

2013 年河南省初中学业水平暨高级中等学校招生考试试卷

数 学

注意事项:

1. 本试卷分试题卷和答题卡两部分。试题卷共 4 页, 三个大题, 满分 120 分, 考试时间 100 分钟.

2. 试题卷上不要答题, 请用 0.5 毫米黑色签字水笔直接把答案写在答题卡上, 答在试题卷上的答案无效.

3. 答题前, 考生务必将本人姓名、准考证号填写在答题卡第一面的指定位置上.

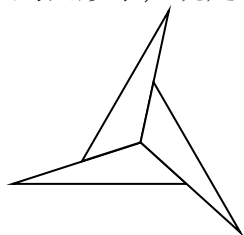
参考公式: 二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 图象的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$.

一、选择题 (每小题 3 分, 共 24 分) 下列各小题均有四个答案, 其中只有一个是正确的.

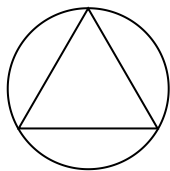
1. -2 的相反数是

- A. 2 B. $-|-2|$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

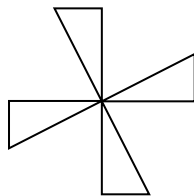
2. 下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是



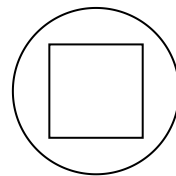
A



B



C



D

3. 方程 $(x-2)(x+3)=0$ 的解是

- A. $x=2$ B. $x=-3$ C. $x_1=-2, x_2=3$ D. $x_1=2, x_2=-3$

4. 在一次体育测试中, 小芳所在小组 8 人的成绩分别是: 46, 47, 48, 48, 49, 49, 49, 50. 则这 8 人体育成绩的中位数是

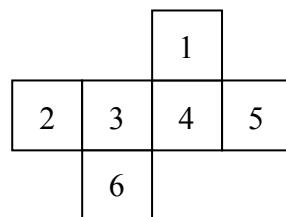
- A. 47 B. 48 C. 48.5 D. 49

5. 如图是正方体的一种展开图, 其每个面上都标有一个数字, 那么在原正方体中, 与数字“2”相对的面上的数字是

- A. 1 B. 4 C. 5 D. 6

6. 不等式组 $\begin{cases} x \leq 2 \\ x+2 > 1 \end{cases}$ 的最小整数解为

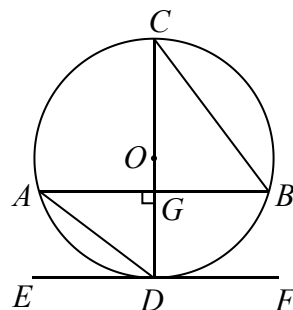
- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2



第 5 题

7. 如图, CD 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $AB \perp CD$ 于点 G , 直线 EF 与 $\odot O$ 相切于点 D , 则下列结论中不一定正确的是

A. $AG=BG$ B. $AB \parallel EF$
C. $AD \parallel BC$ D. $\angle ABC = \angle ADC$



第 7 题

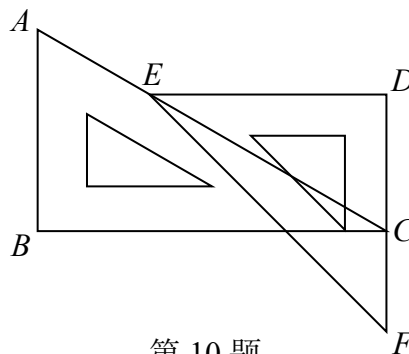
8. 在二次函数 $y = -x^2 + 2x + 1$ 的图象中, 若 y 随 x 的增大而增大, 则 x 的取值范围是

A. $x < 1$ B. $x > 1$ C. $x < -1$ D. $x > -1$

二、填空题 (每小题 3 分, 共 21 分)

9. 计算: $|-3| - \sqrt{4} =$ _____.

10. 将一副直角三角板 ABC 和 EDF 如图放置 (其中 $\angle A = 60^\circ$, $\angle F = 45^\circ$), 使点 E 落在 AC 边上, 且 $ED \parallel BC$, 则 $\angle CEF$ 的度数为_____.



