

2016 年河南省中考数学试卷

一、选择题（每小题 3 分，共 24 分）下列各小题均有四个答案，其中只有一个是正确的.

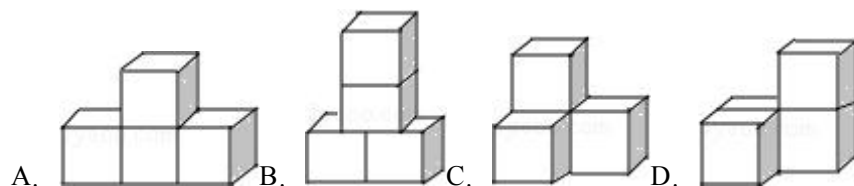
1. (3 分) (2016•河南) $-\frac{1}{3}$ 的相反数是 ()

A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. 3

2. (3 分) (2016•河南) 某种细胞的直径是 0.00000095 米，将 0.00000095 米用科学记数法表示为 ()

A. 9.5×10^{-7} B. 9.5×10^{-8} C. 0.95×10^{-7} D. 95×10^{-8}

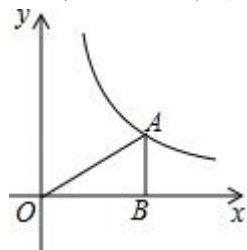
3. (3 分) (2016•河南) 下列几何体是由 4 个相同的小正方体搭成的，其中主视图和左视图相同的是 ()



4. (3 分) (2016•河南) 下列计算正确的是 ()

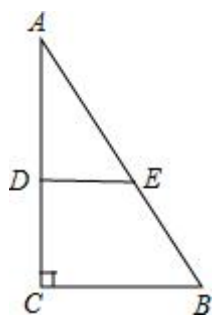
A. $\sqrt{8} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$ B. $(-3)^2 = 6$ C. $3a^4 - 2a^2 = a^2$ D. $(-a^3)^2 = a^5$

5. (3 分) (2016•河南) 如图，过反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上一点 A 作 $AB \perp x$ 轴于点 B，连接 AO，若 $S_{\triangle AOB} = 2$ ，则 k 的值为 ()



A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

6. (3 分) (2016•河南) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 8$ ， $AB = 10$ ，DE 垂直平分 AC 交 AB 于点 E，则 DE 的长为 ()



A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

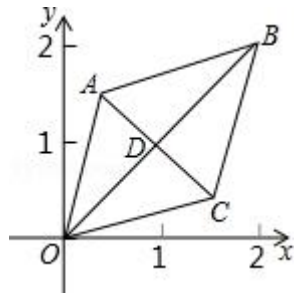
7. (3 分) (2016•河南) 如表记录了甲、乙、丙、丁四名跳高运动员最近几次选拔赛成绩的平均数与方差:

	甲	乙	丙	丁
平均数 (cm)	185	180	185	180
方差	3.6	3.6	7.4	8.1

根据表中数据，要从中选择一名成绩好且发挥稳定的运动员参加比赛，应该选择 ()

A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

8. (3分) (2016•河南) 如图，已知菱形 OABC 的顶点 O (0, 0), B (2, 2)，若菱形绕点 O 逆时针旋转，每秒旋转 45° ，则第 60 秒时，菱形的对角线交点 D 的坐标为 ()

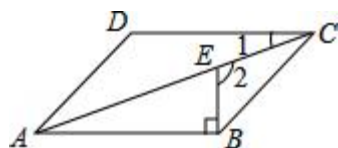


A. (1, -1) B. (-1, -1) C. $(\sqrt{2}, 0)$ D. $(0, -\sqrt{2})$

二、填空题 (每小题 3 分, 共 21 分)

9. (3分) (2016•河南) 计算: $(-2)^0 - \sqrt[3]{8} =$ _____.

10. (3分) (2016•河南) 如图，在 $\square ABCD$ 中， $BE \perp AC$ 交对角线 AC 于点 E，若 $\angle 1 = 20^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为_____.

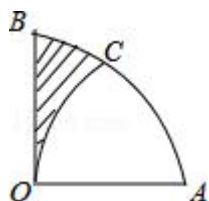


11. (3分) (2016•河南) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 3x - k = 0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围是_____.

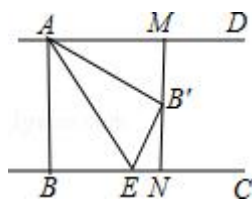
12. (3分) (2016•河南) 在“阳光体育”活动期间，班主任将全班同学随机分成了 4 组进行活动，该班小明和小亮同学被分在一组的概率是_____.

13. (3分) (2016•河南) 已知 A (0, 3), B (2, 3) 是抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 上两点，该抛物线的顶点坐标是_____.

14. (3分) (2016•河南) 如图，在扇形 AOB 中， $\angle AOB = 90^\circ$ ，以点 A 为圆心，OA 的长为半径作 $\widehat{OC}$ 交 $\widehat{AB}$ 于点 C，若 OA=2，则阴影部分的面积为_____.



15. (3分) (2016•河南) 如图，已知 $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, $AB=3$ ，点 E 为射线 BC 上一个动点，连接 AE，将 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠，点 B 落在点 B' 处，过点 B' 作 AD 的垂线，分别交 AD, BC 于点 M, N. 当点 B' 为线段 MN 的三等分点时，BE 的长为_____.



三、解答题 (本大题共 8 小题, 满分 75 分)

16. (8 分) (2016•河南) 先化简, 再求值:

$$\left(\frac{x}{x^2+x} - 1\right) \div \frac{x^2-1}{x^2+2x+1}, \text{ 其中 } x \text{ 的值从不等式组 } \begin{cases} -x \leq 1 \\ 2x-1 < 4 \end{cases} \text{ 的整数解中选取.}$$

17. (9 分) (2016•河南) 在一次社会调查活动中, 小华收集到某“健步走运动”团队中 20 名成员一天行走的步数, 记录如下:

5640 6430 6520 6798 7325
8430 8215 7453 7446 6754
7638 6834 7326 6830 8648
8753 9450 9865 7290 7850

对这 20 个数据按组距 1000 进行分组, 并统计整理, 绘制了如下尚不完整的统计图表:

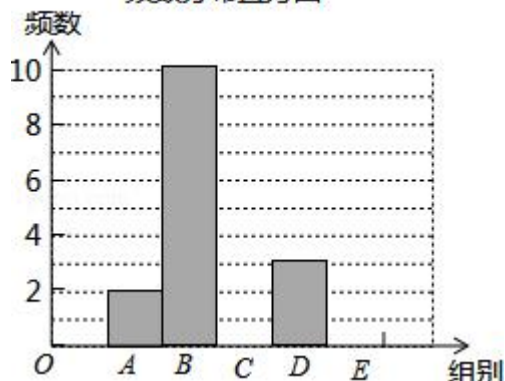
步数分组统计表

组别	步数分组	频数
A	$5500 \leq x < 6500$	2
B	$6500 \leq x < 7500$	10
C	$7500 \leq x < 8500$	m
D	$8500 \leq x < 9500$	3
E	$9500 \leq x < 10500$	n

请根据以上信息解答下列问题:

- (1) 填空: $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) 补全频数分布直方图;
- (3) 这 20 名“健步走运动”团队成员一天行走步数的中位数落在 组;
- (4) 若该团队共有 120 人, 请估计其中一天行走步数不少于 7500 步的人数.

