

2014 年浙江省宁波市中考数学试卷

一、选择题（每小题 4 分，共 48 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求）

1. (4 分) (2014•宁波) 下列各数中，既不是正数也不是负数的是 ()

A. 0

B. -1

C. $\sqrt{3}$

D. 2

2. (4 分) (2014•宁波) 宁波轨道交通 1 号线、2 号线建设总投资 253.7 亿元，其中 253.7 亿用科学记数法表示为 ()

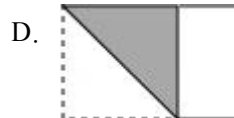
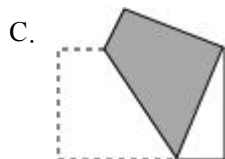
A. 253.7×10^8

B. 25.37×10^9

C. 2.537×10^{10}

D. 2.537×10^{11}

3. (4 分) (2014•宁波) 用矩形纸片折出直角的平分线，下列折法正确的是 ()



4. (4 分) (2014•宁波) 杨梅开始采摘啦! 每框杨梅以 5 千克为基准，超过的千克数记为正数，不足的千克数记为负数，记录如图，则这 4 框杨梅的总质量是 ()



A. 19.7 千克

B. 19.9 千克

C. 20.1 千克

D. 20.3 千克

5. (4 分) (2014•宁波) 圆锥的母线长为 4，底面半径为 2，则此圆锥的侧面积是 ()

A. 6π

B. 8π

C. 12π

D. 16π

6. (4 分) (2014•宁波) 菱形的两条对角线长分别是 6 和 8，则此菱形的边长是 ()

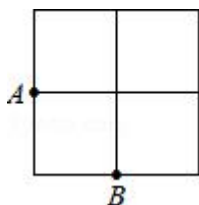
A. 10

B. 8

C. 6

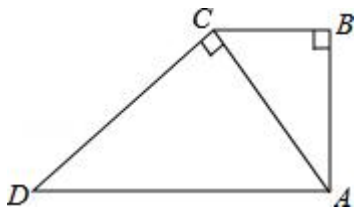
D. 5

7. (4 分) (2014•宁波) 如图，在 2×2 的正方形网格中有 9 个格点，已经取定点 A 和 B，在余下的 7 个点中任取一点 C，使 $\triangle ABC$ 为直角三角形的概率是 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{7}$ D. $\frac{4}{7}$

8. (4分) (2014•宁波) 如图, 梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = \angle ACD = 90^\circ$, $AB=2$, $DC=3$, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DCA$ 的面积比为 ()

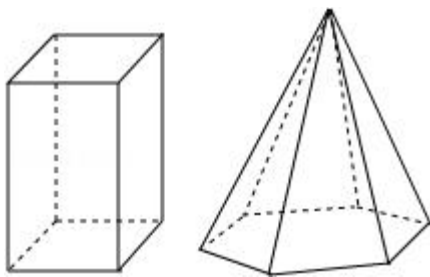


- A. 2: 3 B. 2: 5 C. 4: 9 D. $\sqrt{2}: \sqrt{3}$

9. (4分) (2014•宁波) 已知命题“关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx+1=0$, 当 $b < 0$ 时必有实数解”, 能说明这个命题是假命题的一个反例可以是 ()

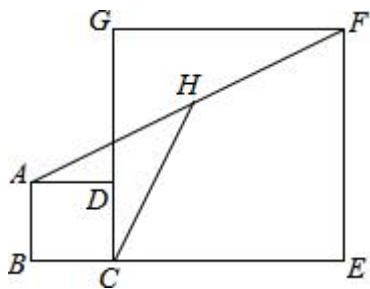
- A. $b = -1$ B. $b = 2$ C. $b = -2$ D. $b = 0$

*10. (4分) (2014•宁波) 如果一个多面体的一个面是多边形, 其余各面是有一个公共顶点的三角形, 那么这个多面体叫做棱锥. 如图是一个四棱柱和一个六棱锥, 它们各有 12 条棱. 下列棱柱中和九棱锥的棱数相等的是 ()



- A. 五棱柱 B. 六棱柱 C. 七棱柱 D. 八棱柱

11. (4分) (2014•宁波) 如图, 正方形 ABCD 和正方形 CEFG 中, 点 D 在 CG 上, $BC=1$, $CE=3$, H 是 AF 的中点, 那么 CH 的长是 ()



- A. 2.5 B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ D. 2

12. (4分) (2014•宁波) 已知点 A ($a - 2b$, $2 - 4ab$) 在抛物线 $y = x^2 + 4x + 10$ 上, 则点 A 关于抛物线对称轴的对称点坐标为 ()

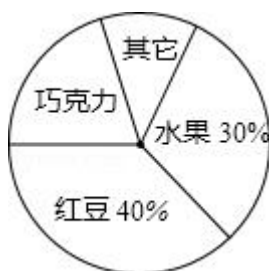
- A. (-3 , 7) B. (-1 , 7) C. (-4 , 10) D. (0 , 10)

二、填空题 (每小题 4 分, 共 24 分)

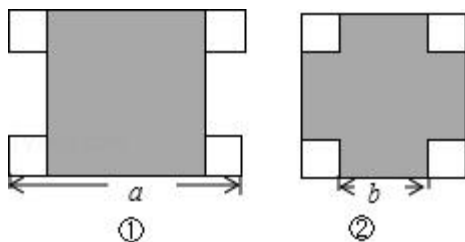
13. (4分) (2014•宁波) -4 的绝对值是_____.

14. (4分) (2014•宁波) 方程 $\frac{x}{x-2} = \frac{1}{2-x}$ 的根 $x =$ _____.

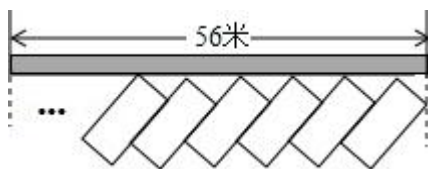
15. (4分) (2014•宁波) 某冷饮店一天售出各种口味雪糕数量的扇形统计图如图, 其中售出红豆口味的雪糕 200 支, 那么售出水果口味雪糕的数量是_____支.



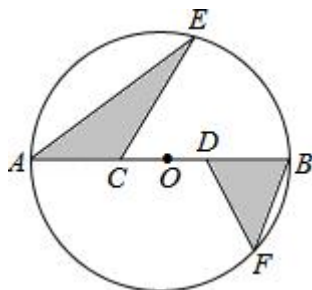
16. (4分) (2014•宁波) 一个大正方形和四个全等的小正方形按图①、②两种方式摆放, 则图②的大正方形中未被小正方形覆盖部分的面积是_____ (用 a 、 b 的代数式表示).



17. (4 分) (2014•宁波) 为解决停车难的问题, 在如图一段长 56 米的路段开辟停车位, 每个车位是长 5 米宽 2.2 米的矩形, 矩形的边与路的边缘成 45° 角, 那么这个路段最多可以划出_____个这样的停车位. ($\sqrt{2} \approx 1.4$)



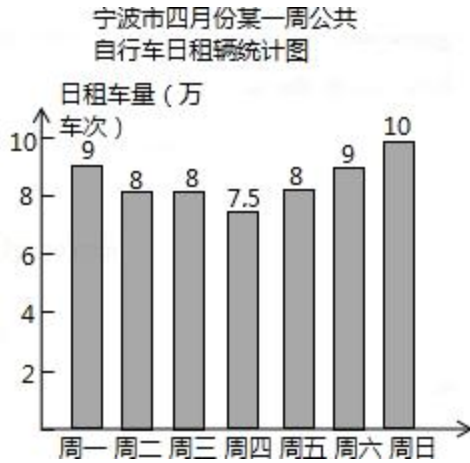
18. (4 分) (2014•宁波) 如图, 半径为 6cm 的 $\odot O$ 中, C 、 D 为直径 AB 的三等分点, 点 E 、 F 分别在 AB 两侧的半圆上, $\angle BCE = \angle BDF = 60^\circ$, 连接 AE 、 BF , 则图中两个阴影部分的面积为_____ cm^2 .



三、解答题 (本大题有 8 小题, 共 78 分)

19. (6 分) (2014•宁波) (1) 化简: $(a+b)^2 + (a-b)(a+b) - 2ab$;
(2) 解不等式: $5(x-2) - 2(x+1) > 3$.

