

2009 年河南省初中学业水平暨高级中等学校招生考试试卷

数 学

注意事项:

1. 本试卷共 8 页, 三大题, 满分 120 分, 考试时间 100 分钟。请用钢笔或圆珠笔直接答在试卷上。

2. 答卷前将密封线内的项目填写清楚。

题号	一	二	三								总分
	1~6	7~15	16	17	18	19	20	21	22	23	
分数											

得分	评卷人

一、选择题 (每小题 3 分, 共 18 分)

下列各小题均有四个答案, 其中只有一个是正确的, 将正确答案的代号字母填入题后括号内。

1. -5 的相反数是

【 】

(A) $\frac{1}{5}$

(B) $-\frac{1}{5}$

(C) -5

(D) 5

2. 不等式 $-2x < 4$ 的解集是

【 】

(A) $x > -2$

(B) $x < -2$

(C) $x > 2$

(D) $x < 2$

3. 下列调查适合普查的是

【 】

(A) 调查 2009 年 6 月份市场上某品牌饮料的质量

(B) 了解中央电视台直播北京奥运会开幕式的全国收视率情况

(C) 环保部门调查 5 月份黄河某段水域的水质量情况

(D) 了解全班同学本周末参加社区活动的时间

4. 方程 $x^2 = x$ 的解是

【 】

(A) $x=1$

(B) $x=0$

(C) $x_1=1$ $x_2=0$

(D) $x_1=-1$ $x_2=0$

5. 如图所示, 在平面直角坐标系中, 点 A、B 的坐标分别为 $(-2, 0)$ 和 $(2, 0)$. 月牙①绕点 B 顺时针旋转 90° 得到月牙②, 则点 A 的对应点 A' 的坐标为

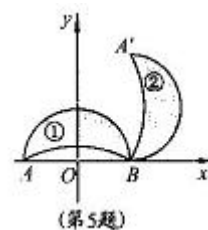
【 】

(A) $(2, 2)$

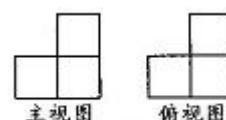
(B) $(2, 4)$

(C) $(4, 2)$

(D) $(1, 2)$



(第5题)



(第6题)

6.一个几何体由一些大小相同的小正方体组成,如图是它的主视图和俯视图,那么组成该几何体所需小正方体的个数最少为

【 】

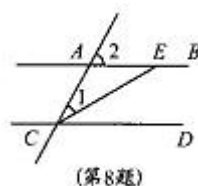
- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

得分	评卷人

二、填空题 (每小题 3 分, 共 27 分)

7. 16 的平方根是_____.

8. 如图, $AB \parallel CD$, CE 平分 $\angle ACD$, 若 $\angle 1 = 25^\circ$, 那么 $\angle 2$ 的度数是_____.

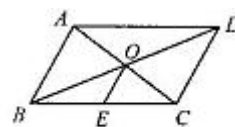


(第8题)

9. 下图是一个简单的运算程序. 若输入 X 的值为 -2 , 则输出的数值为_____.

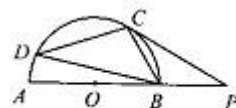


10. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, AC 与 BD 交于点 O , 点 E 是 BC 边的中点, $OE = 1$, 则 AB 的长是_____.



(第10题)

11. 如图, AB 为半圆 O 的直径, 延长 AB 到点 P , 使 $BP = \frac{1}{2}AB$, PC 切半圆 O 于点 C , 点 D 是 $\widehat{AC}$ 上和点 C 不重合的一点, 则 $\angle D$ 的度数为_____.

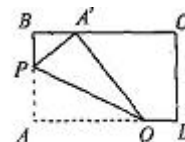


(第11题)

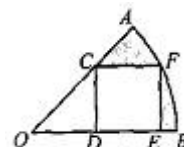
12. 点 $A(2, 1)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像上, 当 $1 < x < 4$ 时, y 的取值范围是_____.

13. 在一个不透明的袋子中有 2 个黑球、3 个白球, 它们除颜色外其他均相同. 充分摇匀后, 先摸出 1 个球不放回, 再摸出 1 个球, 那么两个球都是黑球的概率为_____.

14. 动手操作: 在矩形纸片 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $AD = 5$. 如图所示, 折叠纸片, 使点 A 落在 BC 边上的 A' 处, 折痕为 PQ , 当点 A' 在 BC 边上移动时, 折痕的端点 P 、 Q 也随之移动. 若限定点 P 、 Q 分别在 AB 、 AD 边上移动, 则点 A' 在 BC 边上可移动的最大距离为_____.



(第14题)



(第15题)

15.如图，在半径为 $\sqrt{5}$ ，圆心角等于 45° 的扇形 AOB 内部作一个正方形 $CDEF$ ，使点 C 在 OA 上，点 D 、 E 在 OB 上，点 F 在 $\widehat{AB}$ 上，则阴影部分的面积为（结果保留 π ）_____.

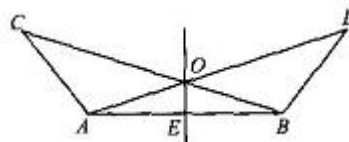
三、解答题（本大题 8 个小题，共 75 分）

得分	评卷人

16. (8 分) 先化简 $(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}) \div \frac{x}{2x^2-2}$ ，然后从 $\sqrt{2}, 1, -1$ 中选取一个你认为合适的数作为 x 的值代入求值.

得分	评卷人

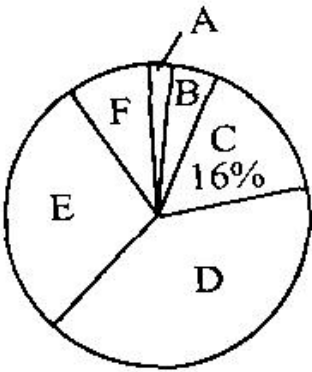
17. (9 分) 如图所示， $\angle BAC = \angle ABD, AC = BD$ ，点 O 是 AD 、 BC 的交点，点 E 是 AB 的中点.试判断 OE 和 AB 的位置关系,并给出证明.



得分	评卷人

18.(9 分)2008 年北京奥运会后，同学们参与体育锻炼的热情高涨.为了解他们平均每周的锻炼时间，小明同学在校内随机调查了 50 名同学，统计并制作了如下的频数分布表和扇形统计图.