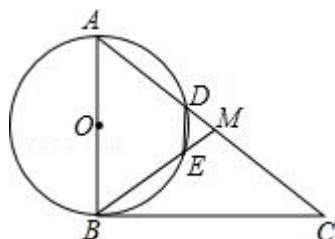
频数分布直方图



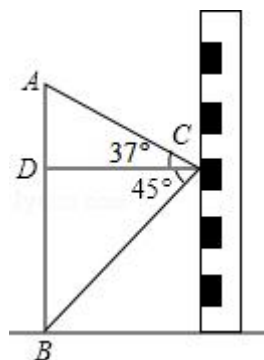
18. (9 分) (2016•河南) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 点 M 是 AC 的中点, 以 AB 为直径作 $\odot O$ 分别交 AC, BM 于点 D, E.

- (1) 求证: $MD=ME$;
- (2) 填空:

- ①若 $AB=6$, 当 $AD=2DM$ 时, $DE=$ _____;
- ②连接 OD , OE , 当 $\angle A$ 的度数为_____时, 四边形 $ODME$ 是菱形.



19. (9分) (2016·河南) 如图, 小东在教学楼距地面 9 米高的窗口 C 处, 测得正前方旗杆顶部 A 点的仰角为 37° , 旗杆底部 B 点的俯角为 45° , 升旗时, 国旗上端悬挂在距地面 2.25 米处, 若国旗随国歌声冉冉升起, 并在国歌播放 45 秒结束时到达旗杆顶端, 则国旗应以多少米/秒的速度匀速上升? (参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$)



20. (9分) (2016·河南) 学校准备购进一批节能灯, 已知 1 只 A 型节能灯和 3 只 B 型节能灯共需 26 元; 3 只 A 型节能灯和 2 只 B 型节能灯共需 29 元.

(1) 求一只 A 型节能灯和一只 B 型节能灯的售价各是多少元;

(2) 学校准备购进这两种型号的节能灯共 50 只, 并且 A 型节能灯的数量不多于 B 型节能灯数量的 3 倍, 请设计出最省钱的购买方案, 并说明理由.

21. (10分) (2016·河南) 某班“数学兴趣小组”对函数 $y=x^2-2|x|$ 的图象和性质进行了探究, 探究过程如下, 请补充完整.

(1) 自变量 x 的取值范围是全体实数, x 与 y 的几组对应值列表如下:

x	...	-3	$-\frac{5}{2}$	-2	-1	0	1	2	$\frac{5}{2}$	3	...
y	...	3	$\frac{5}{4}$	m	-1	0	-1	0	$\frac{5}{4}$	3	...

其中, $m=$ _____.

(2) 根据表中数据, 在如图所示的平面直角坐标系中描点, 并画出了函数图象的一部分, 请画出该函数图象的另一部分.

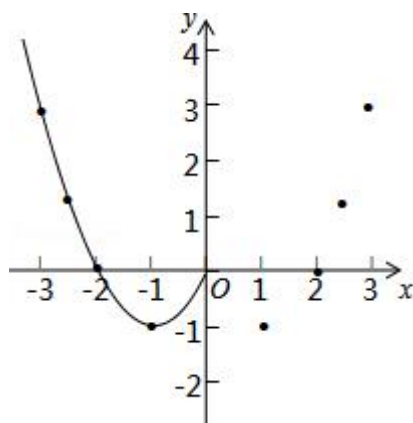
(3) 观察函数图象, 写出两条函数的性质.

(4) 进一步探究函数图象发现:

①函数图象与 x 轴有_____个交点, 所以对应的方程 $x^2-2|x|=0$ 有_____个实数根;

②方程 $x^2-2|x|=2$ 有_____个实数根;

③关于 x 的方程 $x^2-2|x|=a$ 有 4 个实数根时, a 的取值范围是_____.



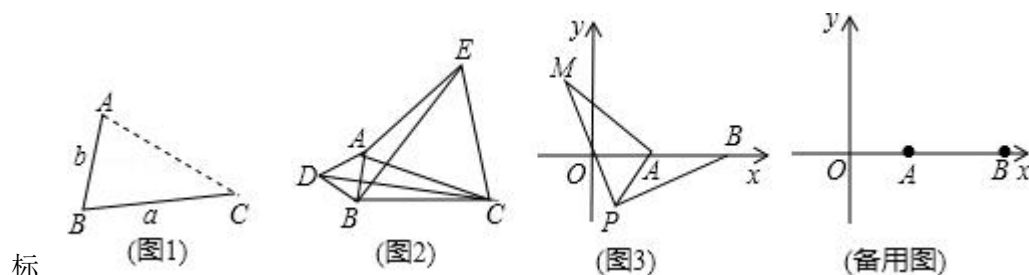
22. (10 分) (2016•河南) (1) 发现: 如图 1, 点 A 为线段 BC 外一动点, 且 $BC=a$, $AB=b$. 填空: 当点 A 位于_____时, 线段 AC 的长取得最大值, 且最大值为_____ (用含 a, b 的式子表示)

(2) 应用: 点 A 为线段 BC 外一动点, 且 $BC=3$, $AB=1$, 如图 2 所示, 分别以 AB, AC 为边, 作等边三角形 ABD 和等边三角形 ACE, 连接 CD, BE.

①请找出图中与 BE 相等的线段, 并说明理由;

②直接写出线段 BE 长的最大值.

(3) 拓展: 如图 3, 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标为 (2, 0), 点 B 的坐标为 (5, 0), 点 P 为线段 AB 外一动点, 且 $PA=2$, $PM=PB$, $\angle BPM=90^\circ$, 请直接写出线段 AM 长的最大值及此时点 P 的坐



标.

23. (11 分) (2016•河南) 如图 1, 直线 $y = -\frac{4}{3}x + n$ 交 x 轴于点 A, 交 y 轴于点 C (0, 4),

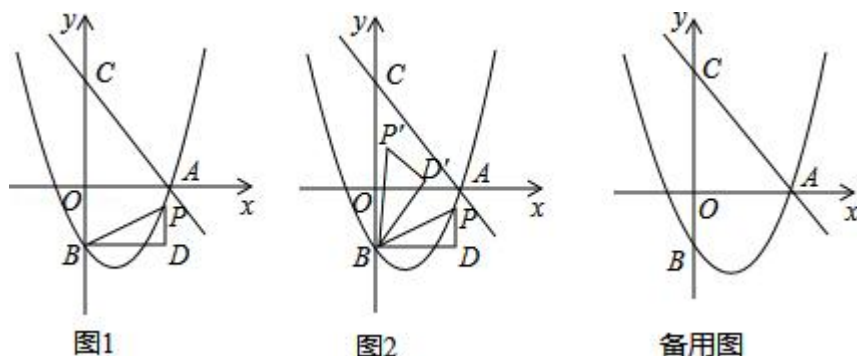
抛物线 $y = \frac{2}{3}x^2 + bx + c$ 经过点 A, 交 y 轴于点 B (0, -2). 点 P 为抛物线上一个动点, 过点

P 作 x 轴的垂线 PD, 过点 B 作 $BD \perp PD$ 于点 D, 连接 PB, 设点 P 的横坐标为 m.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 当 $\triangle BDP$ 为等腰直角三角形时, 求线段 PD 的长;

(3) 如图 2, 将 $\triangle BDP$ 绕点 B 逆时针旋转, 得到 $\triangle BD'P'$, 且旋转角 $\angle PBP' = \angle OAC$, 当点 P 的对应点 P' 落在坐标轴上时, 请直接写出点 P 的坐标.



2016 年河南省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 3 分，共 24 分）下列各小题均有四个答案，其中只有一个是正确的.

1. (3 分) (2016•河南) $-\frac{1}{3}$ 的相反数是 ()

A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. 3

【考点】相反数.

【分析】根据只有符号不同的两个数互为相反数，可得答案.

【解答】解： $-\frac{1}{3}$ 的相反数是 $\frac{1}{3}$.

故选：B.

【点评】本题考查了相反数，在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数.