20. (8 分) (2014•宁波) 作为宁波市政府民生实事之一的公共自行车建设工作已基本完成, 某部门对今年 4 月份中的 7 天进行了公共自行车日租车量的统计, 结果如图:

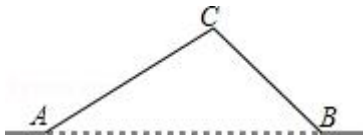


- (1) 求这 7 天日租车量的众数、中位数和平均数;
- (2) 用 (1) 中的平均数估计 4 月份 (30 天) 共租车多少万车次;
- (3) 市政府在公共自行车建设项目中共投入 9600 万元, 估计 2014 年共租车 3200 万车次, 每车次平均收入租车费 0.1 元, 求 2014 年租车费收入占总投入的百分率 (精确到 0.1%).

21. (8 分) (2014•宁波) 如图, 从 A 地到 B 地的公路需经过 C 地, 图中 $AC=10$ 千米, $\angle CAB=25^\circ$, $\angle CBA=37^\circ$, 因城市规划的需要, 将在 A、B 两地之间修建一条笔直的公路.

(1) 求改直的公路 AB 的长;

(2) 问公路改直后比原来缩短了多少千米? ($\sin 25^\circ \approx 0.42$, $\cos 25^\circ \approx 0.91$, $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$)

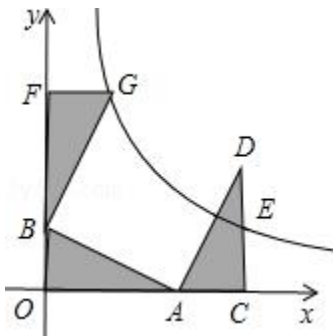


22. (10 分) (2014•宁波) 如图, 点 A、B 分别在 x, y 轴上, 点 D 在第一象限内, $DC \perp x$ 轴于点 C, $AO=CD=2$, $AB=DA=\sqrt{5}$, 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0$) 的图象过 CD 的中点 E.

(1) 求证: $\triangle AOB \cong \triangle DCA$;

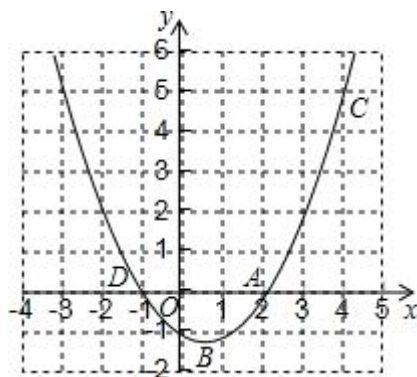
(2) 求 k 的值;

(3) $\triangle BFG$ 和 $\triangle DCA$ 关于某点成中心对称, 其中点 F 在 y 轴上, 是判断点 G 是否在反比例函数的图象上, 并说明理由.



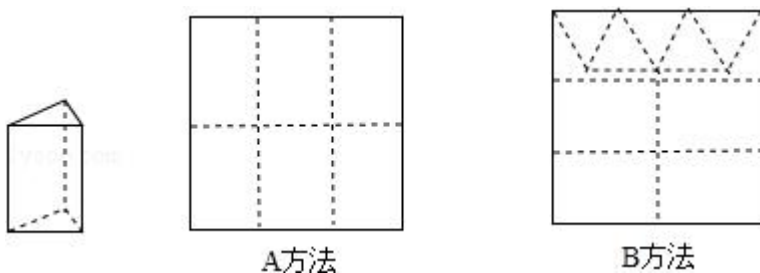
23. (10 分) (2014•宁波) 如图, 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象过 A (2, 0), B (0, -1) 和 C (4, 5) 三点.

- (1) 求二次函数的解析式;
- (2) 设二次函数的图象与 x 轴的另一个交点为 D, 求点 D 的坐标;
- (3) 在同一坐标系中画出直线 $y=x+1$, 并写出当 x 在什么范围内时, 一次函数的值大于二次函数的值.



24. (10 分) (2014•宁波) 用正方形硬纸板做三棱柱盒子, 每个盒子由 3 个矩形侧面和 2 个正三角形底面组成, 硬纸板以如图两种方法裁剪(裁剪后边角料不再利用)

A 方法: 剪 6 个侧面; B 方法: 剪 4 个侧面和 5 个底面.



现有 19 张硬纸板, 裁剪时 x 张用 A 方法, 其余用 B 方法.

- (1) 用 x 的代数式分别表示裁剪出的侧面和底面的个数;
- (2) 若裁剪出的侧面和底面恰好全部用完, 问能做多少个盒子?

25. (12 分) (2014•宁波) 课本的作业题中有这样一道题：把一张顶角为 36° 的等腰三角形纸片剪两刀，分成 3 张小纸片，使每张小纸片都是等腰三角形，你能办到吗？请画示意图说明剪法.

我们有多少种剪法，图 1 是其中的一种方法：

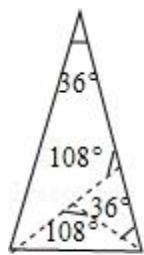


图1

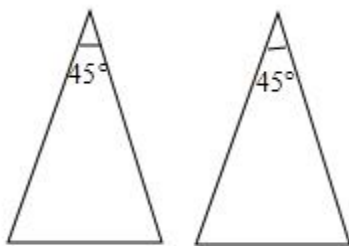


图2

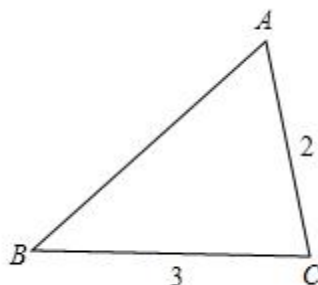


图3

定义：如果两条线段将一个三角形分成 3 个等腰三角形，我们把这两条线段叫做这个三角形的三分线.

(1) 请你在图 2 中用两种不同的方法画出顶角为 45° 的等腰三角形的三分线，并标注每个等腰三角形顶角的度数；（若两种方法分得的三角形成 3 对全等三角形，则视为同一种）

(2) $\triangle ABC$ 中， $\angle B=30^\circ$ ，AD 和 DE 是 $\triangle ABC$ 的三分线，点 D 在 BC 边上，点 E 在 AC 边上，且 $AD=BD$ ， $DE=CE$ ，设 $\angle C=x^\circ$ ，试画出示意图，并求出 x 所有可能的值；

(3) 如图 3， $\triangle ABC$ 中， $AC=2$ ， $BC=3$ ， $\angle C=2\angle B$ ，请画出 $\triangle ABC$ 的三分线，并求出三分线的长.

26. (14 分) (2014•宁波) 木匠黄师傅用长 $AB=3$, 宽 $BC=2$ 的矩形木板做一个尽可能大的圆形桌面, 他设计了四种方案:

方案一: 直接锯一个半径最大的圆;

方案二: 圆心 O_1 、 O_2 分别在 CD 、 AB 上, 半径分别是 O_1C 、 O_2A , 锯两个外切的半圆拼成一个圆;

方案三: 沿对角线 AC 将矩形锯成两个三角形, 适当平移三角形并锯一个最大的圆;

方案四: 锯一块小矩形 $BCEF$ 拼到矩形 $AFED$ 下面, 利用拼成的木板锯一个尽可能大的圆.

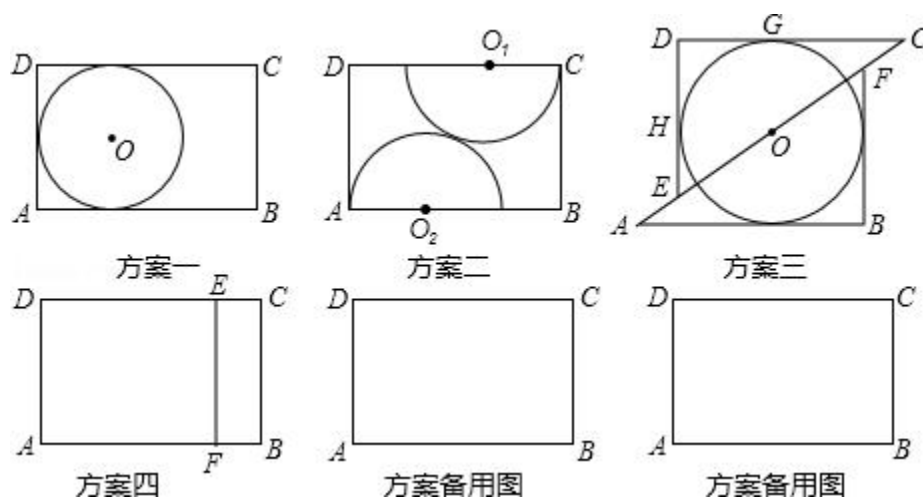
(1) 写出方案一中圆的半径;

(2) 通过计算说明方案二和方案三中, 哪个圆的半径较大?

(3) 在方案四中, 设 $CE=x$ ($0 < x < 1$), 圆的半径为 y .

