

2013 年浙江省湖州市中考数学试卷

一、选择题（本题有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）下面每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请选出各题中一个最符合题意的选项，并在答案卷上将相应题次中对应字母的方框涂黑，不选、多选、错选均不给分.

1. (3 分) 实数 π , $\frac{1}{5}$, 0, -1 中, 无理数是 ()

- A. π B. $\frac{1}{5}$ C. 0 D. -1

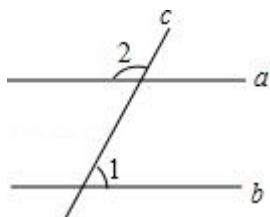
2. (3 分) 计算 $6x^3 \cdot x^2$ 的结果是 ()

- A. $6x$ B. $6x^5$ C. $6x^6$ D. $6x^9$

3. (3 分) 若正比例函数 $y = kx$ 的图象经过点 (1, 2), 则 k 的值为 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. 2

4. (3 分) 如图, 已知直线 a, b 被直线 c 所截, $a \parallel b$, $\angle 1 = 60^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()



- A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°

5. (3 分) 在开展“爱心捐助雅安灾区”的活动中, 某团支部 8 名团员捐款分别为 (单位: 元): 6, 5, 3, 5, 6, 10, 5, 5, 这组数据的中位数是 ()

- A. 3 元 B. 5 元 C. 6 元 D. 10 元

6. (3 分) 在正三角形、等腰梯形、矩形、平行四边形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()

- A. 正三角形 B. 等腰梯形 C. 矩形 D. 平行四边形

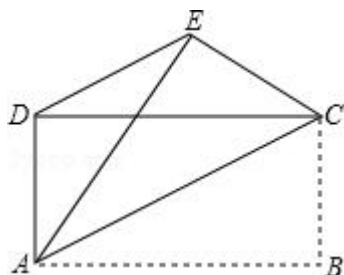
7. (3 分) 在学校组织的实践活动中, 小新同学用纸板制作了一个圆锥模型, 它的底面半径为 1, 高为 $2\sqrt{2}$, 则这个圆锥的侧面积是 ()

- A. 4π B. 3π C. $2\sqrt{2}\pi$ D. 2π

8. (3 分) 一个布袋里装有 6 个只有颜色可以不同的球, 其中 2 个红球, 4 个白球. 从布袋里任意摸出 1 个球, 则摸出的球是红球的概率为 ()

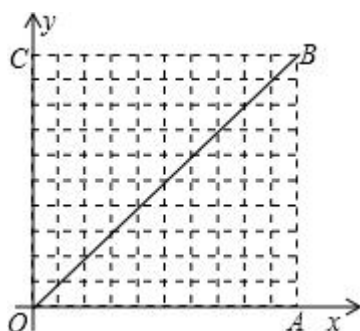
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

9. (3分) 如图, 已知四边形 $ABCD$ 是矩形, 把矩形沿直线 AC 折叠, 点 B 落在点 E 处, 连接 DE . 若 $DE:AC=3:5$, 则 $\frac{AD}{AB}$ 的值为 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

10. (3分) 如图, 在 10×10 的网格中, 每个小方格都是边长为 1 的小正方形, 每个小正方形的顶点称为格点. 若抛物线经过图中的三个格点, 则以这三个格点为顶点的三角形称为抛物线的“内接格点三角形”. 以 O 为坐标原点建立如图所示的平面直角坐标系, 若抛物线与网格对角线 OB 的两个交点之间的距离为 $3\sqrt{2}$, 且这两个交点与抛物线的顶点是抛物线的内接格点三角形的三个顶点, 则满足上述条件且对称轴平行于 y 轴的抛物线条数是 ()



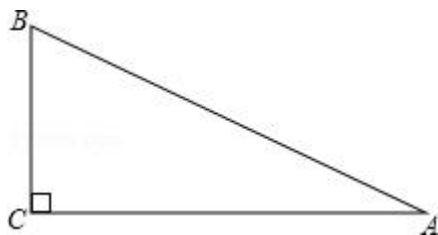
- A. 16 B. 15 C. 14 D. 13

二、填空题 (本题有 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. (4分) 计算: $\frac{x}{x+1} + \frac{1}{x+1} =$ _____.

12. (4分) 把 $15^\circ 30'$ 化成度的形式, 则 $15^\circ 30' =$ _____度.

13. (4分) 如图, 已知在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 13$, $AC = 12$, 则 $\cos B$ 的值为 _____.



14. (4分) 某市号召居民节约用水, 为了解居民用水情况, 随机抽查了 20 户家庭某月的用

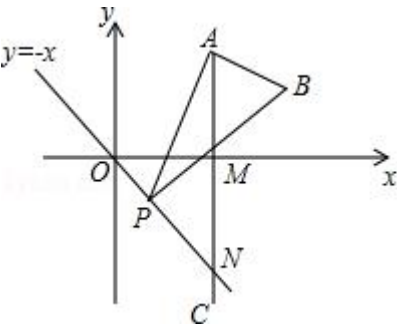
水量，结果如表，则这 20 户家庭这个月的平均用水量是_____吨．

用水量（吨）	4	5	6	8
户数	3	8	4	5

15.（4 分）将连续正整数按以下规律排列，则位于第 7 行第 7 列的数 x 是_____．

	第一列	第二列	第三列	第四列	第五列	第六列	第七列	...
第一行	1	3	6	10	15	21	28	
第二行	2	5	9	14	20	27		
第三行	4	8	13	19	26	...		
第四行	7	12	18	25	...			
第五行	11	17	24	...				
第六行	16	23	...					
第七行	22						x	
...								