2. (3 分) (2016•河南) 某种细胞的直径是 0.00000095 米，将 0.00000095 米用科学记数法表示为 ()

A. 9.5×10^{-7} B. 9.5×10^{-8} C. 0.95×10^{-7} D. 95×10^{-8}

【考点】科学记数法—表示较小的数.

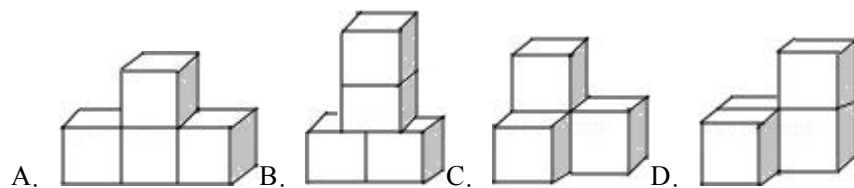
【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解： $0.00000095 = 9.5 \times 10^{-7}$,

故选：A.

【点评】本题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

3. (3 分) (2016•河南) 下列几何体是由 4 个相同的小正方体搭成的，其中主视图和左视图相同的是 ()



【考点】简单组合体的三视图.

【分析】根据从正面看得到的图形是主视图，从左边看得到的图形是左视图，可得答案.

【解答】解：A、主视图是第一层三个小正方形，第二层中间一个小正方形，左视图是第一层一个小正方形，第二层一个小正方形，故 A 错误；

B、主视图是第一层两个小正方形，第二层中间一个小正方形，第三层中间一个小正方形，左视图是第一层一个小正方形，第二层一个小正方形，第三层一个小正方形，故 B 错误；

C、主视图是第一层两个小正方形，第二层左边一个小正方形，左视图是第一层两个小正方形，第二层左边一个小正方形，故 C 正确；

D、主视图是第一层两个小正方形，第二层右边一个小正方形，左视图是第一层一个小正方形，第二层左边一个小正方形，故 D 错误；

故选：C.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图，从正面看得到的图形是主视图，从左边看得到的图形是左视图.

4. (3 分) (2016•河南) 下列计算正确的是 ()

A. $\sqrt{8}-\sqrt{2}=\sqrt{2}$ B. $(-3)^2=6$ C. $3a^4-2a^2=a^2$ D. $(-a^3)^2=a^5$

【考点】二次根式的加减法；有理数的乘方；合并同类项；幂的乘方与积的乘方.

【分析】分别利用有理数的乘方运算法则以及积的乘方运算法则、二次根式的加减运算法则化简求出答案.

【解答】解：A、 $\sqrt{8}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}-\sqrt{2}=\sqrt{2}$ ，故此选项正确；

B、 $(-3)^2=9$ ，故此选项错误；

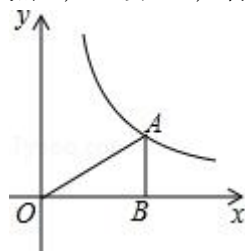
C、 $3a^4-2a^2$ ，无法计算，故此选项错误；

D、 $(-a^3)^2=a^6$ ，故此选项错误；

故选：A.

【点评】此题主要考查了有理数的乘方运算以及积的乘方运算、二次根式的加减运算等知识，正确化简各式是解题关键.

5. (3 分) (2016•河南) 如图，过反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象上一点 A 作 $AB\perp x$ 轴于点 B，连接 AO，若 $S_{\triangle AOB}=2$ ，则 k 的值为 ()



A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【考点】反比例函数系数 k 的几何意义；反比例函数的性质.

【分析】根据点 A 在反比例函数图象上结合反比例函数系数 k 的几何意义，即可得出关于 k 的含绝对值符号的一元一次方程，解方程求出 k 值，再结合反比例函数在第一象限内有图象即可确定 k 值.

【解答】解： $\because$ 点 A 是反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 图象上一点，且 $AB\perp x$ 轴于点 B，

$$\therefore S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}|k|=2,$$

解得： $k=\pm 4$.

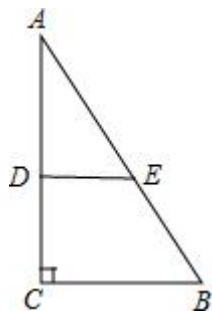
$\because$ 反比例函数在第一象限有图象，

$\therefore k=4$.

故选 C.

【点评】本题考查了反比例函数的性质以及反比例函数系数 k 的几何意义，解题的关键是找出关于 k 的含绝对值符号的一元一次方程. 本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据反比例函数系数 k 的几何意义找出关于 k 的含绝对值符号的一元一次方程是关键.

6. (3分) (2016•河南) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=8$, $AB=10$, DE 垂直平分 AC 交 AB 于点 E , 则 DE 的长为 ()



A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

【考点】三角形中位线定理; 线段垂直平分线的性质.

【分析】在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, 根据勾股定理求得 BC 边的长度, 然后由三角形中位线定理知 $DE=\frac{1}{2}BC$.

【解答】解: $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=8$, $AB=10$,
 $\therefore BC=6$.

又 $\because DE$ 垂直平分 AC 交 AB 于点 E ,

$\therefore DE$ 是 $\triangle ACB$ 的中位线,

$\therefore DE=\frac{1}{2}BC=3$.

故选: D.

【点评】本题考查了三角形中位线定理、勾股定理. 三角形中位线的性质: 三角形的中位线平行于第三边且等于第三边的一半.

7. (3分) (2016•河南) 如表记录了甲、乙、丙、丁四名跳高运动员最近几次选拔赛成绩的平均数与方差:

	甲	乙	丙	丁
平均数 (cm)	185	180	185	180
方差	3.6	3.6	7.4	8.1

根据表中数据, 要从中选择一名成绩好且发挥稳定的运动员参加比赛, 应该选择 ()

A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

【考点】方差; 算术平均数.

【分析】首先比较平均数, 平均数相同时选择方差较小的运动员参加.

【解答】解: $\because \overline{x_{\text{甲}}} = \overline{x_{\text{丙}}} > \overline{x_{\text{乙}}} = \overline{x_{\text{丁}}}$,

$\therefore$ 从甲和丙中选择一人参加比赛,

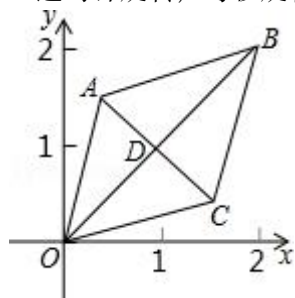
$\because s_{\text{甲}}^2 = s_{\text{乙}}^2 < s_{\text{丙}}^2 < s_{\text{丁}}^2$,

$\therefore$ 选择甲参赛,

故选: A.

【点评】此题考查了平均数和方差, 正确理解方差与平均数的意义是解题关键.

8. (3分) (2016•河南) 如图, 已知菱形 OABC 的顶点 O (0, 0), B (2, 2), 若菱形绕点 O 逆时针旋转, 每秒旋转 45° , 则第 60 秒时, 菱形的对角线交点 D 的坐标为 ()



- A. (1, -1) B. (-1, -1) C. $(\sqrt{2}, 0)$ D. $(0, -\sqrt{2})$

【考点】坐标与图形变化-旋转; 菱形的性质.

【专题】规律型.

【分析】根据菱形的性质, 可得 D 点坐标, 根据旋转的性质, 可得 D 点的坐标.

【解答】解: 菱形 OABC 的顶点 O (0, 0), B (2, 2), 得

D 点坐标为 (1, 1).

每秒旋转 45° , 则第 60 秒时, 得

$$45^\circ \times 60 = 2700^\circ,$$

$$2700^\circ \div 360 = 7.5 \text{ 周},$$

OD 旋转了 7 周半, 菱形的对角线交点 D 的坐标为 (-1, -1),

故选: B.

【点评】本题考查了旋转的性质, 利用旋转的性质是解题关键.

