

2013 年浙江省台州市中考数学试卷

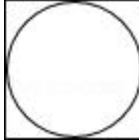
一、选择题（本题有 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，请选出各题中一个符合题意的正确选项，不选、多选、错选均不得分）

1.（4 分）-2 的倒数为（ ）

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. 1

2.（4 分）有一篮球如图放置，其主视图为（ ）



- A.  B.  C.  D. 

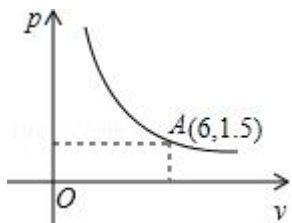
3.（4 分）三门湾核电站的 1 号机组将于 2013 年的 10 月建成，其功率将达到 1 250 000 千瓦．其中 1 250 000 可用科学记数法表示为（ ）

- A. 125×10^4 B. 12.5×10^5 C. 1.25×10^6 D. 0.125×10^7

4.（4 分）下列四个艺术字中，不是轴对称的是（ ）

- A. 金 B. 木 C. 水 D. 火

5.（4 分）在一个可以改变体积的密闭容器内装有一定质量的某种气体，当改变容器的体积时，气体的密度也随之改变．密度 ρ （单位： kg/m^3 ）与体积 V （单位： m^3 ）满足函数关系式 $\rho = \frac{k}{V}$ （ k 为常数， $k \neq 0$ ），其图象如图所示，则 k 的值为（ ）



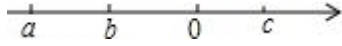
- A. 9 B. -9 C. 4 D. -4

6.（4 分）甲，乙，丙，丁四人进行射击测试，每人 10 次射击成绩的平均数都约为 8.8 环，方差分别为 $s_{\text{甲}}^2 = 0.63$ ， $s_{\text{乙}}^2 = 0.51$ ， $s_{\text{丙}}^2 = 0.48$ ， $s_{\text{丁}}^2 = 0.42$ ，则四人中成绩最稳定

的是 ()

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

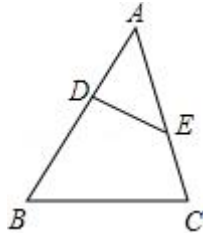
7. (4分) 若实数 a, b, c 在数轴上对应点的位置如图所示, 则下列不等式成立的是 ()



- A. $ac > bc$ B. $ab > cb$ C. $a+c > b+c$ D. $a+b > c+b$

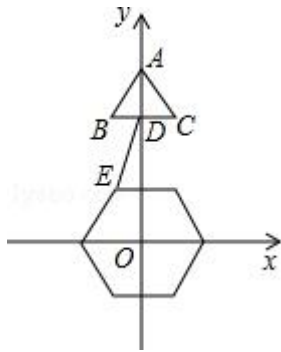
8. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在边 AB, AC 上, 且 $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2}$, 则 $S_{\triangle ADE}$:

$S_{\text{四边形 } BCED}$ 的值为 ()



- A. $1: \sqrt{3}$ B. $1: 2$ C. $1: 3$ D. $1: 4$

9. (4分) 如图, 已知边长为 2 的正三角形 ABC 顶点 A 的坐标为 $(0, 6)$, BC 的中点 D 在 y 轴上, 且在点 A 下方, 点 E 是边长为 2、中心在原点的正六边形的一个顶点, 把这个正六边形绕中心旋转一周, 在此过程中 DE 的最小值为 ()



- A. 3 B. $4 - \sqrt{3}$ C. 4 D. $6 - 2\sqrt{3}$

10. (4分) 已知 $\triangle A_1B_1C_1$, $\triangle A_2B_2C_2$ 的周长相等, 现有两个判断:

- ①若 $A_1B_1 = A_2B_2$, $A_1C_1 = A_2C_2$, 则 $\triangle A_1B_1C_1 \cong \triangle A_2B_2C_2$;
②若 $\angle A_1 = \angle A_2$, $\angle B_1 = \angle B_2$, 则 $\triangle A_1B_1C_1 \cong \triangle A_2B_2C_2$,

对于上述的两个判断, 下列说法正确的是 ()

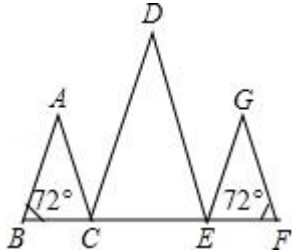
- A. ①正确, ②错误 B. ①错误, ②正确
C. ①, ②都错误 D. ①, ②都正确

二、填空题 (本题有 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

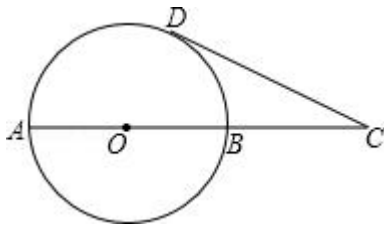
11. (5分) 计算: $x^5 \div x^3 =$ _____.

