

2008 年河南省高级中等学校招生统一考试试卷

数 学

注意事项:

- 1、本试卷共 8 页，三大题，满分 120 分，考试时间 100 分钟。请用钢笔或圆珠笔答在试卷指定位置上。
- 2、答卷前请在指定的位置填好自己的座号，并将密封线内的项目填写清楚。

题号	一	二	三								总分
			16	17	18	19	20	21	22	23	
得分											

得分	评卷人

- 一、 选择题(本题满分 18 分，共有 6 道小题，每小题 3 分)下列每小题都给出代号为 A、B、C、D 的四个答案，其中只有一个是正确的。

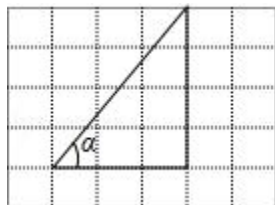
请将各小题所选答案的代号填写在下面的表格内相应题号下面。

选择题答 题位置	题号	1	2	3	4	5	6
	答案						

1.-7 的相反数是 ()

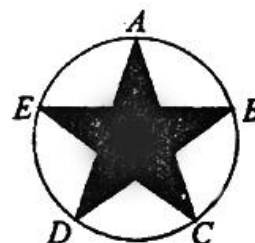
- A. 7 B. -7 C. $\frac{1}{7}$ D. $-\frac{1}{7}$

2.直角三角形在正方形网格纸中的位置如图所示，则 $\cos \alpha$ 的值是 ()



- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

3.如图，是中国共产党青年团团旗上的图案，点 A、B、C、D、E 五等分圆，则 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$ 等于 ()



(第 3 题图)

- A. 360° B. 180° C. 150° D. 120°

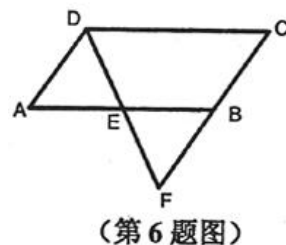
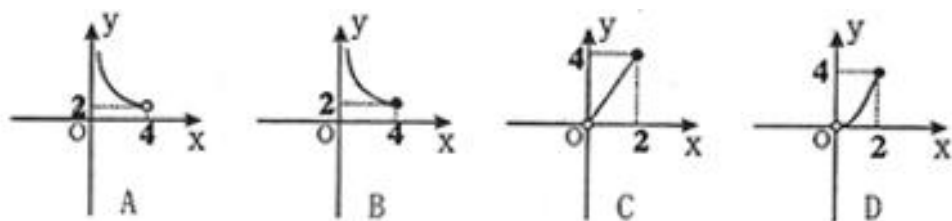
4.初三年级某班十名男同学“俯卧撑”的测试成绩(单位:次数)分别是 9, 14, 10, 15, 7, 9, 16, 10, 11, 9, 这组数据的众数、中位数、平均数依次是 ()

- A. 9,10,11 B. 10,11,9 C. 9,11,10 D. 10,9,11

5.如果关于 x 的一元二次方程 $k^2x^2 - (2k+1)x + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，那么 k 的取值范围是 ()

A. $k > -\frac{1}{4}$ B. $k > -\frac{1}{4}$ 且 $k \neq 0$ C. $k < -\frac{1}{4}$ D. $k \geq -\frac{1}{4}$ 且 $k \neq 0$

6.如图, 已知 $\square ABCD$ 中, $AB=4, AD=2$, E 是 AB 边上的一动点 (动点 E 与点 A 不重合, 可与点 B 重合), 设 $AE=x$, DE 的延长线交 CB 的延长线于点 F , 设 $CF=y$, 则下列图象能正确反映 y 与 x 的函数关系的是 ()