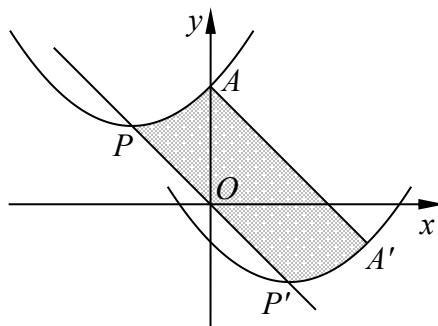
第 10 题

11. 化简: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x(x-1)} =$ _____.

12. 已知扇形的半径为 4 cm, 圆心角为 120° , 则此扇形的弧长是_____cm.

13. 现有四张完全相同的卡片, 上面分别标有数字 -1, -2, 3, 4. 把卡片背面朝上洗匀, 然后从中随机抽取两张, 则这两张卡片上的数字之积为负数的概率是_____.

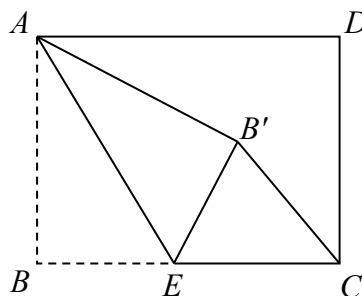
14. 如图, 抛物线的顶点为 $P(-2, 2)$, 与 y 轴交于点 $A(0, 3)$. 若平移该抛物线使其顶点 P 沿直线移动到点 $P'(2, -2)$, 点 A 的对应点为 A' , 则抛物线上 PA 段扫过的区域



第 14 题

(阴影部分) 的面积为_____.

15. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $BC=4$, 点 E 是 BC 边上一点, 连接 AE , 把 $\angle B$ 沿 AE 折叠, 使点 B 落在点 B' 处, 当 $\triangle CEB'$ 为直角三角形时, BE 的长为_____.



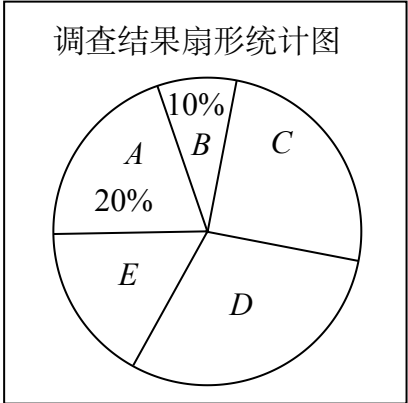
第 15 题

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 满分 75 分)

16. (8 分) 先化简, 再求值: $(x+2)^2 + (2x+1)(2x-1) - 4x(x+1)$, 其中 $x = -\sqrt{2}$.

17. (9 分) 从 2013 年 1 月 7 日起, 中国中东部大部分地区持续出现雾霾天气. 某市记者为了了解“雾霾天气的主要成因”, 随机调查了该市部分市民, 并对调查结果进行整理, 绘制了如下尚不完整的统计图表.

组别	观点	频数(人数)
<i>A</i>	大气气压低, 空气不流动	80
<i>B</i>	地面灰尘大, 空气湿度低	m
<i>C</i>	汽车尾部排放	n
<i>D</i>	工厂造成污染	120
<i>E</i>	其他	60



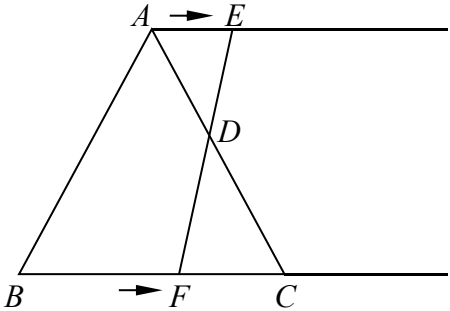
请根据图表中提供的信息解答下列问题;

- (1) 填空: $m=$ _____, $n=$ _____, 扇形统计图中 *E* 组所占的百分比为_____%.
 (2) 若该市人口约有 100 万人, 请你估计其中持 *D* 组“观点”的市民人数;

- (3) 若在这次接受调查的市民中, 随机抽查一人, 则此人持 *C* 组“观点”的概率是多少?