组别	锻炼时间(时/周)	频数
A	$1.5 \leq t < 3$	1
B	$3 \leq t < 4.5$	2
C	$4.5 \leq t < 6$	m
D	$6 \leq t < 7.5$	20
E	$7.5 \leq t < 9$	15
F	$t \geq 9$	n



根据上述信息解答下列问题:

- (1) $m=$ _____, $n=$ _____;
- (2)在扇形统计图中，D 组所占圆心角的度数为_____;
- (3)全校共有 3000 名学生，估计该校平均每周体育锻炼时间不少于 6 小时的学生约有多少名?

得分	评卷人

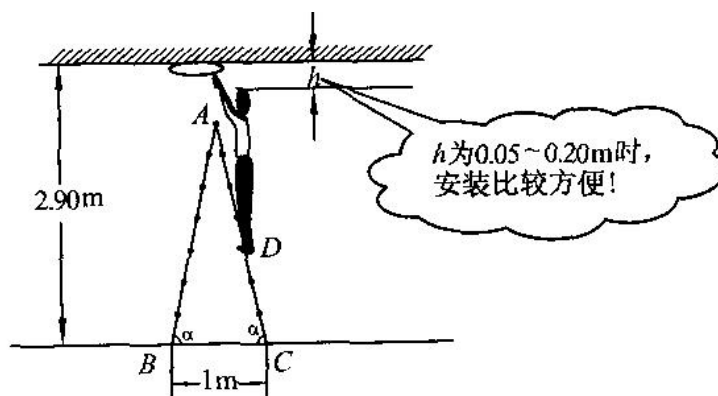
19.(9 分)暑假期间，小明和父母一起开车到距家 200 千米的景点旅游.出发前，汽车油箱内储油 45 升；当行驶 150 千米时，发现油箱剩余油量为 30 升.

- (1)已知油箱内余油量 y (升)是行驶路程 x (千米)的一次函数，求 y 与 x 的函数关系式；
- (2)当油箱中余油量少于 3 升时，汽车将自动报警.如果往返途中不加油，他们能否在汽车报警前回到家?请说明理由.

得分	评卷人

20.(9 分)如图所示, 电工李师傅借助梯子安装天花板上距地面 2.90m 的顶灯. 已知梯子由两个相同的矩形面组成, 每个矩形面的长都被六条踏板七等分, 使用时梯脚的固定跨度为 1m. 矩形面与地面所成的角 α 为 78° . 李师傅的身高为 1.78m, 当他攀升到头顶距天花板 0.05~0.20m 时, 安装起来比较方便. 他现在竖直站立在梯子的第三级踏板上, 请你通过计算判断他安装是否比较方便?

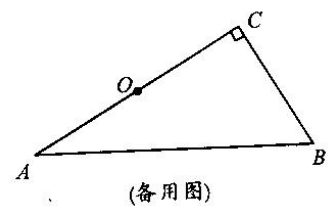
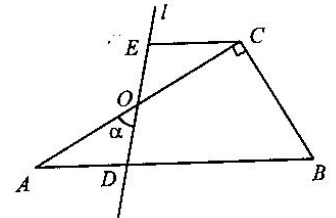
(参考数据: $\sin 78^\circ \approx 0.98$, $\cos 78^\circ \approx 0.21$, $\tan 78^\circ \approx 4.70$.)



得分	评卷人
----	-----

--	--

21. (10 分)如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle B=60^\circ$, $BC=2$. 点 O 是 AC 的中点, 过点 O 的直线 l 从与 AC 重合的位置开始, 绕点 O 作逆时针旋转, 交 AB 边于点 D . 过点 C 作 $CE\parallel AB$ 交直线 l 于点 E , 设直线 l 的旋转角为 α .
- (1)①当 $\alpha =$ _____ 度时, 四边形 $EDBC$ 是等腰梯形, 此时 AD 的长为 _____;
- ②当 $\alpha =$ _____ 度时, 四边形 $EDBC$ 是直角梯形, 此时 AD 的长为 _____;
- (2)当 $\alpha = 90^\circ$ 时, 判断四边形 $EDBC$ 是否为菱形, 并说明理由.



得分	评卷人

22. (10 分)某家电商场计划用 32400 元购进“家电下乡”指定产品中的电视机、冰箱、洗衣机共 15 台. 三种家电的进价和售价如下表所示:

种 类 \ 价 格	进价(元/台)	售价(元/台)
电视机	2000	2100
冰箱	2400	2500
洗衣机	1600	1700

- (1)在不超出现有资金的前提下, 若购进电视机的数量和冰箱的数量相同, 洗衣机数量不大于电视机数量的一半, 商场有哪几种进货方案?
- (2)国家规定: 农民购买家电后, 可根据商场售价的 13% 领取补贴. 在(1)的条件下, 如果这 15 台家电全部销售给农民, 国家财政最多需补贴农民多少元?

得分	评卷人

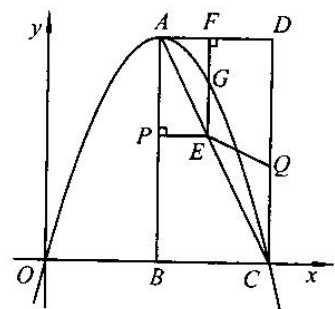
23. (11 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知矩形 $ABCD$ 的三个顶点 $B(4, 0)$ 、 $C(8, 0)$ 、 $D(8, 8)$. 抛物线 $y=ax^2+bx$ 过 A 、 C 两点.

(1) 直接写出点 A 的坐标, 并求出抛物线的解析式;

(2) 动点 P 从点 A 出发, 沿线段 AB 向终点 B 运动, 同时点 Q 从点 C 出发, 沿线段 CD 向终点 D 运动. 速度均为每秒 1 个单位长度, 运动时间为 t 秒. 过点 P 作 $PE \perp AB$ 交 AC 于点 E

① 过点 E 作 $EF \perp AD$ 于点 F , 交抛物线于点 G . 当 t 为何值时, 线段 EG 最长?

② 连接 EQ . 在点 P 、 Q 运动的过程中, 判断有几个时刻使得 $\triangle CEQ$ 是等腰三角形? 请直接写出相应的 t 值.



2009 年河南省中考数学试卷

一、选择题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

1. (3 分) -5 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $-\frac{1}{5}$ C. -5 D. 5

【分析】根据相反数的定义直接求得结果.

【解答】解: -5 的相反数是 5 .

故答案 为 : D.

