

2010 年浙江省湖州市中考数学试卷

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分) 3 的倒数是 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. 3 D. -3

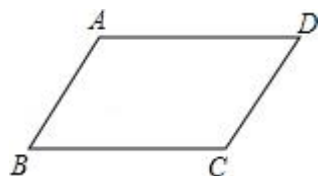
2. (3 分) 化简 $a+2b-b$ ，正确的结果是 ()

- A. $a-b$ B. $-2b$ C. $a+b$ D. $a+2$

3. (3 分) 2010 年 5 月，湖州市第 11 届房交会总成交金额约 2.781 亿元，近似数 2.781 亿元的有效数字的个数是 ()

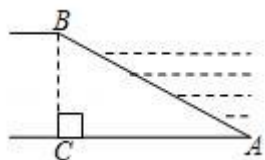
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

4. (3 分) 如图，已知在 $\square ABCD$ 中， $AD=3cm$ ， $AB=2cm$ ，则 $\square ABCD$ 的周长等于 ()



- A. 10cm B. 6cm C. 5cm D. 4cm

5. (3 分) 河堤横断面如图所示，堤高 $BC=5$ 米，迎水坡 AB 的坡比是 $1:\sqrt{3}$ (坡比是坡面的铅直高度 BC 与水平宽度 AC 之比)，则 AC 的长是 ()



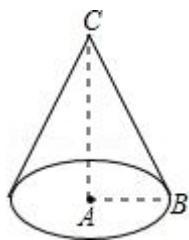
- A. $5\sqrt{3}$ 米 B. 10 米 C. 15 米 D. $10\sqrt{3}$ 米

6. (3 分) 一个正方体的表面展开图如图所示，则原正方体中的“★”所在面的对面所标的字是 ()



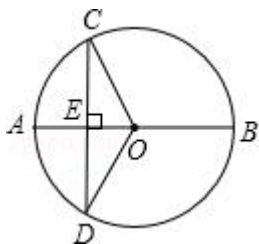
- A. 上 B. 海 C. 世 D. 博

7. (3 分) 如图，已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $AB=3$ ， $BC=5$ ，若把 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕直线 AC 旋转一周，则所得圆锥的侧面积等于 ()



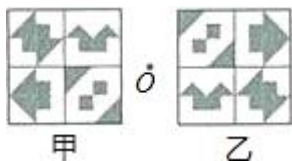
- A. 6π B. 9π C. 12π D. 15π

8. (3分) 如图, 已知 $\odot O$ 的直径 $AB \perp$ 弦 CD 于点 E , 下列结论中一定正确的是 ()



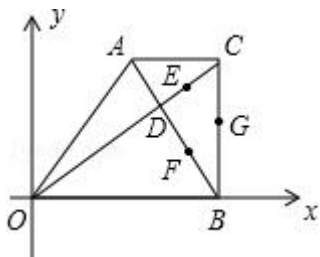
- A. $AE = OE$ B. $CE = DE$ C. $OE = \frac{1}{2}CE$ D. $\angle AOC = 60^\circ$

9. (3分) 如图, 如果甲、乙两图关于点 O 成中心对称, 则乙图中不符合题意的一块是 ()



- A.  B.  C.  D. 

10. (3分) 如图, 已知在直角梯形 $AOBC$ 中, $AC \parallel OB$, $CB \perp OB$, $OB = 18$, $BC = 12$, $AC = 9$, 对角线 OC 、 AB 交于点 D , 点 E 、 F 、 G 分别是 CD 、 BD 、 BC 的中点, 以 O 为原点, 直线 OB 为 x 轴建立平面直角坐标系, 则 G 、 E 、 D 、 F 四个点中与点 A 在同一反比例函数图象上的是 ()



- A. 点 G B. 点 E C. 点 D D. 点 F

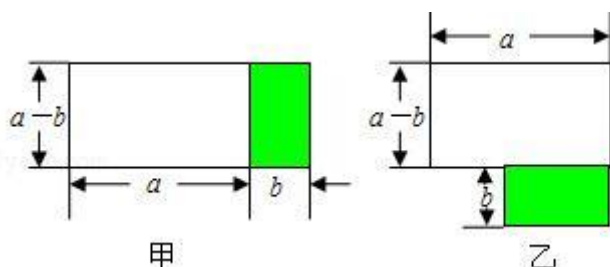
二、填空题 (共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

11. (4分) 计算: $a^2 \div a =$ _____.

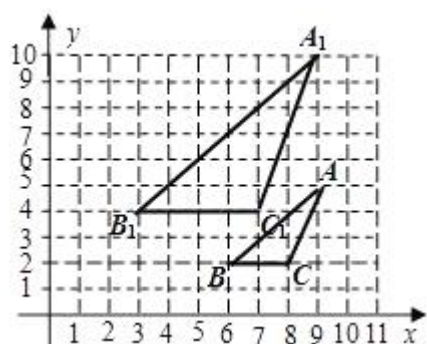
12. (4分) “五·一”期间, 某服装商店举行促销活动, 全部商品八折销售. 一件标价为 100 元的运动服, 打折后的售价应是 _____ 元.