18. (9 分) 如图, 在等边三角形 ABC 中, $BC=6\text{cm}$. 射线 $AG\parallel BC$, 点 E 从点 A 出发沿射线 AG 以 1cm/s 的速度运动, 同时点 F 从点 B 出发沿射线 BC 以 2cm/s 的速度运动, 设运动时间为 $t(\text{s})$.

- (1) 连接 EF , 当 EF 经过 AC 边的中点 D 时, 求证: $\triangle ADE \cong \triangle CDF$;

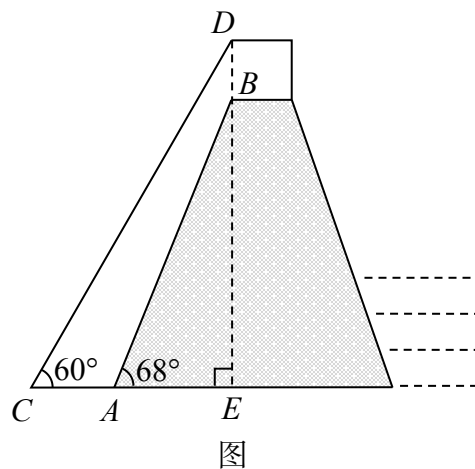


(2) 填空: ①当 t 为 _____ s 时, 四边形 $ACFE$ 是菱形;

②当 t 为 _____ s 时, 以 A 、 F 、 C 、 E 为顶点的四边形是直角梯形.

19. (9 分) 我国南水北调中线工程的起点是丹江口水库, 按照工程计划, 需对原水库大坝进行混凝土培厚加高, 使坝高由原来的 162 米增加到 176.6 米, 以抬高蓄水位. 如图是某一段坝体加高工程的截面示意图, 其中原坝体的高为 BE , 背水坡坡角 $\angle BAE=68^\circ$, 新坝体的高为 DE , 背水坡坡角 $\angle DCE=60^\circ$. 求工程完工后背水坡底端水平方向增加的宽度 AC (结果精确到 0.1 米.

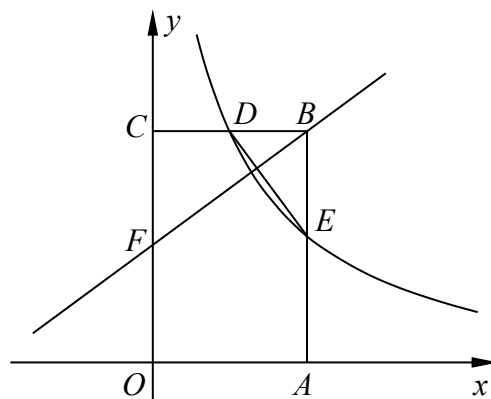
参考数据: $\sin 68^\circ \approx 0.93$, $\cos 68^\circ \approx 0.37$, $\tan 68^\circ \approx 2.50$, $\sqrt{3} \approx 1.73$).



20. (9 分) 如图, 矩形 $OABC$ 的顶点 A 、 C 分别在 x 轴和 y 轴上, 点 B 的坐标为 $(2, 3)$. 双曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过 BC 的中点 D , 且与 AB 交于点 E , 连接 DE .

(1) 求 k 的值及点 E 的坐标;

(2) 若点 F 是 OC 边上一点, 且 $\triangle FBC \sim \triangle DEB$, 求直线 FB 的解析式.



第 20 题

21. (10 分) 某文具商店销售功能相同的 A 、 B 两种品牌的计算器，购买 2 个 A 品牌和 3 个 B 品牌的计算器共需 156 元；购买 3 个 A 品牌和 1 个 B 品牌的计算器共需 122 元.

