

2011 年浙江省湖州市中考数学试卷

一、选择题（本题有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）下面每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请选出各题中一个最符合题意的选项，并在答题卷上将相应题次中对应字母的方框涂黑，不选、多选、错选的不给分。

1. (3 分) -5 的相反数是 ()

- A. 5 B. $\frac{1}{5}$ C. -5 D. $-\frac{1}{5}$

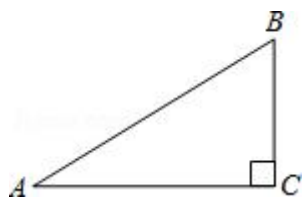
2. (3 分) 计算 $a^2 \cdot a^3$ ，正确的结果是 ()

- A. $2a^6$ B. $2a^5$ C. a^6 D. a^5

3. (3 分) 根据全国第六次人口普查统计，湖州市常住人口约为 2890000 人，近似数 2890000 用科学记数法可表示为 ()

- A. 2.89×10^4 B. 2.89×10^5 C. 2.89×10^6 D. 2.89×10^7

4. (3 分) 如图，已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 1$ ， $AC = 2$ ，则 $\tan A$ 的值为 ()



- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

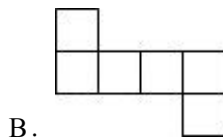
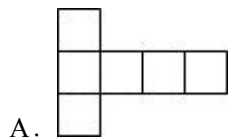
5. (3 分) 数据 1, 2, 3, 4, 5 的平均数是 ()

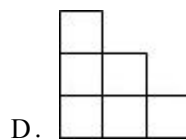
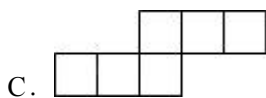
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

6. (3 分) 下列事件中，必然事件是 ()

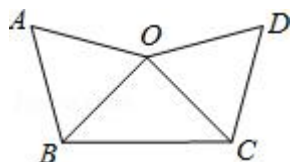
- A. 掷一枚硬币，正面朝上
B. a 是实数， $|a| \geq 0$
C. 某运动员跳高的最好成绩是 20.1 米
D. 从车间刚生产的产品中任意抽取一个，是次品

7. (3 分) 下列图形中，经过折叠不能围成一个立方体的是 ()



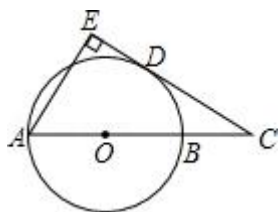


8. (3分) 如图, 已知 $\triangle AOB$ 是正三角形, $OC \perp OB$, $OC = OB$, 将 $\triangle OAB$ 绕点 O 按逆时针方向旋转, 使得 OA 与 OC 重合, 得到 $\triangle OCD$, 则旋转的角度是 ()



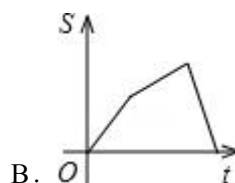
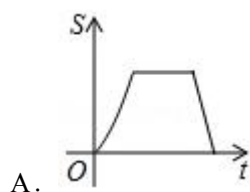
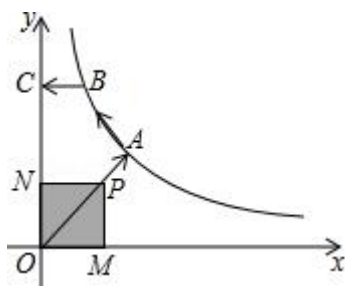
- A. 150° B. 120° C. 90° D. 60°

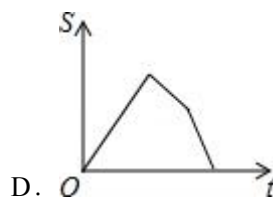
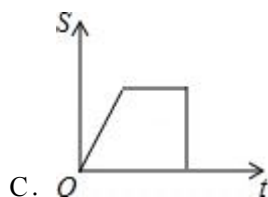
9. (3分) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 AB 延长线上一点, $BC = OB$, CE 是 $\odot O$ 的切线, 切点为 D , 过点 A 作 $AE \perp CE$, 垂足为 E , 则 $CD:DE$ 的值是 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 3