12. (5分) 设点 $M(1, 2)$ 关于原点的对称点为 M' , 则 M' 的坐标为 _____.

13. (5分) 如图, 点 B, C, E, F 在一直线上, $AB \parallel DC$, $DE \parallel GF$, $\angle B = \angle F = 72^\circ$, 则 $\angle D =$ _____ 度.



14. (5分) 如图, 在 $\odot O$ 中, 过直径 AB 延长线上的点 C 作 $\odot O$ 的一条切线, 切点为 D . 若 $AC = 7$, $AB = 4$, 则 $\sin C$ 的值为 _____.



15. (5分) 在一个不透明的口袋中, 有 3 个完全相同的小球, 他们的标号分别是 2, 3, 4, 从袋中随机地摸取一个小球然后放回, 再随机的摸取一个小球, 则两次摸取的小球标号之和为 5 的概率是 _____.

16. (5分) 任何实数 a , 可用 $[a]$ 表示不超过 a 的最大整数, 如 $[4] = 4$, $[\sqrt{3}] = 1$. 现对 72 进行如下操作: $72 \xrightarrow{\text{第一次}} [\sqrt{72}] = 8 \xrightarrow{\text{第二次}} [\sqrt{8}] = 2 \xrightarrow{\text{第三次}} [\sqrt{2}] = 1$, 这样对 72 只需进行 3 次操作后变为 1, 类似的, ①对 81 只需进行 _____ 次操作后变为 1; ②只需进行 3 次操作后变为 1 的所有正整数中, 最大的是 _____.

三、解答题 (本题有 8 小题, 第 17~20 题每题 8 分, 第 21 题 10 分, 第 22, 23 题每题 12 分, 第 24 题 14 分, 满分 80 分)

17. (8分) 计算: $3 \times (-2) + |-4| - (\sqrt{2})^0$.

18. (8分) 化简: $(x+1)(x-1) - x^2$.

19. (8分) 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} mx+ny=7 \\ 2mx-3ny=4 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$, 求 m, n 的值.

20. (8分) 在某校班际篮球联赛中, 每场比赛都要分出胜负, 每队胜一场得 3 分, 负一场得 1 分, 如果某班要在第一轮 28 场比赛中至少得 43 分, 那么这个班至少要胜多少场?

21. (10分) 有一学校为了解九年级学生某次体育测试成绩, 现对这次体育测试成绩进行抽

样调查，结果统计如下，其中扇形统计图中 C 组所在的扇形的圆心角为 36°

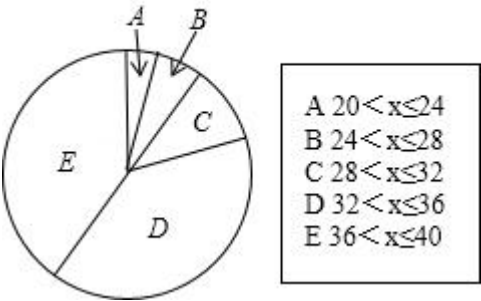
被抽取的体育测试成绩频数分布表

组别	成绩	频数
A	$20 < x \leq 24$	2
B	$24 < x \leq 28$	3
C	$28 < x \leq 32$	5
D	$32 < x \leq 36$	b
E	$36 < x \leq 40$	20
合计		a

根据上面的图表提供的信息，回答下列问题：

- (1) 计算频数分布表中 a 与 b 的值；
- (2) 根据 C 组 $28 < x \leq 32$ 的组中值 30，估计 C 组中所有数据的和为_____；
- (3) 请估计该校九年级学生这次体育测试成绩的平均分（结果取整数）.

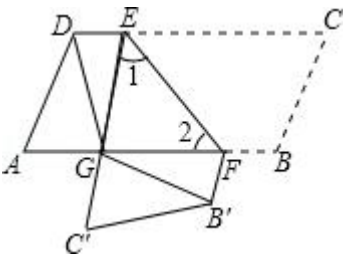
被抽取的体育测试成绩扇形统计图



22. (12分) 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E, F 分别在边 DC, AB 上， $DE = BF$ ，把平行四边形沿直线 EF 折叠，使得点 B, C 分别落在 B', C' 处，线段 EC' 与线段 AF 交于点 G ，连接 $DG, B'G$ 。

求证：(1) $\angle 1 = \angle 2$ ；

(2) $DG = B'G$ 。



23. (12分) 如图 1，已知直线 $l: y = -x + 2$ 与 y 轴交于点 A ，抛物线 $y = (x - 1)^2 + k$ 经过

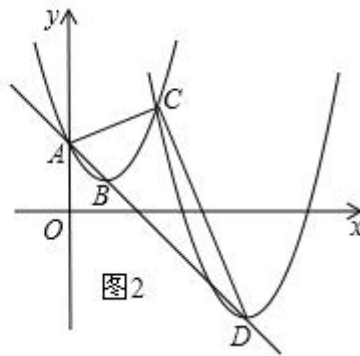
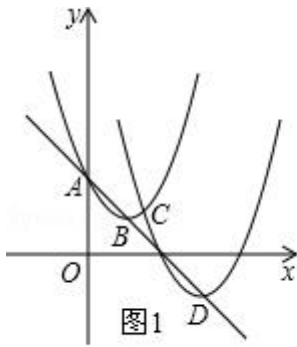
点 A ，其顶点为 B ，另一抛物线 $y = (x - h)^2 + 2 - h$ ($h > 1$) 的顶点为 D ，两抛物线相交于点 C 。