(1) 求这两种品牌计算器的价格；

(2) 学校毕业前夕，该商店对这两种计算器开展了促销活动，具体办法如下： A 品牌计算器按原价的八折销售， B 品牌计算器 5 个以上超出部分按原价的七折销售. 设购买 x 个 A 品牌的计算器需要 y_1 元，购买 x 个 B 品牌的计算器需要 y_2 元，分别求出 y_1 、 y_2 关于 x 的函数关系式；

(3) 小明准备联系一部分同学集体购买同一品牌的计算器，若购买计算器的数量超过 5 个，购买哪种品牌的计算器更合算？请说明理由.

22. (10 分) 如图 1，将两个完全相同的三角形纸片 ABC 和 DEC 重合放置，其中 $\angle C=90^\circ$ ， $\angle B=\angle E=30^\circ$.

(1) 操作发现

如图 2，固定 $\triangle ABC$ ，使 $\triangle DEC$ 绕点 C 旋转，当点 D 恰好落在 AB 边上时，填空：

① 线段 DE 与 AC 的位置关系是_____；

② 设 $\triangle BDC$ 的面积为 S_1 ， $\triangle AEC$ 的面积为 S_2 ，则 S_1 与 S_2 的数量关系是_____.

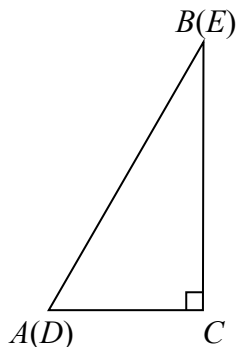


图 1

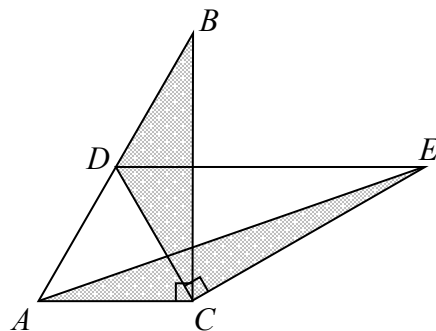


图 2

(2) 猜想论证

当 $\triangle DEC$ 绕点 C 旋转到图3所示的位置时, 小明猜想(1)中 S_1 与 S_2 的数量关系仍然成立, 并尝试分别作出了 $\triangle BDC$ 和 $\triangle AEC$ 中 BC 、 CE 边上的高, 请你证明小明的猜想.

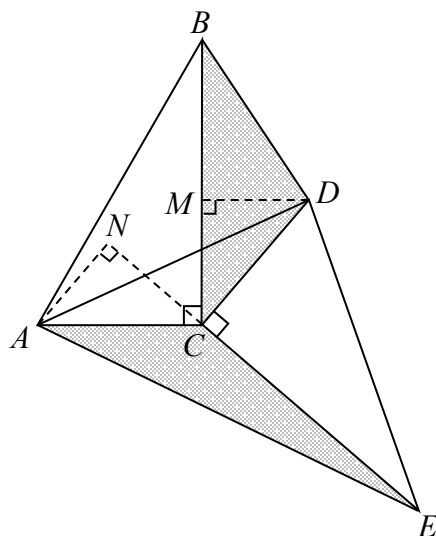


图 3

(3) 拓展探究

已知 $\angle ABC=60^\circ$, 点 D 是其角平分线上一点, $BD=CD=4$, $DE\parallel AB$ 交 BC 于点 E (如图4). 若在射线 BA 上存在点 F , 使 $S_{\triangle DCF}=S_{\triangle BDE}$, 请直接写出相应的 BF 的长.