得分	评卷人

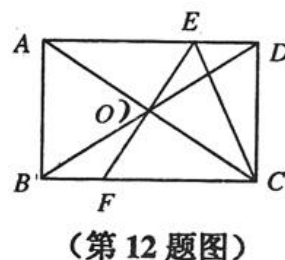
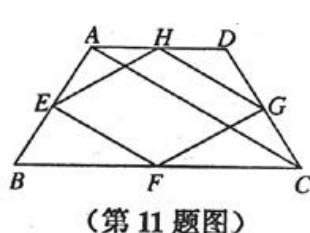
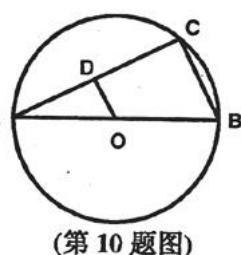
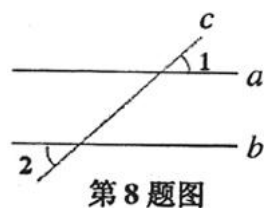
二、填空题(本题满分27分,共有9道小题, 每小题3分)

7.16的平方根是_____

8.如图, 直线 a, b 被直线 c 所截, 若 $a \parallel b$, $\angle 1 = 50^\circ$, 则 $\angle 2 =$ _____

9.样本数据3, 6, $a, 4, 2$ 的平均数是5, 则这个样本的方差是_____

10.如图所示, AB 为 $\odot O$ 的直径, AC 为弦, $OD \parallel BC$ 交 AC 于点 D , 若 $AB=20\text{cm}$, $\angle A = 30^\circ$, 则 $AD=$ _____ cm



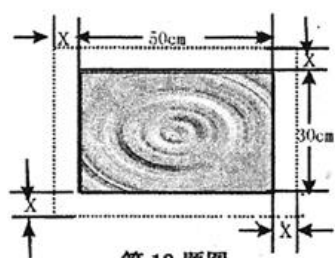
11.某花木场有一块如等腰梯形 $ABCD$ 的空地(如图), 各边的中点分别是 E, F, G, H , 用篱笆围成的四边形 $EFGH$ 场地的周长为 40cm , 则对角线 $AC=$ _____ cm

12.如图, 矩形 $ABCD$ 的两条线段交于点 O , 过点 O 作 AC 的垂线 EF , 分别交 AD, BC 于点 E, F , 连接 CE , 已知 $\triangle CDE$ 的周长为 24cm , 则矩形 $ABCD$ 的周长是_____ cm

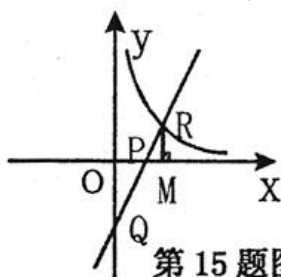
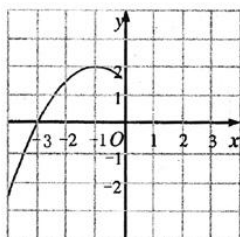
13.在一幅长 50cm , 宽 30cm 的风景画的四周镶一条金色纸边, 制成一幅矩形挂图, 如图所示, 如果要使整个规划土地的面积是 1800cm^2 , 设金色纸边的宽为 $x\text{cm}$, 那么 x 满足的方程为_____

14.如图是二次函数 $y = a(x+1)^2 + 2$ 图像的一部分, 该图在 y 轴右侧与 x 轴交点的坐标

是_____



第 13 题图



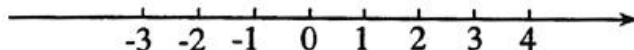
第 15 题图

15、如图，直线 $y = kx - 2$ ($k > 0$) 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限内的交点面积为 R ，与 x 轴的交点为 P ，与 y 轴的交点为 Q ；作 $RM \perp x$ 轴于点 M ，若 $\triangle OPQ$ 与 $\triangle PRM$ 的面积是 $4:1$ ，则 $k =$ _____

三、解答题(本题满分75分，共8道小题)

16、(本小题满分8分)

