

2012 年浙江省温州市中考数学试卷

一、选择题（本题有 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．每小题只有一个选项是正确的，不选、多选、错选、均不给分）

1. (4 分) 给出四个数， -1 ， 0 ， 0.5 ， $\sqrt{7}$ ，其中为无理数的是 ()

- A. -1 B. 0 C. 0.5 D. $\sqrt{7}$

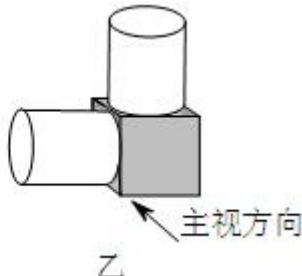
2. (4 分) 数据 35，38，37，36，37，36，37，35 的众数是 ()

- A. 35 B. 36 C. 37 D. 38

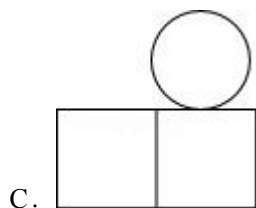
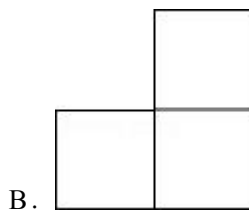
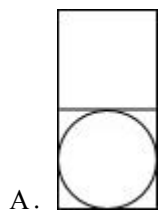
3. (4 分) 我国古代数学家利用“牟合方盖”（如图甲）找到了球体体积的计算方法．“牟合方盖”是由两个圆柱分别从纵横两个方向嵌入一个正方体时两圆柱公共部分形成的几何体．图乙所示的几何体是可以形成“牟合方盖”的一种模型，它的主视图是 ()



甲



乙



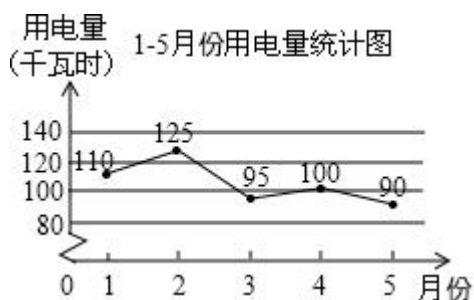
4. (4 分) 一次函数 $y = -2x + 4$ 的图象与 y 轴的交点坐标是 ()

- A. $(0, 4)$ B. $(4, 0)$ C. $(2, 0)$ D. $(0, 2)$

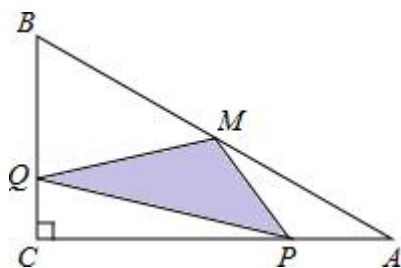
5. (4 分) 把 $a^2 - 4a$ 多项式分解因式，结果正确的是 ()

- A. $a(a - 4)$ B. $(a+2)(a - 2)$
C. $a(a+2)(a - 2)$ D. $(a - 2)^2 - 4$

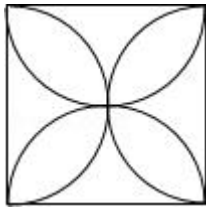
6. (4 分) 小林家今年 1 - 5 月份的用电量情况如图所示．由图可知，相邻两个月中，用电量变化最大的是 ()



- A. 1月至2月 B. 2月至3月 C. 3月至4月 D. 4月至5月
7. (4分) 已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 外切, $O_1O_2 = 8cm$, $\odot O_1$ 的半径为 $5cm$, 则 $\odot O_2$ 的半径是()
- A. $13cm$ B. $8cm$ C. $6cm$ D. $3cm$
8. (4分) 下列选项中, 可以用来证明命题“若 $a^2 > 1$, 则 $a > 1$ ”是假命题的反例是()
- A. $a = -2$ B. $a = -1$ C. $a = 1$ D. $a = 2$
9. (4分) 楠溪江某景点门票价格: 成人票每张70元, 儿童票每张35元. 小明买20张门票共花了1225元, 设其中有 x 张成人票, y 张儿童票, 根据题意, 下列方程组正确的是()
- A. $\begin{cases} x+y=20 \\ 35x+70y=1225 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=20 \\ 70x+35y=1225 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} x+y=1225 \\ 70x+35y=20 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y=1225 \\ 35x+70y=20 \end{cases}$
10. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, M 是 AB 的中点, 动点 P 从点 A 出发, 沿 AC 方向匀速运动到终点 C , 动点 Q 从点 C 出发, 沿 CB 方向匀速运动到终点 B . 已知 P, Q 两点同时出发, 并同时到达终点, 连接 MP, MQ, PQ . 在整个运动过程中, $\triangle MPQ$ 的面积大小变化情况是()



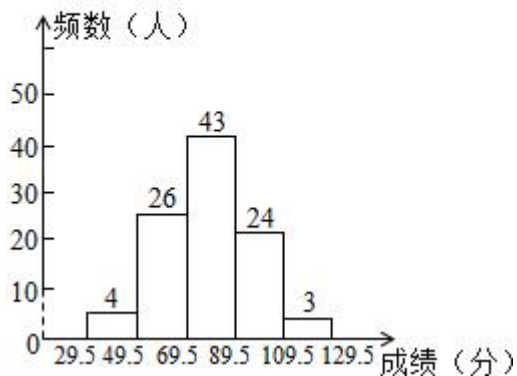
- A. 一直增大 B. 一直减小
- C. 先减小后增大 D. 先增大后减少
- 二、填空题(本题有6小题, 每小题5分, 共30分)
11. (5分) 化简: $2(a+1) - a =$ _____.
12. (5分) 分别以正方形的各边为直径向其内部作半圆得到的图形如图所示. 将该图形绕其中心旋转一个合适的角度后会与原图形重合, 则这个旋转角的最小度数是_____度.