13. (4分) 为了考察甲、乙两种小麦的长势, 分别从中抽出 20 株测得其高度, 并求得它们的方差分别为 $S_{\text{甲}}^2 = 3.6$, $S_{\text{乙}}^2 = 15.8$, 则_____种小麦的长势比较整齐.

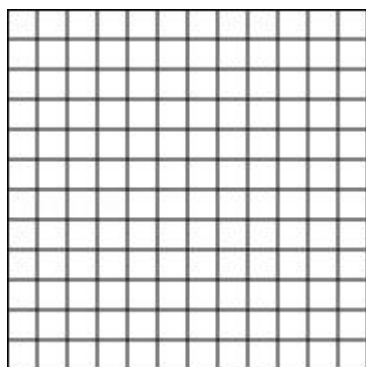
14. (4分) 将图甲中阴影部分的小长方形变换到图乙位置, 你能根据两个图形的面积关系得到的数学公式是_____.



15. (4分) 如图, 已知图中的每个小方格都是边长为 1 的小正方形, 每个小正方形的顶点称为格点. 若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 是位似图形, 且顶点都在格点上, 则位似中心的坐标是_____.



16. (4分) 请你在如图所示的 12×12 的网格图形中任意画一个圆, 则所画的圆最多能经过 169 个格点中的_____个格点.



三、解答题 (共 9 小题, 满分 66 分)

17. (6分) 计算: $4 + (-1)^{2010} - \tan 45^\circ$.

18. (6分) 解不等式组:
$$\begin{cases} x-1 < 2 \\ 2x+3 > 2+x \end{cases}$$

19. (6分) 随机抽取某城市 10 天空气质量状况, 统计如下:

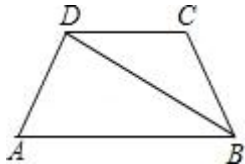
污染指数 (w)	40	60	80	90	110	120
天数 (t)	1	2	3	2	1	1

其中当 $w \leq 50$ 时, 空气质量为优; 当 $50 < w \leq 100$ 时, 空气质量为良; 当 $100 < w \leq 150$ 时, 空气质量为轻微污染.

- (1) 求这 10 天污染指数 (w) 的中位数和平均数;
- (2) 求“从这 10 天任取一天, 这一天空气质量为轻微污染” 的概率.

20. (8分) 如图, 已知在梯形 $ABCD$ 中, $DC \parallel AB$, $AD = BC$, BD 平分 $\angle ABC$, $\angle A = 60^\circ$.

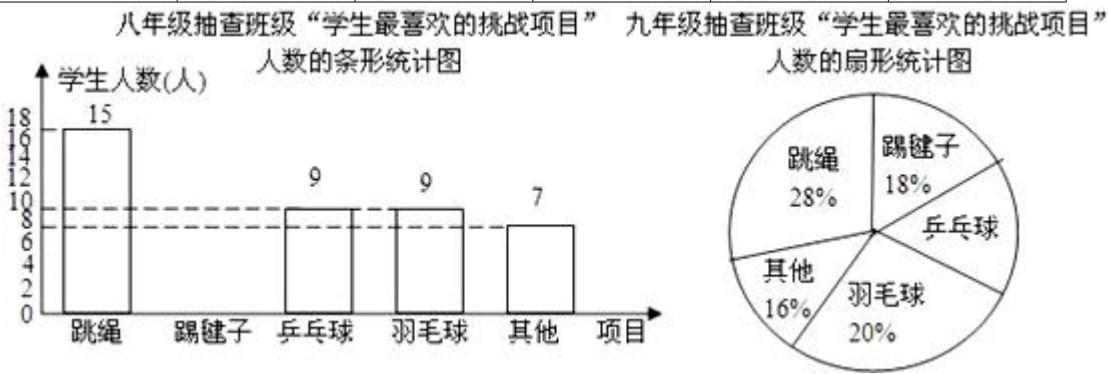
- (1) 求 $\angle ABD$ 的度数;
- (2) 若 $AD = 2$, 求对角线 BD 的长.



21. (8分) 某校欲举办“校园吉尼斯挑战赛”, 为此该校在三个年级中各随机抽取一个班级进行了一次“你最喜欢的挑战项目”的问卷调查, 每名学生都选了一项、已知被调查的三个年级的学生人数均为 50 人, 根据收集到的数据, 绘制成如下统计图表 (不完整):

七年级抽查班级“学生最喜欢的挑战项目”人数统计

项目	跳绳	踢毽子	乒乓球	羽毛球	其他
人数 (人)		14	10	8	6



根据统计图表中的信息, 解答下列问题:

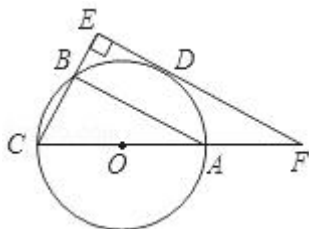
- (1) 在本次随机调查中, 七年级抽查班级中喜欢“跳绳”项目的学生有_____人, 九年级抽查班级中喜欢“乒乓球”项目的学生人数占本班人数的百分比为_____;
- (2) 请将条形统计图补充完整; (温馨提示: 请画在答题卷相对应的上)

(3) 若该校共有 900 名学生 (三个年级的学生人数都相等), 请你估计该校喜欢“羽毛球”项目的学生总人数.