16.（4 分）如图，已知点 A 是第一象限内横坐标为 $2\sqrt{3}$ 的一个定点， $AC \perp x$ 轴于点 M ，交直线 $y = -x$ 于点 N ．若点 P 是线段 ON 上的一个动点， $\angle APB = 30^\circ$ ， $BA \perp PA$ ，则点 P 在线段 ON 上运动时， A 点不变， B 点随之运动．求当点 P 从点 O 运动到点 N 时，点 B 运动的路径长是_____．



三、解答题（本题共 8 小题，共 66 分）

17.（6 分）因式分解： $mx^2 - my^2$ ．

18.（6 分）解不等式组：
$$\begin{cases} 2(x-1) > 3 \\ x < 10-x \end{cases}$$
．

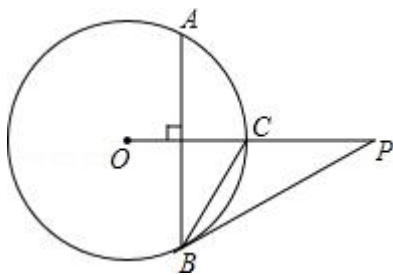
19.（6 分）已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 $A(3, 0)$ ， $B(-1, 0)$ ．

（1）求抛物线的解析式；

（2）求抛物线的顶点坐标．

20.（8 分）如图，已知 P 是 $\odot O$ 外一点， PO 交圆 O 于点 C ， $OC = CP = 2$ ，弦 $AB \perp OC$ ，劣弧 AB 的度数为 120° ，连接 PB ．

- (1) 求 BC 的长；
- (2) 求证: PB 是 $\odot O$ 的切线.

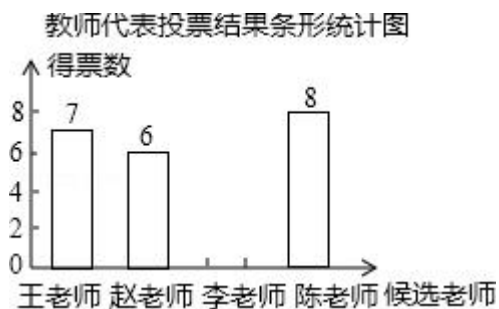


21. (8 分) 为激励教师爱岗敬业, 某市开展了“我最喜爱的老师”评选活动. 某中学确定如下评选方案: 有学生和教师代表对 4 名候选教师进行投票, 每票选 1 名候选教师, 每位候选教师得到的教师票数的 5 倍与学生票数的和作为该教师的总票数. 以下是根据学生和教师代表投票结果绘制的统计表和条形统计图 (不完整).

学生投票结果统计表

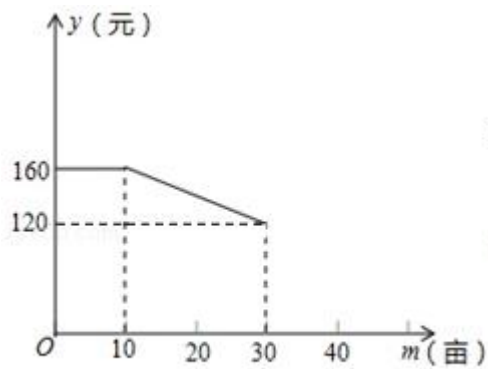
候选教师	王老师	赵老师	李老师	陈老师
得票数		200		300

- (1) 若共有 25 位教师代表参加投票, 则李老师得到的教师票数是多少? 请补全条形统计图. (画在答案卷相对应的图上)
- (2) 王老师与李老师得到的学生总票数是 500, 且王老师得到的学生票数是李老师得到的学生票数的 3 倍多 20 票, 求王老师与李老师得到的学生票数分别是多少?
- (3) 在 (1)、(2) 的条件下, 若总得票数较高的 2 名教师推选到市参评, 你认为推选到市里的是两位老师? 为什么?

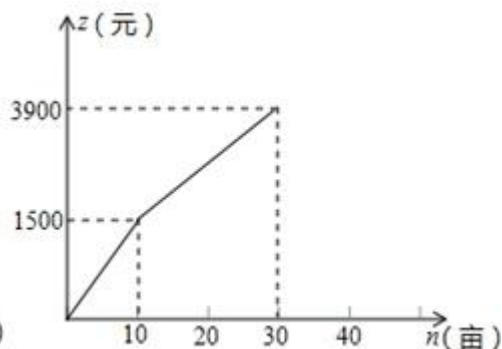


22. (10 分) 某农庄计划在 30 亩空地上全部种植蔬菜和水果, 菜农小张和果农小李分别承包了种植蔬菜和水果的任务. 小张种植每亩蔬菜的工资 y (元) 与种植面积 m (亩) 之间的函数如图①所示, 小李种植水果所得报酬 z (元) 与种植面积 n (亩) 之间函数关系如图②所示.

- (1) 如果种植蔬菜 20 亩，则小张种植每亩蔬菜的工资是_____元，小张应得的工资总额是_____元，此时，小李种植水果_____亩，小李应得的报酬是_____元；
- (2) 当 $10 < n \leq 30$ 时，求 z 与 n 之间的函数关系式；
- (3) 设农庄支付给小张和小李的总费用为 w (元)，当 $10 < m \leq 30$ 时，求 w 与 m 之间的函数关系式.



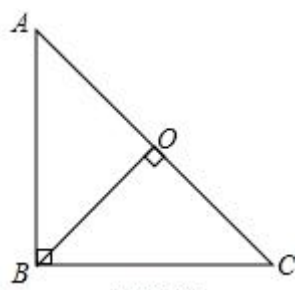
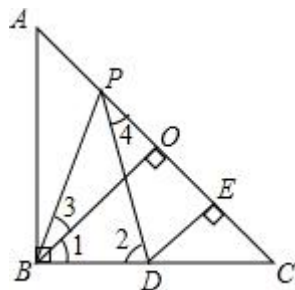
图①



图②

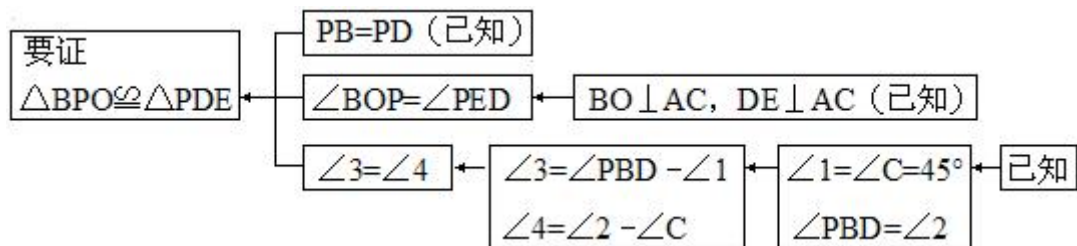
23. (10 分) 一节数学课后，老师布置了一道课后练习题：

如图，已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AB = BC$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $BO \perp AC$ 于点 O ，点 P 、 D 分别在 AO 和 BC 上， $PB = PD$ ， $DE \perp AC$ 于点 E ，求证： $\triangle BPO \cong \triangle PDE$.