(1) 求点 B 的坐标，并说明点 D 在直线 l 上的理由；

(2) 设交点 C 的横坐标为 m 。

① 交点 C 的纵坐标可以表示为：_____或_____，由此进一步探究 m 关于 h 的函数关系式；

② 如图 2，若 $\angle ACD = 90^\circ$ ，求 m 的值。



24. (14 分) 如果三角形有一边上的中线长恰好等于这边的长，那么称这个三角形为“好玩三角形”。

(1) 请用直尺和圆规画一个“好玩三角形”；

(2) 如图在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\tan A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，求证： $\triangle ABC$ 是“好玩三角形”；

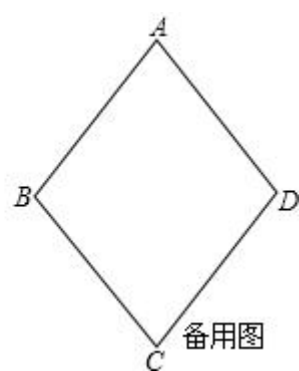
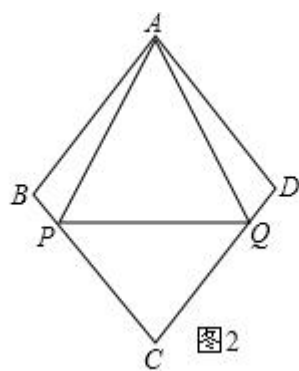
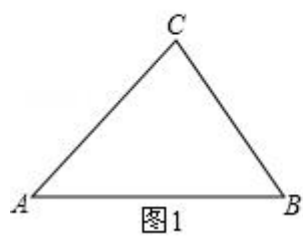
(3) 如图 2，已知菱形 $ABCD$ 的边长为 a ， $\angle ABC = 2\beta$ ，点 P, Q 从点 A 同时出发，以相同速度分别沿折线 $AB - BC$ 和 $AD - DC$ 向终点 C 运动，记点 P 经过的路程为 s 。

① 当 $\beta = 45^\circ$ 时，若 $\triangle APQ$ 是“好玩三角形”，试求 $\frac{a}{s}$ 的值；

② 当 $\tan\beta$ 的取值在什么范围内，点 P, Q 在运动过程中，有且只有一个 $\triangle APQ$ 能成为“好玩三角形”。请直接写出 $\tan\beta$ 的取值范围。

(4) (本小题为选做题)

依据 (3) 的条件，提出一个关于“在点 P, Q 的运动过程中， $\tan\beta$ 的取值范围与 $\triangle APQ$ 是‘好玩三角形’的个数关系”的真命题(“好玩三角形”的个数限定不能为 1)



2013 年浙江省台州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题有 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，请选出各题中一个符合题意的正确选项，不选、多选、错选均不得分）

1. 【分析】根据倒数的定义即可求解.

【解答】解：-2 的倒数是： $-\frac{1}{2}$.

故选：A.

【点评】主要考查倒数的概念及性质. 倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数.

2. 【分析】根据主视图是从物体正面看所得到的图形可直接得到答案.

【解答】解：篮球的主视图是圆.

故选：B.

【点评】本题考查了几何体的三种视图，掌握定义是关键. 注意所有的看到的棱都应表现在三视图中.

3. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：将 1 250 000 用科学记数法表示为 1.25×10^6 .

故选：C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. 【分析】根据轴对称的定义，结合各选项进行判断即可.

【解答】解：A、是轴对称图形，故本选项错误；

B、是轴对称图形，故本选项错误；

C、不是轴对称图形，故本选项正确；

D、是轴对称图形，故本选项错误；

故选：C.

【点评】本题考查了轴对称图形的知识，判断是轴对称图形的关键是寻找对称轴.

5. 【分析】由图象可知，反比例函数图象经过点 (6, 1.5)，利用待定系数法求出函数解析形

式即可求得 k 值.

【解答】解：由图象可知，函数图象经过点 $(6, 1.5)$,

设反比例函数为 $\rho = \frac{k}{V}$,

则 $1.5 = \frac{k}{6}$,

解得 $k = 9$,

故选：A.

【点评】此题主要考查图象的识别和待定系数法求函数解析式. 同学们要认真观察图象.

6. 【分析】根据方差的意义可作出判断. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量, 方差越小, 表明这组数据分布比较集中, 各数据偏离平均数越小, 即波动越小, 数据越稳定.