【点评】本题主要考查了相反数的性质, 只有符号不同的两个数互为相反数, 0 的相反数是 0 .

2. (3 分) 不等式 $-2x < 4$ 的解集是 ()

- A. $x > -2$ B. $x < -2$ C. $x > 2$ D. $x < 2$

【分析】利用不等式的基本性质, 将两边同除以 -2 , 得 $x > -2$.

【解答】解: 系数化为 1 得, $x > -2$. 故选 A.

【点评】本题考查了不等式的性质 3: 不等式两边同除以同一个负数, 不等号的方向改变. 在这一点上学生容易想不到改变不等号的方向误选 B, 而导致错误的发生.

3. (3 分) 下列调查适合普查的是 ()

- A. 调查 2009 年 6 月份市场上某品牌饮料的质量
B. 了解中央电视台直播北京奥运会开幕式的全国收视率情况
C. 环保部门调查 5 月份黄河某段水域的水质量情况
D. 了解全班同学本周末参加社区活动的时间

【分析】调查方式的选择需要将普查的局限性和抽样调查的必要性结合起来，具体问题具体分析，普查结果准确，所以在要求精确、难度相对不大，实验无破坏性的情况下应选择普查方式，当考查的对象很多或考查会给被调查对象带来损伤破坏，以及考查经费和时间都非常有限时，普查就受到限制，这时就应选择抽样调查.

【解答】解：A：调查 2009 年 6 月份市场上某品牌饮料的质量具有破坏性，适合用抽样调查；

B、C：了解中央电视台直播北京奥运会开幕式的全国收视率情况以及环保部门调查 5 月份黄河某段水域的水质量情况，范围比较大，普查的意义或价值不大，应选择抽样调查；

D：了解全班同学本周末参加社区活动的时间适合普查. 故选 D.

【点评】适合普查的方式一般有以下几种：

①范围较小；②容易掌控；③不具有破坏性；

④可操作性较强. 基于以上各点，“了解全班同学本周末参加社区活动的时间”适合普查，其它几项都不符合以上特点，不适合普查.

4. (3 分) 方程 $x^2=x$ 的解是 ()

A. $x=1$

B. $x=0$

C. $x_1=1, x_2=0$

D. $x_1=-1, x_2=0$

【分析】方程移项后提取公因式化为积的形式，然后利用两数相乘积为 0，两因式中至少有一个为 0 转化为两个一元一次方程来求解.

【解答】解：方程移项得： $x^2 - x=0$,

分解因式得： $x(x-1)=0$,

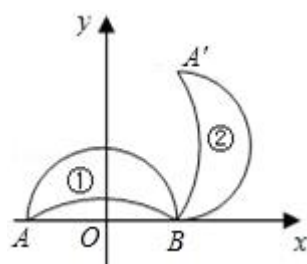
可得 $x=0$ 或 $x-1=0$,

解得： $x_1=1, x_2=0$.

故选 C

【点评】此题考查了解一元二次方程 - 因式分解法，熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

5. (3 分) 如图所示，在平面直角坐标系中，点 A、B 的坐标分别为 $(-2, 0)$ 和 $(2, 0)$. 月牙①绕点 B 顺时针旋转 90° 得到月牙②，则点 A 的对应点 A' 的坐标为 ()



- A. $(2, 2)$ B. $(2, 4)$ C. $(4, 2)$
- D. $(1, 2)$

【分析】根据旋转的性质，旋转不改变图形的形状、大小及相对位置.

【解答】解：连接 $A'B$ ，由月牙①顺时针旋转 90° 得月牙②，可知 $A'B \perp AB$ ，且 $A'B = AB$ ，由 $A(-2, 0)$ 、 $B(2, 0)$ 得 $AB = 4$ ，于是可得 A' 的坐标为 $(2, 4)$. 故选 B.

【点评】本题主要考查平面直角坐标系及图形的旋转变换的相关知识，学生往往因理解不透题意而出现问题.

6. (3 分) 一个几何体由一些大小相同的小正方体组成，如图是它的主视图和俯视图，那么组成该几何体所需小正方体的个数最少为 ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【分析】从俯视图中可以看出最底层小正方体的个数及形状，从主视图可以看出每一层小正方体的层数和个数，从而算出总的个数.

【解答】解：由题中所给出的主视图知物体共两列，且左侧一列高一层，右侧一列最高两层；

由俯视图可知左侧一行，右侧两行，于是，可确定左侧只有一个小正方体，而右侧可能是一行单层一行两层，也可能两行都是两层.

所以图中的小正方体最少 4 块，最多 5 块.

故选 B.

【点评】本题主要考查三视图的相关知识：主视图主要确定物体的长和高，左视图确定物体的宽和高，俯视图确定物体的长和宽.

二、填空题（共 9 小题，每小题 3 分，满分 27 分）

7. (3 分) 16 的平方根是 ± 4 .

【分析】根据平方根的定义，求数 a 的平方根，也就是求一个数 x ，使得 $x^2=a$ ，则 x 就是 a 的平方根，由此即可解决问题.

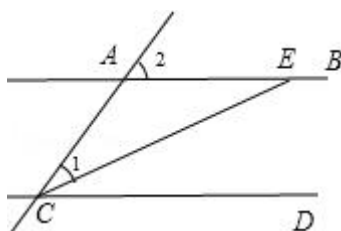
【解答】解： $\because (\pm 4)^2=16$,

$\therefore 16$ 的平方根是 ± 4 .

故答案为： ± 4 .

【点评】本题考查了平方根的定义. 注意一个正数有两个平方根，它们互为相反数；0 的平方根是 0；负数没有平方根.

8. (3 分) 如图, $AB \parallel CD$, CE 平分 $\angle ACD$, 若 $\angle 1=25^\circ$, 那么 $\angle 2$ 的度数是 50 度.



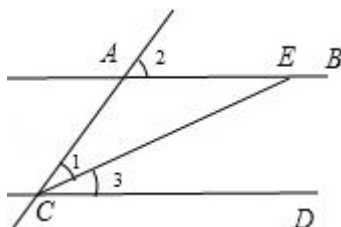
【分析】根据平行线的性质、角平分线的定义，可得 $\angle 2=2\angle 1=50^\circ$ 度.