备用图

(1) 理清思路，完成解答 (2) 本题证明的思路可用下列框图表示：



根据上述思路，请你完整地书写本题的证明过程.

(2) 特殊位置，证明结论

若 PB 平分 $\angle ABO$ ，其余条件不变. 求证： $AP = CD$.

(3) 知识迁移，探索新知

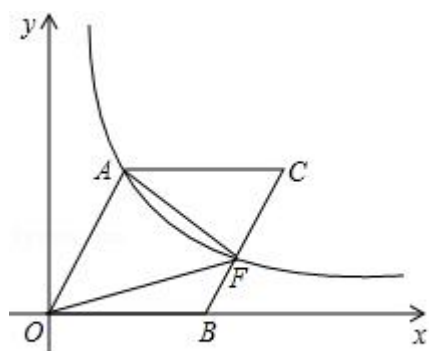
若点 P 是一个动点，点 P 运动到 OC 的中点 P' 时，满足题中条件的点 D 也随之在直线 BC 上运动到点 D' ，请直接写出 CD' 与 AP' 的数量关系。（不必写解答过程）

24. (12 分) 如图①， O 为坐标原点，点 B 在 x 轴的正半轴上，四边形 $OACB$ 是平行四边形， $\sin \angle AOB = \frac{4}{5}$ ，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 在第一象限内的图象经过点 A ，与 BC 交于点 F 。

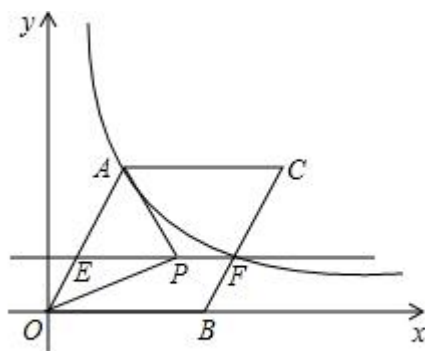
(1) 若 $OA = 10$ ，求反比例函数解析式；

(2) 若点 F 为 BC 的中点，且 $\triangle AOF$ 的面积 $S = 12$ ，求 OA 的长和点 C 的坐标；

(3) 在 (2) 中的条件下，过点 F 作 $EF \parallel OB$ ，交 OA 于点 E (如图②)，点 P 为直线 EF 上的一个动点，连接 PA ， PO 。是否存在这样的点 P ，使以 P 、 O 、 A 为顶点的三角形是直角三角形？若存在，请直接写出所有点 P 的坐标；若不存在，请说明理由。



图①



图②

2013 年浙江省湖州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）下面每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请选出各题中一个最符合题意的选项，并在答案卷上将相应题次中对应字母的方框涂黑，不选、多选、错选均不给分.

1. 【分析】无理数就是无限不循环小数. 理解无理数的概念，一定要同时理解有理数的概念，有理数是整数与分数的统称. 即有限小数和无限循环小数是有理数，而无限不循环小数是无理数. 由此即可判定选择项.

【解答】解：A、是无理数；

B、是分数，是有理数，故选项错误；

C、是整数，是有理数，选项错误；

D、是整数，是有理数，选项错误.

故选：A.

【点评】此题主要考查了无理数的定义，其中初中范围内学习的无理数有： π ， 2π 等；开方开不尽的数；以及像 0.1010010001 $\cdots$ ，等有这样规律的数.

2. 【分析】根据同底数的幂的乘法法则进行计算.

【解答】解： $\because 6x^3 \cdot x^2 = 6x^{3+2} = 6x^5$,

$\therefore$ 故选 B.

【点评】本题考查了同底数幂的运算法则，要知道，底数不变，指数相加.

3. 【分析】把点 (1, 2) 代入已知函数解析式，借助于方程可以求得 k 的值.

【解答】解： $\because$ 正比例函数 $y = kx$ 的图象经过点 (1, 2),

$\therefore 2 = k$,

解得， $k = 2$.

故选：D.

【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，经过函数的某点一定在函数的图象上.

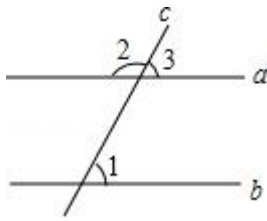
4. 【分析】根据两直线平行，同位角相等求出 $\angle 3$ ，再根据邻补角的定义解答.

【解答】解： $\because a \parallel b$ ， $\angle 1 = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ .$$

故选：C.



【点评】本题考查了平行线的性质，邻补角的定义，是基础题，熟记性质是解题的关键.

5. 【分析】根据中位数的定义，结合所给数据即可得出答案.

【解答】解：将数据从小到大排列为：3，5，5，5，5，6，6，10，

中位数为：5.

故选：B.

【点评】本题考查了中位数的定义，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数，如果中位数的概念掌握得不好，不把数据按要求重新排列，就会出错.

6. 【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念，分析各图形的特征求解.

【解答】解：正三角形、等腰梯形是轴对称图形，不是中心对称图形；

矩形是轴对称图形，也是中心对称图形；

平行四边形不是轴对称图形，是中心对称图形.

故选：C.