二、填空题 (每小题 3 分, 共 21 分)

9. (3分) (2016•河南) 计算: $(-2)^0 - \sqrt[3]{8} = \underline{-1}$.

【考点】实数的运算; 零指数幂.

【分析】分别进行零指数幂、开立方的运算, 然后合并.

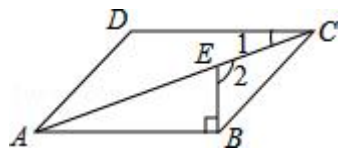
【解答】解: 原式 $= 1 - 2$

$$= -1.$$

故答案为: -1.

【点评】本题考查了实数的运算, 涉及了零指数幂、开立方等知识, 属于基础题.

10. (3分) (2016•河南) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $BE \perp AB$ 交对角线 AC 于点 E, 若 $\angle 1 = 20^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 $\underline{110^\circ}$.



【考点】平行四边形的性质.

【分析】首先由在 $\square ABCD$ 中, $\angle 1 = 20^\circ$, 求得 $\angle BAE$ 的度数, 然后由 $BE \perp AB$, 利用三角形外角的性质, 求得 $\angle 2$ 的度数.

【解答】解: $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle 1 = 20^\circ,$$

$\because BE \perp AB$,
 $\therefore \angle ABE = 90^\circ$,
 $\therefore \angle 2 = \angle BAE + \angle ABE = 110^\circ$.

故答案为: 110° .

【点评】此题考查了平行四边形的性质以及三角形外角的性质. 注意平行四边形的对边互相平行.

11. (3分) (2016•河南) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 3x - k = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围是 $k > -\frac{9}{4}$.

【考点】根的判别式; 解一元一次不等式.

【分析】由方程有两个不相等的实数根即可得出 $\Delta > 0$, 代入数据即可得出关于 k 的一元一次不等式, 解不等式即可得出结论.

【解答】解: $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 3x - k = 0$ 有两个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times (-k) = 9 + 4k > 0,$$

解得: $k > -\frac{9}{4}$.

故答案为: $k > -\frac{9}{4}$.

【点评】本题考查了根的判别式以及解一元一次不等式, 解题的关键是根据根的个数结合根的判别式得出关于 k 的一元一次不等式. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 根据根的个数结合根的判别式得出方程 (不等式或不等式组) 是关键.

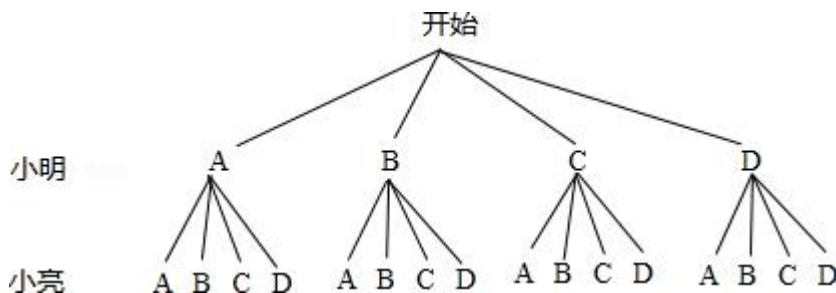
12. (3分) (2016•河南) 在“阳光体育”活动期间, 班主任将全班同学随机分成了 4 组进行活动, 该班小明和小亮同学被分在一组的概率是 $\frac{1}{4}$.

【考点】列表法与树状图法.

【分析】利用画树状图法列出所有等可能结果, 然后根据概率公式进行计算即可求解.

【解答】解: 设四个小组分别记作 A、B、C、D,

画树状图如图:



由树状图可知, 共有 16 种等可能结果, 其中小明、小亮被分到同一个小组的结果由 4 种,

$\therefore$ 小明和小亮同学被分在一组的概率是 $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$,

故答案为: $\frac{1}{4}$.

【点评】本题考查了列表法与树状图, 解题的关键在于用列表法或画树状图法列出所有等可能结果, 根据: 概率 = 所求情况数与总情况数之比计算是基础.

13. (3分) (2016•河南) 已知 A (0, 3), B (2, 3) 是抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 上两点, 该抛物线的顶点坐标是 (1, 4).

【考点】二次函数的性质; 二次函数图象上点的坐标特征.

【分析】把 A、B 的坐标代入函数解析式, 即可得出方程组, 求出方程组的解, 即可得出解析式, 化成顶点式即可.

【解答】解: $\because$ A (0, 3), B (2, 3) 是抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 上两点,

$$\therefore \text{代入得: } \begin{cases} c=3 \\ -4+2b+c=3 \end{cases}$$

解得: $b=2$, $c=3$,

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 3$$

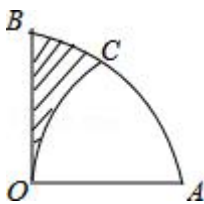
$$= -(x-1)^2 + 4,$$

顶点坐标为 (1, 4),

故答案为: (1, 4).

【点评】本题考查了二次函数的性质, 二次函数图象上点的坐标特征的应用, 能求出函数的解析式是解此题的关键.

14. (3分) (2016•河南) 如图, 在扇形 AOB 中, $\angle AOB = 90^\circ$, 以点 A 为圆心, OA 的长为半径作 $\widehat{OC}$ 交 $\widehat{AB}$ 于点 C, 若 $OA=2$, 则阴影部分的面积为 $\sqrt{3} - \frac{1}{3}\pi$.



【考点】扇形面积的计算.

【分析】连接 OC、AC, 根据题意得到 $\triangle AOC$ 为等边三角形, $\angle BOC = 30^\circ$, 分别求出扇形 $\triangle COB$ 的面积、 $\triangle AOC$ 的面积、扇形 AOC 的面积, 计算即可.

【解答】解: 连接 OC、AC,

由题意得, $OA=OC=AC=2$,

$\therefore \triangle AOC$ 为等边三角形, $\angle BOC = 30^\circ$,

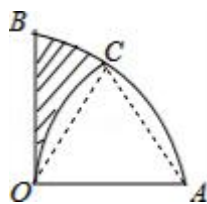
$$\therefore \text{扇形 } \triangle COB \text{ 的面积为: } \frac{30 \times \pi \times 2^2}{360} = \frac{1}{3}\pi,$$

$$\triangle AOC \text{ 的面积为: } \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} = \sqrt{3},$$

$$\text{扇形 AOC 的面积为: } \frac{60 \times \pi \times 2^2}{360} = \frac{2\pi}{3},$$

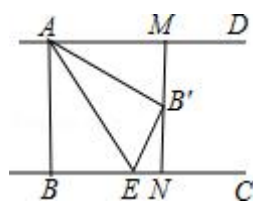
$$\text{则阴影部分的面积为: } \frac{1}{3}\pi + \sqrt{3} - \frac{2\pi}{3} = \sqrt{3} - \frac{1}{3}\pi,$$

$$\text{故答案为: } \sqrt{3} - \frac{1}{3}\pi.$$



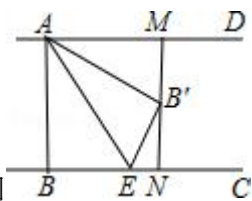
【点评】 本题考查的是扇形面积计算，掌握等边三角形的性质、扇形的面积公式 $S = \frac{n\pi R^2}{360}$ 是解题的关键.

15. (3分) (2016•河南) 如图，已知 $AD \parallel BC$ ， $AB \perp BC$ ， $AB=3$ ，点 E 为射线 BC 上一个动点，连接 AE ，将 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠，点 B 落在点 B' 处，过点 B' 作 AD 的垂线，分别交 AD ， BC 于点 M ， N 。当点 B' 为线段 MN 的三等分点时， BE 的长为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 或 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ 。



【考点】 翻折变换（折叠问题）.