【解答】解： $\because AB \parallel CD$ ，CE 平分 $\angle ACD$ ， $\angle 1=25^\circ$ ，

$$\therefore \angle 2 = \angle 1 + \angle 3,$$

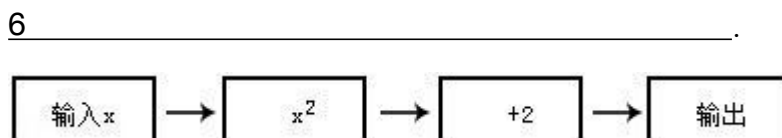
$$\therefore \angle 1 = \angle 3 = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 25^\circ + 25^\circ = 50^\circ.$$



【点评】本题考查平行线的性质、角平分线的定义.

9. (3 分) 下图是一个简单的运算程序. 若输入 x 的值为 -2 ，则输出的数值为

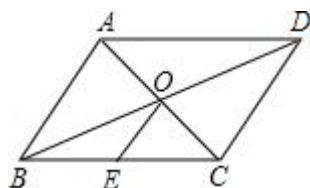


【分析】本题其实是代数式求值的问题，即当 $x=-2$ 时，求 x^2+2 的值，直接代入即可求得结果.

【解答】解：由图示可得 $(-2)^2+2=6$.

【点评】如果能理解了算式实际表达的意思，直接代入即可求得结果，学生的困难在于理解不了运算程序，从而造成失误. 也有学生把 $(-2)^2$ 当成了 -4 ，从而得到错误结果 -2 .

10. (3分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, AC 与 BD 交于点 O , 点 E 是 BC 边的中点, $OE=1$, 则 AB 的长是 2.



【分析】根据平行四边形的性质证明点 O 为 AC 的中点, 而点 E 是 BC 边的中点, 可证 OE 为 $\triangle ABC$ 的中位线, 利用中位线定理解题.

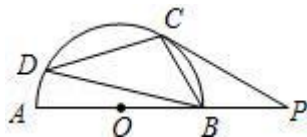
【解答】解: 由平行四边形的性质可知 $AO=OC$,
而 E 为 BC 的中点, 即 $BE=EC$,
 $\therefore OE$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线,

$OE=\frac{1}{2}AB$, 由 $OE=1$, 得 $AB=2$.

故答案为 2.

【点评】本题结合平行四边形的性质考查了三角形的中位线的性质: 三角形的中位线平行于第三边, 且等于第三边的一半.

11. (3分) 如图, AB 为半圆 O 的直径, 延长 AB 到点 P , 使 $BP=\frac{1}{2}AB$, PC 切半圆 O 于点 C , 点 D 是 $\widehat{AC}$ 上和点 C 不重合的一点, 则 $\angle CDB$ 的度数为 30 度.



【分析】连接 OC , 由切线的性质得 $OC \perp PC$, 于是易得 $Rt \triangle OCP$ 中, $OC=OB=PB$; 利用 30° 所对的边等于斜边的一半, 可得 $\angle P=30^\circ$, 于是得 $\angle COP=60^\circ$, 再由“同弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半”得 $\angle CDB=30$ 度.

【解答】解: 连接 OC ,

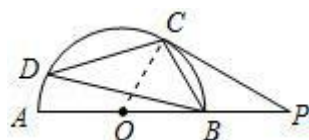
$\therefore PC$ 切半圆 O 于点 C ,

$\therefore OC \perp PC$,

$\therefore OC=OB=PB$,

$\therefore \angle P=30^\circ$, 即 $\angle COP=60^\circ$,

$\therefore \angle CDB=\frac{1}{2}\angle COP=30^\circ$.



【点评】 本题考查了直角三角形中 30° 角的确定及圆周角与圆心角的关系, 属综合性稍强的题目, 学生由于应用中的某一类知识欠缺导致出现错误.

12. (3 分) 点 $A(2, 3)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上, 当 $1 \leq x \leq 3$ 时, y 的取值范围是 $2 \leq y \leq 6$.

【分析】 首先根据点 $A(2, 3)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上, 求出系数 k 的值, 可得 $y=\frac{6}{x}$, 然后根据 $1 \leq x \leq 3$, 进而求出 y 的取值范围.

【解答】 解: $\because$ 点 $A(2, 3)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上,

$$\therefore 3=\frac{k}{2},$$

解得 $k=6$,

$$\therefore y=\frac{6}{x},$$

$$\therefore 1 \leq x \leq 3,$$

$$\therefore 2 \leq y \leq 6.$$

故答案为 $2 \leq y \leq 6$.

【点评】 本题主要考查反比例函数的性质, 解答本题的关键是求出反比例函数的系数 k 的值, 还要熟练掌握解不等式的知识点, 此题基础题, 比较简单.

13. (3分) 在一个不透明的袋子中有 2 个黑球、3 个白球，它们除颜色外其他均相同。充分摇匀后，先摸出 1 个球不放回，再摸出 1 个球，那么两个球都是黑球的概率为 $\frac{1}{10}$ 。

【分析】列举出所有情况，看所求的情况占总情况的多少即可。

【解答】解：

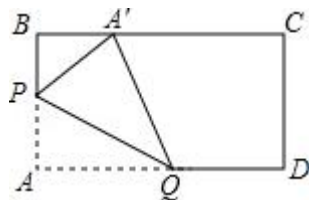


∴一共有 20 种情况，两个球都是黑球的有两种，

∴两个球都是黑球的概率为 $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ 。

【点评】如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$ 。

14. (3分) 动手操作：在矩形纸片 $ABCD$ 中， $AB=3$ ， $AD=5$ 。如图所示，折叠纸片，使点 A 落在 BC 边上的 A' 处，折痕为 PQ ，当点 A' 在 BC 边上移动时，折痕的端点 P 、 Q 也随之移动。若限定 P 、 Q 分别在 AB 、 AD 边上移动，则点 A' 在 BC 边上可移动的最大距离为 2。



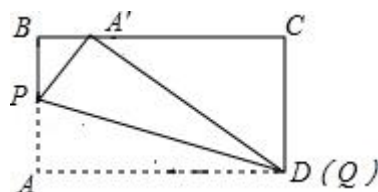
【分析】本题关键在于找到两个极端，即 BA' 取最大或最小值时，点 P 或 Q 的位置。经实验不难发现，分别求出点 P 与 B 重合时， BA' 取最大值 3 和当点 Q 与 D 重合时， BA' 的最小值 1。所以可求点 A' 在 BC 边上移动的最大距离为 2。

【解答】解：当点 P 与 B 重合时，BA'取最大值是 3，

当点 Q 与 D 重合时（如图），由勾股定理得 A'C=4，此时 BA'取最小值为 1.