【解答】解：∵ $S_{甲}^2 = 0.63$, $S_{乙}^2 = 0.51$, $S_{丙}^2 = 0.48$, $S_{丁}^2 = 0.42$,

∴ $S_{丁}^2$ 最小,

∴ 四人中成绩最稳定的是丁;

故选：D.

【点评】此题考查了方差, 用到的知识点是方差的意义, 方差是用来衡量一组数据波动大小的量, 方差越大, 表明这组数据偏离平均数越大, 即波动越大, 数据越不稳定; 反之, 方差越小, 表明这组数据分布比较集中, 各数据偏离平均数越小, 即波动越小, 数据越稳定.

7. 【分析】根据数轴判断出 a 、 b 、 c 的正负情况, 然后根据不等式的性质解答.

【解答】解：由图可知, $a < b < 0$, $c > 0$,

A、 $ac < bc$, 故本选项错误;

B、 $ab > cb$, 故本选项正确;

C、 $a+c < b+c$, 故本选项错误;

D、 $a+b < c+b$, 故本选项错误.

故选：B.

【点评】本题考查了实数与数轴, 不等式的基本性质, 根据数轴判断出 a 、 b 、 c 的正负情况是解题的关键.

8. 【分析】首先根据两边对应成比例且夹角相等的两三角形相似, 证得 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$, 再由相似三角形面积的比等于相似比的平方即可求得答案.

【解答】解：在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ACB$ 中，

$$\begin{cases} \frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}, \\ \angle A = \angle A \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB$,

$\therefore S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ACB} = (AE : AB)^2 = 1 : 4$,

$\therefore S_{\triangle ADE} : S_{\text{四边形} BCED} = 1 : 3$.

故选：C.

【点评】此题考查了相似三角形的判定与性质．注意相似三角形的面积的比等于相似比的平方．

9. 【分析】首先得到当点 E 旋转至 y 轴上时 DE 最小，然后分别求得 AD 、 OE' 的长，最后求得 DE' 的长即可．

【解答】解：如图，当点 E 旋转至 y 轴上时 DE 最小；

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形， D 为 BC 的中点，

$\therefore AD \perp BC$

$\because AB = BC = 2$

$\therefore AD = AB \cdot \sin \angle B = \sqrt{3}$,

$\because$ 正六边形的边长等于其半径，正六边形的边长为2，

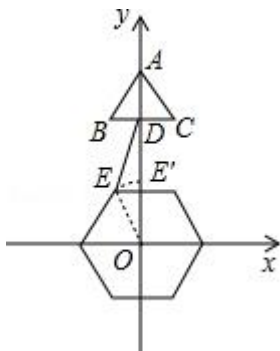
$\therefore OE = OE' = 2$

$\because$ 点 A 的坐标为 $(0, 6)$

$\therefore OA = 6$

$\therefore DE' = OA - AD - OE' = 4 - \sqrt{3}$

故选：B.



【点评】本题考查了正多边形的计算及等边三角形的性质，解题的关键是从图形中整理出直角三角形．

10. 【分析】根据 SSS 即可推出 $\triangle A_1B_1C_1 \cong \triangle A_2B_2C_2$ ，判断①正确；根据相似三角形的性质和判定和全等三角形的判定推出即可．

【解答】解： $\because \triangle A_1B_1C_1, \triangle A_2B_2C_2$ 的周长相等， $A_1B_1 = A_2B_2, A_1C_1 = A_2C_2$ ，

$$\therefore B_1C_1 = B_2C_2,$$

$$\therefore \triangle A_1B_1C_1 \cong \triangle A_2B_2C_2 \text{ (SSS)}, \therefore \text{①正确};$$

$$\therefore \angle A_1 = \angle A_2, \angle B_1 = \angle B_2,$$

$$\therefore \triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle A_2B_2C_2,$$

$$\text{设相似比为 } k, \text{ 即 } \frac{A_1B_1}{A_2B_2} = \frac{B_1C_1}{B_2C_2} = \frac{A_1C_1}{A_2C_2} = k,$$

$$\therefore \frac{A_1B_1 + B_1C_1 + A_1C_1}{A_2B_2 + B_2C_2 + A_2C_2} = k,$$

$$\therefore \triangle A_1B_1C_1, \triangle A_2B_2C_2 \text{ 的周长相等},$$

$$\therefore k = 1,$$

$$\text{即 } A_1B_1 = A_2B_2, B_1C_1 = B_2C_2, A_1C_1 = A_2C_2,$$

$$\therefore \triangle A_1B_1C_1 \cong \triangle A_2B_2C_2, \therefore \text{②正确};$$

故选：D．

【点评】本题考查了全等三角形的判定、相似三角形的性质和判定，能综合运用定理进行推理是解此题的关键，注意：全等三角形的判定定理有 SAS, ASA, AAS, SSS，而 AAA 和 SSA 不能判断两三角形全等．