22. (10 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, AC 是 $\odot O$ 的直径, D 是 $\widehat{AB}$ 的中点, 过点 D 作直线 BC 的垂线, 分别交 CB 、 CA 的延长线 E 、 F .

(1) 求证: EF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $EF = 8$, $EC = 6$, 求 $\odot O$ 的半径.

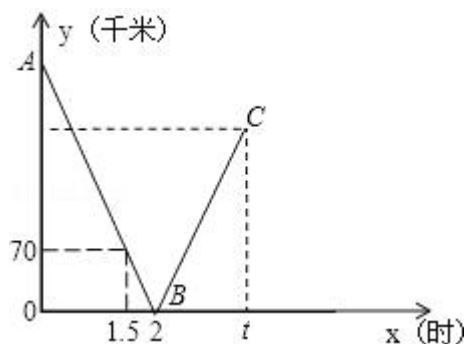


23. (10 分) 一辆快车从甲地驶往乙地, 一辆慢车从乙地驶往甲地, 两车同时出发, 匀速行驶设行驶的时间为 x (时), 两车之间的距离为 y (千米), 图中的折线表示从两车出发至快车到达乙地过程中 y 与 x 之间的函数关系.

(1) 根据图中信息, 求线段 AB 所在直线的函数解析式和甲乙两地之间的距离;

(2) 已知两车相遇时快车比慢车多行驶 40 千米, 若快车从甲地到达乙地所需时间为 t 时, 求 t 的值;

(3) 在 (2) 的条件下, 若快车到达乙地后立刻返回甲地, 慢车到达甲地后停止行驶, 请在图中画出快车从乙地返回到甲地过程中 y 关于 x 的函数的大致图象.

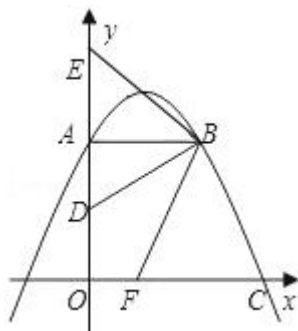


24. 如图, 已知直角梯形 $OABC$ 的边 OA 在 y 轴的正半轴上, OC 在 x 轴的正半轴上, $OA = AB = 2$, $OC = 3$, 过点 B 作 $BD \perp BC$, 交 OA 于点 D . 将 $\angle DBC$ 绕点 B 按顺时针方向旋转, 角的两边分别交 y 轴的正半轴、 x 轴的正半轴于 E 和 F .

(1) 求经过 A 、 B 、 C 三点的抛物线的解析式;

(2) 当 BE 经过 (1) 中抛物线的顶点时, 求 CF 的长;

(3) 连接 EF ，设 $\triangle BEF$ 与 $\triangle BFC$ 的面积之差为 S ，问：当 CF 为何值时 S 最小，并求出这个最小值．

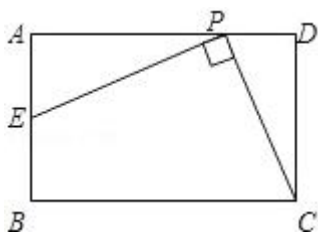


25. (12 分) 自选题：

如图，已知在矩形 $ABCD$ 中， $AB=2$ ， $BC=3$ ， P 是线段 AD 边上的任意一点（不含端点 A 、 D ），连接 PC ，过点 P 作 $PE \perp PC$ 交 AB 于 E ．

(1) 在线段 AD 上是否存在不同于 P 的点 Q ，使得 $QC \perp QE$ ？若存在，求线段 AP 与 AQ 之间的数量关系；若不存在，请说明理由；

(2) 当点 P 在 AD 上运动时，对应的点 E 也随之在 AB 上运动，求 BE 的取值范围．



2010 年浙江省湖州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. 【分析】根据倒数的定义，直接得出结果．

【解答】解：因为 $3 \times \frac{1}{3} = 1$ ，

所以 3 的倒数为 $\frac{1}{3}$ ．

故选：A．

【点评】主要考查倒数的定义，要求熟练掌握．需要注意的是倒数的性质：负数的倒数是负数，正数的倒数是正数，0 没有倒数．

倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数．

2. 【分析】这个式子的运算是合并同类项的问题，根据合并同类项的法则，即系数相加作为系数，字母和字母的指数不变．

【解答】解： $a+2b-b=a+(2-1)b=a+b$ ，故选 C．

【点评】本题主要考查合并同类项的法则．即系数相加作为系数，字母和字母的指数不变．

3. 【分析】有效数字是从左边第一个不是 0 的数字起后面所有的数字都是有效数字．

【解答】解：近似数 2.781 亿元的有效数字为 2，7，8，1 共 4 个．故选 D．

【点评】本题考查有效数字的定义；注意后面的单位不算入有效数字．

4. 【分析】利用平行四边形的对边相等的性质，可知四边长，可求周长．

【解答】解： $\because$ 四边形 ABCD 为平行四边形，

$$\therefore AD = BC = 3, AB = CD = 2,$$

$$\therefore \square ABCD \text{ 的周长} = 2 \times (AD + AB) = 2 \times (3 + 2) = 10 \text{ cm}.$$

故选：A．

【点评】本题考查了平行四边形的基本性质，平行四边形的对边相等．

5. 【分析】Rt△ABC 中，已知了坡比是坡面的铅直高度 BC 与水平宽度 AC 之比，通过解直角三角形即可求出水平宽度 AC 的长．

【解答】解：Rt△ABC 中，BC = 5 米， $\tan A = 1 : \sqrt{3}$ ；

$$\therefore AC = BC \div \tan A = 5\sqrt{3} \text{ 米}；$$

故选：A．

【点评】此题主要考查学生对坡度坡角的掌握及三角函数的运用能力.