【分析】 根据勾股定理，可得 EB' ，根据相似三角形的性质，可得 EN 的长，根据勾股定理，可得答案.



【解答】 解：如图

由翻折的性质，得

$$AB=AB', \quad BE=B'E.$$

①当 $MB'=2$ ， $B'N=1$ 时，设 $EN=x$ ，得

$$B'E = \sqrt{x^2 + 1}.$$

$$\triangle B'EN \sim \triangle AB'M,$$

$$\frac{EN}{B'N} = \frac{B'E}{AB'}, \quad \text{即} \frac{x}{1} = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{3},$$

$$x^2 = \frac{4}{5},$$

$$BE = B'E = \sqrt{\frac{4}{5} + 1} = \frac{3\sqrt{5}}{5}.$$

②当 $MB'=1$ ， $B'N=2$ 时，设 $EN=x$ ，得

$$B'E = \sqrt{x^2 + 2^2},$$

$$\triangle B'EN \sim \triangle AB'M,$$

$$\frac{EN}{B'M} = \frac{B'E}{AB'}, \text{ 即 } \frac{x - \sqrt{x^2 + 4}}{1} = \frac{3\sqrt{2}}{3},$$

$$\text{解得 } x^2 = \frac{1}{2}, \quad BE = B'E = \sqrt{\frac{1}{2} + 4} = \frac{3\sqrt{2}}{2},$$

$$\text{故答案为: } \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ 或 } \frac{3\sqrt{5}}{5}.$$

【点评】本题考查了翻折的性质，利用翻折的性质得出 $AB = AB'$ ， $BE = B'E$ 是解题关键，又利用了相似三角形的性质，要分类讨论，以防遗漏。

三、解答题（本大题共 8 小题，满分 75 分）

16. (8 分) (2016·河南) 先化简，再求值：

$$\left(\frac{x}{x^2+x} - 1\right) \div \frac{x^2-1}{x^2+2x+1}, \text{ 其中 } x \text{ 的值从不等式组 } \begin{cases} -x \leq 1 \\ 2x-1 < 4 \end{cases} \text{ 的整数解中选取.}$$

【考点】分式的化简求值；一元一次不等式组的整数解.

【分析】先算括号里面的，再算除法，求出 x 的取值范围，选出合适的 x 的值代入求值即可.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：原式} &= \frac{x - x^2 - x}{x(x+1)} \cdot \frac{x+1}{x-1} \\ &= -\frac{x}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x-1} \\ &= \frac{x}{1-x}, \end{aligned}$$

$$\text{解不等式组 } \begin{cases} -x \leq 1 \\ 2x-1 < 4 \end{cases} \text{ 得, } -1 \leq x < \frac{5}{2},$$

$$\text{当 } x=2 \text{ 时, 原式} = \frac{2}{1-2} = -2.$$

【点评】本题考查的是分式的化简求值，分式中的一些特殊求值题并非是一味的化简，代入，求值。许多问题还需运用到常见的数学思想，如化归思想（即转化）、整体思想等，了解这些数学解题思想对于解题技巧的丰富与提高有一定帮助。

17. (9 分) (2016·河南) 在一次社会调查活动中，小华收集到某“健步走运动”团队中 20 名成员一天行走的步数，记录如下：

5640 6430 6520 6798 7325
8430 8215 7453 7446 6754
7638 6834 7326 6830 8648
8753 9450 9865 7290 7850

对这 20 个数据按组距 1000 进行分组，并统计整理，绘制了如下尚不完整的统计图表：

步数分组统计表

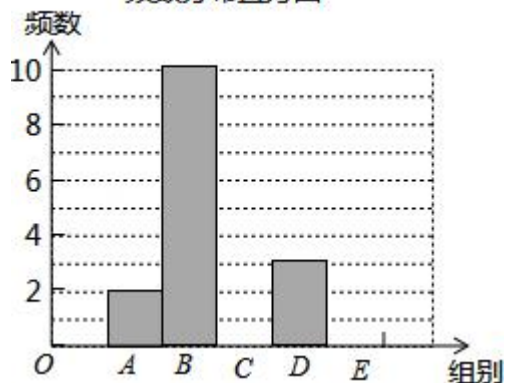
组别	步数分组	频数
A	$5500 \leq x < 6500$	2
B	$6500 \leq x < 7500$	10

C	$7500 \leq x < 8500$	m
D	$8500 \leq x < 9500$	3
E	$9500 \leq x < 10500$	n

请根据以上信息解答下列问题:

- (1) 填空: $m = \underline{4}$, $n = \underline{1}$;
- (2) 补全频数分布直方图;
- (3) 这 20 名“健步走运动”团队成员一天行走步数的中位数落在 B 组;
- (4) 若该团队共有 120 人, 请估计其中一天行走步数不少于 7500 步的人数.

频数分布直方图



【考点】频数(率)分布直方图; 用样本估计总体; 频数(率)分布表; 中位数.

【分析】(1) 根据题目中的数据即可直接确定 m 和 n 的值;

(2) 根据 (1) 的结果即可直接补全直方图;

(3) 根据中位数的定义直接求解;

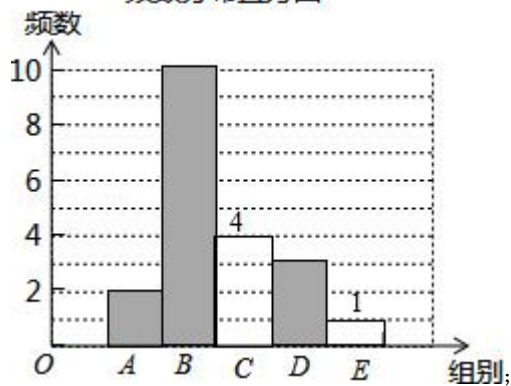
(4) 利用总人数乘以对应的比例即可求解.

【解答】解: (1) $m=4$, $n=1$.

故答案是: 4, 4;

(2)

频数分布直方图



(3) 行走步数的中位数落在 B 组,

故答案是: B;

(4) 一天行走步数不少于 7500 步的人数是: $120 \times \frac{4+3+1}{20} = 48$ (人).

答: 估计一天行走步数不少于 7500 步的人数是 48 人.

【点评】本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力. 利用统计图获取信息时, 必须认真观察、分析、研究统计图, 才能作出正确的判断和解决问题.

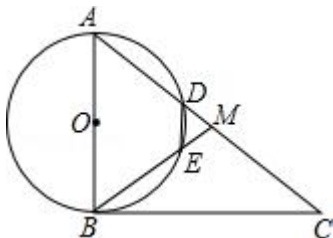
18. (9分) (2016•河南) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 点 M 是 AC 的中点, 以 AB 为直径作 $\odot O$ 分别交 AC , BM 于点 D , E .

(1) 求证: $MD=ME$;

(2) 填空:

①若 $AB=6$, 当 $AD=2DM$ 时, $DE=$ 2;

②连接 OD , OE , 当 $\angle A$ 的度数为 60° 时, 四边形 $ODME$ 是菱形.



【考点】菱形的判定.

【分析】(1) 先证明 $\angle A = \angle ABM$, 再证明 $\angle MDE = \angle MBA$, $\angle MED = \angle A$ 即可解决问题.

(2) ①由 $DE \parallel AB$, 得 $\frac{DE}{AB} = \frac{MD}{MA}$ 即可解决问题.

②当 $\angle A = 60^\circ$ 时, 四边形 $ODME$ 是菱形, 只要证明 $\triangle ODE$, $\triangle DEM$ 都是等边三角形即可.