①求 y 关于 x 的函数解析式;

②当 x 取何值时圆的半径最大, 最大半径为多少? 并说明四种方案中哪一个圆形桌面的半径最大.



2014 年浙江省宁波市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 4 分，共 48 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求）

1. （4 分）（2014•宁波）下列各数中，既不是正数也不是负数的是（ ）

A. 0

B. -1

C. $\sqrt{3}$

D. 2

考点：实数；正数和负数.

分析：根据实数的分类，可得答案.

解答：解：0 既不是正数也不是负数，

故选：A.

点评：本题考查了实数，大于 0 的数是正数，小于 0 的数是负数，0 既不是正数也不是负数.

2. （4 分）（2014•宁波）宁波轨道交通 1 号线、2 号线建设总投资 253.7 亿元，其中 253.7 亿用科学记数法表示为（ ）

A. 253.7×10^8

B. 25.37×10^9

C. 2.537×10^{10}

D. 2.537×10^{11}

考点：科学记数法—表示较大的数.

分析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时，n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时，n 是负数.

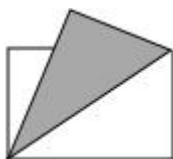
解答：解：253.7 亿 = 253 7000 0000 = 2.537×10^{10} ，

故选：C.

点评：此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. （4 分）（2014•宁波）用矩形纸片折出直角的平分线，下列折法正确的是（ ）

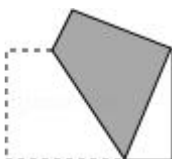
A.



B.



C.



D.



考点：翻折变换（折叠问题）.

分析: 根据图形翻折变换的性质及角平分线的定义对各选项进行逐一判断.

解答: 解: A. 当长方形如 A 所示对折时, 其重叠部分两角的和一个顶点处小于 90° , 另一顶点处大于 90° , 故本选项错误;
 B. 当如 B 所示折叠时, 其重叠部分两角的和小于 90° , 故本选项错误;
 C. 当如 C 所示折叠时, 折痕不经过长方形任何一角的顶点, 所以不可能是角的平分线, 故本选项错误;
 D. 当如 D 所示折叠时, 两角的和是 90° , 由折叠的性质可知其折痕必是其角的平分线, 正确.
 故选: D.

点评: 本题考查的是角平分线的定义及图形折叠的性质, 熟知图形折叠的性质是解答此题的关键.

4. (4 分) (2014•宁波) 杨梅开始采摘啦! 每框杨梅以 5 千克为基准, 超过的千克数记为正数, 不足的千克数记为负数, 记录如图, 则这 4 框杨梅的总质量是 ()



- A. 19.7 千克 B. 19.9 千克 C. 20.1 千克 D. 20.3 千克

考点: 正数和负数

分析: 根据有理数的加法, 可得答案.

解答: 解: $(-0.1 - 0.3 + 0.2 + 0.3) + 5 \times 4 = 20.1$ (千克),
 故选: C.

点评: 本题考查了正数和负数, 有理数的加法运算是解题关键.

5. (4 分) (2014•宁波) 圆锥的母线长为 4, 底面半径为 2, 则此圆锥的侧面积是 ()

- A. 6π B. 8π C. 12π D. 16π

考点: 圆锥的计算

专题: 计算题.

分析: 根据圆锥的侧面展开图为一扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长和扇形的面积公式求解.

解答:

解: 此圆锥的侧面积 $=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 2\pi\cdot 2=8\pi$.

故选 B.

点评:

本题考查了圆锥的计算: 圆锥的侧面展开图为一扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长.

6. (4 分) (2014•宁波) 菱形的两条对角线长分别是 6 和 8, 则此菱形的边长是 ()

A. 10

B. 8

C. 6

D. 5

考点:

菱形的性质; 勾股定理.

分析:

根据菱形的性质及勾股定理即可求得菱形的边长.

解答:

解: $\because$ 四边形 ABCD 是菱形, $AC=8$, $BD=6$,

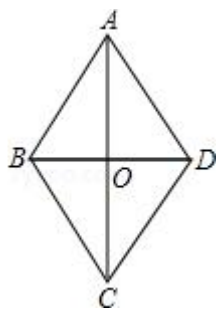
$\therefore OB=OD=3$, $OA=OC=4$, $AC\perp BD$,

在 $Rt\triangle AOB$ 中,

由勾股定理得: $AB=\sqrt{AO^2+OB^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$,

即菱形 ABCD 的边长 $AB=BC=CD=AD=5$,

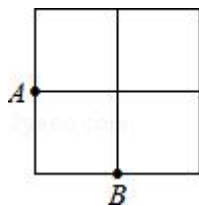
故选 D.



点评:

本题考查了菱形的性质和勾股定理, 关键是求出 OA、OB 的长, 注意: 菱形的对角线互相平分且垂直.

7. (4 分) (2014•宁波) 如图, 在 2×2 的正方形网格中有 9 个格点, 已经取定点 A 和 B, 在余下的 7 个点中任取一点 C, 使 $\triangle ABC$ 为直角三角形的概率是 ()



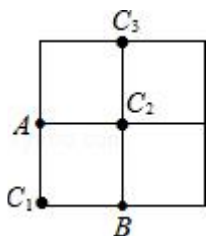
A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{3}{7}$

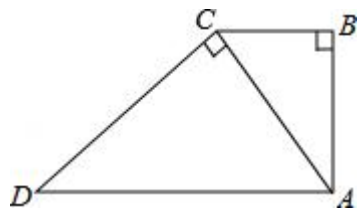
D. $\frac{4}{7}$

考点: 概率公式
 专题: 网格型.
 分析: 找到可以组成直角三角形的点, 根据概率公式解答即可.
 解答: 解: 如图, C_1, C_2, C_3 , 均可与点 A 和 B 组成直角三角形.
 $P = \frac{3}{7}$, 故选 C.



点评: 本题考查了概率公式: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

8. (4 分) (2014·宁波) 如图, 梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = \angle ACD = 90^\circ$, $AB = 2$, $DC = 3$, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DCA$ 的面积比为 ()



A. 2: 3

B. 2: 5

C. 4: 9

D. $\sqrt{2}: \sqrt{3}$

考点: 相似三角形的判定与性质.

分析: 先求出 $\triangle CBA \sim \triangle ACD$, 求出 $\frac{BC}{AC} = \frac{2}{3}$,

$\cos \angle ACB \cdot \cos \angle DAC = \frac{4}{9}$, 得出 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DCA$ 的面积比 $= \frac{4}{9}$.

解答: 解: $\because AD \parallel BC$,
 $\therefore \angle ACB = \angle DAC$
 又 $\because \angle B = \angle ACD = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle CBA \sim \triangle ACD$
 $\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{AD} = \frac{AB}{DC}$
 $AB = 2, DC = 3$,

$$\begin{aligned}\therefore \frac{BC}{AC} &= \frac{AC}{AD} = \frac{AB}{DC} = \frac{2}{3}, \\ \therefore \frac{BC}{AC} &= \frac{2}{3}, \\ \therefore \cos \angle ACB &= \frac{BC}{AC} = \frac{2}{3},\end{aligned}$$

$$\cos \angle DAC = \frac{AC}{DA} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{BC}{AC} \cdot \frac{AC}{DA} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9},$$

$$\therefore \frac{BC}{DA} = \frac{4}{9},$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 与 } \triangle DCA \text{ 的面积比} = \frac{BC}{DA},$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 与 } \triangle DCA \text{ 的面积比} = \frac{4}{9},$$

故选：C.

点评：

本题主要考查了三角形相似的判定及性质，解决本题的关键是明

$$\text{确 } \triangle ABC \text{ 与 } \triangle DCA \text{ 的面积比} = \frac{BC}{DA}.$$

9. (4分) (2014•宁波) 已知命题“关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx+1=0$ ，当 $b < 0$ 时必有实数解”，能说明这个命题是假命题的一个反例可以是 ()

A. $b = -1$

B. $b = 2$

C. $b = -2$

D. $b = 0$

考点：

命题与定理；根的判别式

专题：

常规题型.

分析：

先根据判别式得到 $\Delta = b^2 - 4$ ，在满足 $b < 0$ 的前提下，取 $b = -1$ 得到 $\Delta < 0$ ，根据判别式的意义得到方程没有实数解，于是 $b = -1$ 可作为说明这个命题是假命题的一个反例.