二、填空题（本题有 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

11. 【分析】利用同底数的幂的除法法则：底数不变，指数相减即可求解．

$$\text{【解答】解：} x^5 \div x^3 = x^{5-3} = x^2.$$

故答案是： x^2 ．

【点评】本题考查了同底数的幂的除法法则：底数不变指数相减．

12. 【分析】根据关于原点对称的点的坐标特点：两个点关于原点对称时，它们的坐标符号相反可直接得到答案．

$$\text{【解答】解：点 } M(1, 2) \text{ 关于原点的对称点 } M' \text{ 的坐标为 } (-1, -2),$$

故答案为： $(-1, -2)$ ．

【点评】此题主要考查了关于原点对称的点的坐标特点，关键是熟练掌握点的坐标的变化规律．

13. 【分析】根据两直线平行，同位角相等可得 $\angle DCE = \angle B$ ， $\angle DEC = \angle F$ ，再利用三角形的内角和定理列式计算即可得解．

【解答】解： $\because AB \parallel DC$ ， $DE \parallel GF$ ， $\angle B = \angle F = 72^\circ$ ，

$\therefore \angle DCE = \angle B = 72^\circ$ ， $\angle DEC = \angle F = 72^\circ$ ，

在 $\triangle CDE$ 中， $\angle D = 180^\circ - \angle DCE - \angle DEC = 180^\circ - 72^\circ - 72^\circ = 36^\circ$ ．

故答案为：36．

【点评】本题考查了两直线平行，同位角相等的性质，三角形的内角和定理，是基础题，熟记性质与定理是解题的关键．

14. 【分析】连接 OD ，根据切线的性质可得 $\angle ODC = 90^\circ$ ，可得 $\sin \angle C = \frac{OD}{OC}$ 即可求解．

【解答】解：连接 OD ，

$\because CD$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore \angle ODC = 90^\circ$ ，

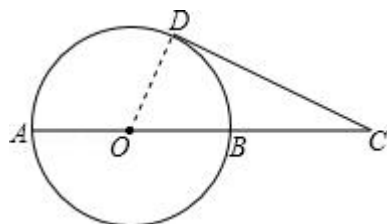
$\because AC = 7$ ， $AB = 4$ ，

$\therefore$ 半径 $OA = 2$ ，

则 $OC = AC - AO = 7 - 2 = 5$ ，

$\therefore \sin C = \frac{OD}{OC} = \frac{2}{5}$ ．

故答案为： $\frac{2}{5}$ ．



【点评】本题考查了圆的切线性质，及解直角三角形的知识．运用切线的性质来进行计算或论证，常通过作辅助线连接圆心和切点，利用垂直构造直角三角形解决有关问题．

15. 【分析】列表得出所有可能的情况数，找出之和为 5 的情况数，即可求出所求的概率．

【解答】解：列表如下：

	2	3	4
2	(2, 2)	(3, 2)	(4, 2)
3	(2, 3)	(3, 3)	(4, 3)

4	(2, 4)	(3, 4)	(4, 4)
---	--------	--------	--------

所有等可能的结果有 9 种，其中之和为 5 的情况有 2 种，

则 $P_{\text{之和为 } 5} = \frac{2}{9}$.

故答案为: $\frac{2}{9}$

【点评】 此题考查了列表法与树状图法，用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比.

16. **【分析】** ①根据规律依次求出即可；

②要想确定只需进行 3 次操作后变为 1 的所有正整数，关键是确定二次操作后数的大小不能大于 4，二次操作时根号内的数必须小于 16，而一次操作时正整数 255 却好满足这一条件，即最大的正整数为 255.

【解答】 解：① $[\sqrt{81}] = 9$, $[\sqrt{9}] = 3$, $[\sqrt{3}] = 1$,

故答案为: 3;

②最大的是 225,

$[\sqrt{255}] = 15$, $[\sqrt{15}] = 3$, $[\sqrt{3}] = 1$, 而 $[\sqrt{256}] = 16$, $[\sqrt{16}] = 4$, $[\sqrt{4}] = 2$, $[\sqrt{2}] = 1$,

即只需进行 3 次操作后变为 1 的所有正整数中，最大的正整数是 255,

故答案为: 255.

【点评】 本题考查了估算无理数的大小的应用，主要考查学生的阅读能力和猜想能力.

三、解答题（本题有 8 小题，第 17~20 题每题 8 分，第 21 题 10 分，第 22, 23 题每题 12 分，第 24 题 14 分，满分 80 分）

17. **【分析】** 分别进行零指数幂、绝对值、有理数的乘法运算，然后合并即可.

【解答】 解：原式 = $-6 + 4 - 1 = -3$.

【点评】 本题考查了实数的运算，属于基础题，掌握各部分的运算法则.

18. **【分析】** 原式第一项利用平方差公式化简，合并即可得到结果.