【解答】(1) 证明: $\because \angle ABC = 90^\circ$, $AM = MC$,

$$\therefore BM = AM = MC,$$

$$\therefore \angle A = \angle ABM,$$

$\because$ 四边形 $ABED$ 是圆内接四边形,

$$\therefore \angle ADE + \angle ABE = 180^\circ,$$

$$\text{又 } \angle ADE + \angle MDE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle MDE = \angle MBA,$$

同理证明: $\angle MED = \angle A$,

$$\therefore \angle MDE = \angle MED,$$

$$\therefore MD = ME.$$

(2) ①由 (1) 可知, $\angle A = \angle MDE$,

$$\therefore DE \parallel AB,$$

$$\therefore \frac{DE}{AB} = \frac{MD}{MA},$$

$$\because AD = 2DM,$$

$$\therefore DM : MA = 1 : 3,$$

$$\therefore DE = \frac{1}{3} AB = \frac{1}{3} \times 6 = 2.$$

故答案为 2.

②当 $\angle A = 60^\circ$ 时, 四边形 $ODME$ 是菱形.

理由: 连接 OD , OE ,

$$\because OA = OD, \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle AOD \text{ 是等边三角形},$$

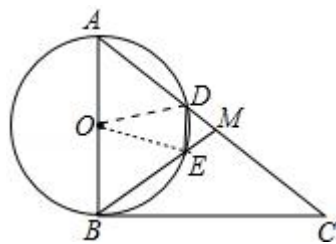
$$\therefore \angle AOD = 60^\circ,$$

$$\because DE \parallel AB,$$

$$\therefore \angle ODE = \angle AOD = 60^\circ, \angle MDE = \angle MED = \angle A = 60^\circ,$$

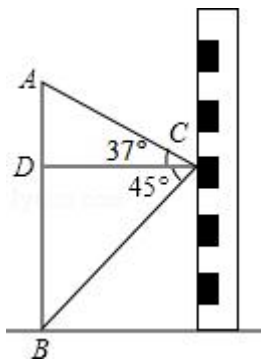
$$\therefore \triangle ODE, \triangle DEM \text{ 都是等边三角形},$$

$\therefore OD=OE=EM=DM$,
 $\therefore$ 四边形 OEMD 是菱形.
 故答案为 60° .



【点评】 本题考查圆内接四边形性质、直角三角形斜边中线性质的判定等知识，解题的关键是灵活运用这些知识解决问题，记住菱形的三种判定方法，属于中考常考题型.

19. (9分) (2016•河南) 如图，小东在教学楼距地面 9 米高的窗口 C 处，测得正前方旗杆顶部 A 点的仰角为 37° ，旗杆底部 B 点的俯角为 45° ，升旗时，国旗上端悬挂在距地面 2.25 米处，若国旗随国歌声冉冉升起，并在国歌播放 45 秒结束时到达旗杆顶端，则国旗应以多少米/秒的速度匀速上升？（参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$ ）



【考点】 解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

【分析】 通过解直角 $\triangle BCD$ 和直角 $\triangle ACD$ 分别求得 BD、CD 以及 AD 的长度，则易得 AB 的长度，则根据题意得到整个过程中旗子上升高度，由“速度 = $\frac{\text{上升的高度}}{\text{时间}}$ ”进行解答即可.

【解答】 解：在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中，BD=9 米， $\angle BCD=45^\circ$ ，则 BD=CD=9 米.
 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中，CD=9 米， $\angle ACD=37^\circ$ ，则 $AD=CD \cdot \tan 37^\circ \approx 9 \times 0.75 = 6.75$ （米）.
 所以， $AB=AD+BD=15.75$ 米，
 整个过程中旗子上升高度是： $15.75 - 2.25 = 13.5$ （米），
 因为耗时 45s，
 所以上升速度 $v = \frac{13.5}{45} = 0.3$ （米/秒）.

答：国旗应以 0.3 米/秒的速度匀速上升.

【点评】 本题考查了解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题. 解决此类问题要了解角之间的关系，找到与已知和未知相关联的直角三角形，当图形中没有直角三角形时，要通过作高或垂线构造直角三角形，另当问题以一个实际问题的形式给出时，要善于读懂题意，把实际问题划归为直角三角形中边角关系问题加以解决.

20. (9分) (2016•河南) 学校准备购进一批节能灯，已知 1 只 A 型节能灯和 3 只 B 型节能灯共需 26 元；3 只 A 型节能灯和 2 只 B 型节能灯共需 29 元.

(1) 求一只 A 型节能灯和一只 B 型节能灯的售价各是多少元;

(2) 学校准备购进这两种型号的节能灯共 50 只, 并且 A 型节能灯的数量不多于 B 型节能灯数量的 3 倍, 请设计出最省钱的购买方案, 并说明理由.

【考点】二元一次方程组的应用.

【分析】(1) 设一只 A 型节能灯的售价是 x 元, 一只 B 型节能灯的售价是 y 元, 根据: “1 只 A 型节能灯和 3 只 B 型节能灯共需 26 元; 3 只 A 型节能灯和 2 只 B 型节能灯共需 29 元” 列方程组求解即可;

(2) 首先根据“A 型节能灯的数量不多于 B 型节能灯数量的 3 倍”确定自变量的取值范围, 然后得到有关总费用和 A 型灯的只数之间的关系得到函数解析式, 确定函数的最值即可.

【解答】解: (1) 设一只 A 型节能灯的售价是 x 元, 一只 B 型节能灯的售价是 y 元,

根据题意, 得:
$$\begin{cases} x+3y=26 \\ 3x+2y=29 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} x=5 \\ y=7 \end{cases}$$

答: 一只 A 型节能灯的售价是 5 元, 一只 B 型节能灯的售价是 7 元;

(2) 设购进 A 型节能灯 m 只, 总费用为 W 元,

根据题意, 得: $W=5m+7(50-m)=-2m+350$,

$\because -2 < 0$,

$\therefore W$ 随 x 的增大而减小,

又 $\because m \leq 3(50-m)$, 解得: $m \leq 37.5$,

而 m 为正整数,

$\therefore$ 当 $m=37$ 时, $W_{\text{最小}}=-2 \times 37+350=276$,

此时 $50-37=13$,

答: 当购买 A 型灯 37 只, B 型灯 13 只时, 最省钱.

【点评】此题主要考查了二元一次方程组的应用以及一次函数的应用等知识, 根据题意得出正确的等量关系是解题关键.

21. (10 分) (2016•河南) 某班“数学兴趣小组”对函数 $y=x^2-2|x|$ 的图象和性质进行了探究, 探究过程如下, 请补充完整.

(1) 自变量 x 的取值范围是全体实数, x 与 y 的几组对应值列表如下:

x	...	-3	$-\frac{5}{2}$	-2	-1	0	1	2	$\frac{5}{2}$	3	...
y	...	3	$\frac{5}{4}$	m	-1	0	-1	0	$\frac{5}{4}$	3	...

其中, $m=$ 0 .

(2) 根据表中数据, 在如图所示的平面直角坐标系中描点, 并画出了函数图象的一部分, 请画出该函数图象的另一部分.

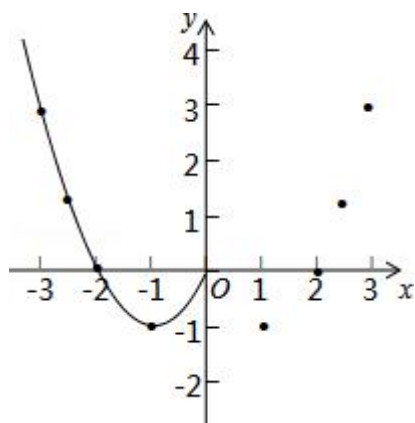
(3) 观察函数图象, 写出两条函数的性质.

(4) 进一步探究函数图象发现:

①函数图象与 x 轴有 3 个交点, 所以对应的方程 $x^2-2|x|=0$ 有 3 个实数根;

②方程 $x^2-2|x|=2$ 有 2 个实数根;

③关于 x 的方程 $x^2-2|x|=a$ 有 4 个实数根时, a 的取值范围是 $-1 < a < 0$.