【点评】本题考查了中心对称图形和轴对称图形的知识，判断轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

7. 【分析】首先根据勾股定理计算出母线的长，再根据圆锥的侧面积为： $S_{\text{侧}} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r \cdot l = \pi r l$ ，代入数进行计算即可.

【解答】解： $\because$ 底面半径为 1，高为 $2\sqrt{2}$ ，

$$\therefore \text{母线长} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 1^2} = 3.$$

底面圆的周长为： $2\pi \times 1 = 2\pi$.

$$\therefore \text{圆锥的侧面积为：} S_{\text{侧}} = \frac{1}{2} \cdot r \cdot l = \frac{1}{2} \times 2\pi \times 3 = 3\pi.$$

故选：B.

【点评】此题主要考查了圆锥的计算，关键是掌握圆锥的侧面积公式： $S_{\text{侧}} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r \cdot l = \pi rl$.

8. 【分析】让红球的个数除以球的总个数即为所求的概率.

【解答】解：因为一共有 6 个球，红球有 2 个，

所以从布袋里任意摸出 1 个球，摸到红球的概率为： $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

故选：D.

【点评】本题考查了概率公式，用到的知识点为：概率等于所求情况数与总情况数之比.

9. 【分析】根据翻折的性质可得 $\angle BAC = \angle EAC$ ，再根据矩形的对边平行可得 $AB \parallel CD$ ，根据两直线平行，内错角相等可得 $\angle DAC = \angle BCA$ ，从而得到 $\angle EAC = \angle DAC$ ，设 AE 与 CD 相交于 F ，根据等角对等边的性质可得 $AF = CF$ ，再求出 $DF = EF$ ，从而得到 $\triangle ACF$ 和 $\triangle EDF$ 相似，根据相似三角形对应边成比例求出 $\frac{DF}{FC} = \frac{3}{5}$ ，设 $DF = 3x$ ， $FC = 5x$ ，在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中，利用勾股定理列式求出 AD ，再根据矩形的对边相等求出 AB ，然后代入进行计算即可得解.

【解答】解： $\because$ 矩形沿直线 AC 折叠，点 B 落在点 E 处，

$$\therefore \angle BAC = \angle EAC, AE = AB = CD,$$

$\because$ 矩形 $ABCD$ 的对边 $AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle DCA = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle DCA,$$

设 AE 与 CD 相交于 F ，则 $AF = CF$,

$$\therefore AE - AF = CD - CF,$$

即 $DF = EF$,

$$\therefore \frac{DF}{FC} = \frac{EF}{AF},$$

又 $\because \angle AFC = \angle EFD$,

$$\therefore \triangle ACF \sim \triangle EDF,$$

$$\therefore \frac{DF}{FC} = \frac{DE}{AC} = \frac{3}{5},$$

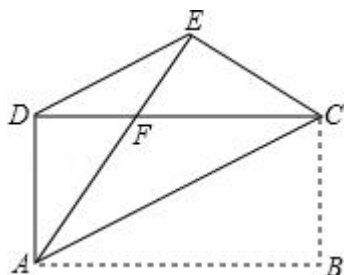
设 $DF = 3x$ ， $FC = 5x$ ，则 $AF = 5x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中， $AD = \sqrt{AF^2 - DF^2} = \sqrt{(5x)^2 - (3x)^2} = 4x$ ，

又 $\because AB = CD = DF + FC = 3x + 5x = 8x$ ，

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{4x}{8x} = \frac{1}{2}.$$

故选：A.



【点评】本题考查了矩形的性质，平行线的性质，等角对等边的性质，相似三角形的判定与性质，勾股定理的应用，综合性较强，但难度不大，熟记各性质是解题的关键.

10. 【分析】根据在 OB 上的两个交点之间的距离为 $3\sqrt{2}$ 可知两交点的横坐标的差为 3，然后作出最左边开口向下的抛物线，再向右平移 1 个单位，向上平移 1 个单位得到开口向下的抛物线的条数，同理可得开口向上的抛物线的条数，然后相加即可得解.

【解答】解：如图，开口向下，经过点 $(0, 0)$, $(1, 3)$, $(3, 3)$ 的抛物线的解析式为 $y = -x^2 + 4x$,

然后向右平移 1 个单位，向上平移 1 个单位一次得到一条抛物线，

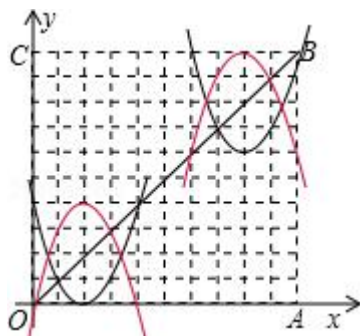
可平移 6 次，

所以，一共有 7 条抛物线，

同理可得开口向上的抛物线也有 7 条，

所以，满足上述条件且对称轴平行于 y 轴的抛物线条数是： $7+7=14$.

故选：C.



【点评】本题是二次函数综合题型，主要考查了网格结构的知识与二次函数的性质，二次函数图象与几何变换，作出图形更形象直观.

二、填空题（本题有 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分）

11. 【分析】因为分式的分母相同，所以只要将分母不变，分子相加即可.

【解答】解： $\frac{x}{x+1} + \frac{1}{x+1} = \frac{x+1}{x+1} = 1$. 故答案为 1.

【点评】此题比较容易，是简单的分式加法运算.

12. 【分析】根据度、分、秒之间的换算关系，先把 $30'$ 化成度，即可求出答案.

【解答】解： $\because 30' = 0.5$ 度，

$$\therefore 15^\circ 30' = 15.5 \text{ 度};$$

故答案为：15.5.

【点评】此题考查了度分秒的换算，掌握 $1^\circ = 60'$ ， $1' = 60''$ 是解题的关键，是一道基础题.

13. 【分析】首先利用勾股定理求得 BC 的长，然后利用余弦函数的定义即可求解.

【解答】解： $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$,

$$\text{则 } \cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{13}.$$

【点评】本题考查锐角三角函数的定义及运用：在直角三角形中，锐角的正弦为对边比斜边，余弦为邻边比斜边，正切为对边比邻边.