【解答】 解：原式 = $x^2 - 1 - x^2 = -1$.

【点评】 此题考查了整式的混合运算，涉及的知识有：完全平方公式，平方差公式，去括号法则，以及合并同类项法则，熟练掌握公式及法则是解本题的关键.

19. **【分析】** 将 $x = 1$, $y = 2$ 代入方程中得到关于 m 与 n 的方程组，求出方程组的解得到 m 与 n 的值即可.

【解答】解：将 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 代入方程组中

得： $\begin{cases} m+2n=7 \\ 2m-6n=4 \end{cases}$,

解得： $\begin{cases} m=5 \\ n=1 \end{cases}$.

【点评】此题考查了二元一次方程组的解，方程组的解即为能使方程组中两方程成立的未知数的值.

20. 【分析】设这个班要胜 x 场，则负 $(28-x)$ 场，根据题意列出不等式，解不等式即可求出至少要胜几场.

【解答】解：设这个班要胜 x 场，则负 $(28-x)$ 场，

由题意得， $3x + (28-x) \geq 43$,

$$2x \geq 15,$$

解得： $x \geq 7.5$,

$\because$ 场次 x 为正整数，

$$\therefore x \geq 8.$$

答：这个班至少要胜 8 场.

【点评】本题考查了一元一次不等式的应用，难度一般，解答本题的关键是表示出胜场得分和输场得分并列出不等式.

21. 【分析】(1) 首先根据圆心角的度数 $= 360^\circ \times$ 百分比可算出 C 部分所占百分比，再利用总数 $=$ 频数 $\div$ 百分比可得总数 a ；利用总数减去各部分的频数和可得 b 的值；

(2) 利用组中值 $\times$ 频数即可；

(3) 首先利用平均数的求法计算出样本平均数，再利用样本估计总体的方法可得该校九年级学生这次体育测试成绩的平均分.

【解答】解：(1) $a = 5 \div \frac{36^\circ}{360^\circ} = 50$,

$$b = 50 - (2+3+5+20) = 20;$$

$$(2) 30 \times 5 = 150;$$

$$(3) \frac{22 \times 2 + 26 \times 3 + 30 \times 5 + 34 \times 20 + 38 \times 20}{50} = 34.24 \approx 34 \text{ (分)}.$$

可用样本的平均分来估计总体的平均分，

因此该校九年级学生这次体育测试成绩平均分约 34 分.

【点评】此题主要考查了频数分布表和扇形图, 读图时要全面细致, 同时, 解题方法要灵活多样, 切忌死记硬背, 要充分运用数形结合思想来解决由统计图形势给出的数学实际问题.

22. **【分析】**(1) 根据平行四边形得出 $DC \parallel AB$, 推出 $\angle 2 = \angle FEC$, 由折叠得出 $\angle 1 = \angle FEC = \angle 2$, 即可得出答案;

(2) 求出 $EG = B'G$, 由平行线的性质推出 $\angle DEG = \angle EGF = \angle B'FG$, 求出 $DE = B'F$, 证 $\triangle DEG \cong \triangle B'FG$ 即可.

【解答】证明: (1) $\because$ 在平行四边形 $ABCD$ 中, $DC \parallel AB$,

$$\therefore \angle 2 = \angle FEC,$$

由折叠得: $\angle 1 = \angle FEC$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2;$$

$$(2) \because \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore EG = GF,$$

$$\because AB \parallel DC,$$

$$\therefore \angle DEG = \angle EGF,$$

由折叠得: $EC' \parallel B'F$,

$$\therefore \angle B'FG = \angle EGF,$$

$$\therefore \angle DEG = \angle B'FG,$$

$$\because DE = BF = B'F,$$

$$\therefore DE = B'F,$$

$$\therefore \triangle DEG \cong \triangle B'FG \text{ (SAS)},$$

$$\therefore DG = B'G.$$

【点评】本题考查了平行四边形性质, 折叠性质, 平行线性质, 全等三角形的性质和判定的应用, 主要考查学生的推理能力.

23. **【分析】**(1) 首先求得点 A 的坐标, 然后求得点 B 的坐标, 用 h 表示出点 D 的坐标后代入直线的解析式验证即可;

(2) 根据两种不同的表示形式得到 m 和 h 之间的函数关系即可; 过点 C 作 y 轴的垂线, 垂足为 E , 过点 D 作 $DF \perp CE$ 于点 F , 证得 $\triangle ACE \sim \triangle CDF$, 然后用 m 表示出点 C 和点

D 的坐标, 根据相似三角形的性质求得 m 的值即可.