解答：

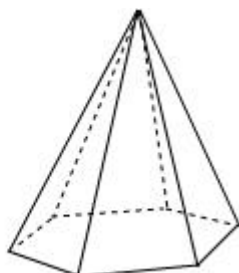
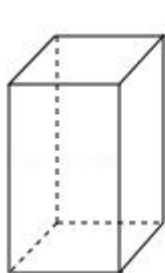
解： $\Delta = b^2 - 4$ ，由于当 $b = -1$ 时，满足 $b < 0$ ，而 $\Delta < 0$ ，方程没有实数解，所以当 $b = -1$ 时，可说明这个命题是假命题.

故选 A.

点评：

本题考查了命题与定理：判断一件事情的语句，叫做命题. 许多命题都是由题设和结论两部分组成，题设是已知事项，结论是由已知事项推出的事项，一个命题可以写成“如果...那么...”形式；有些命题的正确性是用推理证实的，这样的真命题叫做定理. 也考查了根的判别式.

10. (4分) (2014•宁波) 如果一个多面体的一个面是多边形, 其余各面是有一个公共顶点的三角形, 那么这个多面体叫做棱锥. 如图是一个四棱柱和一个六棱锥, 它们各有 12 条棱. 下列棱柱中和九棱锥的棱数相等的是 ()



A. 五棱柱

B. 六棱柱

C. 七棱柱

D. 八棱柱

考点:

认识立体图形

分析:

根据棱锥的特点可得九棱锥侧面有 9 条棱, 底面是九边形, 也有 9 条棱, 共 $9+9=18$ 条棱, 然后分析四个选项中的棱柱棱的条数可得答案.

解答:

解: 九棱锥侧面有 9 条棱, 底面是九边形, 也有 9 条棱, 共 $9+9=18$ 条棱,

A、五棱柱共 15 条棱, 故此选项错误;

B、六棱柱共 18 条棱, 故此选项正确;

C、七棱柱共 21 条棱, 故此选项错误;

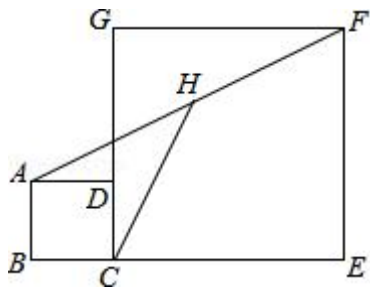
D、九棱柱共 27 条棱, 故此选项错误;

故选: B.

点评:

此题主要考查了认识立体图形, 关键是掌握棱柱和棱锥的形状.

11. (4分) (2014•宁波) 如图, 正方形 ABCD 和正方形 CEFG 中, 点 D 在 CG 上, $BC=1$, $CE=3$, H 是 AF 的中点, 那么 CH 的长是 ()



A. 2.5

B. $\sqrt{5}$

C. $\frac{3}{2}\sqrt{2}$

D. 2

考点:

直角三角形斜边上的中线; 勾股定理; 勾股定理的逆定理.

分析:

连接 AC、CF, 根据正方形性质求出 AC、CF,

$\angle ACD = \angle GCF = 45^\circ$ ，再求出 $\angle ACF = 90^\circ$ ，然后利用勾股定理列式求出 AF ，再根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半解答即可。

解答：

解：如图，连接 AC 、 CF ，

$\because$ 正方形 $ABCD$ 和正方形 $CEFG$ 中， $BC=1$ ， $CE=3$ ，

$\therefore AC = \sqrt{2}$ ， $CF = 3\sqrt{2}$ ，

$\angle ACD = \angle GCF = 45^\circ$ ，

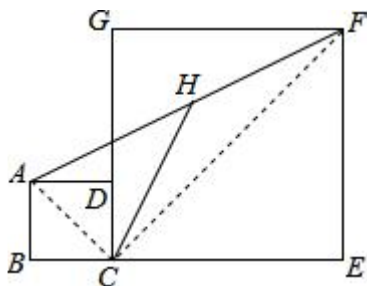
$\therefore \angle ACF = 90^\circ$ ，

由勾股定理得， $AF = \sqrt{AC^2 + CF^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{5}$ ，

$\because H$ 是 AF 的中点，

$\therefore CH = \frac{1}{2}AF = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} = \sqrt{5}$ 。

故选 B。



点评：

本题考查了直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半的性质，正方形的性质，勾股定理，熟记各性质并作辅助线构造出直角三角形是解题的关键。

12. (4分) (2014•宁波) 已知点 $A(a-2b, 2-4ab)$ 在抛物线 $y=x^2+4x+10$ 上，则点 A 关于抛物线对称轴的对称点坐标为 ()

A. $(-3, 7)$ B. $(-1, 7)$ C. $(-4, 10)$ D. $(0, 10)$

考点：

二次函数图象上点的坐标特征；坐标与图形变化-对称。

分析：

把点 A 坐标代入二次函数解析式并利用完全平方公式整理，然后根据非负数的性质列式求出 a 、 b ，再求出点 A 的坐标，然后求出抛物线的对称轴，再根据对称性求解即可。

解答：

解： $\because$ 点 $A(a-2b, 2-4ab)$ 在抛物线 $y=x^2+4x+10$ 上，

$\therefore (a-2b)^2 + 4(a-2b) + 10 = 2 - 4ab$ ，

$a^2 - 4ab + 4b^2 + 4a - 8ab + 10 = 2 - 4ab$ ，

$(a+2)^2 + 4(b-1)^2 = 0$ ，

$\therefore a+2=0$ ， $b-1=0$ ，

解得 $a=-2$ ， $b=1$ ，

$\therefore a - 2b = -2 - 2 \times 1 = -4$,
 $2 - 4ab = 2 - 4 \times (-2) \times 1 = 10$,
 $\therefore$ 点 A 的坐标为 $(-4, 10)$,
 $\therefore$ 对称轴为直线 $x = -\frac{4}{2 \times 1} = -2$,
 $\therefore$ 点 A 关于对称轴的对称点的坐标为 $(0, 10)$.
 故选 D.

点评: 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征, 二次函数的对称性, 坐标与图形的变化 - 对称, 把点的坐标代入抛物线解析式并整理成非负数的形式是解题的关键.

二、填空题 (每小题 4 分, 共 24 分)

13. (4 分) (2014•宁波) -4 的绝对值是 4.

考点: 绝对值
专题: 计算题.
分析: 计算绝对值要根据绝对值的定义求解. 第一步列出绝对值的表达式; 第二步根据绝对值定义去掉这个绝对值的符号.
解答: 解: $|-4|=4$.
点评: 此题考查了绝对值的性质, 要求掌握绝对值的性质及其定义, 并能熟练运用到实际运算当中.
 绝对值规律总结: 一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对值是 0.

14. (4 分) (2014•宁波) 方程 $\frac{x}{x-2} = \frac{1}{2-x}$ 的根 $x = \underline{-1}$.

考点: 解分式方程
专题: 计算题.
分析: 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.
解答: 解: 去分母得: $x = -1$,
 经检验 $x = -1$ 是分式方程的解.
 故答案为: -1 .
点评: 此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

15. (4分) (2014•宁波) 某冷饮店一天售出各种口味雪糕数量的扇形统计图如图, 其中售出红豆口味的雪糕 200 支, 那么售出水果口味雪糕的数量是 150 支.



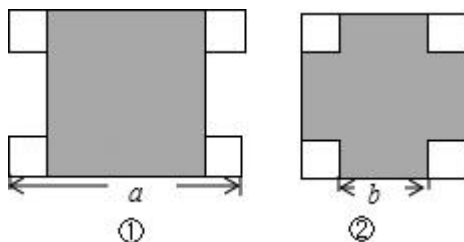
考点: 扇形统计图

分析: 首先根据红豆口味的雪糕的数量和其所占的百分比确定售出雪糕的总量, 然后乘以水果口味的所占的百分比即可求得其数量.

解答: 解: 观察扇形统计图知: 售出红豆口味的雪糕 200 支, 占 40%,
 $\therefore$ 售出雪糕总量为 $200 \div 40\% = 500$ 支,
 $\therefore$ 水果口味的占 30%,
 $\therefore$ 水果口味的有 $500 \times 30\% = 150$ 支,
 故答案为 150.

点评: 本题考查了扇形统计图的知识, 解题的关键是正确的从扇形统计图中整理出进一步解题的有关信息.

16. (4分) (2014•宁波) 一个大正方形和四个全等的小正方形按图①、②两种方式摆放, 则图②的大正方形中未被小正方形覆盖部分的面积是 ab (用 a、b 的代数式表示).



考点: 平方差公式的几何背景

分析: 利用大正方形的面积减去 4 个小正方形的面积即可求解.