10. (3分) 如图, 已知 A 、 B 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0, x > 0$) 图象上的两点, $BC \parallel x$ 轴, 交 y 轴于点 C , 动点 P 从坐标原点 O 出发, 沿 $O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C$ 匀速运动, 终点为 C , 过点 P 作 $PM \perp x$ 轴, $PN \perp y$ 轴, 垂足分别为 M 、 N . 设四边形 $OMPN$ 的面积为 S , 点 P 运动的时间为 t , 则 S 关于 t 的函数图象大致为 ()

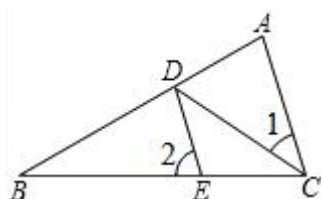




二、填空题（本题有 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

11.（4 分）当 $x=2$ 时，分式 $\frac{1}{x-1}$ 的值是_____.

12.（4 分）如图：CD 平分 $\angle ACB$ ， $DE \parallel AC$ 且 $\angle 1 = 30^\circ$ ，则 $\angle 2 =$ _____°.

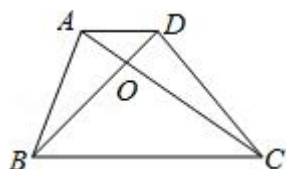


13.（4 分）某校对初三（2）班 40 名学生体育考试中“立定跳远”项目的得分情况进行了统计，结果如下表，

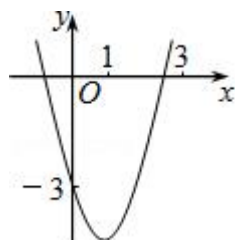
得 分	10 分	9 分	8 分	7 分	6 分以下
人数（人）	20	12	5	2	1

根据表中数据，若随机抽取该班的一名学生，则该学生“立定跳远”得分恰好是 10 分的概率是_____.

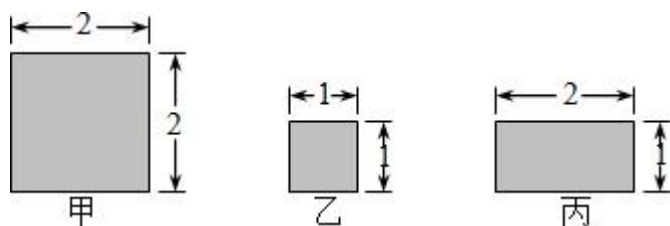
14.（4 分）如图，已知梯形 $ABCD$ ， $AD \parallel BC$ ，对角线 AC ， BD 相交于点 O ， $\triangle AOD$ 与 $\triangle BOC$ 的面积之比为 1: 9，若 $AD=1$ ，则 BC 的长是_____.



15.（4 分）如图，已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 $(0, -3)$ ，请你确定一个 b 的值，使该抛物线与 x 轴的一个交点在 $(1, 0)$ 和 $(3, 0)$ 之间. 你确定的 b 的值是_____.



16.（4 分）如图，甲类纸片是边长为 2 的正方形，乙类纸片是边长为 1 的正方形，丙类纸片是长、宽边长分别是 2 和 1 的长方形. 现有甲类纸片 1 张，乙类纸片 4 张，则应至少取丙类纸片_____张才能用它们拼成一个新的正方形.



三、解答题（本题共有 8 小题，共 66 分）

17.（6 分）计算： $|-2| - 2\sin 30^\circ + \sqrt{4} + (\sqrt{2} - \pi)^0$.

18.（6 分）因式分解： $a^3 - 9a$.

19.（6 分）已知：一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过 $M(0, 2)$, $N(1, 3)$ 两点.

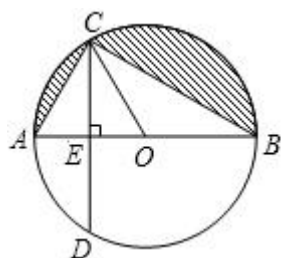
(1) 求 k 、 b 的值；

(2) 若一次函数 $y = kx + b$ 的图象与 x 轴交点为 $A(a, 0)$, 求 a 的值.