【解答】解: (1) 当 $x=0$ 时候, $y=-x+2=2$,

$$\therefore A(0, 2),$$

把 $A(0, 2)$ 代入 $y=(x-1)^2+k$, 得 $1+k=2$

$$\therefore k=1,$$

$$\therefore y=(x-1)^2+1,$$

$$\therefore B(1, 1)$$

$$\therefore D(h, 2-h)$$

$$\therefore \text{当 } x=h \text{ 时, } y=-x+2=-h+2=2-h$$

$\therefore$ 点 D 在直线 l 上;

$$(2) \textcircled{1} (m-1)^2+1 \text{ 或 } (m-h)^2-h+2$$

$$\text{由题意得 } (m-1)^2+1=(m-h)^2-h+2,$$

$$\text{整理得 } 2mh-2m=h^2-h$$

$$\therefore h>1$$

$$\therefore m=\frac{h^2-h}{2h-2}=\frac{h}{2}.$$

$\textcircled{2}$ 过点 C 作 y 轴的垂线, 垂足为 E , 过点 D 作 $DF \perp CE$ 于点 F

$$\therefore \angle ACD=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACE=\angle CDF$$

$$\text{又 } \therefore \angle AEC=\angle DFC$$

$$\therefore \triangle ACE \sim \triangle CDF$$

$$\therefore \frac{AE}{EC}=\frac{CF}{DF}$$

$$\text{又 } \therefore C(m, m^2-2m+2), D(2m, 2-2m),$$

$$\therefore AE=m^2-2m, DF=m^2, CE=CF=m$$

$$\therefore \frac{m^2-2m}{m}=\frac{m}{m^2}$$

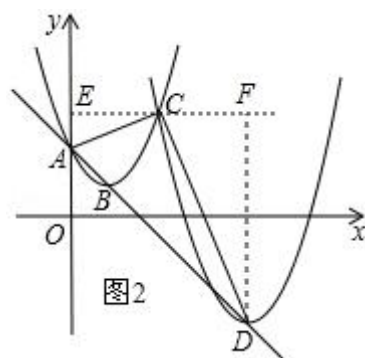
$$\therefore m^2-2m=1$$

$$\text{解得: } m=\pm\sqrt{2}+1$$

$$\therefore h>1$$

$$\therefore m = \frac{h}{2} > \frac{1}{2}$$

$$\therefore m = \sqrt{2} + 1$$



【点评】本题考查了二次函数的综合知识，特别是本题中涉及到的用点的坐标表示有关线段的长更是解决本题的关键，在中考中出现的频率很高。

24. 【分析】(1) 先画一条线段 AB , 再确定 AB 的中点 O , 以点 O 为圆心, AB 为半径画圆, 在圆 O 上取一点 C , 连接 AC 、 BC , 则 $\triangle ABC$ 是所求作的三角形;

(2) 取 AC 的中点 D , 连接 BD , 设 $BC = \sqrt{3}x$, 根据条件可以求出 $AC = 2x$, 由三角函数可以求出 $BD = 2x$, 从而得出 $AC = BD$, 从而得出结论;

(3) ①当 $\beta = 45^\circ$ 时, 分情况讨论, P 点在 AB 上时, $\triangle APQ$ 是等腰直角三角形, 不可能是“好玩三角形”, 当 P 在 BC 上时, 延长 AB 交 QP 的延长线于点 F , 可以求出分情况讨论, 就可以求出 $\frac{AE}{PE} = \frac{s}{2a-s}$, 再分情况讨论就可以求出当 $AE = PQ$ 时, $\frac{a}{s}$ 的值, 当 $AP = QM$ 时, 可以求出 $\frac{a}{s}$ 的值;

②根据①求出的两个 $\frac{AE}{PE}$ 的值就可以求出 $\tan\beta$ 的取值范围;

(4) 由(3)可以得出 $0 < \tan \beta < \frac{\sqrt{15}}{3}$, $\triangle APQ$ 为“好玩三角形”的个数为 2 就是真命题.

【解答】解：(1)如图1，①作一条线段 AB ，

②作线段 AB 的中点 O ,

③以点 O 为圆心, AB 为半径画圆,

④在圆 O 上取一点 C , 连接 AC 、 BC ,

$\therefore \triangle ABC$ 是所求作的三角形 (点 E 、 F 除外).

(2) 如图 2, 取 AC 的中点 D , 连接 BD

$$\because \angle C = 90^\circ, \quad \tan A = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \text{设 } BC = \sqrt{3}x, \text{ 则 } AC = 2x,$$

$\because D$ 是 AC 的中点,

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AC = x$$

$$\therefore BD = \sqrt{CD^2 + BC^2} = \sqrt{3x^2 + x^2} = 2x,$$

$$\therefore AC = BD$$

$\therefore \triangle ABC$ 是“好玩三角形”;

(3) ①如图 3, 当 $\beta = 45^\circ$, 点 P 在 AB 上时,

$$\therefore \angle ABC = 2\beta = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle APQ$ 是等腰直角三角形, 不可能是“好玩三角形”,