解答: 解: 设大正方形的边长为 x_1 , 小正方形的边长为 x_2 , 由图①和②列出方程组得,

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = a \\ x_1 - 2x_2 = b \end{cases}$$

解得,

$$\begin{cases} x_1 = \frac{a+b}{2} \\ x_2 = \frac{a-b}{4} \end{cases}$$

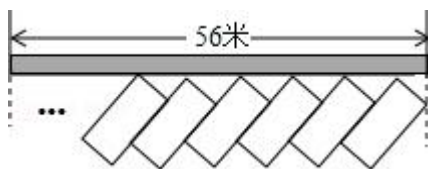
大正方形中未被小正方形覆盖部分的面积 = $(\frac{a+b}{2})^2 - (\frac{a-b}{4})^2 = ab$.

故答案为: **ab**.

点评:

本题考查了平方差公式的几何背景, 正确求出大小正方形的边长列代数式, 以及整式的化简, 正确对整式进行化简是关键.

17. (4分) (2014•宁波) 为解决停车难的问题, 在如图一段长 56 米的路段开辟停车位, 每个车位是长 5 米宽 2.2 米的矩形, 矩形的边与路的边缘成 45° 角, 那么这个路段最多可以划出 17 个这样的停车位. ($\sqrt{2} \approx 1.4$)



考点:

解直角三角形的应用.

分析:

如图, 根据三角函数可求 BC, CE, 则 $BE = BC + CE$ 可求, 再根据三角函数可求 EF, 再根据停车位的个数 = $(56 - BE) \div EF + 1$, 列式计算即可求解.

解答:

解: 如图, $BC = 2.2 \times \sin 45^\circ = 2.2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 1.54$ 米,

$CE = 5 \times \sin 45^\circ = 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 3.5$ 米,

$BE = BC + CE \approx 5.04$,

$EF = 2.2 \div \sin 45^\circ = 2.2 \div \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 3.14$ 米,

$(56 - 5.04) \div 3.14 + 1$

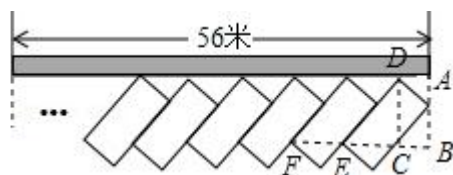
$\approx 50.96 \div 3.14 + 1$

$\approx 16 + 1$

≈ 17 (个).

故这个路段最多可以划出 17 个这样的停车位.

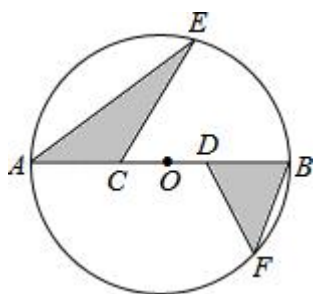
故答案为: 17.



点评:

考查了解直角三角形的应用，主要是三角函数及运算，关键把实际问题转化为数学问题加以计算.

18. (4分) (2014•宁波) 如图，半径为 6cm 的 $\odot O$ 中，C、D 为直径 AB 的三等分点，点 E、F 分别在 AB 两侧的半圆上， $\angle BCE = \angle BDF = 60^\circ$ ，连接 AE、BF，则图中两个阴影部分的面积为 $6\sqrt{11}$ cm².



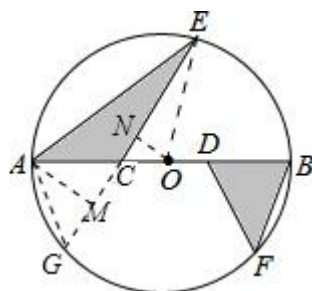
考点:

垂径定理；全等三角形的判定与性质；含 30 度角的直角三角形；勾股定理.

分析:

作三角形 DBF 的轴对称图形，得到三角形 AGE，三角形 AGE 的面积就是阴影部分的面积.

解答:



解：如图作 $\triangle DBF$ 的轴对称图形 $\triangle HAG$ ，作 $AM \perp CG$ ， $ON \perp CE$ ，
 $\therefore \triangle DBF$ 的轴对称图形 $\triangle HAG$ ，
 $\therefore \triangle ACG \cong \triangle BDF$ ，
 $\therefore \angle ACG = \angle BDF = 60^\circ$ ，
 $\therefore \angle ECB = 60^\circ$ ，
 $\therefore G, C, E$ 三点共线，
 $\therefore AM \perp CG$ ， $ON \perp CE$ ，
 $\therefore AM \parallel ON$ ，

$$\therefore \frac{AM}{ON} = \frac{AC}{OC} = \frac{2}{1},$$

在 $\text{RT}\triangle ONC$ 中, $\angle OCN=60^\circ$,

$$\therefore ON = \sin \angle OCN \cdot OC = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot OC,$$

$$\therefore OC = \frac{1}{3}OA = 2,$$

$$\therefore ON = \sqrt{3},$$

$$\therefore AM = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore ON \perp GE,$$

$$\therefore NE = GN = \frac{1}{2}GE,$$

连接 OE ,

$$\text{在 } \text{RT}\triangle ONE \text{ 中, } NE = \sqrt{OE^2 - ON^2} = \sqrt{6^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{33},$$

$$\therefore GE = 2NE = 2\sqrt{33},$$

$$\therefore S_{\triangle AGE} = \frac{1}{2}GE \cdot AM = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{33} \times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{11},$$

$$\therefore \text{图中两个阴影部分的面积为 } 6\sqrt{11},$$

故答案为 $6\sqrt{11}$.

点评: 本题考查了平行线的性质, 垂径定理, 勾股定理的应用.

三、解答题 (本大题有 8 小题, 共 78 分)

19. (6 分) (2014·宁波) (1) 化简: $(a+b)^2 + (a-b)(a+b) - 2ab$;

(2) 解不等式: $5(x-2) - 2(x+1) > 3$.

考点: 整式的混合运算; 解一元一次不等式

分析: (1) 先运用完全平方公式和平方差公式展开, 再合并同类项即可;

(2) 先去括号, 再移项、合并同类项.

解答: 解: (1) 原式 $= a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - b^2 - 2ab$
 $= 2a^2$;

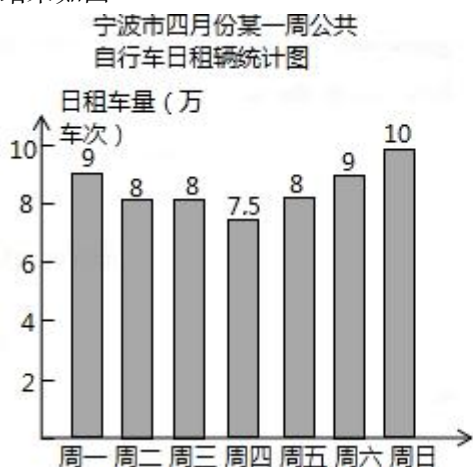
(2) 去括号, 得 $5x - 10 - 2x - 2 > 3$,

移项、合并同类项得 $3x > 15$,

系数化为 1, 得 $x > 5$.

点评: 本题考查了整式的混合运算以及解一元一次不等式, 是基础知识要熟练掌握.

20. (8分) (2014•宁波) 作为宁波市政府民生实事之一的公共自行车建设工作已基本完成, 某部门对今年4月份中的7天进行了公共自行车日租车量的统计, 结果如图:



- (1) 求这7天日租车量的众数、中位数和平均数;
- (2) 用(1)中的平均数估计4月份(30天)共租车多少万车次;
- (3) 市政府在公共自行车建设项目中共投入9600万元, 估计2014年共租车3200万车次, 每车次平均收入租车费0.1元, 求2014年租车费收入占总投入的百分率(精确到0.1%) .

考点: 条形统计图; 加权平均数; 中位数; 众数

专题: 计算题.

分析: (1) 找出租车量中车次最多的即为众数, 将数据按照从小到大顺序排列, 找出中间的数即为中位数, 求出数据的平均数即可;
(2) 由(1)求出的平均数乘以30即可得到结果;
(3) 求出2014年的租车费, 除以总投入即可得到结果.

解答: 解: (1) 根据条形统计图得: 出现次数最多的为8, 即众数为8;
将数据按照从小到大顺序排列为: 7.5, 8, 8, 8, 9, 9, 10, 中位数为8;

平均数为 $(7.5+8+8+8+9+9+10) \div 7 = 8.5$;

(2) 根据题意得: $30 \times 8.5 = 255$ (万车次),
则估计4月份(30天)共租车255万车次;

(3) 根据题意得: $\frac{3200 \times 0.1}{9600} \approx 3.3\%$,

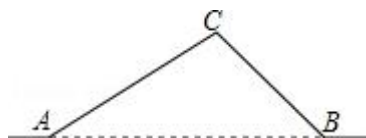
则2014年租车费收入占总投入的百分率为3.3%.