6. 【分析】根据正方体相对的面特点作答.

【解答】解：相对的面中间要相隔一个面，则“★”所在面的对面所标的字是“海”，故选项 B.

【点评】注意正方体的空间图形，应从相对面的特点入手，分析及解答问题. 如没有空间观念，动手操作可很快得到答案.

7. 【分析】由勾股定理易得圆锥的底面半径长，那么圆锥的侧面积 $= \frac{1}{2} \times 2\pi \times \text{底面半径} \times \text{母线长}$ ，把相应数值代入即可求解.

【解答】解：∵ $AB = 3$,

∴ 底面的周长是： 6π

∴ 圆锥的侧面积等 $\frac{1}{2} \times 6\pi \times 5 = 15\pi$ ，故选项 D.

【点评】本题考查圆锥侧面积的求法. 注意圆锥的高，母线长，底面半径组成直角三角形.

8. 【分析】根据直径 $AB \perp$ 弦 CD 于点 E ，由垂径定理求出， $CE = DE$ ，即可得出答案.

【解答】解：根据 $\odot O$ 的直径 $AB \perp$ 弦 CD 于点 E

∴ $CE = DE$.

故选项 B.

【点评】此题主要考查了垂径定理，熟练地应用垂径定理是解决问题的关键.

9. 【分析】根据中心对称图形的概念和图形特点求解.

【解答】解：观察甲、乙两图，C 的图案在绕点 O 旋转 180° 后，不能互相重合，因此乙图中不符合题意的一块是 C 的图案；

故选项 C.

【点评】根据中心对称图形的概念求解.

如果一个图形绕某一点旋转 180° 后能够与自身重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心.

10. 【分析】反比例函数上的点的横纵坐标的乘积相等. 根据题意和图形可初步判断为点 G，利用直角梯形的性质求得点 A 和点 G 的坐标即可判断.

【解答】解：在直角梯形 $AOBC$ 中，

∵ $AC \parallel OB$ ， $CB \perp OB$ ， $OB = 18$ ， $BC = 12$ ， $AC = 9$ ，

∴点 A 的坐标为 $(9, 12)$,

∵点 G 是 BC 的中点,

∴点 G 的坐标是 $(18, 6)$,

$$\therefore 9 \times 12 = 18 \times 6 = 108,$$

∴点 G 与点 A 在同一反比例函数图象上,

∵ $AC \parallel OB$,

∴ $\triangle ADC \sim \triangle BDO$,

$$\therefore \frac{DC}{OD} = \frac{AC}{OB} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{OD}{OC} = \frac{2}{3}, \text{ 得 } D(12, 8),$$

又 ∵ E 是 DC 的中点, 由 D 、 C 的坐标易得 $E(15, 10)$,

F 是 DB 的中点, 由 D 、 B 的坐标易得 $F(15, 4)$.

故选: A .

【点评】 此题综合考查了反比例函数的性质, 此题难度稍大, 综合性比较强, 注意对各个知识点的灵活应用, 灵活利用直角梯形的性质求得相关点的坐标, 再利用反比例函数上的点的横纵坐标的乘积相等来判断.

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

11. **【分析】** 根据同底数幂的除法的性质, 底数不变, 指数相减解答.

【解答】 解: $a^2 \div a = a^{2-1} = a$.

【点评】 本题主要考查同底数幂的除法的运算性质, 需要熟练掌握.

12. **【分析】** 一件标价为 100 元的运动服, 按八折 (原价的 80%) 销售, 直接 $100 \times 80\%$ 即可计算.

【解答】 解: 根据题意得 $100 \times 80\% = 80$ 元.

【点评】 本题比较容易, 考查根据实际问题进行计算的基本能力.

13. **【分析】** 根据方差的定义判断. 方差越小小麦的长势越整齐.

【解答】 解: 因为 $S_{\text{甲}}^2 = 3.6 < S_{\text{乙}}^2 = 15.8$, 方差小的为甲, 所以长势比较整齐的小麦是甲.

故填甲.

【点评】 本题考查方差的意义. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量, 方差越大, 表明这组数据偏离平均数越大, 即波动越大, 数据越不稳定; 反之, 方差越小, 表明这组

数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定.

14. 【分析】图甲可直接根据大矩形的面积不同表示方法来得出所求的公式；

图乙需将图形补成正方形，然后仿照图甲的方法进行求解.

