQ \sim \triangle MPF \therefore \frac{OE}{MP} = \frac{OQ}{MF} \therefore \frac{t-1}{1} = \frac{1-\frac{1}{2}t}{t},$$

$$\text{解得, } t = \frac{1+\sqrt{17}}{4}, \text{ 当 } \triangle OEQ \sim \triangle MFP \text{ 时, } \therefore \frac{OE}{MF} = \frac{OQ}{MP},$$

$$\frac{t-1}{t} = \frac{1-\frac{1}{2}t}{1}, \text{ 解得, } t = \sqrt{2},$$

(II) 如图 4, 当 $t > 2$ 时,

$\therefore F(1+t, 0)$, F 和 F' 关于点 M 对称,

$$\therefore F'(1-t, 0)$$

$\because$ 经过 M、E 和 F' 三点的抛物线的对称轴交 x 轴于点 Q,

$$\therefore Q\left(1-\frac{1}{2}t, 0\right) \therefore OQ = \frac{1}{2}t - 1,$$

由 (1) 得 $\triangle PMF \cong \triangle PNE \therefore NE=MF=t, \therefore OE=t-1$

$$\text{当 } \triangle OEQ \sim \triangle MPF \therefore \frac{OE}{MP} = \frac{OQ}{MF} \therefore \frac{t-1}{1} = \frac{\frac{1}{2}t-1}{t}, \text{ 无解,}$$

$$\text{当 } \triangle OEQ \sim \triangle MFP \text{ 时, } \therefore \frac{OE}{MF} = \frac{OQ}{MP}, \frac{t-1}{t} = \frac{\frac{1}{2}t-1}{1}, \text{ 解得, } t = 2 \pm \sqrt{2},$$

所以当 $t = \frac{1+\sqrt{17}}{4}$, $t = \sqrt{2}$, $t = 2 \pm \sqrt{2}$ 时, 使得以点 Q、O、E 为顶点的三角形与以点 P、M、F 为顶点的三角形相似.

【点评】 本题主要考查了圆的综合题, 解题的关键是把圆的知识与全等三角形与相似三角形相结合找出线段关系.