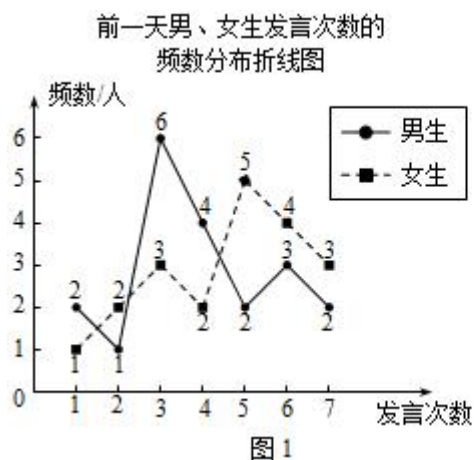
20.（8 分）如图，已知 AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$, 垂足为 E , $\angle AOC = 60^\circ$, $OC = 2$.

(1) 求 OE 和 CD 的长；

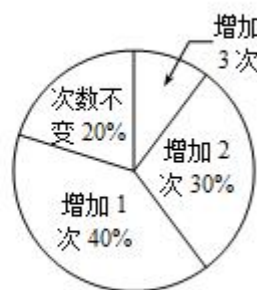
(2) 求图中阴影部分的面积.



21.（8 分）班主任张老师为了了解学生课堂发言情况，对前一天本班男、女生发言次数进行了统计，并绘制成如下频数分布折线图（图 1）.



第二天全班发言次数变化人数的
扇形统计图



(1) 请根据图 1，回答下列问题：

①这个班共有_____名学生，发言次数是 5 次的男生有_____人、女生有_____人；

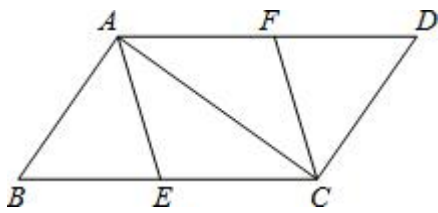
②男、女生发言次数的中位数分别是_____次和_____次；

(2) 通过张老师的鼓励，第二天的发言次数比前一天明显增加，全班发言次数变化的人数的扇形统计图如图 2 所示，求第二天发言次数增加 3 次的学生人数和全班增加的发言总次数.

22. (10 分) 如图，已知 E 、 F 分别是 $\square ABCD$ 的边 BC 、 AD 上的点，且 $BE = DF$.

(1) 求证：四边形 $AECF$ 是平行四边形；

(2) 若 $BC = 10$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，且四边形 $AECF$ 是菱形，求 BE 的长.



23. (10 分) 我市水产养殖专业户王大爷承包了 30 亩水塘，分别养殖甲鱼和桂鱼，有关成本、销售情况如下表：

养殖种类	成本 (万元/亩)	销售额 (万元/亩)
甲鱼	2.4	3
桂鱼	2	2.5

(1) 2010 年，王大爷养殖甲鱼 20 亩，桂鱼 10 亩，求王大爷这一年共收益多少万元？(收益 = 销售额 - 成本)

(2) 2011 年，王大爷继续用这 30 亩水塘全部养殖甲鱼和桂鱼，计划投入成本不超过 70 万元. 若每亩养殖的成本、销售额与 2010 年相同，要获得最大收益，他应养殖甲鱼和桂鱼各多少亩？

(3) 已知甲鱼每亩需要饲料 500kg，桂鱼每亩需要饲料 700kg，根据 (2) 中的养殖亩数，为了节约运输成本，实际使用的运输车辆每次装载饲料的总量是原计划每次装载总量的 2 倍，结果运输养殖所需要全部饲料比原计划减少了 2 次，求王大爷原定的运输车辆每次可装载饲料多少千克？

24. (12 分) 如图 1，已知正方形 $OABC$ 的边长为 2，顶点 A 、 C 分别在 x 、 y 轴的正半轴上， M 是 BC 的中点. $P(0, m)$ 是线段 OC 上一动点 (C 点除外)，直线 PM 交 AB 的延长线于点 D .