13. (5分) 若代数式 $\frac{2}{x-1} - 1$ 的值为零, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

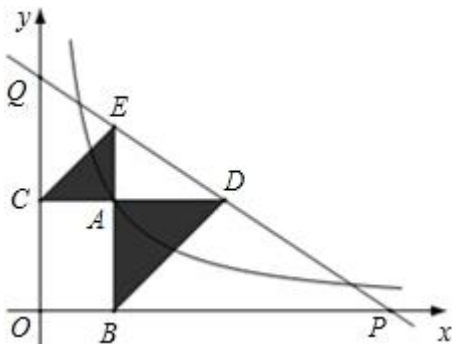
14. (5分) 赵老师想了解本校“生活中的数学知识”大赛的成绩分布情况, 随机抽取了 100 份试卷的成绩 (满分为 120 分, 成绩为整数), 绘制成如图所示的统计图. 由图可知, 成绩不低于 90 分的共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人.

100份“生活中的数学知识”大赛试卷的成绩频数分布直方图



15. (5分) 某校艺术班同学, 每人都会弹钢琴或古筝, 其中会弹钢琴的人数会比会弹古筝的人数多 10 人, 两种都会的有 7 人. 设会弹古筝的有 m 人, 则该班同学共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人 (用含有 m 的代数式表示)

16. (5分) 如图, 已知动点 A 在函数 $y = \frac{4}{x} (x > 0)$ 的图象上, $AB \perp x$ 轴于点 B , $AC \perp y$ 轴于点 C , 延长 CA 至点 D , 使 $AD = AB$, 延长 BA 至点 E , 使 $AE = AC$. 直线 DE 分别交 x , y 轴分别于点 P , Q . 当 $QE: DP = 4: 9$ 时, 图中阴影部分的面积等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.



三、解答题 (本题有 8 小题, 共 80 分. 解答需写出必要的文字说明、演算步骤或证明过程)

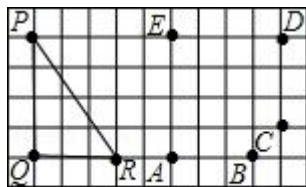
17. (10分) (1) 计算: $(-3)^2 + (-3) \times 2 - \sqrt{20}$;

(2) 解方程: $x^2 - 2x = 5$.

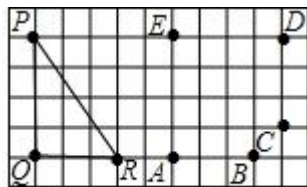
18. (8分) 如图, 在方格纸中, $\triangle PQR$ 的三个顶点及 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五个点都在小方格的顶点上. 现以 A 、 B 、 C 、 D 、 E 中的三个点为顶点画三角形.

(1) 在图甲中画出一个三角形与 $\triangle PQR$ 全等;

(2) 在图乙中画出一个三角形与 $\triangle PQR$ 面积相等但不全等

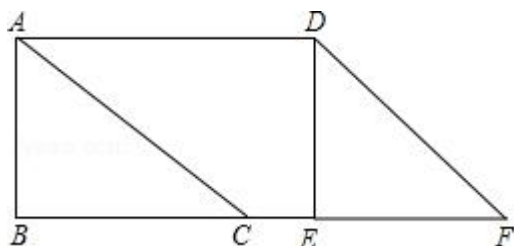


图甲



图乙

19. (8分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 6\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$. 将 $\triangle ABC$ 沿射线 BC 方向平移 10cm , 得到 $\triangle DEF$, A 、 B 、 C 的对应点分别是 D 、 E 、 F , 连接 AD . 求证: 四边形 $ACFD$ 是菱形.



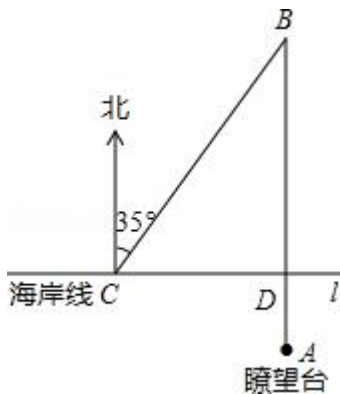
20. (9分) 一个不透明的袋中装有红、黄、白三种颜色球共 100 个, 它们除颜色外都相同, 其中黄球个数是白球个数的 2 倍少 5 个. 已知从袋中摸出一个球是红球的概率是 $\frac{3}{10}$.

(1) 求袋中红球的个数;

(2) 求从袋中摸出一个球是白球的概率;

(3) 取走 10 个球 (其中没有红球) 后, 求从剩余的球中摸出一个球是红球的概率.

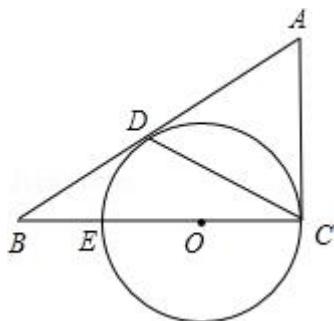
21. (9分) 某海滨浴场东西走向的海岸线可近似看作直线 l (如图). 救生员甲在 A 处的瞭望台上观察海面情况, 发现其正北方向的 B 处有人发出求救信号. 他立即沿 AB 方向径直前往救援, 同时通知正在海岸线上巡逻的救生员乙. 乙马上从 C 处入海, 径直向 B 处游去. 甲在乙入海 10 秒后赶到海岸线上的 D 处, 再向 B 处游去. 若 $CD = 40$ 米, B 在 C 的北偏东 35° 方向, 甲、乙的游泳速度都是 2 米/秒. 问谁先到达 B 处? 请说明理由. (参考数据: $\sin 55^\circ \approx 0.82$, $\cos 55^\circ \approx 0.57$, $\tan 55^\circ \approx 1.43$)



22. (10分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是边 AB 上一点, 且 $\angle A = 2\angle DCB$. E 是 BC 边上的一点, 以 EC 为直径的 $\odot O$ 经过点 D .

(1) 求证: AB 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 CD 的弦心距为 1, $BE = EO$, 求 BD 的长.