点评: 此题考查了条形统计图, 加权平均数, 中位数, 以及众数, 熟练掌握各自的定义是解本题的关键.

21. (8分) (2014·宁波) 如图, 从A地到B地的公路需经过C地, 图中 $AC=10$ 千米, $\angle CAB=25^\circ$, $\angle CBA=37^\circ$, 因城市规划的需要, 将在A、B两地之间修建一条笔直的公路.

(1) 求改直的公路AB的长;

(2) 问公路改直后比原来缩短了多少千米? ($\sin 25^\circ \approx 0.42$, $\cos 25^\circ \approx 0.91$, $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$)



考点:

解直角三角形的应用

分析:

(1) 作 $CH \perp AB$ 于 H. 在 $\text{Rt}\triangle ACH$ 中, 根据三角函数求得 CH, AH, 在 $\text{Rt}\triangle BCH$ 中, 根据三角函数求得 BH, 再根据 $AB=AH+BH$ 即可求解;

(2) 在 $\text{Rt}\triangle BCH$ 中, 根据三角函数求得 BC, 再根据 $AC+BC-AB$ 列式计算即可求解.

解答:

解: (1) 作 $CH \perp AB$ 于 H.

在 $\text{Rt}\triangle ACH$ 中, $CH=AC \cdot \sin \angle CAB=AC \cdot \sin 25^\circ \approx 10 \times 0.42=4.2$ 千米,

$AH=AC \cdot \cos \angle CAB=AC \cdot \cos 25^\circ \approx 10 \times 0.91=9.1$ 千米,

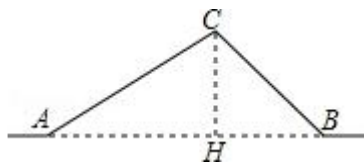
在 $\text{Rt}\triangle BCH$ 中, $BH=CH \div \tan \angle CBA=4.2 \div \tan 37^\circ \approx 4.2 \div 0.75=5.6$ 千米,

$\therefore AB=AH+BH=9.1+5.6=14.7$ 千米.

故改直的公路AB的长 14.7 千米;

(2) 在 $\text{Rt}\triangle BCH$ 中, $BC=CH \div \sin \angle CBA=4.2 \div \sin 37^\circ \approx 4.2 \div 0.6=7$ 千米, 则 $AC+BC-AB=10+7-14.7=2.3$ 千米.

答: 公路改直后比原来缩短了 2.3 千米.



点评:

此题考查了解直角三角形的应用, 主要是三角函数的基本概念及运算, 关键把实际问题转化为数学问题加以计算.

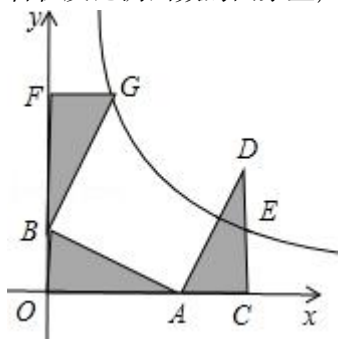
22. (10分) (2014·宁波) 如图, 点A、B分别在x、y轴上, 点D在第一象限

内, $DC \perp x$ 轴于点C, $AO=CD=2$, $AB=DA=\sqrt{5}$, 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0$) 的图象过CD的中点E.

(1) 求证: $\triangle AOB \cong \triangle DCA$;

(2) 求k的值;

(3) $\triangle BFG$ 和 $\triangle DCA$ 关于某点成中心对称，其中点 F 在 y 轴上，是判断点 G 是否在反比例函数的图象上，并说明理由。



考点：反比例函数综合题.

专题：综合题.

分析：

(1) 利用“HL”证明 $\triangle AOB \cong \triangle DCA$;

(2) 先利用勾股定理计算出 $AC=1$ ，再确定 C 点坐标，然后根据点 E 为 CD 的中点可得到点 E 的坐标为 $(3, 1)$ ，则可根据反比例函数图象上点的坐标特征求得 $k=3$;

(3) 根据中心对称的性质得 $\triangle BFG \cong \triangle DCA$ ，所以 $FG=CA=1$ ， $BF=DC=2$ ， $\angle BFG=\angle DCA=90^\circ$ ，则可得到 G 点坐标为 $(1, 3)$ ，然后根据反比例函数图象上点的坐标特征判断 G 点是否在函数 $y=\frac{3}{x}$ 的图象上.

解答：

(1) 证明： $\because$ 点 A 、 B 分别在 x 、 y 轴上，点 D 在第一象限内， $DC \perp x$ 轴，

$\therefore \angle AOB = \angle DCA = 90^\circ$ ，

在 $Rt\triangle AOB$ 和 $Rt\triangle DCA$ 中

$$\begin{cases} AO=DC \\ AB=DA \end{cases},$$

$\therefore Rt\triangle AOB \cong Rt\triangle DCA$;

(2) 解：在 $Rt\triangle ACD$ 中， $CD=2$ ， $AD=\sqrt{5}$ ，

$$\therefore AC = \sqrt{AD^2 - CD^2} = 1,$$

$$\therefore OC = OA + AC = 2 + 1 = 3,$$

$\therefore D$ 点坐标为 $(3, 2)$ ，

$\therefore$ 点 E 为 CD 的中点，

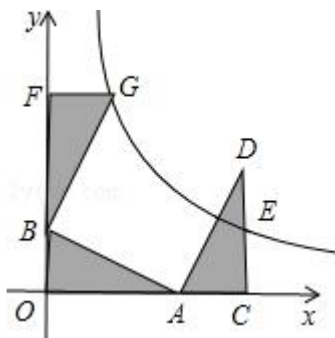
$\therefore$ 点 E 的坐标为 $(3, 1)$ ，

$$\therefore k = 3 \times 1 = 3;$$

(3) 解：点 G 是否在反比例函数的图象上. 理由如下：

$\because \triangle BFG$ 和 $\triangle DCA$ 关于某点成中心对称，

$\therefore \triangle BFG \cong \triangle DCA$,
 $\therefore FG=CA=1$, $BF=DC=2$, $\angle BFG=\angle DCA=90^\circ$,
 而 $OB=AC=1$,
 $\therefore OF=OB+BF=1+2=3$,
 $\therefore G$ 点坐标为 $(1, 3)$,
 $\therefore 1 \times 3 = 3$,
 $\therefore G(1, 3)$ 在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象上.

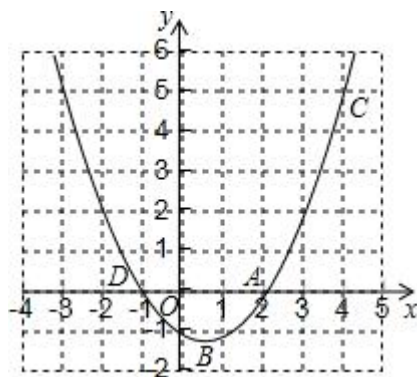


点评:

本题考查了反比例函数的综合题: 掌握反比例函数图象上点的坐标特征、中心对称的性质和三角形全等的判定与性质; 会利用勾股定理进行几何计算.

23. (10 分) (2014·宁波) 如图, 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象过 $A(2, 0)$, $B(0, -1)$ 和 $C(4, 5)$ 三点.

- (1) 求二次函数的解析式;
- (2) 设二次函数的图象与 x 轴的另一个交点为 D , 求点 D 的坐标;
- (3) 在同一坐标系中画出直线 $y = x + 1$, 并写出当 x 在什么范围内时, 一次函数的值大于二次函数的值.



考点:

待定系数法求二次函数解析式; 一次函数的图象; 抛物线与 x 轴的交点; 二次函数与不等式 (组)

分析:

- (1) 根据二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象过 $A(2, 0)$, $B(0, -1)$ 和 $C(4,$

5) 三点，代入得出关于 a , b , c 的三元一次方程组，求得 a , b , c ，从而得出二次函数的解析式；

(2) 令 $y=0$ ，解一元二次方程，求得 x 的值，从而得出与 x 轴的另一个交点坐标；

(3) 画出图象，再根据图象直接得出答案.