(1) 求点 D 的坐标 (用含 m 的代数式表示)；

(2) 当 $\triangle APD$ 是等腰三角形时，求 m 的值；

第 6 页 (共 17 页)

2011 年浙江省湖州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）下面每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请选出各题中一个最符合题意的选项，并在答题卷上将相应题次中对应字母的方框涂黑，不选、多选、错选的不给分.

1. 【分析】只有符号不同的两个数叫做互为相反数，不能单独存在，从数轴上看，除 0 外，互为相反数的两个数，它们分别在原点两旁且到原点距离相等.

【解答】解：-5 的相反数是 5.

故选：A.

【点评】本题主要考查相反数的概念和意义：只有符号不同的两个数叫做互为相反数，不能单独存在，从数轴上看，除 0 外，互为相反数的两个数，它们分别在原点两旁且到原点距离相等.

2. 【分析】根据同底数幂的乘法法则，底数不变，指数相加.

【解答】解： $a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5$.

故选：D.

【点评】本题考查了同底数幂的乘法，理清指数的变化是解题的关键.

3. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：将 2890000 用科学记数法表示为 2.89×10^6 .

故选：C.

【点评】此题主要考查了科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. 【分析】根据 $\tan A$ 是角 A 的对边比邻边，直接得出答案 $\tan A$ 的值.

【解答】解： $\because \angle C = 90^\circ$ ， $BC = 1$ ， $AC = 2$ ，

$$\therefore \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2}.$$

故选：B.

【点评】此题主要考查了锐角三角函数的定义，熟练记忆锐角三角函数的定义是解决问题的关键.

5. 【分析】根据平均数求法所有数据的和除以总个数即可，直接求出即可.

【解答】解： $(1+2+3+4+5) \div 5 = 3$.

故选：C.

【点评】此题主要考查了平均数的求法，此题比较简单注意认真计算即可得出答案.

6. 【分析】一定会发生的事情称为必然事件，依据定义即可解答.

【解答】解：A、是随机事件，故不符合题意，

B、是必然事件，符合题意，

C、是不可能事件，故不符合题意，

D、是随机事件，故不符合题意.

故选：B.

【点评】本题主要考查了必然事件为一定会发生的事件，解决此类问题，要学会关注身边的事物，并用数学的思想和方法去分析、看待、解决问题，提高自身的数学素养，难度适中.

7. 【分析】由平面图形的折叠及正方体的展开图解题.

【解答】解：选项A、B、C经过折叠均能围成正方体；

D、有“田”字格，不能折成正方体.

故选：D.

【点评】本题主要考查展开图折叠成几何体的知识点，注意只要有“田”字格的展开图都不是正方体的表面展开图.

8. 【分析】 $\angle AOC$ 就是旋转角，根据等边三角形的性质，即可求解.

【解答】解：旋转角 $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$.

故选：A.

【点评】本题主要考查了旋转的性质，正确理解旋转角是解题的关键.

9. 【分析】连接 OD ，设 $\odot O$ 的半径为 r ，可证得 $\triangle COD \sim \triangle CAE$ ，则 $\frac{OC}{AC} = \frac{OD}{AE} = \frac{CD}{CE} = \frac{2}{3}$,

从而得出 $CD:DE$ 的值.

【解答】解：如图，连接 OD ，

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径， $BC = OB$ ，

$\therefore OA = OB = BC$ ，

$\because CE$ 是 $\odot O$ 的切线，

$$\therefore OD \perp CE,$$

$$\because AE \perp CE,$$

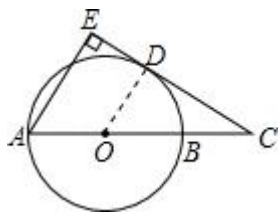
$$\therefore OD \parallel AE,$$

$$\therefore \triangle COD \sim \triangle CAE,$$

$$\therefore \frac{OC}{AC} = \frac{CD}{CE} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{CD}{DE} = 2.$$

故选：C.



【点评】本题考查了切线的性质，相似三角形的判定和性质，是基础知识要熟练掌握.