【考点】 二次函数的图象；根的判别式.

【分析】 (1) 根据函数的对称性即可得到结论；

(2) 描点、连线即可得到函数的图象；

(3) 根据函数图象得到函数 $y=x^2-2|x|$ 的图象关于 y 轴对称；当 $x>1$ 时， y 随 x 的增大而增大；

(4) ①根据函数图象与 x 轴的交点个数，即可得到结论；②如图，根据 $y=x^2-2|x|$ 的图象与直线 $y=2$ 的交点个数，即可得到结论；③根据函数的图象即可得到 a 的取值范围是 $-1 < a < 0$.

【解答】 解：(1) 根据函数的对称性可得 $m=0$,

故答案为：0；

(2) 如图所示；

(3) 由函数图象知：①函数 $y=x^2-2|x|$ 的图象关于 y 轴对称；②当 $x>1$ 时， y 随 x 的增大而增大；

(4) ①由函数图象知：函数图象与 x 轴有 3 个交点，所以对应的方程 $x^2-2|x|=0$ 有 3 个实数根；

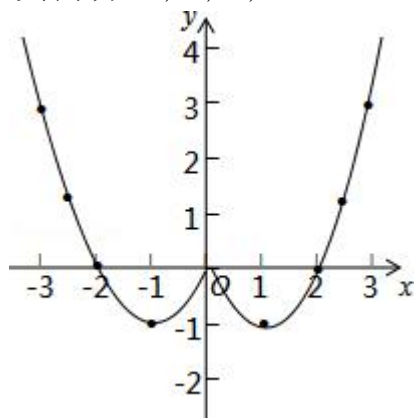
②如图， $\because y=x^2-2|x|$ 的图象与直线 $y=2$ 有两个交点，

$\therefore x^2-2|x|=2$ 有 2 个实数根；

③由函数图象知： $\because$ 关于 x 的方程 $x^2-2|x|=a$ 有 4 个实数根，

$\therefore a$ 的取值范围是 $-1 < a < 0$,

故答案为：3, 3, 2, $-1 < a < 0$.



【点评】 本题考查了二次函数的图象和性质，正确的识别图象是解题的关键.

22. (10 分) (2016•河南) (1) 发现：如图 1，点 A 为线段 BC 外一动点，且 $BC=a$, $AB=b$.

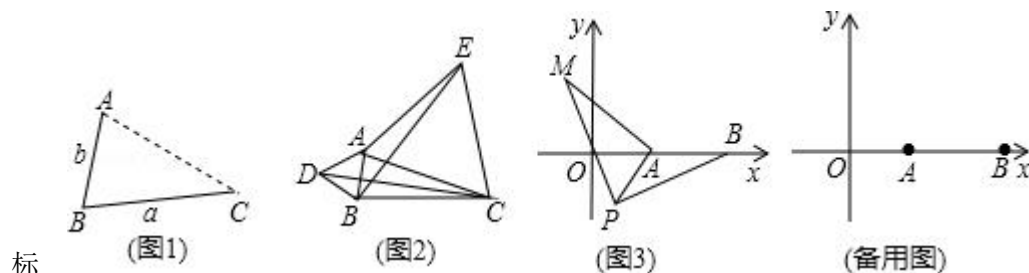
填空: 当点 A 位于 CB 的延长线上 时, 线段 AC 的长取得最大值, 且最大值为 $a+b$ (用含 a, b 的式子表示)

(2) 应用: 点 A 为线段 BC 外一动点, 且 $BC=3$, $AB=1$, 如图 2 所示, 分别以 AB, AC 为边, 作等边三角形 ABD 和等边三角形 ACE, 连接 CD, BE.

①请找出图中与 BE 相等的线段, 并说明理由;

②直接写出线段 BE 长的最大值.

(3) 拓展: 如图 3, 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标为 $(2, 0)$, 点 B 的坐标为 $(5, 0)$, 点 P 为线段 AB 外一动点, 且 $PA=2$, $PM=PB$, $\angle BPM=90^\circ$, 请直接写出线段 AM 长的最大值及此时点 P 的坐



【考点】三角形综合题.

【分析】(1) 根据点 A 位于 CB 的延长线上时, 线段 AC 的长取得最大值, 即可得到结论;

(2) ①根据等边三角形的性质得到 $AD=AB$, $AC=AE$, $\angle BAD=\angle CAE=60^\circ$, 推出 $\triangle CAD \cong \triangle EAB$, 根据全等三角形的性质得到 $CD=BE$; ②由于线段 BE 长的最大值=线段 CD 的最大值, 根据 (1) 中的结论即可得到结果;

(3) 连接 BM, 将 $\triangle APM$ 绕着点 P 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle PBN$, 连接 AN, 得到 $\triangle APN$ 是等腰直角三角形, 根据全等三角形的性质得到 $PN=PA=2$, $BN=AM$, 根据当 N 在线段 BA 的延长线时, 线段 BN 取得最大值, 即可得到最大值为 $2\sqrt{2}+3$; 如图 2, 过 P 作 $PE \perp x$ 轴于 E, 根据等腰直角三角形的性质即可得到结论.

【解答】解: (1) $\because$ 点 A 为线段 BC 外一动点, 且 $BC=a$, $AB=b$,
 $\therefore$ 当点 A 位于 CB 的延长线上时, 线段 AC 的长取得最大值, 且最大值为 $BC+AB=a+b$,
 故答案为: CB 的延长线上, $a+b$;

(2) ① $CD=BE$,

理由: $\because \triangle ABD$ 与 $\triangle ACE$ 是等边三角形,

$\therefore AD=AB$, $AC=AE$, $\angle BAD=\angle CAE=60^\circ$,

$\therefore \angle BAD+\angle BAC=\angle CAE+\angle BAC$,

即 $\angle CAD=\angle EAB$,

在 $\triangle CAD$ 与 $\triangle EAB$ 中,
$$\begin{cases} AD=AB \\ \angle CAD=\angle EAB \\ AC=AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle CAD \cong \triangle EAB$,

$\therefore CD=BE$;

② $\because$ 线段 BE 长的最大值=线段 CD 的最大值,

由 (1) 知, 当线段 CD 的长取得最大值时, 点 D 在 CB 的延长线上,

$\therefore$ 最大值为 $BD+BC=AB+BC=4$;

(3) 连接 BM, 将 $\triangle APM$ 绕着点 P 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle PBN$, 连接 AN,

则 $\triangle APN$ 是等腰直角三角形,

$\therefore PN=PA=2$, $BN=AM$,

$\therefore A$ 的坐标为 $(2, 0)$, 点 B 的坐标为 $(5, 0)$,

$\therefore OA=2$, $OB=5$,

$\therefore AB=3$,

$\therefore$ 线段 AM 长的最大值=线段 BN 长的最大值,

$\therefore$ 当 N 在线段 BA 的延长线时, 线段 BN 取得最大值,

最大值= $AB+AN$,

$\therefore AN=\sqrt{2}AP=2\sqrt{2}$,

$\therefore$ 最大值为 $2\sqrt{2}+3$;

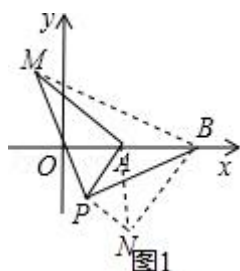
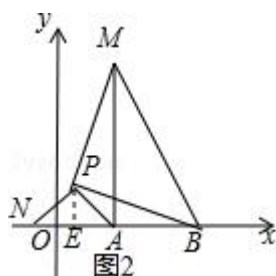
如图 2, 过 P 作 $PE \perp x$ 轴于 E ,

$\therefore \triangle APN$ 是等腰直角三角形,

$\therefore PE=AE=\sqrt{2}$,

$\therefore OE=BO - \sqrt{2} - 3 = 2 - \sqrt{2}$,

$\therefore P(2 - \sqrt{2}, \sqrt{2})$.



