

2015 年河南省普通高中招生考试试卷

数 学

注意事项:

1. 本试卷共 8 页, 三个大题, 满分 120 分, 考试时间 100 分钟, 请用蓝、黑色水笔或圆珠笔直接答在试卷上.

2. 答卷前请将密封线内的项目填写清楚.

题号	一	二	三								总分
	1~8	9~15	16	17	18	19	20	21	22	23	
分数											

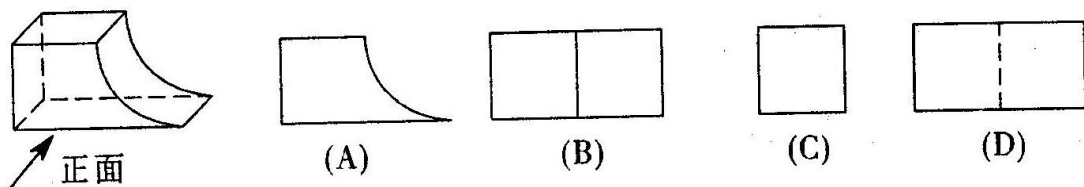
一、选择题 (每小题 3 分, 共 24 分)

下列各小题均有四个答案, 其中只有一个是正确的, 将正确答案的代号字母填入题后括号内.

1. 下列各数中最大的数是 【 】

- (A) 5 (B) $\sqrt{3}$ (C) π (D) -8

2. 如图所示的几何体的俯视图是 【 】



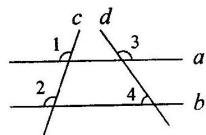
(第2题)

3. 据统计, 2014 年我国高新技术产品出口总额达 40 570 亿元. 将数据 40 570 亿用科学记数法表示为 【 】

- (A) 4.0570×10^9 (B) 0.40570×10^{10} (C) 40.570×10^{11} (D) 4.0570×10^{12}

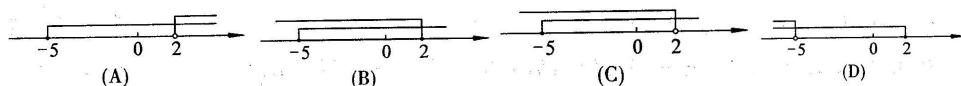
4. 如图, 直线 a, b 被直线 c, d 所截, 若 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = 125^\circ$, 则 $\angle 4$ 的度数为 【 】

- (A) 550 (B) 600 (C) 700 (D) 75.



(第4题)

5. 不等式组 $\begin{cases} x+5 \geq 0 \\ 3-x > 1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为 【 】



6. 小王参加某企业招聘测试, 他的笔试、面试、技能操作得分分别为 85 分, 80 分, 90 分, 若依次按照 2 : 3 : 5 的比例确定成绩, 则小王的成绩是 【 】

- (A) 255 分 (B) 184 分 (C) 84.5 分 (D) 86 分

7. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 用直尺和圆规作 $\angle BAD$ 的平分线 AG 交 BC 于点 E . 若 $BF = 6$, $AB = 5$, 则 AE 的长为 【 】

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10

8. 如图所示, 在平面直角坐标系中, 半径均为 1 个单位长度的半圆 $O_1, O_2, O_3, \dots$ 组成一条平滑的曲线. 点 P 从原点 D 出发, 沿这条曲线向右运动, 速度为每秒 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度, 则第 2015 秒时, 点 P 的坐

标是

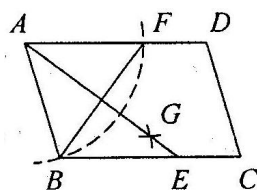
【 】

(A) (2014,0)

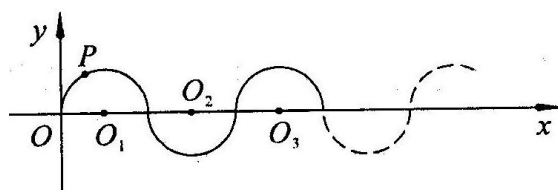
(B) (2015,-1)

(C) (2015,1)

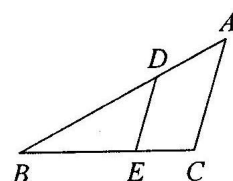
(D) (2016,0)



(第7题)



(第8题)



(第10题)

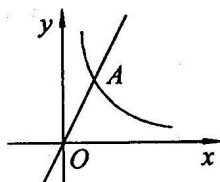
二、填空题 (每小题 3 分, 共 21 分)

9. 计算: $(-3)^0 + 3^{-1} =$ _____.