解答:

解: (1) $\because$ 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象过 $A(2, 0)$, $B(0, -1)$ 和 $C(4, 5)$ 三点,

$$\therefore \begin{cases} 4a+2b+c=0 \\ c=-1 \\ 16a+4b+c=5 \end{cases},$$

$$\therefore a=\frac{1}{2}, b=-\frac{1}{2}, c=-1,$$

$$\therefore \text{二次函数的解析式为 } y=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-1;$$

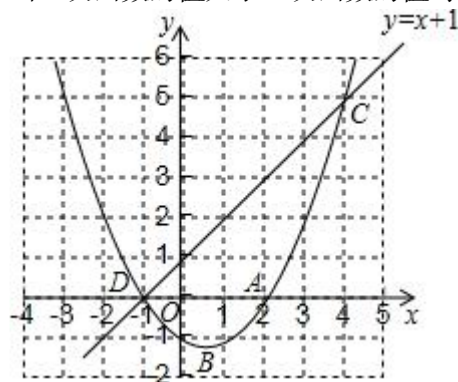
$$(2) \text{ 当 } y=0 \text{ 时, 得 } \frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-1=0;$$

解得 $x_1=2$, $x_2=-1$,

$\therefore$ 点 D 坐标为 $(-1, 0)$;

(3) 图象如图,

当一次函数的值大于二次函数的值时, x 的取值范围是 $-1 < x < 4$.



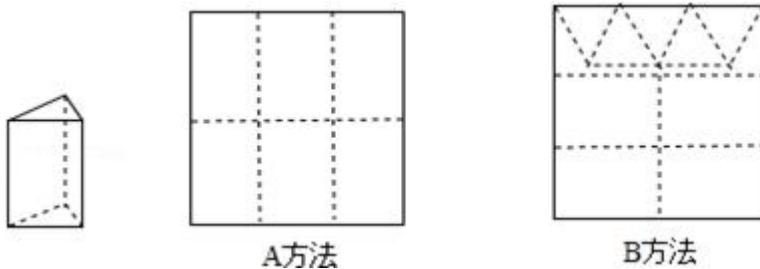
点评:

本题考查了用待定系数法求二次函数的解析式以及一次函数的图象、抛物线与 x 轴的交点问题，是中档题，要熟练掌握.

24. (10分) (2014•宁波) 用正方形硬纸板做三棱柱盒子，每个盒子由 3 个矩形侧面和 2 个正三角形底面组成，硬纸板以如图两种方法裁剪（裁剪后边角料不再利用）

A 方法：剪 6 个侧面；

B 方法：剪 4 个侧面和 5 个底面.



现有 19 张硬纸板，裁剪时 x 张用 A 方法，其余用 B 方法.

- (1) 用 x 的代数式分别表示裁剪出的侧面和底面的个数；
- (2) 若裁剪出的侧面和底面恰好全部用完，问能做多少个盒子？

考点：一元一次方程的应用；列代数式.

分析：(1) 由 x 张用 A 方法，就有 $(19 - x)$ 张用 B 方法，就可以分别表示出侧面个数和底面个数；

(2) 由侧面个数和底面个数比为 3: 2 建立方程求出 x 的值，求出侧面的总数就可以求出结论.

解答：解：(1) $\because$ 裁剪时 x 张用 A 方法，

$\therefore$ 裁剪时 $(19 - x)$ 张用 B 方法.

$\therefore$ 侧面的个数为： $6x + 4(19 - x) = (2x + 76)$ 个，

底面的个数为： $5(19 - x) = (95 - 5x)$ 个；

(2) 由题意，得

$$\frac{2x+76}{95-5x} = \frac{3}{2},$$

解得： $x=7$,

$$\therefore \text{盒子的个数为: } \frac{2 \times 7 + 76}{3} = 30.$$

答：裁剪出的侧面和底面恰好全部用完，能做 30 个盒子.

点评：本题考查了列一元一次方程解实际问题的运用，一元一次方程的解法的运用，列代数式的运用，解答时根据裁剪出的侧面和底面个数相等建立方程是关键.

25. (12 分) (2014•宁波) 课本的作业题中有这样一道题：把一张顶角为 36° 的等腰三角形纸片剪两刀，分成 3 张小纸片，使每张小纸片都是等腰三角形，你能办到吗？请画示意图说明剪法.

我们有多少种剪法，图 1 是其中的一种方法：

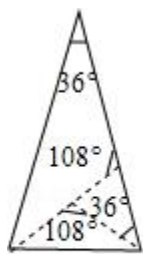


图1

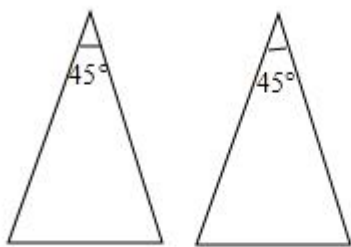


图2

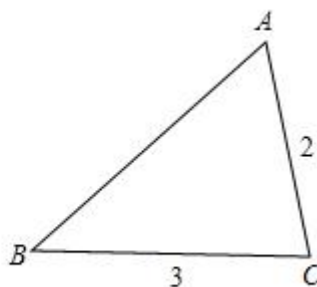


图3

定义：如果两条线段将一个三角形分成 3 个等腰三角形，我们把这两条线段叫做这个三角形的三分线。

(1) 请你在图 2 中用两种不同的方法画出顶角为 45° 的等腰三角形的三分线，并标注每个等腰三角形顶角的度数；（若两种方法分得的三角形成 3 对全等三角形，则视为同一种）

(2) $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 30^\circ$ ，AD 和 DE 是 $\triangle ABC$ 的三分线，点 D 在 BC 边上，点 E 在 AC 边上，且 $AD = BD$ ， $DE = CE$ ，设 $\angle C = x^\circ$ ，试画出示意图，并求出 x 所有可能的值；

(3) 如图 3， $\triangle ABC$ 中， $AC = 2$ ， $BC = 3$ ， $\angle C = 2\angle B$ ，请画出 $\triangle ABC$ 的三分线，并求出三分线的长。

考点：

相似形综合题；图形的剪拼

分析：

(1) 45° 自然想到等腰直角三角形，过底角一顶点作对边的高，发现形成一个等腰直角三角形和直角三角形。直角三角形斜边的中线可形成两个等腰三角形，则易得一种情况。第二种情形可以考虑题例中给出的方法，试着同样以一底角作为新等腰三角形的底角，则另一底角被分为 45° 和 22.5° ，再以 22.5° 分别作为等腰三角形的底角或顶角，易得其中作为底角时所得的三个三角形恰都为等腰三角形。即又一三分线作法。

(2) 用量角器，直尺标准作 30° 角，而后确定一边为 BA，一边为 BC，根据题意可以先固定 BA 的长，而后可确定 D 点，再标准作图实验——分别考虑 AD 为等腰三角形的腰或者底边，兼顾 AEC 在同一直线上，易得 2 种三角形 ABC。根据图形易得 x 的值。

(3) 因为 $\angle C = 2\angle B$ ，作 $\angle C$ 的角平分线，则可得第一个等腰三角形。而后借用圆规，以边长画弧，根据交点，寻找是否存在三分线，易得如图 4 图形为三分线。则可根据外角等于内角之和及腰相等等情况列出等量关系，求解方程可知各线的长。

解答：

解：(1) 如图 2 作图，

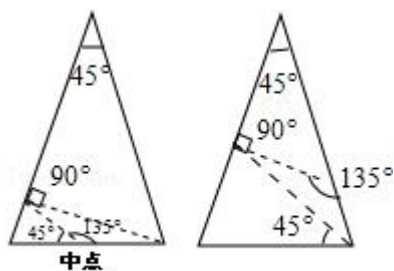


图2

(2) 如图3①、②作 $\triangle ABC$.

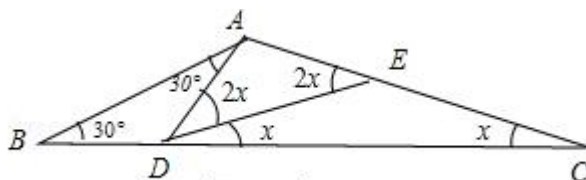


图3 ①

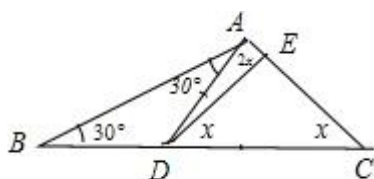


图3 ②

①当 $AD=AE$ 时,

$$\therefore 2x+x=30+30,$$

$$\therefore x=20.$$

②当 $AD=DE$ 时,

$$\therefore 30+30+2x+x=180,$$

$$\therefore x=40.$$

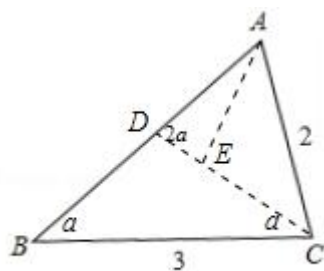


图4

(3)

如图4, CD 、 AE 就是所求的三分线.