【点评】 本题考查了全等三角形的判定和性质, 等腰直角三角形的性质, 最大值问题, 旋转的性质. 正确的作出辅助线构造全等三角形是解题的关键.

23. (11 分) (2016•河南) 如图 1, 直线 $y = -\frac{4}{3}x + n$ 交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 $C(0, 4)$,

抛物线 $y = \frac{2}{3}x^2 + bx + c$ 经过点 A , 交 y 轴于点 $B(0, -2)$. 点 P 为抛物线上一个动点, 过点

P 作 x 轴的垂线 PD , 过点 B 作 $BD \perp PD$ 于点 D , 连接 PB , 设点 P 的横坐标为 m .

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 当 $\triangle BDP$ 为等腰直角三角形时, 求线段 PD 的长;

(3) 如图 2, 将 $\triangle BDP$ 绕点 B 逆时针旋转, 得到 $\triangle BD'P'$, 且旋转角 $\angle PBP' = \angle OAC$, 当点 P 的对应点 P' 落在坐标轴上时, 请直接写出点 P 的坐标.

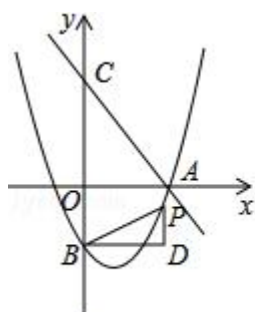


图1

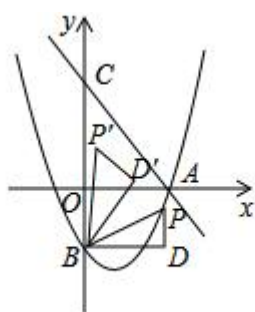
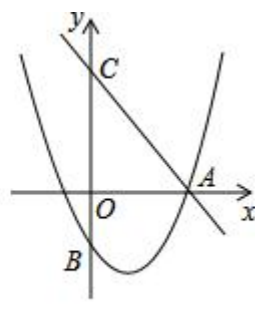


图2



备用图

【考点】二次函数综合题.

【分析】(1) 先确定出点 A 的坐标, 再用待定系数法求出抛物线解析式;

(2) 由 $\triangle BDP$ 为等腰直角三角形, 判断出 $BD=PD$, 建立 m 的方程计算出 m , 从而求出 PD ;

(3) 分点 P' 落在 x 轴和 y 轴两种情况计算即可.

【解答】解: (1) $\because$ 点 $C(0, 4)$ 在直线 $y = -\frac{4}{3}x + n$ 上,

$$\therefore n=4,$$

$$\therefore y = -\frac{4}{3}x + 4,$$

$$\text{令 } y=0,$$

$$\therefore x=3,$$

$$\therefore A(3, 0),$$

$$\because \text{抛物线 } y = \frac{2}{3}x^2 + bx + c \text{ 经过点 } A, \text{ 交 } y \text{ 轴于点 } B(0, -2).$$

$$\therefore c = -2, \quad 6 + 3b - 2 = 0,$$

$$\therefore b = -\frac{4}{3},$$

$$\therefore \text{抛物线解析式为 } y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - 2,$$

(2) 点 P 为抛物线上一个动点, 设点 P 的横坐标为 m .

$$\therefore P\left(m, \frac{2}{3}m^2 - \frac{4}{3}m - 2\right),$$

$$\therefore BD = |m|, \quad PD = \left|\frac{2}{3}m^2 - \frac{4}{3}m - 2 + 2\right| = \left|\frac{2}{3}m^2 - \frac{4}{3}m\right|,$$

$\because \triangle BDP$ 为等腰直角三角形, 且 $PD \perp BD$,

$$\therefore BD = PD,$$

$$\therefore |m| = \left|\frac{2}{3}m^2 - \frac{4}{3}m\right|,$$

$$\therefore m=0 \text{ (舍)}, \quad m = \frac{1}{2}, \quad m = \frac{7}{2},$$

$$\therefore PD = \frac{1}{2} \text{ 或 } PD = \frac{7}{2};$$

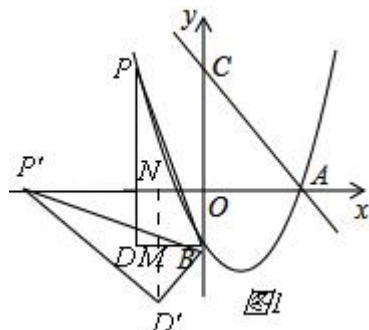
(3) $\because \angle PBP' = \angle OAC$, $OA=3$, $OC=4$,

$$\therefore AC=5,$$

$$\therefore \sin \angle PBP' = \frac{4}{5}, \quad \cos \angle PBP' = \frac{3}{5},$$

①当点 P' 落在 x 轴上时, 过点 D' 作 $D'N \perp x$ 轴, 垂足为 N , 交 BD 于点 M ,
 $\angle DBD' = \angle ND'P' = \angle PBP'$,

如图 1,

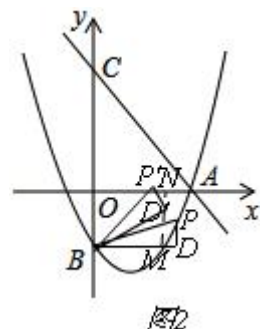


$$ND' - MD' = 2,$$

$$\therefore \frac{3}{5} \left(\frac{2}{3}m^2 - \frac{4}{3}m \right) - \left(-\frac{4}{5}m \right) = 2,$$

$$\therefore m = \sqrt{5} \text{ (舍)}, \text{ 或 } m = -\sqrt{5},$$

如图 2,



$$ND' + MD' = 2,$$

$$\therefore \frac{3}{5} \left(\frac{2}{3}m^2 - \frac{4}{3}m \right) + \frac{4}{5}m = 2,$$

$$\therefore m = \sqrt{5}, \text{ 或 } m = -\sqrt{5} \text{ (舍)},$$

$$\therefore P \left(-\sqrt{5}, \frac{4\sqrt{5}+4}{3} \right) \text{ 或 } P \left(\sqrt{5}, \frac{-4\sqrt{5}+4}{3} \right),$$

②当点 P' 落在 y 轴上时, 如图 3,

过点 D' 作 $D'M \perp x$ 轴, 交 BD 于 M , 过 P' 作 $P'N \perp y$ 轴,

$$\therefore \angle DBD' = \angle ND'P' = \angle PBP',$$

$$\therefore P'N = BM,$$

$$\therefore \frac{4}{5} \left(\frac{2}{3}m^2 - \frac{4}{3}m \right) = \frac{3}{5}m,$$

$$\therefore m = \frac{25}{8},$$

$$\therefore P \left(\frac{25}{8}, \frac{11}{32} \right).$$

$$\therefore P \left(-\sqrt{5}, \frac{4\sqrt{5}+4}{3} \right) \text{ 或 } P \left(\sqrt{5}, \frac{-4\sqrt{5}+4}{3} \right) \text{ 或 } P \left(\frac{25}{8}, \frac{11}{32} \right).$$

【点评】此题是二次函数综合题，主要考查了待定系数法求函数解析式，锐角三角函数，等腰直角三角形的性质，解本题的关键是构造直角三角形.

参与本试卷答题和审题的老师有: HLing; gbl210; 2300680618; 曹先生; HJJ; sd2011; caicl; zcx; 三界无我; zjx111; 1286697702; CJX; zhjh; 弯弯的小河; nhx600; 王学峰; 星月相随 (排名不分先后)

菁优网

2016年7月11日