14. 【分析】根据加权平均数的计算方法先求出所有数据的和，然后除以数据的总个数即可.

【解答】解：根据题意得：

$$\text{这 20 户家庭这个月的平均用水量是 } (4 \times 3 + 5 \times 8 + 6 \times 4 + 8 \times 5) \div 20 = 5.8 \text{ (吨)};$$

故答案为：5.8.

【点评】此题考查了加权平均数，用到的知识点是加权平均数的计算公式，关键是求出所有数的和.

15. 【分析】先根据第一行的第一列的数，以及第二行的第二列的数，第三行的第三列的数，第四行第四列的数，进而得出变化规律，由此得出第七行第七列的，从而求出答案.

【解答】方法一：

解：第一行第一列的数是 1；

第二行第二列的数是 $5 = 1 + 4$ ；

第三行第三列的数是 $13 = 1 + 4 + 8$ ；

第四行第四列的数是 $25 = 1 + 4 + 8 + 12$ ；

...

第 n 行第 n 列的数是 $1 + 4 + 8 + 12 + \cdots + 4(n-1) = 1 + 4[1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1)] = 1 + 2n(n-1)$ ；

$\therefore$ 第七行第七列的数是 $1 + 2 \times 7 \times (7-1) = 85$ ；

故答案为：85.

方法二：

$$n=1, s=1; n=2, s=5; n=3, s=13,$$

设 $s = an^2 + bn + c$,

$$\therefore \begin{cases} a+b+c=1 \\ 4a+2b+c=5 \\ 9a+3b+c=13 \end{cases},$$
$$\therefore \begin{cases} a=2 \\ b=-2 \\ c=1 \end{cases},$$

$$\therefore s = 2n^2 - 2n + 1,$$

把 $n=7$ 代入, $s=85$.

方法三：

$$4, 8, 12, 16, 20, 24,$$

$$\therefore a_7 = 25 + \frac{1}{2}(16+24) \times 3 = 85.$$

【点评】 此题考查了数字的变化类，这是一道找规律的题目，要求学生通过观察，分析、归纳发现其中的规律，并应用发现的规律解决问题.

16. **【分析】** (1) 首先，需要证明线段 B_0B_n 就是点 B 运动的路径（或轨迹），如答图②所示. 利用相似三角形可以证明；

(2) 其次，如答图①所示，利用相似三角形 $\triangle AB_0B_n \sim \triangle AON$ ，求出线段 B_0B_n 的长度，即点 B 运动的路径长.

【解答】 解：由题意可知， $OM = 2\sqrt{3}$ ，点 N 在直线 $y = -x$ 上， $AC \perp x$ 轴于点 M ，则 $\triangle OMN$ 为等腰直角三角形， $ON = \sqrt{2}OM = \sqrt{2} \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{6}$.

如答图①所示，设动点 P 在 O 点（起点）时，点 B 的位置为 B_0 ，动点 P 在 N 点（终点）时，点 B 的位置为 B_n ，连接 B_0B_n

$$\because AO \perp AB_0, AN \perp AB_n, \therefore \angle OAC = \angle B_0AB_n,$$

又 $\because AB_0 = AO \cdot \tan 30^\circ$ ， $AB_n = AN \cdot \tan 30^\circ$ ， $\therefore AB_0 : AO = AB_n : AN = \tan 30^\circ$ （此处也可用 30° 角的 $\text{Rt}\triangle$ 三边长的关系来求得），

$\therefore \triangle AB_0B_n \sim \triangle AON$, 且相似比为 $\tan 30^\circ$,

$$\therefore B_0B_n = ON \cdot \tan 30^\circ = 2\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{2}.$$

现在来证明线段 B_0B_n 就是点 B 运动的路径 (或轨迹).

如答图②所示, 当点 P 运动至 ON 上的任一点时, 设其对应的点 B 为 B_i , 连接 AP , AB_i , B_0B_i

$\because AO \perp AB_0$, $AP \perp AB_i$, $\therefore \angle OAP = \angle B_0AB_i$,

又 $\because AB_0 = AO \cdot \tan 30^\circ$, $AB_i = AP \cdot \tan 30^\circ$, $\therefore AB_0 : AO = AB_i : AP$,

$\therefore \triangle AB_0B_i \sim \triangle AOP$, $\therefore \angle AB_0B_i = \angle AOP$.

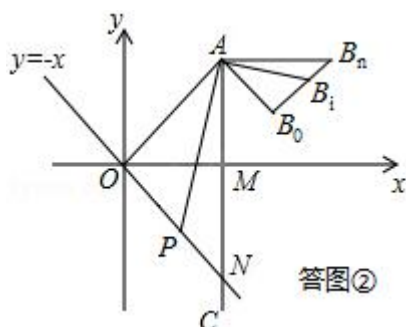
又 $\because \triangle AB_0B_n \sim \triangle AON$, $\therefore \angle AB_0B_n = \angle AOP$,

$\therefore \angle AB_0B_i = \angle AB_0B_n$,

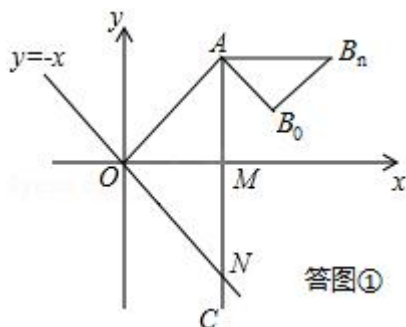
$\therefore$ 点 B_i 在线段 B_0B_n 上, 即线段 B_0B_n 就是点 B 运动的路径 (或轨迹).

综上所述, 点 B 运动的路径 (或轨迹) 是线段 B_0B_n , 其长度为 $2\sqrt{2}$.

故答案为: $2\sqrt{2}$.