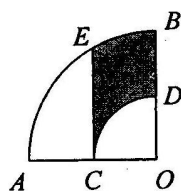
10. 如图, $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在边 AB, BC 上, $DE \parallel AC$. 若 $BD = 4, DA = 2, BE = 3$, 则 $EC =$ _____.

11. 如图, 直线 $y = kx$ 与双曲线 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 交于点 $A(1, a)$, 则 $k =$ _____.

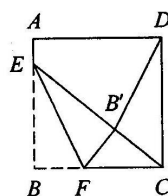
12. 已知点 $A(4, y_1), B(\sqrt{2}, y_2), C(-2, y_3)$ 都在二次函数 $y = (x-2)^2 - 1$ 的图象上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 _____.



(第11题)



(第14题)



(第15题)

13. 现有四张分别标有数字 1, 2, 2, 3 的卡片, 它们除数字外完全相同. 把卡片背面朝上洗匀, 从中随机抽出一张后放回, 再背面朝上洗匀, 从中随机抽出一张, 则两次抽出的卡片所标数字不同的概率是 _____.

14. 如图, 在扇形 AOB 中, $\angle AOB = 90^\circ$, 点 C 为 OA 的中点, $CE \perp OA$ 交 $\widehat{AB}$ 于点 E . 以点 O 为圆心, OC 的长为半径作 $\widehat{CD}$ 交 OB 于点 D . 若 $OA = 2$, 则阴影部分的面积为 _____.

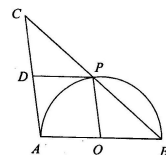
15. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长是 16, 点 E 在边 AB 上, $AE = 3$, 点 F 是边 BC 上不与点 B, C 重合的一个动点, 把 $\triangle EBF$ 沿 EF 折叠, 点 B 落在 B' 处. 若 $\triangle CDB'$ 恰为等腰三角形, 则 DB' 的长为 _____.

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 满分 75 分)

16. (8 分) 先化简, 再求值: $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{2a - 2b} \div (\frac{1}{b} - \frac{1}{a})$, 其中 $a = \sqrt{5} + 1, b = \sqrt{5} - 1$.

17. (9 分) 如图, AB 是半圆 O 的直径, 点 P 是半圆上不与点 A, B 重合的一个动点, 延长 BP 到点 C , 使 $PC = PB$, D 是 AC 的中点, 连接 PD, PO .

(1) 求证: $\triangle CDP \cong \triangle POB$;

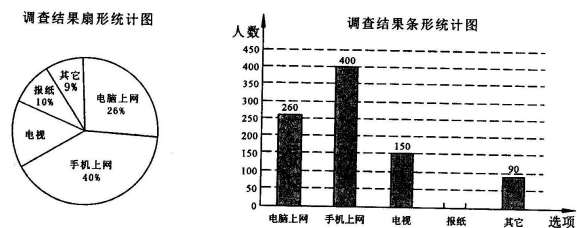


(2) 填空:

①若 $AB = 4$, 则四边形 $AOPD$ 的最大面积为_____;

②连接 OD , 当 $\angle PBA$ 的度数为_____时, 四边形 $BPDO$ 是菱形.

18. (9分) 为了了解市民“获取新闻的最主要途径”, 某市记者开展了一次抽样调查, 根据调查结果绘制了如下尚不完整的统计图.



根据以上信息解答下列问题:

(1) 这次接受调查的市民总人数是_____;

(2) 扇形统计图中, “电视”所对应的圆心角的度数是_____;

(3) 请补全条形统计图;

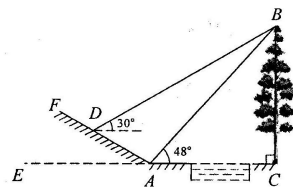
(4) 若该市约有 80 万人, 请你估计其中将“电脑和手机上网”作为“获取新闻的最主要途径”的总人数.

19. (9分) 已知关于 x 的一元二次方程 $(x-3)(x-2) = |m|$.

(1) 求证: 对于任意实数 m , 方程总有两个不相等的实数根;

(2) 若方程的一个根是 1, 求 m 的值及方程的另一个根.