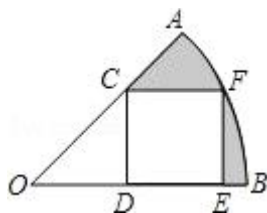
则点 A'在 BC 边上移动的最大距离为 $3 - 1 = 2$.

故答案为：2



【点评】本题考查了学生的动手能力及图形的折叠、勾股定理的应用等知识，难度稍大，学生主要缺乏动手操作习惯，单凭想象造成错误.

15. (3 分) 如图，在半径为 $\sqrt{5}$ ，圆心角等于 45° 的扇形 AOB 内部作一个正方形 CDEF，使点 C 在 OA 上，点 D、E 在 OB 上，点 F 在 $\widehat{AB}$ 上，则阴影部分的面积为（结果保留 π ） $-\frac{5\pi}{8}-\frac{3}{2}$.



【分析】首先要明确 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形 OAB}} - S_{\triangle OCD} - S_{\text{正方形 CDEF}}$ ，然后依面积公式计算即可.

【解答】解：连接 OF，

$\because \angle AOB = 45^\circ$ ，四边形 CDEF 是正方形，

$\therefore OD = CD = DE = EF$ ，

于是 $\text{Rt}\triangle OFE$ 中， $OE = 2EF$ ，

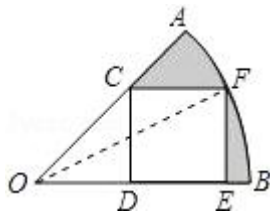
$\because OF = \sqrt{5}$ ， $EF^2 + OE^2 = OF^2$ ，

$\therefore EF^2 + (2EF)^2 = 5$ ，

解得： $EF = 1$ ，

$$\therefore EF=OD=CD=1,$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形} OAB} - S_{\triangle OCD} - S_{\text{正方形} CDEF} = \frac{45\pi \cdot (\sqrt{5})^2}{360} - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 - 1 \times 1 = \frac{5\pi}{8} - \frac{3}{2}.$$



【点评】 本题失分率较高，学生的主要失误在于找不到解题的切入点，不知道如何添加辅助线，也有学生对直角三角形三边关系不熟悉，误认为 $\angle FOB=30^\circ$ 造成失误。

三、解答题（共 8 小题，满分 75 分）

16. (8 分) 先化简 $(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}) \div \frac{x}{2x^2-2}$ ，然后从 $\sqrt{2}$ ，1，-1 中选取一个你认为合适的数作为 x 的值代入求值。

【分析】 首先利用分式的运算方法进行化简，本题有两种方法：一是对括号里的式子先通分、合并，再将后式除法变为乘法，分解因式后约分；二是先把后式除法变乘法，再利用乘法分配律化简。在选值计算时，要保证在分式有意义的情况下选值。

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：原式} &= \frac{2}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{2(x-1)(x+1)}{x} \\ &= \frac{4}{x}, \end{aligned}$$

$$\because x-1 \neq 0, x+1 \neq 0, \therefore x \neq \pm 1,$$

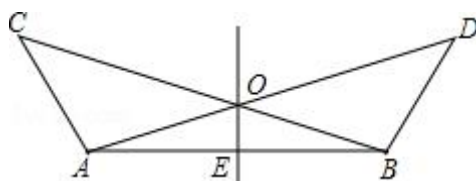
当 $x=\sqrt{2}$ 时，

$$\text{原式} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}.$$

【点评】 本题所考查的内容“分式的运算”是数与式的核心内容，全面考查了有理数、整式、分式运算等多个知识点，要合理寻求简单运算途径的能力及分式运算。这是个分式混合运算题，运算顺序是先乘除后加减，加减法时要注意把各分

母先因式分解，确定最简公分母进行通分；做除法时要注意先把除法运算转化为乘法运算，而做乘法运算时要注意先把分子、分母能因式分解的先分解，然后约分.

17. (9分) 如图所示， $\angle BAC = \angle ABD$ ， $AC = BD$ ，点 O 是 AD 、 BC 的交点，点 E 是 AB 的中点. 试判断 OE 和 AB 的位置关系，并给出证明.



【分析】 首先进行判断： $OE \perp AB$ ，由已知条件不难证明 $\triangle BAC \cong \triangle ABD$ ，得 $\angle OBA = \angle OAB$ 再利用等腰三角形“三线合一”的性质即可证得结论.

【解答】 解：OE 垂直且平分 AB.

证明：在 $\triangle BAC$ 和 $\triangle ABD$ 中，

$$\begin{cases} AC=BD \\ \angle BAC=\angle ABD, \\ BA=AB \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAC \cong \triangle ABD$ (SAS).

$\therefore \angle OBA = \angle OAB$,

$\therefore OA = OB$.

又 $\because AE = BE$, $\therefore OE \perp AB$.

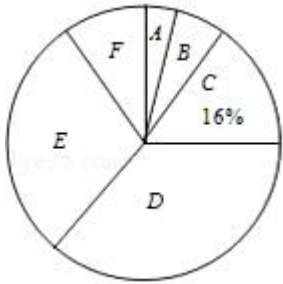
又点 E 是 AB 的中点,

$\therefore OE$ 垂直且平分 AB .

【点评】 本题考查了全等三角形的判定与性质及等腰三角形的性质；解决此类问题，要熟练掌握三角形全等的判定、等腰三角形的性质等知识.