答图②



答图①

【点评】 本题考查坐标平面内由相似关系确定的点的运动轨迹, 难度很大. 本题的要点有两个: 首先, 确定点 B 的运动路径是本题的核心, 这要求考生有很好的空间想象能力和分析问题的能力; 其次, 由相似关系求出点 B 运动路径的长度, 可以大幅简化计算, 避免陷入坐标关系的复杂运算之中.

三、解答题 (本题共 8 小题, 共 66 分)

17. 【分析】先提取公因式 m ，再对余下的多项式利用平方差公式继续分解.

【解答】解： $mx^2 - my^2$ ，
 $= m(x^2 - y^2)$ ，
 $= m(x+y)(x-y)$.

【点评】本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解，一个多项式有公因式首先提取公因式，然后再用其他方法进行因式分解，同时因式分解要彻底，直到不能分解为止.

18. 【分析】分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集即可.

【解答】解： $\begin{cases} 2(x-1) > 3 \text{ ①} \\ x < 10-x \text{ ②} \end{cases}$ ，由①得， $x > \frac{5}{2}$ ；由②得， $x < 5$ ，

故此不等式组的解集为： $\frac{5}{2} < x < 5$.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

19. 【分析】(1) 根据抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 $A(3, 0)$ ， $B(-1, 0)$ ，直接得出抛物线的解析式为： $y = -(x-3)(x+1)$ ，再整理即可，

(2) 根据抛物线的解析式为 $y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$ ，即可得出答案.

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 $A(3, 0)$ ， $B(-1, 0)$.

$\therefore$ 抛物线的解析式为： $y = -(x-3)(x+1)$ ，

即 $y = -x^2 + 2x + 3$ ，

(2) $\because$ 抛物线的解析式为 $y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$ ，

$\therefore$ 抛物线的顶点坐标为： $(1, 4)$.

【点评】此题考查了用待定系数法求函数的解析式，用到的知识点是二次函数的解析式的形式，关键是根据题意选择合适的解析式.

20. 【分析】(1) 首先连接 OB ，由弦 $AB \perp OC$ ，劣弧 AB 的度数为 120° ，易证得 $\triangle OBC$ 是等边三角形，则可求得 BC 的长；

(2) 由 $OC = CP = 2$ ， $\triangle OBC$ 是等边三角形，可求得 $BC = CP$ ，即可得 $\angle P = \angle CBP$ ，又由等边三角形的性质， $\angle OBC = 60^\circ$ ， $\angle CBP = 30^\circ$ ，则可证得 $OB \perp BP$ ，继而证得 PB 是 $\odot O$ 的切线.

【解答】(1) 解：连接 OB ，

$\because$ 弦 $AB \perp OC$ ，劣弧 AB 的度数为 120° ，

$\therefore$ 弧 BC 与弧 AC 的度数为: 60° ,

$\therefore \angle BOC = 60^\circ$,

$\because OB = OC$,

$\therefore \triangle OBC$ 是等边三角形,

$\therefore BC = OC = 2$;

(2) 证明: $\because OC = CP$, $BC = OC$,

$\therefore BC = CP$,

$\therefore \angle CBP = \angle CPB$,

$\because \triangle OBC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle OBC = \angle OCB = 60^\circ$,

$\therefore \angle CBP = 30^\circ$,

$\therefore \angle OBP = \angle CBP + \angle OBC = 90^\circ$,

$\therefore OB \perp BP$,

$\because$ 点 B 在 $\odot O$ 上,

$\therefore PB$ 是 $\odot O$ 的切线.

补:

证明: $\because OC = CP = 2$,

$\therefore OP = 4$,

由 (1) 可知: $BC = OC = 2$,

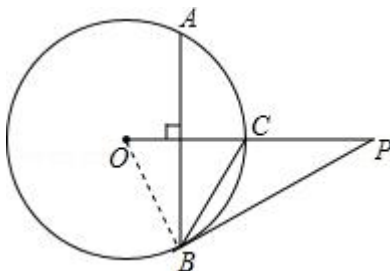
$\therefore BC = \frac{1}{2}OP$, $\angle BOC = 60^\circ$,

$\therefore \triangle OBP$ 是直角三角形,

$\therefore \angle OBP = 90^\circ$,

$\therefore OB \perp BP$,

$\therefore PB$ 是 $\odot O$ 的切线.



【点评】此题考查了切线的判定、等边三角形的判定与性质以及等腰三角形的性质．此题难度适中，注意掌握辅助线的作法，注意数形结合思想的应用．

21. 【分析】（1）根据共有 25 位教师代表参加投票，结合条形图得出李老师得到的教师票数即可；

（2）根据“王老师与李老师得到的学生总票数是 500，且王老师得到的学生票数是李老师得到的学生票数的 3 倍多 20 票，”分别得出方程组求出即可；

（3）求出每位老师的得票总数，进而得出答案．

【解答】解：（1）李老师得到的教师票数是： $25 - (7+6+8) = 4$ ，

如图所示：

（2）设王老师与李老师得到的学生票数分别是 x 和 y ，

由题意得出：
$$\begin{cases} x+y=500 \\ x=3y+20 \end{cases},$$

解得：
$$\begin{cases} x=380 \\ y=120 \end{cases},$$

答：王老师与李老师得到的学生票数分别是 380 和 120；

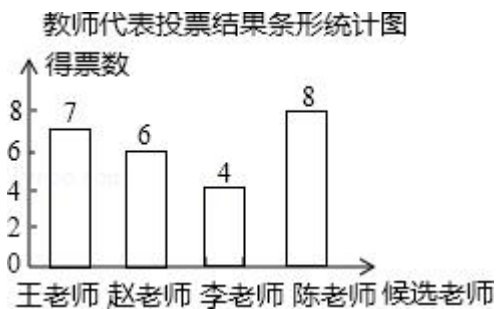
（3）总得票数情况如下：王老师： $380+5 \times 7 = 415$ ，

赵老师： $200+5 \times 6 = 230$ ，

李老师： $120+5 \times 4 = 140$ ，

陈老师： $300+5 \times 8 = 340$ ，

推选到市里的是王老师和陈老师．



【点评】此题主要考查了二元一次方程组的应用，关键是弄清题意，找出合适的等量关系，列出方程组．

22. 【分析】（1）根据图象数据解答即可；

（2）设 $z = kn+b$ ($k \neq 0$)，然后利用待定系数法求一次函数解析式即可；

(3) 先求出 $20 < m \leq 30$ 时 y 与 m 的函数关系式, 再分① $10 < m \leq 20$ 时, $10 < n \leq 20$;
② $20 < m \leq 30$ 时, $0 < n \leq 10$ 两种情况, 根据总费用等于两人的费用之和列式整理即可得解.