20. (9分) 如图所示, 某数学活动小组选定测量小河对岸大树 BC 的高度, 他们在斜坡上 D 处测得大树顶端 B 的仰角是 30° , 朝大树方向下坡走 6 米到达坡底 A 处, 在 A 处测得大树顶端 B 的仰角是 48° . 若坡角 $\angle FAE = 30^\circ$, 求大树的高度. (结果保留整数, 参考数据: $\sin 48^\circ \approx 0.74$, $\cos 48^\circ \approx 0.67$, $\tan 48^\circ \approx 1.11$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



21. (10分) 某游泳馆普通票价 20 元 / 张, 暑期为了促销, 新推出两种优惠卡:

①金卡售价 600 元 / 张, 每次凭卡不再收费;

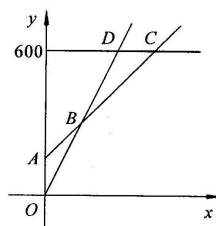
②银卡售价 150 元 / 张, 每次凭卡另收 10 元.

暑期普通票正常出售, 两种优惠卡仅限暑期使用, 不限次数. 设游泳 x 次时, 所需总费用为 y 元.

(1) 分别写出选择银卡、普通票消费时, y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 在同一个坐标系中, 若三种消费方式对应的函数图象如图所示, 请求出点 A , B , C 的坐标;

(3) 请根据函数图象, 直接写出选择哪种消费方式更合算.



22. (10 分) 如图 1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $BC = 2AB = 8$, 点 D, E 分别是边 BC, AC 的中点, 连接 DE . 将 $\triangle EDC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转, 记旋转角为 α

(1) 问题发现

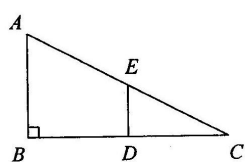
①当 $\alpha = 0^\circ$ 时, $\frac{AE}{BD} =$ _____; ②当 $\alpha = 180^\circ$ 时, $\frac{AE}{BD} =$ _____.

(2) 拓展探究

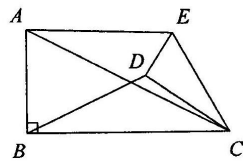
试判断: 当 $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$ 时, $\frac{AE}{BD}$ 的大小有无变化? 请仅就图 2 的情形给出证明.

(3) 问题解决

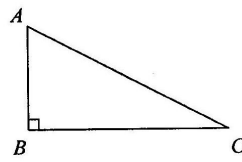
当 $\triangle EDC$ 旋转至 A, D, E 三点共线时, 直接写出线段 BD 的长.



(图 1)



(图 2)



(备用图)

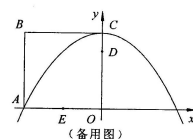
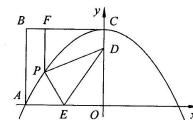
23. (11 分) 如图, 边长为 8 的正方形 $OABC$ 的两边在坐标轴上, 以点 C 为顶点的抛物线经过点 A , 点 P 是抛物线上点 A, C 间的一个动点 (含端点), 过点 P 作 $PF \perp BC$ 于点 F , 点 D, E 的坐标分别为 $(0, 6)$, $(-4, 0)$, 连接 PD, PE, DE .

(1) 请直接写出抛物线的解析式;

(2) 小明探究点 P 的位置发现: 当点 P 与点 A 或点 C 重合时, PD 与 PF 的差为定值. 进而猜想: 对于任意一点 P , PD 与 PF 的差为定值. 请你判断该猜想是否正确, 并说明理由;

(3) 小明进一步探究得出结论: 若将“使 $\triangle PDE$ 的面积为整数”的点 P 记作“好点”, 则存在多个“好点”, 且使 $\triangle PDE$ 的周长最小的点 P 也是一个“好点”.

请直接写出所有“好点”的个数, 并求出 $\triangle PDE$ 周长最小时“好点”的坐标.



(备用图)

2015 年河南省普通高中招生考试

数学试题参考答案及评分标准

说明:

1. 如果考生的解答与本参考答案提供的解法不同, 可根据提供的解法的评分标准精神进行评分.
2. 评阅试卷, 要坚持每题评阅到底, 不能因考生解答中出现错误而中断对本题的评阅. 如果考生的解答在某一步出现错误, 影响后继部分而未改变本题的内容和难度, 视影响的程度决定对后面给分的多少, 但原则上不超过后继部分应得分数之半.
3. 评分标准中, 如无特殊说明, 均为累计给分.
4. 评分过程中, 只给整数分数.