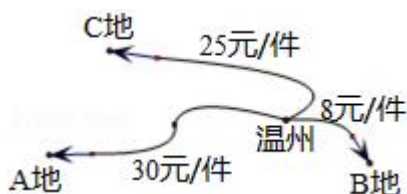
23. (12分) 温州享有“中国笔都”之称, 其产品畅销全球, 某制笔企业欲将 n 件产品运往 A, B, C 三地销售, 要求运往 C 地的件数是运往 A 地件数的 2 倍, 各地的运费如图所示. 设安排 x 件产品运往 A 地.

(1) 当 $n = 200$ 时, ①根据信息填表:

	A 地	B 地	C 地	合计
产品件数 (件)	x		$2x$	200
运费 (元)	$30x$			

②若运往 B 地的件数不多于运往 C 地的件数, 总运费不超过 4000 元, 则有哪些运输方案?

(2) 若总运费为 5800 元, 求 n 的最小值.

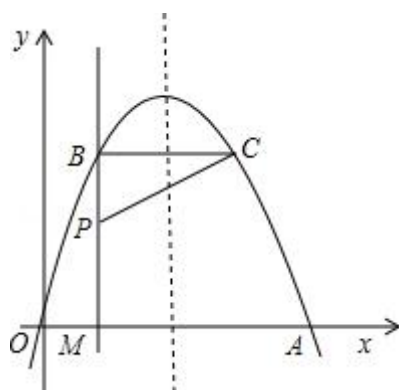


24. (14 分) 如图, 经过原点的抛物线 $y = -x^2 + 2mx$ ($m > 0$) 与 x 轴的另一个交点为 A . 过点 $P(1, m)$ 作直线 $PM \perp x$ 轴于点 M , 交抛物线于点 B . 记点 B 关于抛物线对称轴的对称点为 C (B 、 C 不重合). 连接 CB , CP .

(1) 当 $m = 3$ 时, 求点 A 的坐标及 BC 的长;

(2) 当 $m > 1$ 时, 连接 CA , 问 m 为何值时 $CA \perp CP$?

(3) 过点 P 作 $PE \perp PC$ 且 $PE = PC$, 问是否存在 m , 使得点 E 落在坐标轴上? 若存在, 求出所有满足要求的 m 的值, 并定出相对应的点 E 坐标; 若不存在, 请说明理由.



2012 年浙江省温州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题有 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．每小题只有一个选项是正确的，不选、多选、错选、均不给分）

1. 【分析】根据无理数的三种形式，①开方开不尽的数，②无限不循环小数，③含有 π 的数，结合选项即可作出判断．

【解答】解：结合所给的数可得，无理数有： $\sqrt{7}$ ．

故选：D．

【点评】此题考查了无理数的定义，关键要掌握无理数的三种形式，要求我们熟练记忆．

2. 【分析】众数指一组数据中出现次数最多的数据，根据众数的定义就可以求解．

【解答】解：因为 37 出现的次数最多，

所以众数是 37；

故选：C．

【点评】主要考查了众数的概念．注意众数是指一组数据中出现次数最多的数据，它反映了一组数据的多数水平，一组数据的众数可能不是唯一的．

3. 【分析】根据主视图的定义，得出圆柱以及立方体的摆放即可得出主视图为 3 个正方形组合体，进而得出答案即可．

【解答】解：利用圆柱直径等于立方体边长，得出此时摆放，圆柱主视图是正方形，得出圆柱以及立方体的摆放的主视图为两列，左边一个正方形，右边两个正方形，

故选：B．

【点评】此题主要考查了几何体的三视图；掌握主视图是从几何体正面看得到的平面图形是解决本题的关键．

4. 【分析】在解析式中令 $x = 0$ ，即可求得与 y 轴的交点的纵坐标．

【解答】解：令 $x = 0$ ，得 $y = -2 \times 0 + 4 = 4$ ，

则函数与 y 轴的交点坐标是 $(0, 4)$ ．

故选：A．

【点评】本题考查了一次函数与坐标轴的交点坐标的求法，是一个基础题，掌握 y 轴上点的横坐标为 0 是解题的关键．

5. 【分析】直接提取公因式 a 即可．

【解答】解： $a^2 - 4a = a(a - 4)$ ，

故选：A.

【点评】此题主要考查了提公因式法分解因式，关键是掌握找公因式的方法：当各项系数都是整数时，公因式的系数应取各项系数的最大公约数；字母取各项的相同的字母，而且各字母的指数取次数最低的；取相同的多项式，多项式的次数取最低的.

6. 【分析】根据折线图的数据，分别求出相邻两个月的用电量的变化值，比较即可得解.

【解答】解：1月至2月， $125 - 110 = 15$ 千瓦时，

2月至3月， $125 - 95 = 30$ 千瓦时，

3月至4月， $100 - 95 = 5$ 千瓦时，

4月至5月， $100 - 90 = 10$ 千瓦时，

所以，相邻两个月中，用电量变化最大的是2月至3月.

故选：B.

【点评】本题考查折线统计图的运用，折线统计图表示的是事物的变化情况，根据图中信息求出相邻两个月的用电变化量是解题的关键.

7. 【分析】根据两圆外切时，圆心距 = 两圆半径的和求解.

【解答】解：根据两圆外切，圆心距等于两圆半径之和，得该圆的半径是 $8 - 5 = 3$ (cm).

故选：D.

【点评】本题考查了圆与圆的位置关系. 注意：两圆外切，圆心距等于两圆半径之和.

8. 【分析】根据要证明一个结论不成立，可以通过举反例的方法来证明一个命题是假命题.

【解答】解：用来证明命题“若 $a^2 > 1$ ，则 $a > 1$ ”是假命题的反例可以是： $a = -2$ ，

$\because (-2)^2 > 1$ ，但是 $a = -2 < 1$ ， $\therefore A$ 正确；

故选：A.

【点评】此题主要考查了利用举例法证明一个命题错误，要说明数学命题的错误，只需举出一个反例即可这是数学中常用的一种方法.

9. 【分析】根据“小明买20张门票”可得方程： $x + y = 20$ ；根据“成人票每张70元，儿童票每张35元，共花了1225元”可得方程： $70x + 35y = 1225$ ，把两个方程组合即可.