10. 【分析】通过两段的判断即可得出答案，①点 P 在 AB 上运动时，此时四边形 $OMPN$ 的面积不变，可以排除 B 、 D ；②点 P 在 BC 上运动时， S 减小， S 与 t 的关系为一次函数，从而排除 C .

【解答】解：①点 P 在 AB 上运动时，此时四边形 $OMPN$ 的面积 $S = K$ ，保持不变，故排除 B 、 D ；

②点 P 在 BC 上运动时，设路线 $O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C$ 的总路程为 l ，点 P 的速度为 a ，则 $S = OC \times CP = OC \times (l - at)$ ，因为 l ， OC ， a 均是常数，所以 S 与 t 成一次函数关系. 故排除 C .

故选：A.

【点评】本题考查了动点问题的函数图象，解答此类题目并不要求出函数解析式，只要判断出函数的增减性，或者函数的性质即可，注意排除法的运用.

二、填空题（本题有 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

11. 【分析】将 $x = 2$ 代入分式，即可求得分式的值.

【解答】解：当 $x = 2$ 时，

$$\text{原式} = \frac{1}{2-1} = 1.$$

故答案为：1.

【点评】本题是一个基础题，考查了分式的值，要熟练掌握.

12. 【分析】已知 CD 平分 $\angle ACB$, $\angle ACB = 2\angle 1$; $DE \parallel AC$, 可推出 $\angle ACB = \angle 2$, 易得:

$\angle 2 = 2\angle 1$, 由此求得 $\angle 2 = 60^\circ$.

【解答】解: $\because CD$ 平分 $\angle ACB$,

$\therefore \angle ACB = 2\angle 1$;

$\because DE \parallel AC$,

$\therefore \angle ACB = \angle 2$;

又 $\because \angle 1 = 30^\circ$,

$\therefore \angle 2 = 60^\circ$.

故答案为: 60.

【点评】本题应用的知识点为两直线平行, 同位角相等; 角平分线的定义.

13. 【分析】先求出该班人数, 再根据概率公式即可求出“立定跳远”得分恰好是 10 分的概率.

【解答】解: 由表可知, 共有学生 $20+12+5+2+1 = 40$ 人;

“立定跳远”得分恰好是 10 分的概率是 $\frac{20}{40} = \frac{1}{2}$.

故答案为: $\frac{1}{2}$.

【点评】此题考查概率的求法: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同,

其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

14. 【分析】根据 $AD \parallel BC$, 求证 $\triangle AOD \sim \triangle BOC$, 再利用相似三角形面积的比等于相似比的平方即可求得答案.

【解答】解: $\because AD \parallel BC$,

$\therefore \triangle AOD \sim \triangle BOC$,

$\because \triangle AOD$ 与 $\triangle BOC$ 的面积之比为 1: 9,

$\therefore \frac{AD}{BC} = \frac{1}{3}$,

$\because AD = 1$,

$\therefore BC = 3$.

故答案为: 3.

【点评】此题主要考查学生对相似三角形的判定与性质的理解和掌握, 解答此题的关键是利用相似三角形面积的比等于相似比的平方.

15. 【分析】把 $(0, -3)$ 代入抛物线的解析式求出 c 的值，在 $(1, 0)$ 和 $(3, 0)$ 之间取一个点，分别把 $x = 1$ 和 $x = 3$ 它的坐标代入解析式即可得出不等式组，求出答案即可.

【解答】解：把 $(0, -3)$ 代入抛物线的解析式得： $c = -3$,

$$\therefore y = x^2 + bx - 3,$$

$\therefore$ 使该抛物线与 x 轴的一个交点在 $(1, 0)$ 和 $(3, 0)$ 之间，

$$\therefore \text{把 } x = 1 \text{ 代入 } y = x^2 + bx - 3 \text{ 得: } y = 1 + b - 3 < 0$$

$$\text{把 } x = 3 \text{ 代入 } y = x^2 + bx - 3 \text{ 得: } y = 9 + 3b - 3 > 0,$$

$$\therefore -2 < b < 2,$$

即在 $-2 < b < 2$ 范围内的任何一个数都符合，

故答案为：1（在 $-2 < b < 2$ 范围内的任何一个数）.