【解答】解：如图；

图甲：大矩形的面积可表示为：

① $(a-b)(a+b)$;

② $a(a-b) + b(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$;

故 $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$;

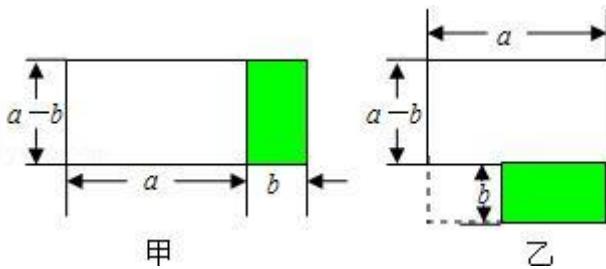
图乙：大正方形的面积可表示为：

① $a(a-b+b) = a^2$;

② $a(a-b) + b(a-b) + b^2 = (a+b)(a-b) + b^2$;

故 $a^2 = b^2 + (a+b)(a-b)$, 即 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

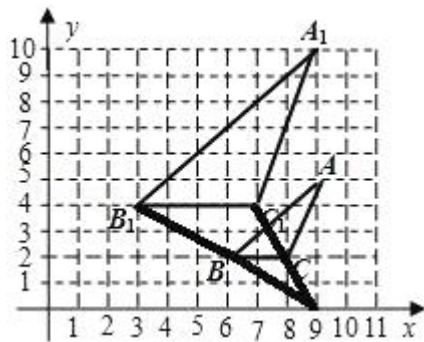
所以根据两个图形的面积关系，可得出的公式是 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.



【点评】此题主要考查了平方差公式和图形面积间的关系，有利于培养学生数形结合的数学思想方法.

15. 【分析】连接任意两对对应点，看连线的交点为那一点即为位似中心.

【解答】解：连接 BB_1 , A_1A , 易得交点为 $(9, 0)$.



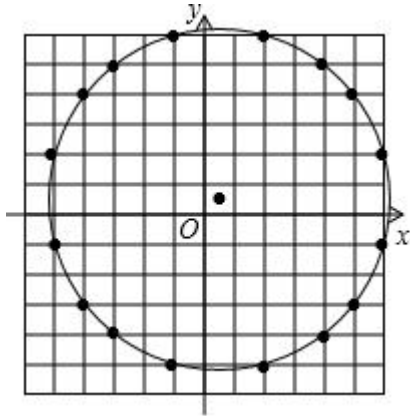
故答案为: $(9, 0)$.

【点评】用到的知识点为：位似中心为位似图形上任意两对对应点连线的交点.

16. 【分析】要想经过点多，以一个小正方形的中心为圆心，再画图直观地看一下即可．

【解答】解：以一个小正方形的中心为圆心．记圆心坐标为 $(0.5, 0.5)$ ，取半径为 $\frac{\sqrt{130}}{2}$ ，此圆经过 $(6, 2), (5, 4), (4, 5), (2, 6), (-1, 6), (-3, 5), (-4, 4), (-5, 2), (-5, -1), (-4, -3), (-3, -4), (-1, -5), (2, -5), (4, -4), (5, -3), (6, -1)$ ，共 16 个格点．

故答案为：16



【点评】本题考查圆的认识，并且在解答半径与数轴组成的直角三角形时要结合勾股定理解决．

三、解答题（共 9 小题，满分 66 分）

17. 【分析】注意 $(-1)^{2010} = 1$ ， $\tan 45^\circ = 1$ ．

【解答】解：原式 $= 4 + 1 - 1 = 4$ ．

【点评】本题考查实数的运算能力，是各地中考题中常见的计算题型．

18. 【分析】先求出各不等式的解集，再求出其公共解集即可．

【解答】解：不等式 $x - 1 < 2$ 的解是 $x < 3$ ，（2 分）

不等式 $2x + 3 > 2 + x$ 的解是 $x > -1$ ，（12 分）

$\therefore$ 原不等式组的解为 $-1 < x < 3$ ．（2 分）

【点评】求不等式的公共解，要遵循以下原则：同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了．

19. 【分析】根据平均数、中位数和概率公式的定义求解即可．

【解答】解：（1）这组数据按从小到大排列 40, 60, 60, 80, 80, 80, 90, 90, 110, 120，
中位数 $= (80 + 80) \div 2 = 80$ ；

平均数 $= \frac{1}{10} (40 + 60 \times 2 + 80 \times 3 + 90 \times 2 + 110 + 120) = 81$ ；

(2) $\because$ 当 $100 < w \leq 150$ 时, 空气质量为轻微污染,

$$\therefore \frac{1+1}{10} = \frac{1}{5},$$

$\therefore$ 从这 10 天中任选一天, 这一天的空气质量为轻微污染的概率 $P = \frac{1}{5}$.

【点评】 解题的关键是正确理解各概念的含义. 用到的知识点为: 一组数据按顺序排列后, 中间的那两个数的平均数或中间的那个数叫做中位数; 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

20. **【分析】** (1) 根据等腰梯形在同一底上的两个角相等, 求得 $\angle ABC = 60^\circ$, 再由 BD 平分 $\angle ABC$, 得 $\angle ABD$ 的度数;

(2) 判断出 $\triangle ABD$ 是直角三角形, 由勾股定理求得 BD .