一、选择题 (每小题 3 分, 共 24 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	B	D	A	C	D	C	B

二、填空题 (每小题 3 分, 共 21 分)

题号	9	10	11	12	13	14	15
答案	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	2	$y_3 > y_1 > y_2$	$\frac{5}{8}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{12}$	16 或 $4\sqrt{5}$

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 满分 75 分)

$$\begin{aligned}
 16. \text{ 原式} &= \frac{(a-b)^2}{2(a-b)} \div \frac{a-b}{ab} \cdots\cdots 4 \text{ 分} \\
 &= \frac{a-b}{2} \cdot \frac{ab}{a-b} \cdots\cdots 6 \text{ 分} \\
 &= \frac{ab}{2} \cdots\cdots 6 \text{ 分}
 \end{aligned}$$

$$\text{当 } a = \sqrt{5} + 1, b = \sqrt{5} - 1 \text{ 时, 原式} = \frac{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}{2} = \frac{5-1}{2} = 2 \cdots\cdots 8 \text{ 分}$$

$$\begin{aligned}
 17. (1) &\because D \text{ 是 } AC \text{ 的中点, 且 } PC = PB, \\
 &\therefore DP \parallel AB, DP = \frac{1}{2} AB. \therefore \angle CPD = \angle PBO. \cdots\cdots 3 \text{ 分}
 \end{aligned}$$

$$\therefore OB = \frac{1}{2} AB, \therefore DP = OB. \therefore \triangle DPU \cong \triangle POB. \cdots\cdots 5 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ ① } 4; \cdots\cdots 7 \text{ 分}$$

$$\text{② } 60. (\text{注: 若填为 } 60, \text{ 不扣分}) \cdots\cdots 9 \text{ 分}$$

$$18. (1) 1000; \cdots\cdots 2 \text{ 分}$$

$$(2) 54. (\text{注: 若填为 } 54, \text{ 不扣分}) \cdots\cdots 4 \text{ 分}$$

$$(3) (\text{按人数为 } 100 \text{ 正确补全条形图}); \cdots\cdots 6 \text{ 分}$$

$$(4) 80 \times (26\% + 40\%) = 80 \times 66\% = 52.8 \text{ (万人)}.$$

所以估计该市将“电脑和手机上网”作为“获取新闻最主要途径”的总人数约为 52.8 万人. $\cdots\cdots 9 \text{ 分}$

$$19. (1) \text{ 原方程可化为 } x^2 - 5x + 6 - |m| = 0. \cdots\cdots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore \Delta = (-5)^2 - 4 \times 1 \times (6 - |m|) = 25 - 24 + 4|m| = 1 + 4|m|. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\because |m| \geq 0, \therefore 1 + 4|m| > 0.$$

$\therefore$ 对于任意实数 m , 方程总有两个不相等的实数根. $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

$$(2) \text{ 把 } x=1 \text{ 代入原方程, 得 } |m| = 2. \therefore m = \pm 2. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{把 } |m| = 2 \text{ 代入原方程, 得 } x^2 - 5x + 4 = 0. \therefore x_1 = 1, x_2 = 4.$$

$$\therefore m \text{ 的值为 } \pm 2, \text{ 方程的另一个根是 } 4. \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

20. 延长 BD 交 AE 于点 G , 过点 D 作 $DH \perp AE$ 于点 H .

由题意知: $\angle DAE = \angle BGA = 30^\circ$, $DA = 6$, $\therefore GD = DA = 6$.

$$\therefore GH = AH = DA \cdot \cos 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \therefore GA = 6\sqrt{3}. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{设 } BC \text{ 的长为 } x \text{ 米, 在 Rt}\triangle GBC \text{ 中, } GC = \frac{BC}{\tan \angle BAC} = \frac{x}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}x \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中, } AC = \frac{BC}{\tan \angle AC} = \frac{x}{\tan 48^\circ} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\because GC - AC = GA, \therefore \sqrt{3}x - \frac{x}{\tan 48^\circ} = 6\sqrt{3} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore x \approx 13. \text{ 即大树的高度约为 } 13 \text{ 米.} \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$21. (1) \text{ 银卡: } y = 10x + 150; \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{普通票: } y = 20x. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 把 } x=0 \text{ 代入 } y = 10x + 150, \text{ 得 } y = 150. \therefore A(0, 150). \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{由题意知 } \begin{cases} y = 20x \\ y = 10x + 150 \end{cases} \therefore \begin{cases} x = 15 \\ y = 300 \end{cases} \therefore B(15, 300) \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{把 } y = 600 \text{ 代入 } y = 10x + 150, \text{ 得 } x = 45. \therefore C(45, 600). \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(3) 当 $0 < x < 15$ 时, 选择购买普通票更合算; (注: 若写为 $0 \leq x < 15$, 不扣分)