【点评】本题主要考查对抛物线与 x 轴的交点的理解和掌握，能理解抛物线与 x 轴的交点的坐标特点是解此题的关键.

16. 【分析】根据构成的新正方形的面积一定是一个完全平方数，根据三张纸片的面积即可确定.

【解答】解：甲类纸片 1 张，乙类纸片 4 张，总面积是 $4+4=8$ ，大于 8 的完全平方数依次是 9，16，25...，而丙的面积是 2，因而不可能是 9；

当总面积是 16 时，取的丙纸片的总面积是 8，因而是 4 张.

因而应至少取丙类纸片 4 张才能用它们拼成一个新的正方形.

故答案为：4.

【点评】本题主要考查了完全平方公式的几何背景，正确理解新正方形的面积是完全平方数是解题的关键.

三、解答题（本题共有 8 小题，共 66 分）

17. 【分析】本题涉及零指数幂、特殊角的三角函数值、二次根式化简以及绝对值四个考点. 针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

$$\text{【解答】解：原式} = 2 - 2 \times \frac{1}{2} + 2 + 1,$$

$$= 4.$$

【点评】此题主要考查了实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟记特殊角的三角函数值，需熟练掌握零指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算.

18. 【分析】首先提公因式 a ，然后即可利用平方差公式进行分解.

【解答】解：原式 $= a(a^2 - 9)$ (3分)

$$= a(a+3)(a-3). \text{ (3分)}$$

【点评】本题考查了提公因式法，公式法分解因式，提取公因式后利用平方差公式进行二次分解，注意分解要彻底.

19. 【分析】(1) 根据待定系数法求出一函数解析式即可；

(2) 根据图象与函数坐标轴交点坐标求法得出 a 的值.

【解答】解：(1) 由题意得 $\begin{cases} b=2 \\ k+b=3 \end{cases}$,

$$\text{解得} \begin{cases} k=1 \\ b=2 \end{cases}.$$

$\therefore k, b$ 的值分别是 1 和 2；

(2) 将 $k=1, b=2$ 代入 $y=kx+b$ 中得 $y=x+2$.

$\because$ 点 $A(a, 0)$ 在 $y=x+2$ 的图象上，

$$\therefore 0 = a+2,$$

$$\text{即 } a = -2.$$

【点评】此题主要考查了待定系数法求一次函数解析式以及一次函数与坐标轴交点求法，此题比较典型应熟练掌握.

20. 【分析】(1) 在 $\triangle OCE$ 中，利用三角函数即可求得 CE, OE 的长，再根据垂径定理即可求得 CD 的长；

(2) 根据半圆的面积减去 $\triangle ABC$ 的面积，即可求解.

【解答】解：(1) 在 $\triangle OCE$ 中，

$$\because \angle CEO = 90^\circ, \angle EOC = 60^\circ, OC = 2,$$

$$\therefore OE = \frac{1}{2}OC = 1,$$

$$\therefore CE = \frac{\sqrt{3}}{2}OC = \sqrt{3},$$

$$\because OA \perp CD,$$

$$\therefore CE = DE,$$

$$\therefore CD = 2\sqrt{3};$$

$$(2) \because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot EC = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2} \pi \times 2^2 - 2\sqrt{3} = 2\pi - 2\sqrt{3}.$$

【点评】 本题主要考查了垂径定理以及三角函数，一些不规则的图形的面积可以转化为规则图形的面积的和或差求解.

21. **【分析】** (1) ①男、女生人数相加即可得到全班人数，在折线统计图中分别找到发言次数是 5 次的男生、女生人数；

②中位数是一组数据重新排序后之间的一个数或之间两个数的平均数，由此即可求解男、女生发言次数的中位数.

(2) 先求出发言次数增加 3 次的学生人数的百分比，乘以全班人数，可得第二天发言次数增加 3 次的学生人数；分别求出发言次数增加的次数，相加即可.