【解答】 解: (1) $\because DC \parallel AB$, $AD = BC$,

$\therefore$ 梯形 $ABCD$ 是等腰梯形, $\therefore \angle ABC = \angle A = 60^\circ$,

又 $\because BD$ 平分 $\angle ABC$, $\angle ABD = \angle CBD = \frac{1}{2} \angle ABC = 30^\circ$.

(2) $\because \angle A = 60^\circ$, $\angle ABD = 30^\circ$,

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$,

$\therefore AB = 2AD = 4$, (直角三角形中 30° 所对的边是斜边的一半),

$\therefore$ 对角线 $BD = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$.

【点评】 本题考查了等腰三角形的性质, 勾股定理的应用.

21. **【分析】** (1) 被调查的三个年级的学生人数均为 50 人, 由表用 50 减去其它各项的人数即可求得七年级抽查班级中喜欢“跳绳”项目的学生的人数, 由扇形图用 1 减去其它项所占的百分比, 即可求出九年级抽查班级中喜欢“乒乓球”项目的学生人数占本班人数的百分比;

(2) 由表求出八年级抽查班级中喜欢“踢毽子”项目的学生的人数, 补全图:

(3) 算出每个年级中喜欢“羽毛球”项目的学生人数, 加起来求总人数.

【解答】 解: (1) $50 - 14 - 10 - 8 - 6 = 12$ (人);

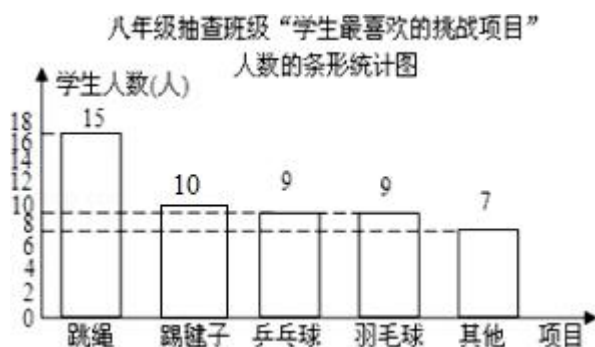
$1 - 28\% - 20\% - 18\% - 16\% = 18\%$; (4 分)

(2) $50 - 15 - 9 - 9 - 7 = 10$ (人), 补全图:

(3) $50 \times 20\% = 10$ (人),

$$900 \times \frac{8+9+10}{150} = 162 \text{ (人)},$$

该校喜欢“羽毛球”项目的学生总人数约为 162 人.



【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

22. 【分析】 (1) 要证 EF 是 $\odot O$ 的切线, 只要连接 OD , 再证 $OD \perp EF$ 即可.

(2) 先根据勾股定理求出 CF 的长, 再根据相似三角形的判定和性质求出 $\odot O$ 的半径.

【解答】 (1) 证明: 连接 OD 交于 AB 于点 G .

$\because D$ 是 $\widehat{AB}$ 的中点, OD 为半径,

$$\therefore AG = BG.$$

$$\because AO = OC,$$

$\therefore OG$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线.

$$\therefore OG \parallel BC,$$

即 $OD \parallel CE$.

又 $\because CE \perp EF$,

$$\therefore OD \perp EF,$$

$\therefore EF$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 解: 在 $\text{Rt}\triangle CEF$ 中, $CE = 6$, $EF = 8$,

$$\therefore CF = 10.$$

设半径 $OC = OD = r$, 则 $OF = 10 - r$,

$\because OD \parallel CE$,

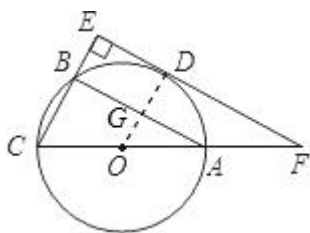
$\therefore \triangle FOD \sim \triangle FCE$,

$$\therefore \frac{FO}{FC} = \frac{OD}{CE},$$

$$\therefore \frac{10-r}{10} = \frac{r}{6},$$

$$\therefore r = \frac{15}{4},$$

即: $\odot O$ 的半径为 $\frac{15}{4}$.



【点评】 本题考查了切线的判定. 要证某线是圆的切线, 已知此线过圆上某点, 连接圆心与这点 (即为半径), 再证垂直即可. 同时考查了相似三角形的判定和性质.

23. **【分析】** (1) 设出 AB 所在直线的函数解析式, 由解析式可以算出甲乙两地之间的距离.

(2) 设出两车的速度, 由图象列出关系式.

(3) 根据 (2) 中快车与慢车速度, 求出 C, D, E 坐标, 进而作出图象即可.

【解答】 解: (1) 设直线 AB 的解析式为 $y = kx + b$.

$\because$ 直线 AB 经过点 $(1.5, 70), (2, 0)$,

$$\therefore \begin{cases} 1.5k + b = 70 \\ 2k + b = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -140 \\ b = 280 \end{cases}.$$

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y = -140x + 280 (x \geq 0)$.

$\because$ 当 $x = 0$ 时, $y = 280$.

$\therefore$ 甲乙两地之间的距离为 280 千米.

(2) 设快车的速度为 m 千米/时, 慢车的速度为 n 千米/时.

$$\text{由题意可得} \begin{cases} 2m + 2n = 280 \\ 2m - 2n = 40 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} m = 80 \\ n = 60 \end{cases}.$$

∴快车的速度为 80 千米/时.