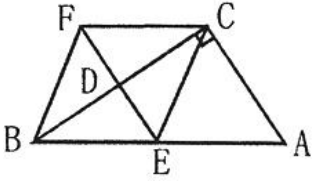
解不等式组 $\begin{cases} 4x \leq 3(x+1) \text{ ①} \\ \frac{1}{2}x - 1 > -\frac{3}{2}x - 3 \text{ ②} \end{cases}$ 并把解集在已画好的数轴上表示出来。



17. (本小题满分 9 分)

如图,已知:在四边形 $ABFC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, BC 的垂直平分线 EF 交 BC 于点 D ,交 AB 于点 E ,且 $CF = AE$

- (1) 试探究,四边形 **BECF** 是什么特殊的四边形;
 (2) 当 $\angle A$ 的大小满足什么条件时,四边形 **BECF** 是正方形?请回答并证明你的结论.
 (特别提醒:表示角最好用数字)

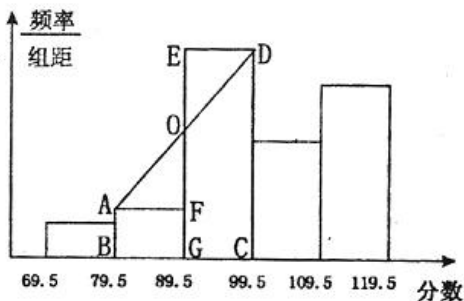


18. (本小题满分 9 分)

已知 x_1, x_2 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 6x + k = 0$ 的两个实数根, 且 $x_1^2 x_2^2 - x_1 - x_2 = 115$

- (1)求 k 的值; (2) 求 $x_1^2 + x_2^2 + 8$ 的值。

19、(本小题满分 9 分)



某校 300 名优秀学生, 中考数学得分范围是 70—119(得分都是整数), 为了了解该校这 300 名学生的中考数学成绩, 从中抽查了一部分学生的数学分数, 通过数据处理, 得到如

下频率分布表和频率分布直方图.

分组	频数	频率
109.5—119.5	15	0.30
99.5--109.5	10	0.20
89.5—99.5	18	
79.5—89.5		
69.5—79.5	3	0.06
合计		1.00

请你根据给出的图标解答:

- (1)填写频率分布表中未完成部分的数据;
- (2)指出在这个问题中的总体和样本容量;
- (3)求出在频率分布直方图中直角梯形 **ABCD** 的面积;
- (4)请你用样 本 估 计 总 体，可以得到哪些信息? (写一条即可)

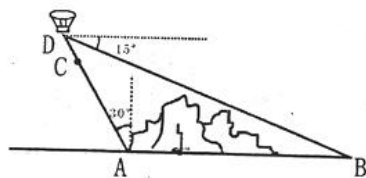
20、(本题满分 9 分)

在暴雨到来之前，武警某部承担了一段长 150 米的河堤加固任务，加固 40 米后，接到上级抗旱防汛指挥部的指示，要求加快施工进度，为此，该部队在保证施工质量的前提下，投入更多的兵力，每天多加固 15 米，这样一共用了 3 天完成了任务。问接到指示后，该部队每天加固河堤多少米？

21、(本题满分 10 分)

如图，在小山的西侧 A 处有一热气球，以 30 米/分钟的速度沿着与垂直方向所成夹角为 30° 的方向升空，40 分钟后到达 C 处，这时热气球上的人发现，在 A 处的正东方向有一处着火点 B，十分钟后，在 D 处测得着火点 B 的俯角为 15° ，求热气球升空点 A 与着火点 B 的距离。(结果保留根号，参考数据：

$$(\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}, \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}, \tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}, \cot 15^\circ = 2 + \sqrt{3}).$$



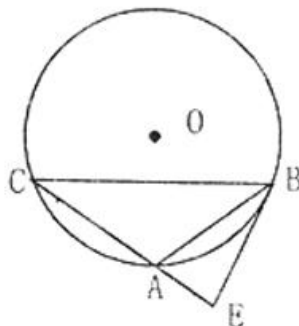
22、(本题满分 10 分)

如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ，过点 B 作 $\odot O$ 的切线，交于 CA 的延长线于点 E， $\angle EBC = 2\angle C$ 。