【解答】 解：(1) ① $(2+1+6+4+2+3+2) + (1+2+3+2+5+4+3) = 20+20 = 40$ 名；

发言次数是 5 次的男生有 2 人、女生有 5 人；

② $\because$ 按从小到大排序后，男生第 10 个，11 个都是 4；女生第 10 个，11 个都是 5.

$\therefore$ 男、女生发言次数的中位数分别是 4；5；

(2) 发言次数增加 3 次的学生人数为： $40 \times (1 - 20\% - 30\% - 40\%) = 4$ (人)

全班增加的发言总次数为：

$$40\% \times 40 \times 1 + 30\% \times 40 \times 2 + 4 \times 3,$$

$$= 16 + 24 + 12,$$

$$= 52 \text{ 次}.$$

【点评】 本题考查的是扇形统计图和折线统计图的综合运用和掌握中位数的定义. 读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键.

22. **【分析】** (1) 首先由已知证明 $AF \parallel EC$, $BE = DF$, 推出四边形 $AECF$ 是平行四边形. (2)

由已知先证明 $AE = BE$, 即 $BE = AE = CE$, 从而求出 BE 的长.

【解答】 (1) 证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD \parallel BC, \text{ 且 } AD = BC,$$

$$\therefore AF \parallel EC,$$

$$\because BE = DF,$$

$$\therefore AF = EC,$$

∴ 四边形 $AECF$ 是平行四边形.

(2) 解: ∵ 四边形 $AECF$ 是菱形,

$$\therefore AE = EC,$$

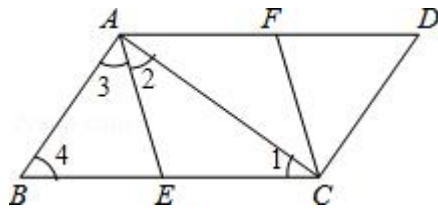
$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\because \angle 3 = 90^\circ - \angle 2, \angle 4 = 90^\circ - \angle 1,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 4,$$

$$\therefore AE = BE,$$

$$\therefore BE = AE = CE = \frac{1}{2}BC = 5.$$



【点评】 此题考查的知识点是平行四边形的判定和性质及菱形的性质, 解题的关键是运用平行四边形的性质和菱形的性质推出结论.

23. **【分析】** (1) 根据已知列算式求解;

(2) 先设养殖甲鱼 x 亩, 则养殖桂鱼 $(30 - x)$ 亩列不等式, 求出 x 的取值, 再表示出王大爷可获得收益 y 万元函数关系式, 求最大值;

(3) 设大爷原定的运输车辆每次可装载饲料 a (kg), 结合 (2) 列分式方程求解.

【解答】 解: (1) 2010 年王大爷的收益为:

$$20 \times (3 - 2.4) + 10 \times (2.5 - 2)$$

$$= 17 \text{ (万元)},$$

答: 王大爷这一年共收益 17 万元.

(2) 设养殖甲鱼 x 亩, 则养殖桂鱼 $(30 - x)$ 亩,

$$\text{由题意得 } 2.4x + 2(30 - x) \leq 70$$

$$\text{解得 } x \leq 25,$$

又设王大爷可获得收益为 y 万元,

$$\text{则 } y = 0.6x + 0.5(30 - x),$$

$$\text{即 } y = \frac{1}{10}x + 15.$$

∵ 函数值 y 随 x 的增大而增大,

∴ 当 $x = 25$ 时, 可获得最大收益.

答: 要获得最大收益, 应养殖甲鱼 25 亩, 桂鱼 5 亩.

(3) 设大爷原定的运输车辆每次可装载饲料 a (kg),

由 (2) 得, 共需要饲料为 $500 \times 25 + 700 \times 5 = 16000$ (kg),

$$\text{根据题意得 } \frac{16000}{a} - \frac{16000}{2a} = 2,$$

解得 $a = 4000$,

把 $a = 4000$ 代入原方程公分母得, $2a = 2 \times 4000 = 8000 \neq 0$,

故 $a = 4000$ 是原方程的解.

答: 王大爷原定的运输车辆每次可装载饲料 4000kg.