∴快车从甲地到达乙地所需时间为 $t = \frac{280}{80} = \frac{7}{2}$ 小时;

(3) ∵快车的速度为 80 千米/时. 慢车的速度为 60 千米/时.

∴当快车到达乙地, 所用时间为: $\frac{280}{80} = 3.5$ 小时,

∴快车与慢车相遇时的时间为 2 小时,

∴ $y = (3.5 - 2) \times (80 + 60) = 210$,

∴C 点坐标为: (3.5, 210),

此时慢车还没有到达甲地, 若要到达甲地, 这个过程慢车所用时间为: $\frac{280}{60} = \frac{14}{3}$ 小时,

当慢车到达甲地, 此时快车已经驶往甲地时间为: $\frac{14}{3} - 3.5 = \frac{7}{6}$ 小时,

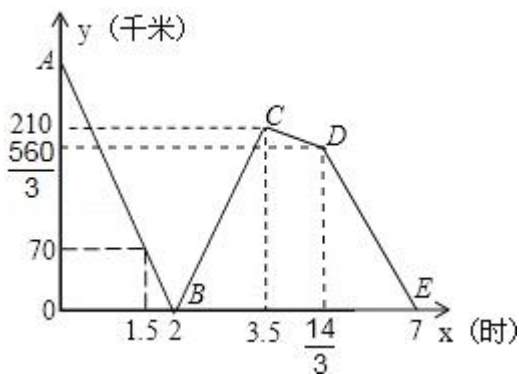
∴此时距甲地: $280 - \frac{7}{6} \times 80 = \frac{560}{3}$ 千米,

∴D 点坐标为: $(\frac{14}{3}, \frac{560}{3})$,

再一直行驶到甲地用时 $3.5 \times 2 = 7$ 小时.

∴E 点坐标为: (7, 0),

故图象如图所示:



【点评】 本题主要考查一次函数的应用, 用函数解决实际问题, 作图时应该仔细.

24. **【分析】** (1) 根据 OA 、 AB 、 OC 的长, 即可得到 A 、 B 、 C 三点的坐标, 进而可用待定系数法求出抛物线的解析式;

(2) 此题要通过构造全等三角形求解; 过 B 作 $BM \perp x$ 轴于 M , 由于 $\angle EBF$ 是由 $\angle DBC$ 旋转而得, 所以这两角都是直角, 那么 $\angle EBF = \angle ABM = 90^\circ$, 根据同角的余角相等可得 $\angle EBA = \angle FBM$; 易知 $BM = OA = AB = 2$, 由此可证得 $\triangle FBM \cong \triangle EBA$, 则 $AE = FM$; CM 的长易求得, 关键是 FM 即 AE 的长; 设抛物线的顶点为 G , 由于 G 点在线段 AB 的

垂直平分线上，若过 G 作 $GH \perp AB$ ，则 GH 是 $\triangle ABE$ 的中位线， G 点的坐标易求得，即可得到 GH 的长，从而可求出 AE 的长，即可由 $CF = CM + FM = AE + CM$ 求出 CF 的长；

(3) 由 (2) 的全等三角形易证得 $BE = BF$ ，则 $\triangle BEF$ 是等腰直角三角形，其面积为 BF 平方的一半； $\triangle BFC$ 中，以 CF 为底， BM 为高即可求出 $\triangle BFC$ 的面积；可设 CF 的长为 a ，进而表示出 FM 的长，由勾股定理即可求得 BF 的平方，根据上面得出的两个三角形的面积计算方法，即可得到关于 S 、 a 的函数关系式，根据函数的性质即可求出 S 的最小值及对应的 CF 的长。

【解答】解：(1) 由题意可得 $A(0, 2)$ ， $B(2, 2)$ ， $C(3, 0)$ ，

设所求抛物线的解析式为 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)，

$$\text{则} \begin{cases} c=2 \\ 4a+2b+c=2, \\ 9a+3b+c=0 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=-\frac{2}{3} \\ b=\frac{4}{3} \\ c=2 \end{cases};$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2;$$

(2) 设抛物线的顶点为 G ，

则 $G(1, \frac{8}{3})$ ，过点 G 作 $GH \perp AB$ ，垂足为 H ，

$$\text{则 } AH = BH = 1, GH = \frac{8}{3} - 2 = \frac{2}{3};$$

$\because EA \perp AB, GH \perp AB$,

$\therefore EA \parallel GH$;

$\therefore GH$ 是 $\triangle BEA$ 的中位线，

$$\therefore EA = 2GH = \frac{4}{3};$$

过点 B 作 $BM \perp OC$ ，垂足为 M ，则 $BM = OA = AB$ ；

$\because \angle EBF = \angle ABM = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle EBA = \angle FBM = 90^\circ - \angle ABF$ ，