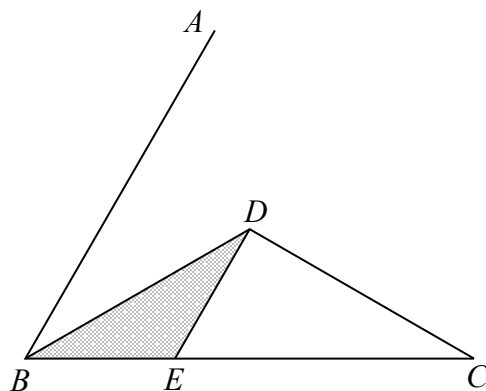


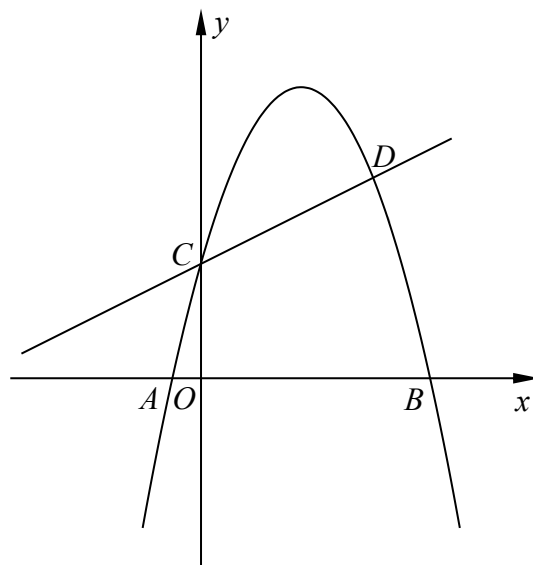
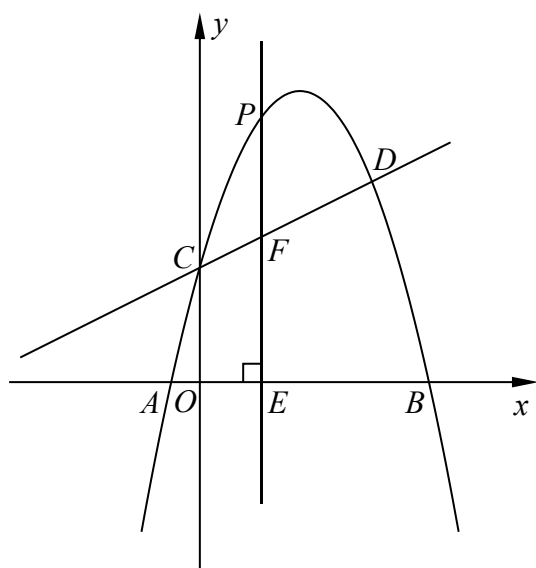
图 4

23. (11 分) 如图, 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与直线 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 交于 C 、 D 两点, 其中点 C 在 y 轴上, 点 D 的坐标为 $(3, \frac{7}{2})$. 点 P 是 y 轴右侧的抛物线上一动点, 过点 P 作 $PE \perp x$ 轴于点 E , 交 CD 于点 F .

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 若点 P 的横坐标为 m , 当 m 为何值时, 以 O 、 C 、 P 、 F 为顶点的四边形是平行四边形? 请说明理由.

(3) 若存在点 P , 使 $\angle PCF = 45^\circ$, 请直接写出相应的点 P 的坐标.



备用图

参考答案

一、选择题（每小题3分，共24分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	D	D	C	B	B	C	A

二、填空题（每小题3分，共21分）

题号	9	10	11	12	13	14	15
答案	1	15	$\frac{1}{x-1}$	$\frac{8}{3}\pi$	$\frac{2}{3}$	12	$\frac{3}{2}$ 或3

（注：若第10题填为 15° ，不扣分）

三、解答题（本大题共8个小题，满分75分）

16. 原式 $=x^2+4x+4+4x^2-1-4x^2-4x$ 4分
 $=x^2+3$6分

$\therefore$ 当 $x=-\sqrt{2}$ 时，原式 $=(-\sqrt{2})^2+3=5$8分

17. (1) 40, 100, 15;3分

(2) 持D组“观点”的市民人数约为 $100 \times \frac{120}{80+40+100+120+60} = 30$ (万人); ...6分

(3) 持C组“观点”的概率为 $\frac{100}{400} = \frac{1}{4}$9分

18. (1) $\because D$ 为 AC 中点, $\therefore AD=DC$1分

$\because AG \parallel BC$, $\therefore \angle EAC = \angle ACF$, $\angle AEF = \angle EFC$.