【解答】解：设其中有 x 张成人票， y 张儿童票，根据题意得，

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 70x + 35y = 1225 \end{cases},$$

故选：B.

【点评】此题主要考查了由实际问题抽象出二元一次方程组，关键是弄清题意，把已知量和未知量联系起来，找出题目中的相等关系．

10. 【分析】连接 CM ，根据点 M 是 AB 的中点可得 $\triangle ACM$ 和 $\triangle BCM$ 的面积相等，又 P, Q 两点同时出发，并同时到达终点，所以点 P 到达 AC 的中点时，点 Q 到达 BC 的中点，然后把开始时、结束时、与中点时的 $\triangle MPQ$ 的面积与 $\triangle ABC$ 的面积相比即可进行判断．

【解答】解：如图所示，连接 CM ， $\because M$ 是 AB 的中点，

$$\therefore S_{\triangle ACM} = S_{\triangle BCM} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC},$$

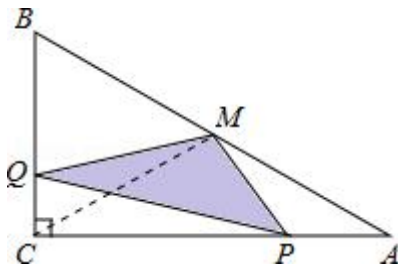
$$\text{开始时, } S_{\triangle MPQ} = S_{\triangle ACM} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC},$$

$$\text{点 } P \text{ 到达 } AC \text{ 的中点时, 点 } Q \text{ 到达 } BC \text{ 的中点时, } S_{\triangle MPQ} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABC},$$

$$\text{结束时, } S_{\triangle MPQ} = S_{\triangle BCM} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC},$$

所以， $\triangle MPQ$ 的面积大小变化情况是：先减小后增大．

故选：C．



【点评】本题考查了动点问题的函数图象，根据题意找出关键的开始时，中点时，结束时三个时间点的三角形的面积与 $\triangle ABC$ 的面积的关系是解题的关键．

二、填空题（本题有 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

11. 【分析】首先把括号外的 2 乘到括号内，去括号，然后合并同类项即可．

【解答】解：原式 $= 2a + 2 - a$

$$= a + 2.$$

故答案是： $a + 2$ ．

【点评】考查了整式的加减，解决此类题目的关键是熟记去括号法则，熟练运用合并同类项的法则，这是各地中考的常考点．

12. 【分析】观察图形可得，图形有四个形状相同的部分组成，从而能计算出旋转角度．

【解答】解：图形可看作由一个基本图形每次旋转 90° ，旋转 4 次所组成，故最小旋转角为 90° ．

故答案为：90.

【点评】本题考查了观察图形，确定最小旋转角度数的方法，需要熟练掌握.

13. 【分析】由题意得 $\frac{2}{x-1} - 1 = 0$ ，解分式方程即可得出答案.

【解答】解：由题意得， $\frac{2}{x-1} - 1 = 0$ ，

解得： $x = 3$ ，经检验的 $x = 3$ 是原方程的根.

故答案为：3.

【点评】此题考查了分式值为 0 的条件，属于基础题，注意分式方程需要检验.

14. 【分析】根据频数分布直方图估计出 89.5 ~ 109.5，109.5 ~ 129.5 两个分数段的学生人数，然后相加即可.

【解答】解：如图所示，89.5 ~ 109.5 段的学生人数有 24 人，

109.5 ~ 129.5 段的学生人数有 3 人，

所以，成绩不低于 90 分的共有 $24 + 3 = 27$ 人.

故答案为：27.

【点评】本题考查了读频数分布直方图的能力，根据图形估计出两个分数段的学生人数是解题的关键.

15. 【分析】根据会弹钢琴的人数比会弹古筝的人数多 10 人，表示出会弹钢琴的人数为： $(m+10)$ 人，再利用两种都会的有 7 人得出该班同学共有： $(m+m+10-7)$ 人，整理得出答案即可.

【解答】解： $\because$ 设会弹古筝的有 m 人，则会弹钢琴的人数为： $m+10$ ，

$\therefore$ 该班同学共有： $m+m+10-7=2m+3$ ，

故答案为： $(2m+3)$.

【点评】此题主要考查了列代数式，根据已知表示出会弹钢琴的人数与会弹古筝的人数是解题关键.

16. 【分析】过点 D 作 $DG \perp x$ 轴于点 G ，过点 E 作 $EF \perp y$ 轴于点 F . 令 $A(t, \frac{4}{t})$ ，则 AD

$= AB = DG = \frac{4}{t}$ ， $AE = AC = EF = t$ ，则图中阴影部分的面积 = $\triangle ACE$ 的面积 + $\triangle ABD$ 的面

积 = $\frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2} \times \frac{16}{t^2}$ ，因此只需求出 t^2 的值即可. 先在直角 $\triangle ADE$ 中，由勾股定理，得出

$DE = \frac{\sqrt{t^4+16}}{t}$ ，再由 $\triangle EFQ \sim \triangle DAE$ ，求出 $QE = \frac{t\sqrt{t^4+16}}{4}$ ， $\triangle ADE \sim \triangle GPD$ ，求出

$$DP = : \frac{4\sqrt{t^4+16}}{t^3}, \text{ 然后根据 } QE: DP = 4: 9, \text{ 即可得出 } t^2 = \frac{8}{3}.$$