【解答】解:(1)由图可知,如果种植蔬菜20亩,则小张种植每亩蔬菜的工资是 $\frac{1}{2}(160+120)$
= 140 元,

小张应得的工资总额是: $140 \times 20 = 2800$ 元,

此时, 小李种植水果: $30 - 20 = 10$ 亩,

小李应得的报酬是 1500 元;

故答案为: 140; 2800; 10; 1500;

(2) 当 $10 < n \leq 30$ 时, 设 $z = kn + b$ ($k \neq 0$),

$\because$ 函数图象经过点 $(10, 1500)$, $(30, 3900)$,

$$\therefore \begin{cases} 10k + b = 1500 \\ 30k + b = 3900 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 120 \\ b = 300 \end{cases},$$

所以, $z = 120n + 300$ ($10 < n \leq 30$);

(3) 当 $10 < m \leq 30$ 时, 设 $y = km + b$,

$\because$ 函数图象经过点 $(10, 160)$, $(30, 120)$,

$$\therefore \begin{cases} 10k + b = 160 \\ 30k + b = 120 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -2 \\ b = 180 \end{cases},$$

$$\therefore y = -2m + 180,$$

$$\because m + n = 30,$$

$$\therefore n = 30 - m,$$

$$\therefore \text{①当 } 10 < m \leq 20 \text{ 时, } 10 \leq n < 20,$$

$$w = m(-2m + 180) + 120n + 300,$$

$$= m(-2m + 180) + 120(30 - m) + 300,$$

$$= -2m^2 + 60m + 3900,$$

$$\text{②当 } 20 < m \leq 30 \text{ 时, } 0 \leq n < 10,$$

$$\begin{aligned}
 w &= m(-2m+180) + 150n, \\
 &= m(-2m+180) + 150(30-m), \\
 &= -2m^2 + 30m + 4500,
 \end{aligned}$$

$$\text{所以, } w \text{ 与 } m \text{ 之间的函数关系式为 } w = \begin{cases} -2m^2 + 60m + 3900 & (10 < m \leq 20) \\ -2m^2 + 30m + 4500 & (20 < m \leq 30) \end{cases}.$$

【点评】 本题考查了一次函数的应用，主要利用了待定系数法求一次函数解析式，(3) 难点在于要分情况讨论并注意 m 、 n 的取值范围的对应关系，这也是本题最容易出错的地方。

23. 【分析】 (1) 求出 $\angle 3 = \angle 4$, $\angle BOP = \angle PED = 90^\circ$, 根据 AAS 证 $\triangle BPO \cong \triangle PDE$ 即可;
 (2) 求出 $\angle ABP = \angle 4$, 求出 $\triangle ABP \cong \triangle CPD$, 即可得出答案;
 (3) 设 $OP = CP = x$, 求出 $AP = 3x$, $CD = \sqrt{2}x$, 即可得出答案.

【解答】 (1) 证明: $\because PB = PD$,

$$\therefore \angle 2 = \angle PBD,$$

$$\because AB = BC, \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 45^\circ,$$

$$\because BO \perp AC,$$

$$\therefore \angle 1 = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle C = 45^\circ,$$

$$\because \angle 3 = \angle PBC - \angle 1, \angle 4 = \angle 2 - \angle C,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 4,$$

$$\because BO \perp AC, DE \perp AC,$$

$$\therefore \angle BOP = \angle PED = 90^\circ,$$

在 $\triangle BPO$ 和 $\triangle PDE$ 中

$$\begin{cases} \angle 3 = \angle 4 \\ \angle BOP = \angle PED \\ BP = PD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BPO \cong \triangle PDE \text{ (AAS)};$$

(2) 证明: 由 (1) 可得: $\angle 3 = \angle 4$,

$$\because BP \text{ 平分 } \angle ABO,$$

$$\therefore \angle ABP = \angle 3,$$

$$\therefore \angle ABP = \angle 4,$$

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle CPD$ 中

$$\begin{cases} \angle A = \angle C \\ \angle ABP = \angle 4 \\ PB = PD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABP \cong \triangle CPD \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AP = CD.$$

$$(3) \text{ 解: } CD' \text{ 与 } AP' \text{ 的数量关系是 } CD' = \frac{\sqrt{2}}{3} AP'.$$

理由是: 设 $OP = PC = x$, 则 $AO = OC = 2x = BO$,

$$\text{则 } AP = 2x + x = 3x,$$

由 $\triangle OBP \cong \triangle EPD$, 得 $BO = PE$,

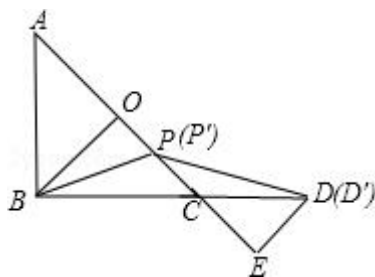
$$PE = 2x, \quad CE = 2x - x = x,$$

$$\because \angle E = 90^\circ, \quad \angle ECD = \angle ACB = 45^\circ,$$

$$\therefore DE = x, \text{ 由勾股定理得: } CD = \sqrt{2}x,$$

$$\text{即 } AP = 3x, \quad CD = \sqrt{2}x,$$

$$\therefore CD' \text{ 与 } AP' \text{ 的数量关系是 } CD' = \frac{\sqrt{2}}{3} AP'$$



【点评】 本题考查了全等三角形的性质和判定, 等腰直角三角形性质, 等腰三角形性质等知识点的综合应用, 主要考查学生的推理和计算能力.