(1) 求证：AB=AC；(2) 当 $\frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{5}}{4}$ 时，①求 $\tan \angle ABE$ 的值；

②如果 $AE = \frac{20}{11}$ ，求

AC 的值。



23、(本题满分 11 分)

如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A、B 两点 (点 A 在点 B 左侧)，与 y 轴交于点 C，且当 $x=0$ 和 $x=4$ 时， y 的值相等。直线 $y=4x-16$ 与这条抛物线相交于两点，其中一点的横坐标是 3，另一点是这条抛物线的顶点 M。

(1)求这条抛物线的解析式；

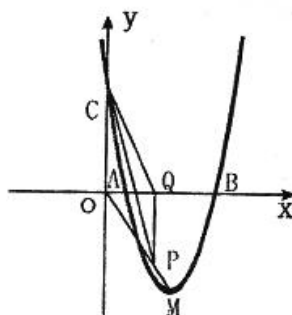
(2)P 为线段 OM 上一点，过点 P 作 $PQ \perp x$ 轴于点 Q。若点 P 在线段 OM 上运动 (点 P 不与点 O 重合，但可以与点 M 重合)，设 OQ 的长为 t ，四边形 PQCO 的面积为 S ，求 S 与 t 之间的函数关系式及自变量 t 的取值范围；

(3)随着点 P 的运动，四边形 PQCO 的面积 S 有最大值吗？如果 S 有的最大值并指出点 Q 的具体位置和四边形 PQCO 的特殊形状；如果简要说明理由；

(4)随着点 P 的运动，是否存在 t 的某个值，能满足 $PO=OC$ ？如果存

最大值，请求出 S
 S 没有最大值，请

在，请求出 t 的值。



2008 年河南省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

1. (3 分) -7 的相反数是 ()

A. 7

B. -7

C. $\frac{1}{7}$

D. $-\frac{1}{7}$

考点：相反数.

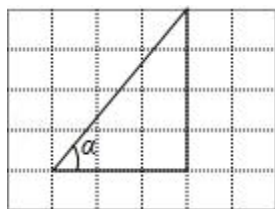
分析：根据相反数的性质，互为相反数的两个数和为 0，采用逐一检验法求解即可.

解答：解：根据概念， $(-7 \text{ 的相反数}) + (-7) = 0$ ，则 -7 的相反数是 7 。

故选 A.

点评：本题考查了相反数的意义，一个数的相反数就是在这个数前面添上“ $-$ ”号：一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数， 0 的相反数是 0 。

2. (3 分) 三角形在正方形网格中的位置如图所示，则 $\cos \alpha$ 的值是 ()



A. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{4}{3}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

考点：锐角三角函数的定义.

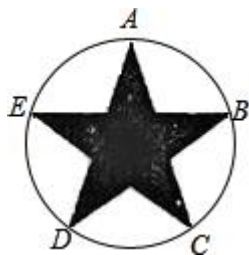
专题：网格型.

分析：根据网格的特点及三角函数的定义解答即可.

解答：解：读图可得： α 的对边是 4 个单位，邻边是 3 个单位，则斜边是 5 个单位，故 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$. 故选 C.

点评：本题考查锐角三角函数的概念：在直角三角形中，正弦等于对边比斜；余弦等于邻边比斜；正切等于对边比邻.

3. (3 分) (2008•濮阳) 如图，是中国共产主义青年团团旗上的图案，点 A, B, C, D, E 五等分圆，则 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$ 等于 ()



A. 360°

B. 180°

C. 150°

D. 120°

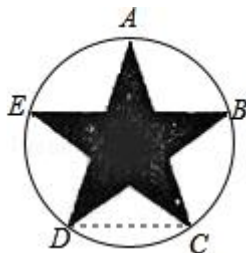
考点：圆周角定理；三角形内角和定理.