18. (9分) 2008年北京奥运会后，同学们参与体育锻炼的热情高涨. 为了解他

们平均每周的锻炼时间，小明同学在校内随机调查了 50 名同学，统计并制作了如下的频数分布表和扇形统计图．根据上述信息解答下列问题：



组别	锻炼时间（时/周）	频数
A	$1.5 \leq t < 3$	1
B	$3 \leq t < 4.5$	2
C	$4.5 \leq t < 6$	m
D	$6 \leq t < 7.5$	20
E	$7.5 \leq t < 9$	15
F	$t \geq 9$	n

- (1) $m=$ ____, $n=$ ____;
- (2) 在扇形统计图中，D 组所占圆心角的度数为____度；
- (3) 全校共有 3000 名学生，估计该校平均每周体育锻炼时间不少于 6 小时的学生约有多少名？

【分析】 (1) 利用总数和 C 所占的百分比即可求出 m ，进而求出 n ；

(2) 求出 D 组所占的百分比，再求 D 组所占圆心角的度数即可；

(3) 利用样本估计总体，先求出该校平均每周体育锻炼时间不少于 6 小时的学生所占的百分比，即可求出答案．

【解答】 解：

(1) 由统计表和扇形图可知： $m=50 \times 16\%=8$ 人； $n=50 - 8 - 15 - 20 - 1 - 2=4$ 人；

(2) 扇形统计图中，D 组所占圆心角的度数= $360 \times \frac{20}{50}=144$ 度；

(3) 该校平均每周体育锻炼时间不少于 6 小时的学生站的百分比 $=\frac{20+15+4}{50}=78\%$ ，则 3000 名学生，估计该校平均每周体育锻炼时间不少于 6 小时的学生约有 $3000 \times 78\%=2340$ 人．

【点评】 解决这类问题的关键是要弄清楚频数的意义，理解频数分布表与扇形统计图的对应关系，还要掌握用样本估计总体的统计思想．

19. (9 分) 暑假期间，小明和父母一起开车到距家 200 千米的景点旅游．出发

前，汽车油箱内储油 45 升；当行驶 150 千米时，发现油箱剩余油量为 30 升.

(1) 已知油箱内余油量 y (升) 是行驶路程 x (千米) 的一次函数，求 y 与 x 的函数关系式；

(2) 当油箱中余油量少于 3 升时，汽车将自动报警. 如果往返途中不加油，他们能否在汽车报警前回到家？请说明理由.

【分析】 先设函数式为： $y=kx+b$ ，然后利用两对数值可求出函数的解析式，把 $x=400$ 代入函数解析式可得到 y ，有 y 的值就能确定是否能回到家.

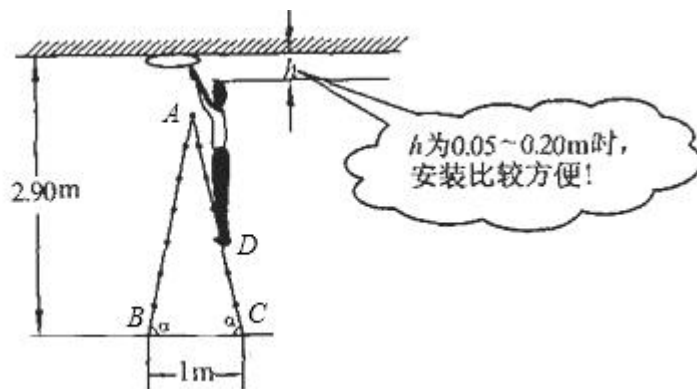
【解答】 解：(1) 设 $y=kx+b$ ，当 $x=0$ 时， $y=45$ ，当 $x=150$ 时， $y=30$ ，

$$\therefore \begin{cases} b=45 \\ 150k+b=30 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k=-\frac{1}{10} \\ b=45 \end{cases},$$
$$\therefore y = -\frac{1}{10}x + 45 \quad (0 \leq x \leq 450);$$

(2) 当 $x=400$ 时， $y = -\frac{1}{10} \times 400 + 45 = 5 > 3$ ， $\therefore$ 他们能在汽车报警前回到家.

【点评】 解题思路：本题考查一次函数的实际应用，用待定系数法求一次函数的解析式，再通过其解析式计算说明问题. 由一次函数的解析式的求法，找到两点列方程组即可解决.

20. (9 分) 如图所示，电工李师傅借助梯子安装天花板上距地面 2.90m 的顶灯. 已知梯子由两个相同的矩形面组成，每个矩形面的长都被六条踏板七等分，使用时梯脚的固定跨度为 1m. 矩形面与地面所成的角 α 为 78 度. 李师傅的身高为 1.78m，当他攀升到头顶距天花板 0.05 ~ 0.20m 时，安装起来比较方便. 他现在竖直站立在梯子的第三级踏板上，请你通过计算判断他安装是否比较方便？



(参考数据: $\sin 78^\circ \approx 0.98$, $\cos 78^\circ \approx 0.21$, $\tan 78^\circ \approx 4.70$.)

【分析】 本题中问题的解决要弄清楚电工李师傅所站的地方离地面的高度, 通过解直角三角形来解决.

首先可求得点 A 离地面的距离, 再用相似三角形对应边成比例, 或者同角三角函数的比例, 求得第三级离地面的高度, 即可求得他头顶离房顶的距离.

【解答】 解: 过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E, 过点 D 作 $DF \perp BC$ 于点 F.

$$\because AB=AC, \therefore CE=\frac{1}{2}BC=0.5.$$

在 $\text{Rt}\triangle AEC$ 和 $\text{Rt}\triangle DFC$ 中,

$$\because \tan 78^\circ = \frac{AE}{EC},$$

$$\therefore AE = EC \times \tan 78^\circ \approx 0.5 \times 4.70 = 2.35.$$

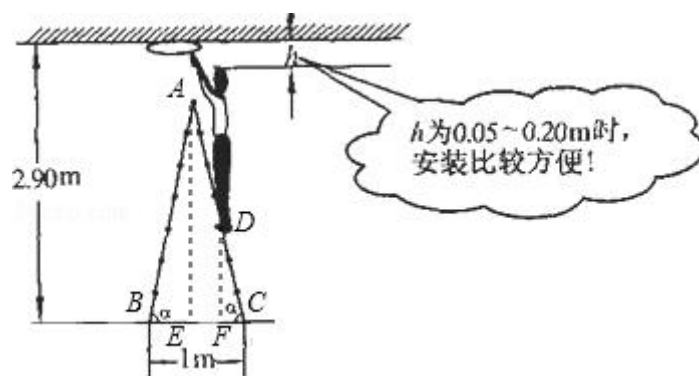
$$\text{又} \because \sin \alpha = \frac{AE}{AC} = \frac{DF}{DC}, \quad DF = \frac{DC}{AC} \cdot AE = \frac{3}{7} \times AE \approx 1.007.$$

$$\therefore \text{李师傅站在第三级踏板上时, 头顶距地面高度约为: } 1.007 + 1.78 = 2.787.$$

$$\text{头顶与天花板的距离约为: } 2.90 - 2.787 \approx 0.11.$$

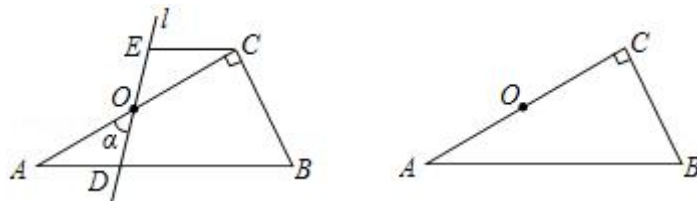
$$\because 0.05 < 0.11 < 0.20,$$

$\therefore$ 他安装比较方便.