设 $\angle B=a$, 则 $\angle DCB=\angle DCA=\angle EAC=a$, $\angle ADE=\angle AED=2a$,

此时 $\triangle AEC \sim \triangle BDC$, $\triangle ACD \sim \triangle ABC$,

设 $AE=AD=x$, $BD=CD=y$,

$\therefore \triangle AEC \sim \triangle BDC$,

$\therefore x: y=2: 3$,

$\therefore \triangle ACD \sim \triangle ABC$,

$\therefore 2x= (x+y) : 2$,

所以联立得方程组 $\begin{cases} x: y=2: 3 \\ 2x= (x+y) : 2 \end{cases}$,

$$\text{解得} \begin{cases} x=\frac{2}{5}\sqrt{10} \\ y=\frac{3}{5}\sqrt{10} \end{cases},$$

即三分线长分别是 $\frac{2}{5}\sqrt{10}$ 和 $\frac{3}{5}\sqrt{10}$.

点评:

本题考查了学生学习的理解能力及动手创新能力, 知识方面重点考查三角形内角、外角间的关系及等腰三角形知识, 是一道很锻炼学生能力的题目.

26. (14 分) (2014•宁波) 木匠黄师傅用长 $AB=3$, 宽 $BC=2$ 的矩形木板做一个尽可能大的圆形桌面, 他设计了四种方案:

方案一: 直接锯一个半径最大的圆;

方案二: 圆心 O_1 、 O_2 分别在 CD 、 AB 上, 半径分别是 O_1C 、 O_2A , 锯两个外切的半圆拼成一个圆;

方案三: 沿对角线 AC 将矩形锯成两个三角形, 适当平移三角形并锯一个最大的圆;

方案四: 锯一块小矩形 $BCEF$ 拼到矩形 $AFED$ 下面, 利用拼成的木板锯一个尽可能大的圆.

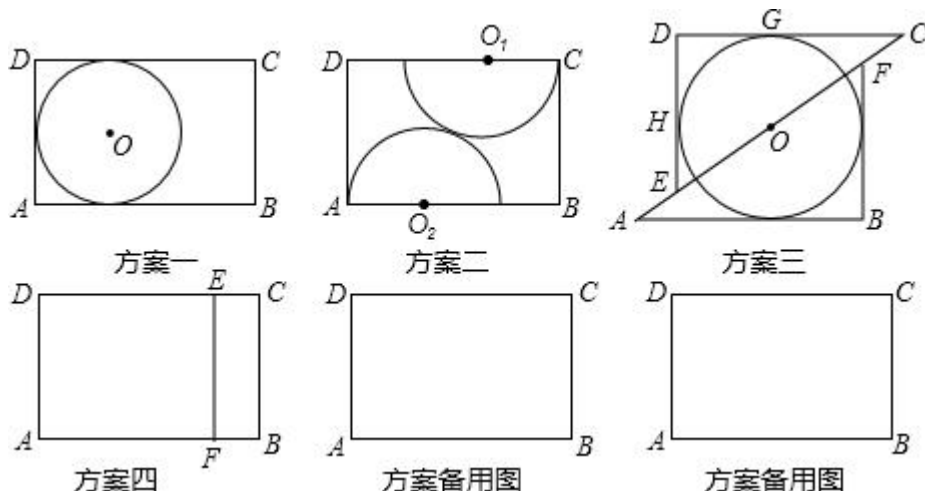
(1) 写出方案一中圆的半径;

(2) 通过计算说明方案二和方案三中, 哪个圆的半径较大?

(3) 在方案四中, 设 $CE=x$ ($0 < x < 1$), 圆的半径为 y .

①求 y 关于 x 的函数解析式;

②当 x 取何值时圆的半径最大, 最大半径为多少? 并说明四种方案中哪一个圆形桌面的半径最大.



考点:

圆的综合题

分析:

(1) 观察图易知，截圆的直径需不超过长方形长、宽中最短的边，由已知长宽分别为 3，2，那么直接取圆直径最大为 2，则半径最大为 1.

(2) 方案二、方案三中求圆的半径是常规的利用勾股定理或三角形相似中对应边长成比例等性质解直角三角形求边长的题目. 一般都先设出所求边长，而后利用关系代入表示其他相关边长，方案二中可利用 $\triangle O_1O_2E$ 为直角三角形，则满足勾股定理整理方程，方案三可利用 $\triangle AOM \sim \triangle OFN$ 后对应边成比例整理方程，进而可求 r 的值.

(3) ①类似 (1) 截圆的直径需不超过长方形长、宽中最短的边，虽然方案四中新拼的图象不一定为矩形，但直径也不得超过横纵向方向跨

度. 则选择最小跨度，取其 $\frac{1}{2}$ ，即为半径. 由 EC 为 x ，则新拼图形水平方向跨度为 $3-x$ ，竖直方向跨度为 $2+x$ ，则需要先判断大小，而后分别讨论结论.

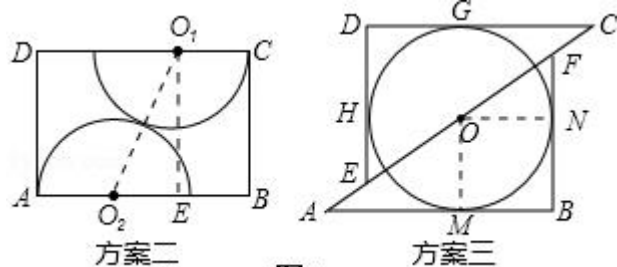
②已有关系表达式，则直接根据不等式性质易得方案四中的最大半径. 另与前三方案比较，即得最终结论.

解答:

解: (1) 方案一中的最大半径为 1.

分析如下:

因为长方形的长宽分别为 3，2，那么直接取圆直径最大为 2，则半径最大为 1.



(2)

图 1

如图 1，方案二中连接 O_1, O_2 ，过 O_1 作 $O_1E \perp AB$ 于 E ，

方案三中，过点 O 分别作 AB, BF 的垂线，交于 M, N ，此时 M, N 恰为 $\odot O$ 与 AB, BF 的切点.

方案二：

设半径为 r ，

在 $Rt\triangle O_1O_2E$ 中，

$$\because O_1O_2=2r, O_1E=BC=2, O_2E=AB-AO_1-CO_2=3-2r,$$

$$\therefore (2r)^2=2^2+(3-2r)^2,$$

$$\text{解得 } r=\frac{13}{12}.$$

方案三：

设半径为 r ，

在 $\triangle AOM$ 和 $\triangle OFN$ 中，

$$\begin{cases} \angle A=\angle FON \\ \angle OMA=\angle FNO \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AOM \sim \triangle OFN,$$

$$\therefore \frac{OM}{AM}=\frac{FN}{ON},$$

$$\therefore \frac{r}{3-r}=\frac{2-r}{r},$$

$$\text{解得 } r=\frac{6}{5}.$$

比较知，方案三半径较大.

(3) 方案四：

① $\because EC=x$,

$\therefore$ 新拼图形水平方向跨度为 $3-x$ ，竖直方向跨度为 $2+x$.

类似 (1)，所截出圆的直径最大为 $3-x$ 或 $2+x$ 较小的.

1. 当 $3-x < 2+x$ 时，即当 $x > \frac{1}{2}$ 时， $r=\frac{1}{2}(3-x)$ ；

2. 当 $3-x=2+x$ 时, 即当 $x=\frac{1}{2}$ 时, $r=\frac{1}{2}(3-\frac{1}{2})=\frac{5}{4}$;

3. 当 $3-x>2+x$ 时, 即当 $x<\frac{1}{2}$ 时, $r=\frac{1}{2}(2+x)$.

②当 $x>\frac{1}{2}$ 时, $r=\frac{1}{2}(3-x)<\frac{1}{2}(3-\frac{1}{2})=\frac{5}{4}$;

当 $x=\frac{1}{2}$ 时, $r=\frac{1}{2}(3-\frac{1}{2})=\frac{5}{4}$;

当 $x<\frac{1}{2}$ 时, $r=\frac{1}{2}(2+x)<\frac{1}{2}(2+\frac{1}{2})=\frac{5}{4}$;

$\therefore$ 方案四, 当 $x=\frac{1}{2}$ 时, r 最大为 $\frac{5}{4}$.

$\therefore 1<\frac{13}{12}<\frac{6}{5}<\frac{5}{4}$,

$\therefore$ 方案四时可取的圆桌面积最大.

点评:

本题考查了圆的基本性质及通过勾股定理、三角形相似等性质求解边长及分段函数的表示与性质讨论等内容, 题目虽看似新颖不易找到思路, 但仔细观察每一小问都是常规的基础考点, 所以总体来说是一道质量很高的题目, 值得认真练习.