【解答】解：解法一：过点 D 作 $DG \perp x$ 轴于点 G ，过点 E 作 $EF \perp y$ 轴于点 F 。

$$\text{令 } A(t, \frac{4}{t}), \text{ 则 } AD = AB = DG = \frac{4}{t}, AE = AC = EF = t.$$

$$\text{在直角 } \triangle ADE \text{ 中, 由勾股定理, 得 } DE = \sqrt{AD^2 + AE^2} = \sqrt{\frac{16}{t^2} + t^2} = \sqrt{\frac{t^4 + 16}{t^2}} = \frac{\sqrt{t^4 + 16}}{t}.$$

$$\because \triangle EFQ \sim \triangle DAE,$$

$$\therefore QE: DE = EF: AD,$$

$$\therefore QE = \frac{t\sqrt{t^4 + 16}}{4},$$

$$\because \triangle ADE \sim \triangle GPD,$$

$$\therefore DE: PD = AE: DG,$$

$$\therefore DP = \frac{4\sqrt{t^4 + 16}}{t^3}.$$

$$\text{又 } \because QE: DP = 4: 9,$$

$$\therefore \frac{t\sqrt{t^4 + 16}}{4} : \frac{4\sqrt{t^4 + 16}}{t^3} = 4: 9,$$

$$\text{解得 } t^2 = \frac{8}{3}.$$

$$\therefore \text{图中阴影部分的面积} = \frac{1}{2}AC^2 + \frac{1}{2}AB^2 = \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2} \times \frac{16}{t^2} = \frac{4}{3} + 3 = \frac{13}{3};$$

$$\text{解法二: } \because QE: DP = 4: 9,$$

$$\therefore EF: PG = 4: 9,$$

$$\text{设 } EF = 4t, \text{ 则 } PG = 9t,$$

$$\therefore A(4t, \frac{1}{t}),$$

$$\text{由 } AC = AE = AD = AB,$$

$$\therefore AE = 4t, AD = \frac{1}{t}, DG = \frac{1}{t}, GP = 9t,$$

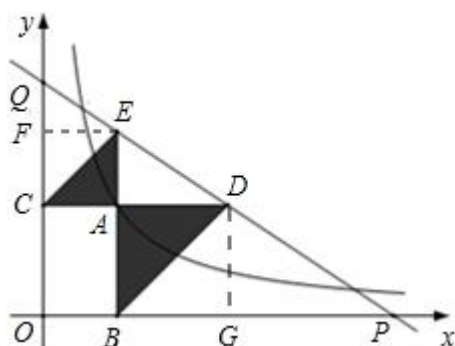
$$\because \triangle ADE \sim \triangle GPD,$$

$$\therefore AE: DG = AD: GP,$$

$$4t: \frac{1}{t} = \frac{1}{t}: 9t, \text{ 即 } t^2 = \frac{1}{6},$$

$$\text{图中阴影部分的面积} = \frac{1}{2} \times 4t \times 4t + \frac{1}{2} \times \frac{1}{t} \times \frac{1}{t} = \frac{13}{3}.$$

故答案为: $\frac{13}{3}$.



【点评】 本题考查了反比例函数的性质，勾股定理，相似三角形的判定与性质，三角形的面积等知识，综合性较强，有一定难度．根据 $QE: DP = 4: 9$ ，得出 t^2 的值是解题的关键．

三、解答题（本题有 8 小题，共 80 分．解答需写出必要的文字说明、演算步骤或证明过程）

17. **【分析】**（1）首先计算乘方，进行开方运算，然后合并同类二次根式即可求解；

（2）方程两边同时加上 1，左边即可化成完全平方式的形式，然后进行开方运算，转化成两个一元一次方程，即可求解．

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: (1)} & (-3)^2 + (-3) \times 2 - \sqrt{20} \\ &= 9 - 6 - 2\sqrt{5} \\ &= 3 - 2\sqrt{5}; \end{aligned}$$

$$(2) \text{ 配方得 } (x-1)^2 = 6$$

$$\therefore x-1 = \pm\sqrt{6}$$

$$\therefore x_1 = 1+\sqrt{6}, x_2 = 1-\sqrt{6}.$$

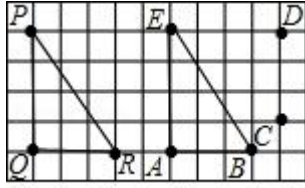
【点评】 本题考查了实数的混合运算以及利用配方法解一元二次方程，正确进行配方是关键．

18. **【分析】**（1）过 A 作 $AE \parallel PQ$ ，过 E 作 $EB \parallel PR$ ，再顺次连接 A、E、B，此题答案不唯一，符合要求即可；

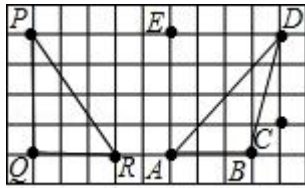
（2） $\triangle PQR$ 面积是: $\frac{1}{2} \times QR \times PQ = 6$ ，连接 BA，BA 长为 3，再连接 AD、BD，三角形

的面积也是 6，但是两个三角形不全等．

【解答】解：（1）如图所示：



（2）如图所示：



【点评】此题主要考查了作图，关键是掌握全等三角形的定义：能够完全重合的两个三角形叫做全等三角形；三角形面积的计算公式： $S = \frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高}$ ．

19. 【分析】根据平移的性质可得 $CF = AD = 10\text{cm}$ ， $DF = AC$ ，再在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中利用勾股定理求出 AC 的长为 10，就可以根据四条边都相等的四边形是菱形得到结论．

【解答】证明：由平移变换的性质得：

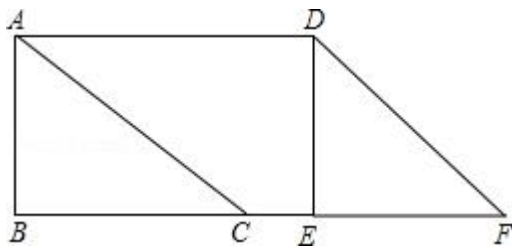
$$CF = AD = 10\text{cm}, DF = AC,$$

$$\because \angle B = 90^\circ, AB = 6\text{cm}, BC = 8\text{cm},$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + CB^2} = \sqrt{36 + 64} = 10,$$

$$\therefore AC = DF = AD = CF = 10\text{cm},$$

$\therefore$ 四边形 $ACFD$ 是菱形．



【点评】此题主要考查了平移的性质，菱形的判定，关键是掌握平移的性质：各组对应点的线段平行且相等；菱形的判定：四条边都相等的四边形是菱形．

20. 【分析】（1）根据红、黄、白三种颜色球共有的个数乘以红球的概率即可；

（2）设白球有 x 个，得出黄球有 $(2x - 5)$ 个，根据题意列出方程，求出白球的个数，再除以总的球数即可；

(3) 先求出取走 10 个球后, 还剩的球数, 再根据红球的个数, 除以还剩的球数即可.