【点评】 此题考查的知识点是一次函数的应用, 分式方程的应用及一元一次不等式的应用, 解题的关键是列不等式求 x 的取值范围, 再表示出函数关系求最大值, 再列分式方程求解.

24. **【分析】** (1) 证明 $\text{Rt}\triangle PMC \cong \text{Rt}\triangle DMB$, 即可证明 $DB = 2 - m$, $AD = 4 - m$, 从而求解;

(2) 分 $AP = AD$, $PD = PA$, $PD = DA$ 三种情况, 根据勾股定理即可求解;

(3) 运动时, 路线长不变, 可以取当 P 在 O 点时, 求解即可.

【解答】 解: (1) 由题意得 $CM = BM$,

$$\because \angle PMC = \angle DMB,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle PMC \cong \text{Rt}\triangle DMB,$$

$$\therefore DB = PC,$$

$$\therefore DB = 2 - m, \quad AD = 4 - m,$$

$$\therefore \text{点 } D \text{ 的坐标为 } (2, 4 - m).$$

(2) 分三种情况

$$\text{①若 } AP = AD, \text{ 则 } 4 + m^2 = (4 - m)^2, \text{ 解得 } m = \frac{3}{2};$$

$$\text{②若 } PD = PA$$

过 P 作 $PF \perp AB$ 于点 F (如图),

$$\text{则 } AF = FD = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}(4 - m)$$

$$\text{又 } \because OP = AF,$$

$$\therefore m = \frac{1}{2}(4 - m)$$

$$\text{则 } m = \frac{4}{3}$$

$$\textcircled{3} \text{ 若 } PD = DA,$$

$$\because \triangle PMC \cong \triangle DMB,$$

$$\therefore PM = \frac{1}{2}PD = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}(4 - m),$$

$$\because PC^2 + CM^2 = PM^2,$$

$$\therefore (2 - m)^2 + 1 = \frac{1}{4}(4 - m)^2,$$

$$\text{解得 } m_1 = \frac{2}{3}, \quad m_2 = 2 \text{ (舍去)}.$$

综上所述, 当 $\triangle APD$ 是等腰三角形时, m 的值为 $\frac{3}{2}$ 或 $\frac{4}{3}$ 或 $\frac{2}{3}$.

(3) 点 H 所经过的路径长为 $\frac{\sqrt{5}}{4}\pi$;

理由是: $\because P(0, m)$ 是线段 OC 上一动点 (C 点除外),

$$\therefore 0 \leq m < 2,$$

当 O 与 P 重合时, P 点才开始运动, 过 P 、 M 、 B 三点的抛物线 $y = -x^2 + 3x$,

此时 ME 的解析式为 $y = -x + 3$, 则 $\angle MEO = 45^\circ$,

又 $\because OH \perp EM$,

$\therefore \triangle OHE$ 为等腰直角三角形,

$\therefore$ 点 O 、 H 、 B 三点共线,

$\therefore$ 点 H 所经过的路径以 OM 为直径的劣弧 $\widehat{HMC}$ 的长度,

$$\because \angle COH = 45^\circ,$$

$\therefore H$ 转过的圆心角为 90° ,

$$\because OM = \sqrt{5},$$

$$\text{则弧长} = \frac{n\pi r}{180} = \frac{90^\circ \times \sqrt{5}\pi}{360^\circ} = \frac{\sqrt{5}}{4}\pi.$$

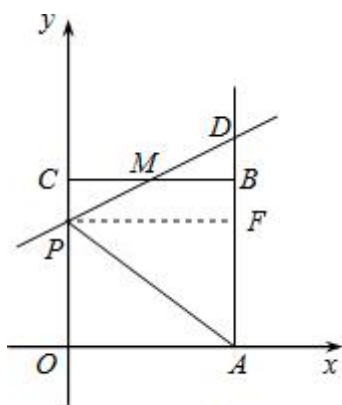


图 1

【点评】本题是二次函数的综合题型，其中涉及到的知识点有抛物线的顶点公式和三角形的面积求法．在求有关动点问题时要注意分析题意分情况讨论结果．