24. **【分析】** (1) 先过点 A 作 $AH \perp OB$, 根据 $\sin \angle AOB = \frac{4}{5}$, $OA = 10$, 求出 AH 和 OH 的值,

从而得出 A 点坐标, 再把它代入反比例函数中, 求出 k 的值, 即可求出反比例函数的解析式;

$$(2) \text{ 先设 } OA = a (a > 0), \text{ 过点 } F \text{ 作 } FM \perp x \text{ 轴于 } M, \text{ 根据 } \sin \angle AOB = \frac{4}{5}, \text{ 得出 } AH = \frac{4}{5}a,$$

$$OH = \frac{3}{5}a, \text{ 求出 } S_{\triangle AOH} \text{ 的值, 根据 } S_{\triangle AOF} = 12, \text{ 求出平行四边形 } AOB C \text{ 的面积, 根据 } F$$

为 BC 的中点, 求出 $S_{\triangle OBF} = 6$,

根据 $BF = \frac{1}{2}a$, $\angle FBM = \angle AOB$, 得出 $S_{\triangle BMF} = \frac{1}{2}BM \cdot FM$, $S_{\triangle FOM} = 6 + \frac{3}{50}a^2$, 再根据点

A, F 都在 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, $S_{\triangle AOH} = \frac{1}{2}k$, 求出 a , 最后根据 $S_{\text{平行四边形 } AOBC} = OB \cdot AH$, 得

出 $OB = AC = 3\sqrt{3}$, 即可求出点 C 的坐标;

(3) 分别根据当 $\angle APO = 90^\circ$ 时, 在 OA 的两侧各有一点 P , 得出 P_1, P_2 ; 当 $\angle PAO = 90^\circ$ 时, 求出 P_3 ; 当 $\angle POA = 90^\circ$ 时, 求出 P_4 即可.

【解答】解: (1) 过点 A 作 $AH \perp OB$ 于 H ,

$$\because \sin \angle AOB = \frac{4}{5}, \quad OA = 10,$$

$$\therefore AH = 8, \quad OH = 6,$$

$\therefore A$ 点坐标为 $(6, 8)$, 根据题意得:

$$8 = \frac{k}{6}, \quad \text{可得: } k = 48,$$

$$\therefore \text{反比例函数解析式: } y = \frac{48}{x} \quad (x > 0);$$

(2) 设 $OA = a$ ($a > 0$), 过点 F 作 $FM \perp x$ 轴于 M , 过点 C 作 $CN \perp x$ 轴于点 N ,

由平行四边形性质可证得 $OH = BN$,

$$\because \sin \angle AOB = \frac{4}{5},$$

$$\therefore AH = \frac{4}{5}a, \quad OH = \frac{3}{5}a,$$

$$\therefore S_{\triangle AOH} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5}a \cdot \frac{3}{5}a = \frac{6}{25}a^2,$$

$$\because S_{\triangle AOF} = 12,$$

$$\therefore S_{\text{平行四边形 } AOBC} = 24,$$

$\because F$ 为 BC 的中点,

$$\therefore S_{\triangle OBF} = 6,$$

$$\because BF = \frac{1}{2}a, \quad \angle FBM = \angle AOB,$$

$$\therefore FM = \frac{2}{5}a, \quad BM = \frac{3}{10}a,$$

$$\therefore S_{\triangle BMF} = \frac{1}{2}BM \cdot FM = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10}a \cdot \frac{2}{5}a = \frac{3}{50}a^2,$$

$$\therefore S_{\triangle FOM} = S_{\triangle OBF} + S_{\triangle BMF} = 6 + \frac{3}{50}a^2,$$

$\because$ 点 A, F 都在 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上,

$$\therefore S_{\triangle AOH} = S_{\triangle FOM} = \frac{1}{2}k,$$

$$\therefore \frac{6}{25}a^2 = 6 + \frac{3}{50}a^2,$$

$$\therefore a = \frac{10}{3}\sqrt{3},$$

$$\therefore OA = \frac{10}{3}\sqrt{3},$$

$$\therefore AH = \frac{8}{3}\sqrt{3}, \quad OH = 2\sqrt{3},$$

$$\because S_{\text{平行四边形 } AOBC} = OB \cdot AH = 24,$$

$$\therefore OB = AC = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore ON = OB + OH = 5\sqrt{3},$$

$$\therefore C(5\sqrt{3}, \frac{8}{3}\sqrt{3});$$

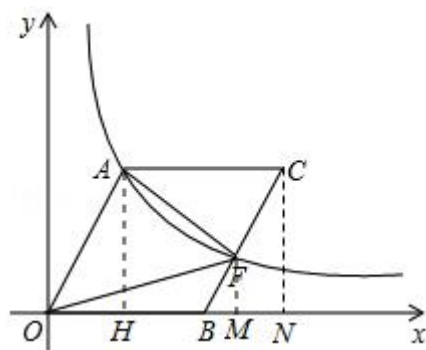
(3) 存在三种情况:

当 $\angle APO = 90^\circ$ 时, 在 OA 的两侧各有一点 P , 分别为: $P_1(\frac{8}{3}\sqrt{3}, \frac{4}{3}\sqrt{3}), P_2(-\frac{2}{3}\sqrt{3},$

$\frac{4}{3}\sqrt{3})$,

当 $\angle PAO = 90^\circ$ 时, $P_3(\frac{34}{9}\sqrt{3}, \frac{4}{3}\sqrt{3})$,

当 $\angle POA = 90^\circ$ 时, $P_4(-\frac{16}{9}\sqrt{3}, \frac{4}{3}\sqrt{3})$.



【点评】 此题考查了反比例函数的综合, 用到的知识点是三角函数、平行四边形、反比例函数、三角形的面积等, 要注意运用数形结合的思想, 要注意(3)有三种情况, 不要漏解.