当 P 在 BC 上时, 连接 AC 交 PQ 于点 E , 延长 AB 交 QP 的延长线于点 F ,

$$\because PC = CQ,$$

$$\therefore \angle CAB = \angle ACP, \quad \angle AEF = \angle CEP,$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle CEP,$$

$$\therefore \frac{AE}{CE} = \frac{AF}{PC} = \frac{AB+BP}{PC} = \frac{s}{2a-s}.$$

$$\because PE = CE,$$

$$\therefore \frac{AE}{PE} = \frac{s}{2a-s}.$$

I 当底边 PQ 与它的中线 AE 相等时, 即 $AE = PQ$ 时,

$$\frac{AE}{PE} = \frac{s}{2a-s} = 2,$$

$$\therefore \frac{a}{s} = \frac{3}{4},$$

II 当腰 AP 与它的中线 QM 相等, 即 $AP = QM$ 时,

作 $QN \perp AP$ 于 N , 如图 4

$$\therefore MN = AN = \frac{1}{2}MP.$$

$$\therefore QN = \sqrt{15}MN,$$

$$\therefore \tan \angle APQ = \frac{QN}{PN} = \frac{\sqrt{15}MN}{3MN} = \frac{\sqrt{15}}{3},$$

$$\therefore \tan \angle APE = \frac{AE}{PE} = \frac{s}{2a-s} = \frac{\sqrt{15}}{3},$$

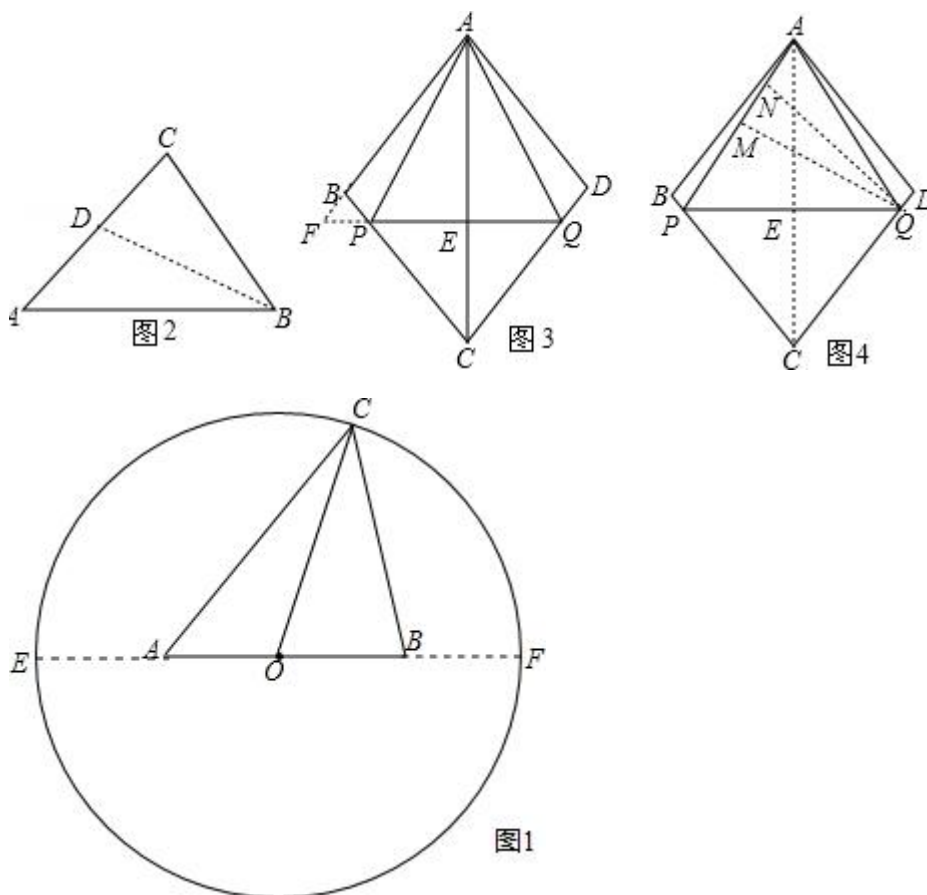
$$\therefore \frac{a}{s} = \frac{\sqrt{15}}{10} + \frac{1}{2}$$

②由①可知，当 $AE = PQ$ 和 $AP = QM$ 时，有且只有一个 $\triangle APQ$ 能成为“好玩三角形”，

$\therefore \frac{\sqrt{15}}{3} < \tan \beta < 2$ 时，有且只有一个 $\triangle APQ$ 能成为“好玩三角形”。

(4) 由(3)可以知道 $0 < \tan \beta < \frac{\sqrt{15}}{3}$,

则在 P 、 Q 的运动过程中，使得 $\triangle APQ$ 成为“好玩三角形”的个数为 2。



【点评】 本题是一道相似形综合运用的试题，考查了相似三角形的判定及性质的运用，勾股定理的运用，等腰直角三角形的性质的运用，等腰三角形的性质的运用，锐角三角形函数值的运用，解答时灵活运用三角函数值建立方程求解是解答的关键。