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDF$5分

(2) ①6;7分

② $\frac{3}{2}$9分

19. 在 $\text{Rt}\triangle BAE$ 中, $\angle BAE = 68^\circ$, $BE = 162$ 米,

$$\therefore AE = \frac{BE}{\tan \angle BAE} \approx \frac{162}{2.50} = 64.80 \text{ (米)}; \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

在 $\text{Rt}\triangle DCE$ 中, $\angle DCE = 60^\circ$, $DE = 176.6$ 米,

$$\therefore CE = \frac{DE}{\tan \angle DCE} = \frac{176.6}{\sqrt{3}} \approx 102.08 \text{ (米)}; \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore AC = CE - AE \approx 102.08 - 64.80 = 37.28 \approx 37.3 \text{ (米)}.$$

即工程完工后背水坡底端水平方向增加的宽度 AC 约为 37.3 米. $\dots\dots\dots 9 \text{ 分}$

【说明: AC 的计算结果在 37.0 至 37.6 之间均可】

20. (1) 在矩形 $OABC$ 中,

$\because B$ 点坐标为 $(2, 3)$, $\therefore BC$ 边中点 D 的坐标为 $(1, 3)$.

又 $\because$ 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 经过点 $D(1, 3)$,

$$\therefore 3 = \frac{k}{1}, \therefore k = 3. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$\because E$ 点在 AB 上, $\therefore E$ 点的横坐标为 2.

又 $\because y = \frac{3}{x}$ 经过点 E ,

$$\therefore E \text{ 点纵坐标为 } \frac{3}{2}.$$

$$\therefore E \text{ 点坐标为 } (2, \frac{3}{2}). \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 由 (1) 得 $BD = 1$, $BE = \frac{3}{2}$, $CB = 2$.

$$\because \triangle FBC \sim \triangle DEB, \therefore \frac{BD}{CF} = \frac{BE}{CB}, \text{ 即 } \frac{1}{CF} = \frac{\frac{3}{2}}{2}.$$

$$\therefore CF = \frac{4}{3}. \therefore OF = \frac{5}{3}, \text{ 即点 } F \text{ 的坐标为 } (0, \frac{5}{3}). \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

设直线 FB 的解析式为 $y = k_1x + b$, 而直线 FB 经过 $B(2, 3)$, $F(0, \frac{5}{3})$,

$$\therefore \begin{cases} 3 = 2k_1 + b, \\ \frac{5}{3} = b. \end{cases} \therefore k_1 = \frac{2}{3}, b = \frac{5}{3}.$$

$$\therefore \text{直线 } FB \text{ 的解析式为 } y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}. \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

21. (1) 设 A 品牌计算器的单价为 x 元, B 品牌计算器的单价为 y 元. 则有

$$\begin{cases} 2x+3y=156, \\ 3x+y=122. \end{cases} \therefore \begin{cases} x=30, \\ y=32. \end{cases}$$

即 A、B 两种品牌计算器的单价分别为 30 元和 32 元.4 分

(2) 根据题意得: $y_1 = 0.8 \times 30x$, 即 $y_1 = 24x$5 分

当 $0 \leq x \leq 5$ 时, $y_2 = 32x$;6 分

当 $x > 5$ 时, $y_2 = 32 \times 5 + 32(x-5) \times 0.7$, 即 $y_2 = 22.4x + 48$7 分

【说明: 若把“ $0 \leq x \leq 5$ ”写为“ $x \leq 5$ ”, 不扣分】

(3) 当购买数量超过 5 个时, $y_2 = 22.4x + 48$.

① 当 $y_1 < y_2$ 时, $24x < 22.4x + 48$, $\therefore x < 30$.

即当购买数量超过 5 个而不足 30 个时, 购买 A 品牌的计算器更合算;8 分

② 当 $y_1 = y_2$ 时, $24x = 22.4x + 48$, $\therefore x = 30$.

即当购买数量为 30 个时, 购买 A 品牌与 B 品牌的计算器花费相同;9 分

③ 当 $y_1 > y_2$ 时, $24x > 22.4x + 48$, $\therefore x > 30$.