【解答】解: (1) 根据题意得:

$$100 \times \frac{3}{10} = 30,$$

答: 红球有 30 个.

(2) 设白球有 x 个, 则黄球有 $(2x - 5)$ 个,

根据题意得 $x + 2x - 5 = 100 - 30$

解得 $x = 25$.

所以摸出一个球是白球的概率 $P = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$;

(3) 因为取走 10 个球后, 还剩 90 个球, 其中红球的个数没有变化,

所以从剩余的球中摸出一个球是红球的概率 $\frac{30}{90} = \frac{1}{3}$;

【点评】此题考查了概率公式: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同,

其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

21. **【分析】**在直角 $\triangle CDB$ 中, 利用三角函数即可求得 BC , BD 的长, 则求得甲、乙的时间, 比较二者之间的大小即可.

【解答】解: 由题意得 $\angle BCD = 55^\circ$, $\angle BDC = 90^\circ$

$$\because \tan \angle BCD = \frac{BD}{CD}$$

$$\therefore BD = CD \cdot \tan \angle BCD = 40 \times \tan 55^\circ \approx 57.2$$

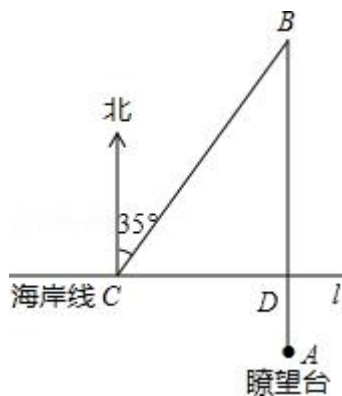
$$\cos \angle BCD = \frac{CD}{BC}$$

$$\therefore BC = \frac{CD}{\cos \angle BCD} = \frac{40}{\cos 55^\circ} \approx 70.2$$

$$\therefore t_{\text{甲}} = \frac{57.2}{2} + 10 = 38.6 \text{ 秒}, t_{\text{乙}} = \frac{70.2}{2} = 35.1 \text{ (秒)}.$$

$$\therefore t_{\text{甲}} > t_{\text{乙}},$$

答: 乙先到达 B 处.



【点评】 本题考查了解直角三角形的应用，理解直角三角形中的边角关系是关键．

22. 【分析】 (1) 连接 OD ，如图 1 所示，由 $OD = OC$ ，根据等边对等角得到一对角相等，再由 $\angle DOB$ 为 $\triangle COD$ 的外角，利用三角形的外角等于与它不相邻的两个内角之和，等量代换可得出 $\angle DOB = 2\angle DCB$ ，又 $\angle A = 2\angle DCB$ ，可得出 $\angle A = \angle DOB$ ，又 $\angle ACB = 90^\circ$ ，可得出直角三角形 ABC 中两锐角互余，等量代换可得出 $\angle B$ 与 $\angle ODB$ 互余，即 OD 垂直于 BD ，确定出 AB 为圆 O 的切线，得证；

(2) 法 1：过 O 作 OM 垂直于 CD ，根据垂径定理得到 M 为 DC 的中点，由 BD 垂直于 OD ，得到三角形 BDO 为直角三角形，再由 $BE = OE = OD$ ，得到 OD 等于 OB 的一半，可得出 $\angle B = 30^\circ$ ，进而确定出 $\angle DOB = 60^\circ$ ，又 $OD = OC$ ，利用等边对等角得到一对角相等，再由 $\angle DOB$ 为三角形 DOC 的外角，利用外角的性质及等量代换可得出 $\angle DCB = 30^\circ$ ，在三角形 CMO 中，根据 30° 角所对的直角边等于斜边的一半得到 $OC = 2OM$ ，由弦心距 OM 的长求出 OC 的长，进而确定出 OD 及 OB 的长，利用勾股定理即可求出 BD 的长；

法 2：过 O 作 OM 垂直于 CD ，连接 ED ，由垂径定理得到 M 为 CD 的中点，又 O 为 EC 的中点，得到 OM 为三角形 EDC 的中位线，利用三角形中位线定理得到 OM 等于 ED 的一半，由弦心距 OM 的长求出 ED 的长，再由 $BE = OE$ ，得到 ED 为直角三角形 DBO 斜边上的中线，利用直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，由 DE 的长求出 OB 的长，再由 OD 及 OB 的长，利用勾股定理即可求出 BD 的长．

【解答】 (1) 证明：连接 OD ，如图 1 所示：

$$\because OD = OC,$$

$$\therefore \angle DCB = \angle ODC,$$

又 $\angle DOB$ 为 $\triangle COD$ 的外角，

$$\therefore \angle DOB = \angle DCB + \angle ODC = 2\angle DCB,$$

又 $\because \angle A = 2\angle DCB$,

$\therefore \angle A = \angle DOB$,

$\because \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ$,

$\therefore \angle DOB + \angle B = 90^\circ$,

$\therefore \angle BDO = 90^\circ$,

$\therefore OD \perp AB$,

又 $\because D$ 在 $\odot O$ 上,

$\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解法一:

过点 O 作 $OM \perp CD$ 于点 M , 如图 1,

$\because OD = OE = BE = \frac{1}{2}BO$, $\angle BDO = 90^\circ$,

$\therefore \angle B = 30^\circ$,

$\therefore \angle DOB = 60^\circ$,

$\because OD = OC$,

$\therefore \angle DCB = \angle ODC$,

又 $\because \angle DOB$ 为 $\triangle ODC$ 的外角,

$\therefore \angle DOB = \angle DCB + \angle ODC = 2\angle DCB$,

$\therefore \angle DCB = 30^\circ$,

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle OCM$ 中, $\angle DCB = 30^\circ$, $OM = 1$,

$\therefore OC = 2OM = 2$,

$\therefore OD = 2$, $BO = BE + OE = 2OE = 4$,

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle BDO$ 中, 根据勾股定理得: $BD = 2\sqrt{3}$;

解法二:

过点 O 作 $OM \perp CD$ 于点 M , 连接 DE , 如图 2,

$\because OM \perp CD$,

$\therefore CM = DM$, 又 O 为 EC 的中点,

$\therefore OM$ 为 $\triangle DCE$ 的中位线，且 $OM = 1$ ，
 $\therefore DE = 2OM = 2$ ，
 $\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle OCM$ 中， $\angle DCB = 30^\circ$ ， $OM = 1$ ，
 $\therefore OC = 2OM = 2$ ，
 $\therefore \text{Rt}\triangle BDO$ 中， $OE = BE$ ，
 $\therefore DE = \frac{1}{2}BO$ ，
 $\therefore BO = BE + OE = 2OE = 4$ ，
 $\therefore OD = OE = 2$ ，
 在 $\text{Rt}\triangle BDO$ 中，根据勾股定理得 $BD = 2\sqrt{3}$ 。

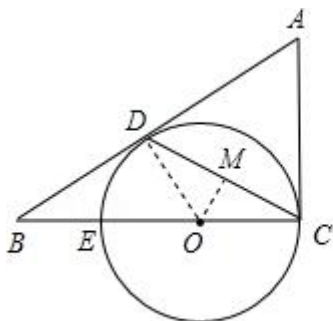


图1

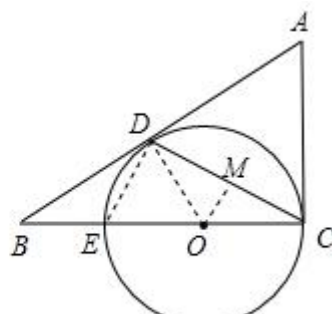


图2

【点评】 此题考查了切线的性质，垂径定理，勾股定理，含 30° 直角三角形的性质，三角形的中位线定理，三角形的外角性质，以及直角三角形斜边上的中线性质的性质，熟练掌握定理及性质是解本题的关键。

23. **【分析】** (1) ① 运往 B 地的产品件数 = 总件数 n - 运往 A 地的产品件数 - 运往 C 地的产品件数；
 运费 = 相应件数 $\times$ 一件产品的运费；
 ② 根据运往 B 地的件数不多于运往 C 地的件数，总运费不超过 4000 元列出不等式组，求得正整数解的个数即可；
 (2) 总运费 = A 产品的运费 + B 产品的运费 + C 产品的运费，进而根据函数的增减性及 (1) 中 ② 得到的 x 的取值求得 n 的最小值即可。

【解答】 解：(1) ① 根据信息填表

	A 地	B 地	C 地	合计
产品件数 (件)		$200 - 3x$		
运费		$1600 - 24x$	$50x$	$56x + 1600$

$$\textcircled{2} \text{由题意, 得} \begin{cases} 200-3x \leq 2x \\ 1600+56x \leq 4000 \end{cases},$$

$$\text{解得 } 40 \leq x \leq 42\frac{6}{7},$$

$\therefore x$ 为正整数,

$$\therefore x = 40 \text{ 或 } 41 \text{ 或 } 42,$$

$\therefore$ 有三种方案, 分别是 (i) A 地 40 件, B 地 80 件, C 地 80 件;

(ii) A 地 41 件, B 地 77 件, C 地 82 件;

(iii) A 地 42 件, B 地 74 件, C 地 84 件;

$$(2) \text{由题意, 得 } 30x+8(n-3x)+50x=5800,$$

$$\text{整理, 得 } n=725-7x.$$

$$\therefore n-3x \geq 0,$$

$$\therefore 725-7x-3x \geq 0,$$

$$\therefore -10x \geq -725,$$

$$\therefore x \leq 72.5,$$

$$\text{又 } \therefore x \geq 0,$$

$$\therefore 0 \leq x \leq 72.5 \text{ 且 } x \text{ 为正整数.}$$

$\therefore n$ 随 x 的增大而减少,

$$\therefore \text{当 } x=72 \text{ 时, } n \text{ 有最小值为 } 221.$$

【点评】 考查一次函数的应用; 得到总运费的关系式是解决本题的关键; 注意结合自变量的取值得到 n 的最小值.

24. **【分析】** (1) 把 $m=3$, 代入抛物线的解析式, 令 $y=0$ 解方程, 得到的非 0 解即为和 x 轴交点的横坐标, 再求出抛物线的对称轴方程, 进而求出 BC 的长;

(2) 过点 C 作 $CH \perp x$ 轴于点 H (如图 1) 由已知得 $\angle ACP = \angle BCH = 90^\circ$, 利用已知条件证明 $\triangle ACH \sim \triangle PCB$, 根据相似的性质得到: $\frac{AH}{CH} = \frac{PB}{BC}$, 再用含有 m 的代数式表示出 BC , CH , BP , 代入比例式即可求出 m 的值;

(3) 存在, 本题要分当 $m > 1$ 时, $BC = 2(m-1)$, $PM = m$, $BP = m-1$ 和当 $0 < m < 1$ 时, $BC = 2(1-m)$, $PM = m$, $BP = 1-m$, 两种情况分别讨论, 再求出满足题意的 m 值和相对应的点 E 坐标.

【解答】 解: (1) 当 $m=3$ 时, $y = -x^2+6x$

令 $y = 0$ 得 $-x^2 + 6x = 0$

$\therefore x_1 = 0, x_2 = 6,$

$\therefore A(6, 0)$

当 $x = 1$ 时, $y = 5$

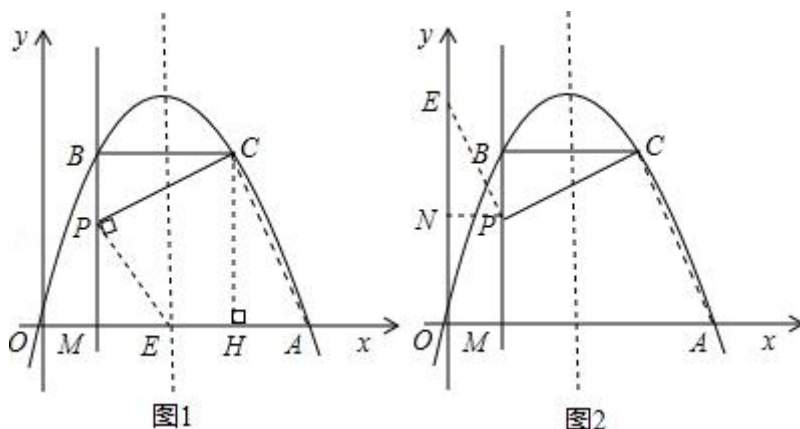
$\therefore B(1, 5)$

$\because$ 抛物线 $y = -x^2 + 6x$ 的对称轴为直线 $x = 3$

又 $\because B, C$ 关于对称轴对称

$\therefore BC = 4.$

(2) 连接 AC , 过点 C 作 $CH \perp x$ 轴于点 H (如图1)