【点评】命题立意：考查利用解直角三角形知识解决实际问题的能力. 要求学生应用数学知识解决问题，在正确分析题意的基础上建立数学模型，把实际问题转化为数学问题.

21. (10 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$ ， $BC=2$. 点 O 是 AC 的中点，过点 O 的直线 l 从与 AC 重合的位置开始，绕点 O 作逆时针旋转，交 AB 边于点 D ，过点 C 作 $CE\parallel AB$ 交直线 l 于点 E ，设直线 l 的旋转角为 α .



- (1) ①当 $\alpha = 30$ 度时，四边形 $EDBC$ 是等腰梯形，此时 AD 的长为 1；
 ②当 $\alpha = 60$ 度时，四边形 $EDBC$ 是直角梯形，此时 AD 的长为 1.5；
 (2) 当 $\alpha = 90^\circ$ 时，判断四边形 $EDBC$ 是否为菱形，并说明理由.

【分析】(1) 根据旋转的性质和等腰梯形的性质，①假设四边形 $EDBC$ 是等腰梯形，根据题目已知条件及外角和定理可求 α ， AD ；②假设四边形 $EDBC$ 是直角梯形，根据题目已知条件及内角和定理可求 α ， AD .

(2) 根据 $\angle \alpha = \angle ACB = 90^\circ$ 先证明四边形 $EDBC$ 是平行四边形. 再利用 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$ ， $BC=2$ 求得 AB ， AC ， AO 的长度；在 $\text{Rt}\triangle AOD$ 中， $\angle A=30^\circ$ ， $AD=2$ ，可求 BD ，比较得 $BD=BC$ ，可证明四边形 $EDBC$ 是菱形.

【解答】解：（1）①当四边形 EDBC 是等腰梯形时，

$$\because \angle EDB = \angle B = 60^\circ, \text{ 而 } \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore \alpha = \angle EDB - \angle A = 30^\circ,$$

$\therefore \triangle ADO$ 是等腰三角形，

$$\therefore AD = OD,$$

过点 O 作 $OF \parallel BC$,

$$\because BC \perp AC,$$

$$\therefore OF \perp AC,$$

$\therefore OF$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

$$\therefore OF = \frac{1}{2}BC = 1,$$

$$\because \alpha = \angle EDB - \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ODF = 60^\circ = \angle DOF = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ODF$ 是等边三角形，

$$\therefore OD = OF = DF = 1,$$

$$\because \angle A = \angle \alpha = 30^\circ,$$

$$\therefore AD = OD = 1;$$

②当四边形 EDBC 是直角梯形时， $\angle ODA = 90^\circ$ ，而 $\angle A = 30^\circ$ ，

根据三角形的内角和定理，得 $\alpha = 90^\circ - \angle A = 60^\circ$ ，此时， $AD = \frac{1}{2}AC \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 1.5$.

（2）当 $\angle \alpha = 90^\circ$ 时，四边形 EDBC 是菱形.

$$\because \angle \alpha = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore BC \parallel ED,$$

$$\because CE \parallel AB,$$

∴ 四边形 EDBC 是平行四边形.

在 Rt△ABC 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle B=60^\circ$, $BC=2$,

∴ $\angle A=30^\circ$,

∴ $AB=4$, $AC=2\sqrt{3}$,

∴ $AO=\frac{1}{2}AC=\sqrt{3}$.

在 Rt△AOD 中, $\angle A=30^\circ$, $OD=\frac{1}{2}AD$,

$$AD=\sqrt{AO^2+OD^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+(\frac{1}{2}AD)^2},$$

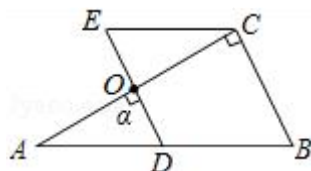
∴ $AD=2$,

∴ $BD=2$,

∴ $BD=BC$.

又 ∵ 四边形 EDBC 是平行四边形,

∴ 四边形 EDBC 是菱形.



【点评】 解决此问题, 既要弄清等腰梯形、直角梯形及菱形的判定, 又要掌握有关旋转的知识, 在直角三角形中, 30° 度角所对的直角边等于斜边的一半, 也是解决问题的关键.

22. (10 分) 某家电商场计划用 32 400 元购进“家电下乡”指定产品中的电视机、冰箱、洗衣机共 15 台. 三种家电的进价和售价如表所示:

(1) 在不超出现有资金的前提下, 若购进电视机的数量和冰箱的数量相同, 洗衣机数量不大于电视机数量的一半, 商场有哪几种进货方案?

(2) 国家规定: 农民购买家电后, 可根据商场售价的 13% 领取补贴. 在 (1)

的条件下,如果这 15 台家电全部销售给农民,国家财政最多需补贴农民多少元?

价格 种类	进价 (元/台)	售价 (元/台)
电视机	2000	2100
冰箱	2400	2500
洗衣机	1600	1700

【分析】 (1) 由题意可知: 电视机的数量和冰箱的数量相同, 则洗衣机的数量等于总台数减去 2 倍的电视机或洗衣机的数量, 又知洗衣机数量不大于电视机数量的一半, 则 $15 - 2x \leq \frac{1}{2}x$; 根据各个电器的单价以及数量, 可列不等式 $2000x + 2400x + 1600(15 - 2x) \leq 32400$; 根据这两个不等式可以求得 x 的取值, 根据 x 的取值可以确定有几种方案;

(2) 分别计算出方案一和方案二的家电销售的总额, 分别将总额乘以 13%, 即可求得补贴农民的钱数.