当 $x = 15$ 时, 选择购买银卡、普通票的总费用相同, 均比金卡合算;

当 $15 < x < 45$ 时, 选择购买银卡更合算;

当 $x = 45$ 时, 选择购买金卡、银卡的总费用相同, 均比普通票合算;

当 $x > 45$ 时, 选择购买金卡更合算. $\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

$$22. (1) \textcircled{1} \frac{\sqrt{5}}{2}; \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\textcircled{2} \frac{\sqrt{5}}{2}. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) 无变化. (注: 若无判断, 但后续证明正确, 不扣分) $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

$$\text{在图 1 中, } \because DE \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的中位线, } \therefore DE \parallel AB. \therefore \frac{CE}{CA} = \frac{CD}{CB}, \angle EDC = \angle B = 90^\circ.$$

$$\text{如图 2, } \because \triangle EDC \text{ 在旋转过程中形状大小不变, } \therefore \frac{CE}{CA} = \frac{CD}{CB} \text{ 仍然成立.} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{又 } \because \angle ACE = \angle BCD = \alpha,$$

$$\therefore \triangle ACE \sim \triangle BCD, \therefore \frac{AE}{BD} = \frac{AC}{BC} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中, } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}.$$

$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{4\sqrt{5}}{8} = \frac{\sqrt{5}}{2}, \therefore \frac{AE}{BD} = \frac{\sqrt{5}}{2} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$(3) 4\sqrt{5} \text{ 或 } \frac{12\sqrt{5}}{5} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

【提示】当 $\triangle EDC$ 在 BC 上方, 且 A, D, E 三点共线时, 四边形 $ABCD$ 为矩形, $\therefore BD = AC = 4\sqrt{5}$; 当 $\triangle EDC$ 在 BC 下方, 且 A, E, D 三点共线时, $\triangle ADC$ 为直角三角形, 由勾股定理可求得 $AD = 8$, $\therefore AE$

$$= 6, \text{ 根据 } \frac{AE}{BD} = \frac{\sqrt{5}}{2}, \text{ 可求得 } BD = \frac{12\sqrt{5}}{5}$$

$$23. (1) \text{ 抛物线解析式为 } y = -\frac{1}{8}x^2 + 8. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 正确, 理由:

$$\text{设 } P(x, -\frac{1}{8}x^2 + 8), \text{ 则 } PF = 8 - (-\frac{1}{8}x^2 + 8) = \frac{1}{8}x^2. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

过点 P 作 $PM \perp y$ 轴于点 M , 则

$$PD^2 = PM^2 + DM^2 = (-x^2) + [6 - (-\frac{1}{8}x^2 + 8)]^2 = \frac{1}{64}x^2 + \frac{1}{2}x^2 + 4 = (\frac{1}{8}x^2 + 2)^2$$

$$\therefore PD = \frac{1}{8}x^2 + 2 \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore PD - PF = \frac{1}{8}x^2 + 2 - \frac{1}{8}x^2 = 2 \therefore \text{猜想正确, } \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

(3) “好点”共有 11 个; $\dots\dots\dots 9 \text{ 分}$

在点 P 运动时, DE 大小不变, $\therefore PE$ 与 PD 的和最小时, $\triangle PDE$ 的周长最小.

$$\therefore PD - PF = 2, \therefore PD = PF + 2. \therefore PE + PD = PE + PF + 2.$$

当 P, E, F 三点共线时, $PE + PF$ 最小.

此时点 P, E 的横坐标都为 -4 .

$$\text{将 } x = -4 \text{ 代入 } y = \frac{1}{8}x^2 + 8, \text{ 得 } y = 6.$$

$\therefore P(-4, 6)$, 此时 $\triangle PDE$ 的周长最小, 且 $\triangle PDE$ 的面积为 12, 点 P 恰为“好点”,

$\therefore \triangle PDE$ 的周长最小时“好点”的坐标为 $(-4, 6)$. $\dots\dots\dots 11 \text{ 分}$

$$\text{【提示】} \triangle PDE \text{ 的面积 } S = -\frac{1}{4}x^2 - 3x + 4 = -\frac{1}{4}(x + 6)^2 + 13. \text{ 由 } -8 \leq x \leq 0, \text{ 知 } 4 \leq S \leq 13,$$

所以 S 的整数值有 10 个, 由函数图象知, 当 $S = 12$ 时, 对应的“好点”有 2 个. 所以“好点”共有 11 个.