由已知得 $\angle ACP = \angle BCH = 90^\circ$

$\therefore \angle ACH = \angle PCB$

又 $\because \angle AHC = \angle PBC = 90^\circ$

$\therefore \triangle ACH \sim \triangle PCB,$

$\therefore \frac{AH}{CH} = \frac{PB}{BC},$

$\because$ 抛物线 $y = -x^2 + 2mx$ 的对称轴为直线 $x = m$, 其中 $m > 1,$

又 $\because B, C$ 关于对称轴对称,

$\therefore BC = 2(m - 1),$

$\because B(1, 2m - 1), P(1, m),$

$\therefore BP = m - 1,$

又 $\because A(2m, 0), C(2m - 1, 2m - 1),$

$\therefore H(2m - 1, 0),$

$$\therefore AH = 1, CH = 2m - 1,$$

$$\therefore \frac{1}{2m-1} = \frac{m-1}{2(m-1)},$$

$$\therefore m = \frac{3}{2}.$$

(3) $\because B, C$ 不重合, $\therefore m \neq 1$,

(I) 当 $m > 1$ 时, $BC = 2(m - 1)$, $PM = m$, $BP = m - 1$,

(i) 若点 E 在 x 轴上 (如图 1),

$$\because \angle CPE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MPE + \angle BPC = \angle MPE + \angle MEP = 90^\circ, PC = EP,$$

在 $\triangle BPC$ 和 $\triangle MEP$ 中,

$$\begin{cases} \angle CBP = \angle PME \\ PC = EP \\ \angle BPC = \angle PEM \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BPC \cong \triangle MEP,$$

$$\therefore BC = PM,$$

$$\therefore 2(m - 1) = m,$$

$$\therefore m = 2, \text{ 此时点 } E \text{ 的坐标是 } (2, 0);$$

(ii) 若点 E 在 y 轴上 (如图 2),

过点 P 作 $PN \perp y$ 轴于点 N ,

易证 $\triangle BPC \cong \triangle NPE$,

$$\therefore BP = NP = OM = 1,$$

$$\therefore m - 1 = 1,$$

$$\therefore m = 2,$$

此时点 E 的坐标是 $(0, 4)$;

(II) 当 $0 < m < 1$ 时, $BC = 2(1 - m)$, $PM = m$, $BP = 1 - m$,

(i) 若点 E 在 x 轴上 (如图 3),

易证 $\triangle BPC \cong \triangle MEP$,

$$\therefore BC = PM,$$

$$\therefore 2(1 - m) = m,$$

$\therefore m = \frac{2}{3}$, 此时点 E 的坐标是 $(\frac{4}{3}, 0)$;

(ii) 若点 E 在 y 轴上 (如图 4),

过点 P 作 $PN \perp y$ 轴于点 N ,

易证 $\triangle BPC \cong \triangle NPE$,

$\therefore BP = NP = OM = 1$,

$\therefore 1 - m = 1$, $\therefore m = 0$ (舍去),

综上所述, 当 $m = 2$ 时, 点 E 的坐标是 $(2, 0)$ 或 $(0, 4)$,

当 $m = \frac{2}{3}$ 时, 点 E 的坐标是 $(\frac{4}{3}, 0)$.

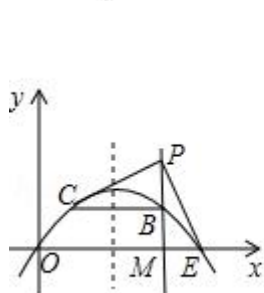


图3

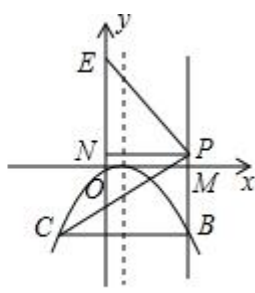


图4

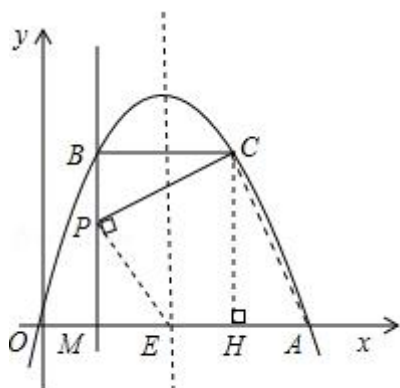


图1

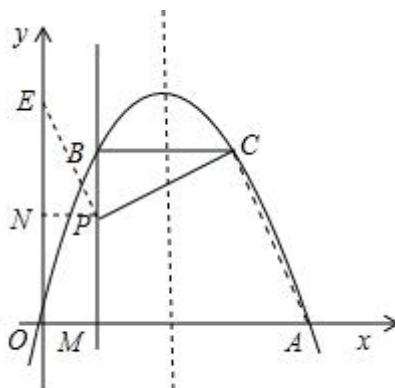


图2

【点评】 此题主要考查了二次函数解析式的确定、轴对称的性质、相似三角形的判定和相似三角形的性质以及全等三角形的性质和全等三角形的判定、需注意的是 (3) 题在不确 E 点的情况下需要分类讨论, 以免漏解. 题目的综合性强, 难度也很大, 有利于提高学生的综合解题能力, 是一道不错的题目.