【解答】 解: (1) 设购进电视机、冰箱各 x 台, 则洗衣机为 $(15 - 2x)$ 台

依题意得:
$$\begin{cases} 15 - 2x \leq \frac{1}{2}x \\ 2000x + 2400x + 1600(15 - 2x) \leq 32400 \end{cases}$$

解这个不等式组, 得 $6 \leq x \leq 7$

$\therefore x$ 为正整数, $\therefore x = 6$ 或 7 ;

方案 1: 购进电视机和冰箱各 6 台, 洗衣机 3 台;

方案 2: 购进电视机和冰箱各 7 台, 洗衣机 1 台;

(2) 方案 1 需补贴: $(6 \times 2100 + 6 \times 2500 + 3 \times 1700) \times 13\% = 4251$ (元);

方案 2 需补贴: $(7 \times 2100 + 7 \times 2500 + 1 \times 1700) \times 13\% = 4407$ (元);

答: 国家的财政收入最多需补贴农民 4407 元.

【点评】 对于方案设计的问题, 首先考虑的是如何根据已知条件列出不等式, 在

所求得取值范围中找出符合题意的值，得出可能产生的几种方案。

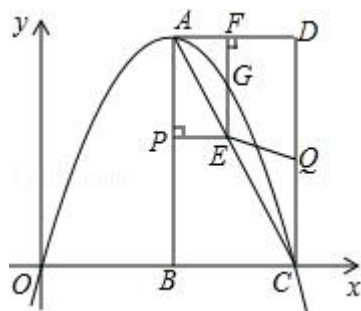
23. (11 分) 如图，在平面直角坐标系中，已知矩形 $ABCD$ 的三个顶点 $B(4, 0)$ 、 $C(8, 0)$ 、 $D(8, 8)$ 。抛物线 $y = ax^2 + bx$ 过 A 、 C 两点。

(1) 直接写出点 A 的坐标，并求出抛物线的解析式；

(2) 动点 P 从点 A 出发，沿线段 AB 向终点 B 运动，同时点 Q 从点 C 出发，沿线段 CD 向终点 D 运动。速度均为每秒 1 个单位长度，运动时间为 t 秒。过点 P 作 $PE \perp AB$ 交 AC 于点 E 。

①过点 E 作 $EF \perp AD$ 于点 F ，交抛物线于点 G 。当 t 为何值时，线段 EG 最长？

②连接 EQ 。在点 P 、 Q 运动的过程中，判断有几个时刻使得 $\triangle CEQ$ 是等腰三角形？请直接写出相应的 t 值。



【分析】 (1) 由于四边形 $ABCD$ 为矩形，所以 A 点与 D 点纵坐标相同， A 点与 B 点横坐标相同；

(2) ①根据相似三角形的性质求出点 E 的横坐标表达式即为点 G 的横坐标表达式。代入二次函数解析式，求出纵坐标表达式，将线段最值问题转化为二次函数最值问题解答。

②若构成等腰三角形，则三条边中有两条边相等即可，于是可分 $EQ = QC$ ， $EC = CQ$ ， $EQ = EC$ 三种情况讨论。若有两种情况时间相同，则三边长度相同，为等腰三角形。

【解答】解：(1) 因为点 B 的横坐标为 4，点 D 的纵坐标为 8，AD//x 轴，AB//y 轴，所以点 A 的坐标为 (4, 8).

将 A (4, 8)、C (8, 0) 两点坐标分别代入 $y=ax^2+bx$ 得 $\begin{cases} 16a+4b=8 \\ 64a+8b=0 \end{cases}$,

解得 $a=-\frac{1}{2}$, $b=4$.

故抛物线的解析式为: $y=-\frac{1}{2}x^2+4x$;

(2) ①在 Rt△APE 和 Rt△ABC 中, $\tan \angle PAE = \frac{PE}{AP} = \frac{BC}{AB}$, 即 $\frac{PE}{AP} = \frac{4}{8}$.

$\therefore PE = \frac{1}{2}AP = \frac{1}{2}t$. $PB = 8 - t$.

$\therefore$ 点 E 的坐标为 $(4+\frac{1}{2}t, 8-t)$.

$\therefore$ 点 G 的纵坐标为: $-\frac{1}{2}(4+\frac{1}{2}t)^2+4(4+\frac{1}{2}t) = -\frac{1}{8}t^2+8$.

$\therefore EG = -\frac{1}{8}t^2+8 - (8-t) = -\frac{1}{8}t^2+t$.

$\therefore -\frac{1}{8} < 0$, $\therefore$ 当 $t=4$ 时, 线段 EG 最长为 2.

②共有三个时刻.

(①) 当 $EQ=QC$ 时,

因为 Q (8, t), E $(4+\frac{1}{2}t, 8-t)$, $QC=t$,

所以根据两点间距离公式, 得:

$$(\frac{1}{2}t-4)^2 + (8-2t)^2 = t^2.$$

整理得 $13t^2 - 144t + 320 = 0$,

解得 $t=\frac{40}{13}$ 或 $t=\frac{104}{13}=8$ (此时 E、C 重合, 不能构成三角形, 舍去).

(②) 当 $EC=CQ$ 时,

因为 E $(4+\frac{1}{2}t, 8-t)$, C (8, 0), $QC=t$,

所以根据两点间距离公式, 得:

$$(4+\frac{1}{2}t-8)^2 + (8-t)^2 = t^2.$$

整理得 $t^2 - 80t + 320 = 0$, $t = 40 - 16\sqrt{5}$, $t = 40 + 16\sqrt{5} > 8$ (此时 Q 不在矩形的边上, 舍去).

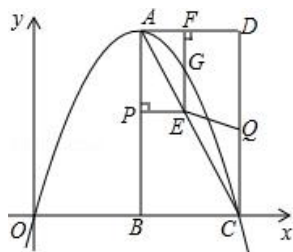
(③) 当 $EQ = EC$ 时,

因为 $Q(8, t)$, $E(4 + \frac{1}{2}t, 8 - t)$, $C(8, 0)$,

所以根据两点间距离公式, 得: $(\frac{1}{2}t - 4)^2 + (8 - 2t)^2 = (4 + \frac{1}{2}t - 8)^2 + (8 - t)^2$,

解得 $t = 0$ (此时 Q、C 重合, 不能构成三角形, 舍去) 或 $t = \frac{16}{3}$.

于是 $t_1 = \frac{16}{3}$, $t_2 = \frac{40}{13}$, $t_3 = 40 - 16\sqrt{5}$.



【点评】 抛物线的求法是函数解析式中的一种, 通常情况下用待定系数法, 即先列方程组, 再求未知系数, 这种方法本题比较适合. 对于压轴题中的动点问题、极值问题, 先根据条件“以静制动”, 用未知系数表示各自的坐标, 如果能构成二次函数, 即可通过配方或顶点坐标公式求其极值.