$\therefore \text{Rt}\triangle EBA \cong \text{Rt}\triangle FBM$ ，

$$\therefore FM = EA = \frac{4}{3};$$

$$\because CM = OC - OM = 3 - 2 = 1,$$

$$\therefore CF = FM + CM = \frac{7}{3};$$

(3) 设 $CF = a$, 则 $FM = a - 1$,

$$\therefore BF^2 = FM^2 + BM^2 = (a - 1)^2 + 2^2 = a^2 - 2a + 5,$$

$$\because \triangle EBA \cong \triangle FBM,$$

$$\therefore BE = BF,$$

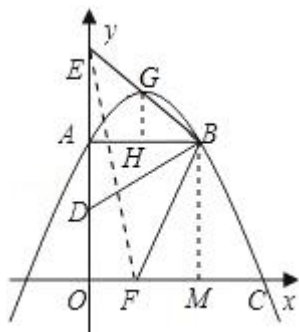
$$\text{则 } S_{\triangle BEF} = \frac{1}{2} BE \cdot BF = \frac{1}{2} (a^2 - 2a + 5),$$

$$\text{又 } \because S_{\triangle BFC} = \frac{1}{2} FC \cdot BM = \frac{1}{2} \times a \times 2 = a,$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} (a^2 - 2a + 5) - a = \frac{1}{2} a^2 - 2a + \frac{5}{2},$$

$$\text{即 } S = \frac{1}{2} (a - 2)^2 + \frac{1}{2};$$

$$\therefore \text{当 } a = 2 \text{ (在 } 0 < a < 3 \text{ 范围内) 时, } S_{\text{最小值}} = \frac{1}{2}.$$



【点评】 此题主要考查了二次函数解析式的确定、全等三角形的判定和性质以及三角形面积的求法等重要知识点，能够正确的将求图形面积最大（小）问题转换为二次函数求最值的问题是解答（3）题的关键。

25. **【分析】** (1) 假设存在符合条件的 Q 点，由于 $PE \perp PC$ ，且四边形 $ABCD$ 是矩形，易证得 $\triangle APE \sim \triangle DCP$ ，可得 $AP \cdot PD = AE \cdot CD$ ，同理可通过 $\triangle AQE \sim \triangle DCQ$ 得到 $AQ \cdot QD = AE \cdot DC$ ，则 $AP \cdot PD = AQ \cdot QD$ ，分别用 PD 、 QD 表示出 AP 、 AQ ，将所得等式进行适当变形即可求得 AP 、 AQ 的数量关系。

(2) 由于 BE 的最大值为 AB 的长即 2，因此只需求得 BE 的最小值即可；设 $AP = x$ ， $AE = y$ ，在 (1) 题中已经证得 $AP \cdot PD = AE \cdot CD$ ，用 x 、 y 表示出其中的线段，即可得到关于

x 、 y 的函数关系式，根据函数的性质即可求得 y 的最大值，由此可求得 BE 的最小值，即可得到 BE 的取值范围。

【解答】解：（1）假设存在这样的点 Q ；

$$\because PE \perp PC,$$

$$\therefore \angle APE + \angle DPC = 90^\circ,$$

$$\because \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DPC + \angle DCP = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle APE = \angle DCP,$$

$$\text{又} \because \angle A = \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle APE \sim \triangle DCP,$$

$$\therefore \frac{AP}{DC} = \frac{AE}{DP},$$

$$\therefore AP \cdot DP = AE \cdot DC;$$

同理可得 $AQ \cdot DQ = AE \cdot DC$;

$$\therefore AQ \cdot DQ = AP \cdot DP, \text{ 即 } AQ \cdot (3 - AQ) = AP \cdot (3 - AP),$$

$$\therefore 3AQ - AQ^2 = 3AP - AP^2,$$

$$\therefore AP^2 - AQ^2 = 3AP - 3AQ,$$

$$\therefore (AP + AQ)(AP - AQ) = 3(AP - AQ);$$

$$\because AP \neq AQ,$$

$$\therefore AP + AQ = 3$$

$$\because AP \neq AQ,$$

$$\therefore AP \neq \frac{3}{2}, \text{ 即 } P \text{ 不能是 } AD \text{ 的中点},$$

$\therefore$ 当 P 是 AD 的中点时，满足条件的 Q 点不存在。

当 P 不是 AD 的中点时，总存在这样的点 Q 满足条件，此时 $AP + AQ = 3$ 。

（2）设 $AP = x$ ， $AE = y$ ，由 $AP \cdot DP = AE \cdot DC$ 可得 $x(3 - x) = 2y$ ，

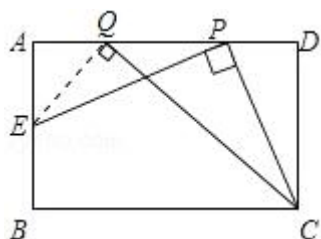
$$\therefore y = \frac{1}{2}x(3 - x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x = -\frac{1}{2}\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{8},$$

$$\therefore \text{当 } x = \frac{3}{2} \text{ (在 } 0 < x < 3 \text{ 范围内) 时, } y_{\text{最大值}} = \frac{9}{8};$$

而此时 BE 最小为 $\frac{7}{8}$ ，

又 $\because E$ 在 AB 上运动,且 $AB=2$,

$\therefore BE$ 的取值范围是 $\frac{7}{8} \leq BE < 2$.



【点评】此题主要考查的是矩形的性质、相似三角形的判定和性质以及二次函数最值的应用;(1)题中,通过两步相似得到与所求相关的乘积式,并能正确地进行化简变形是解决此题的关键.