即当购买数量超过 30 个时, 购买 B 品牌的计算器更合算.10 分

22. (1) ① $DE \parallel AC$; ② $S_1 = S_2$2 分

(2) 证明: $\because \angle DCE = \angle ACB = 90^\circ$, $\therefore \angle DCM + \angle ACE = 180^\circ$.

又 $\because \angle ACN + \angle ACE = 180^\circ$, $\therefore \angle ACN = \angle DCM$4 分

又 $\because \angle CNA = \angle CMD = 90^\circ$, $AC = CD$,

$\therefore \triangle ANC \cong \triangle DMC$6 分

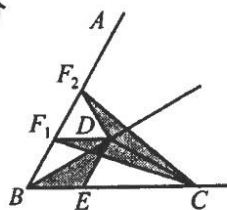
$\therefore AN = DM$.

又 $\because CE = CB$, $\therefore S_1 = S_2$8 分

(3) $\frac{4}{3}\sqrt{3}$ 或 $\frac{8}{3}\sqrt{3}$10 分

【提示】如图所示, 作 $DF_1 \parallel BC$ 交 BA 于点 F_1 ;

作 $DF_2 \perp BD$ 交 BA 于点 F_2 . BF_1 、 BF_2 即为所求.



23. (1) $\because$ 直线 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 经过点 C , $\therefore C(0, 2)$.

$\because$ 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 $C(0, 2)$ 和 $D(3, \frac{7}{2})$,

$$\therefore \begin{cases} 2 = c, \\ \frac{7}{2} = -3^2 + 3b + c. \end{cases} \therefore \begin{cases} c = 2, \\ b = \frac{7}{2}. \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = -x^2 + \frac{7}{2}x + 2$3 分

(2) $\because P$ 点横坐标为 m ,

$$\therefore P(m, -m^2 + \frac{7}{2}m + 2), F(m, \frac{1}{2}m + 2).$$

$\because PF \parallel CO$, $\therefore$ 当 $PF = CO$ 时, 以 O, C, P, F 为顶点的四边形为平行四边形.

① 当 $0 < m < 3$ 时, $PF = -m^2 + \frac{7}{2}m + 2 - (\frac{1}{2}m + 2) = -m^2 + 3m$.

$$\therefore -m^2 + 3m = 2, \text{ 解得: } m_1 = 1, m_2 = 2.$$

即当 $m = 1$ 或 2 时, 四边形 $OCPF$ 是平行四边形;7 分

② 当 $m \geq 3$ 时, $PF = (\frac{1}{2}m + 2) - (-m^2 + \frac{7}{2}m + 2) = m^2 - 3m$.

$$\therefore m^2 - 3m = 2, \text{ 解得: } m_1 = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}, m_2 = \frac{3 - \sqrt{17}}{2} \text{ (舍去)}.$$

即当 $m = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}$ 时, 四边形 $OCPF$ 是平行四边形.9 分

(3) 点 P 的坐标为 $P_1(\frac{1}{2}, \frac{7}{2}), P_2(\frac{23}{6}, \frac{13}{18})$11 分

【提示】如图, 当点 P 在 CD 上方且 $\angle PCF = 45^\circ$ 时, 作 $PM \perp CD$, $CN \perp PF$, 则

$$\triangle PMF \sim \triangle CNF, \text{ 从而 } \frac{PM}{MF} = \frac{CN}{FN} = \frac{m}{\frac{1}{m}} = 2.$$

$$\therefore PM = CM = 2CF.$$

$$\therefore PF = \sqrt{5} FM = \sqrt{5} CF = \sqrt{5} \times \frac{\sqrt{5}}{2} CN = \frac{5}{2} CN = \frac{5}{2} m.$$

$$\text{又 } \because PF = -m^2 + 3m.$$

$$\therefore -m^2 + 3m = \frac{5}{2} m.$$

$$\text{解得: } m_1 = \frac{1}{2}, m_2 = 0 \text{ (舍去)}, \therefore P(\frac{1}{2}, \frac{7}{2}).$$

同理可得, 另一点为 $P(\frac{23}{6}, \frac{13}{18})$.