分析：连接 CD，根据圆周角定理，可得 $\angle ECD = \angle B$ ， $\angle BDC = \angle E$ ；此时这五个角的度数和正好是 $\triangle ACD$ 的三个内角的和，根据三角形内角和定理可得，这五个角的度数和应是 180° 。

解答：解：连接 CD，则有 $\angle B = \angle ECD$ ， $\angle E = \angle CDB$ ；

$$\begin{aligned} \therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E \\ &= \angle A + \angle ECD + \angle C + \angle D + \angle CDB \\ &= \angle A + \angle ADC + \angle ACD = 180^\circ. \end{aligned}$$

故选 B.



点评：本题综合考查圆周角定理、三角形的内角和定理的应用.

4. (3 分) 初三某班 10 名男同学“引体向上”的测试成绩 (单位: 次数) 分别是: 9, 14, 10, 15, 7, 9, 16, 10, 11, 9, 这组数据的众数, 中位数, 平均数依次是 ()

A. 9, 10, 11

B. 10, 11, 9

C. 9, 11, 10

D. 10, 9, 11

考点: 中位数; 算术平均数; 众数.

分析: 先把数据按大小排列, 然后根据众数、中位数和平均数的定义求解.

解答: 解: 从小到大排列此数据为: 7, 9, 9, 9, 10, 10, 11, 14, 15, 16.

数据 9 出现了三次最多为众数; 处在第 5 位、第 6 位的均为 10, 所以 10 为中位数;

平均数为: $(7+9+9+9+10+10+11+14+15+16) \div 10 = 11$.

故选 A.

点评: 本题属于基础题, 考查了确定一组数据的中位数和众数的能力. 要明确定义.

一些学生往往对这个概念掌握不清楚, 计算方法不明确而误选其它选项. 注意找中位数的时候一定要先排好顺序, 然后再根据奇数和偶数个来确定中位数, 如果数据有奇数个, 则正中间的数字即为所求. 如果是偶数个则找中间两位数的平均数.

5. (3 分) 如果关于 x 的一元二次方程 $k^2x^2 - (2k+1)x + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 那么 k 的取值范围是 ()

A. $k > -\frac{1}{4}$ B. $k > -\frac{1}{4}$ 且 $k \neq 0$ C. $k < -\frac{1}{4}$ D. $k \geq -\frac{1}{4}$ 且 $k \neq 0$

考点: 根的判别式.

专题: 压轴题.

分析: 若一元二次方程有两不等根, 则根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, 建立关于 k 的不等式, 求出 k 的取值范围.

解答: 解: 由题意知, $k \neq 0$, 方程有两个不相等的实数根,

所以 $\Delta > 0$, $\Delta = b^2 - 4ac = (2k+1)^2 - 4k^2 = 4k+1 > 0$.

又 $\because$ 方程是一元二次方程, $\therefore k \neq 0$,

$\therefore k > -\frac{1}{4}$ 且 $k \neq 0$.

故选 B.

点评: 总结: 一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系:

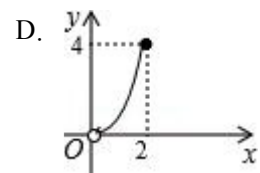
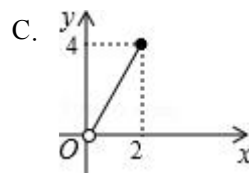
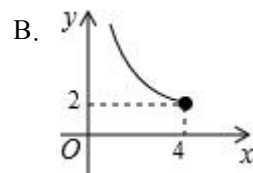
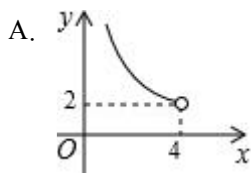
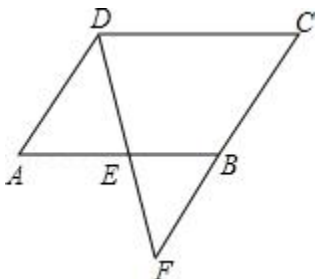
(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根;

(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根;

(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

注意方程若为一元二次方程, 则 $k \neq 0$.

6. (3 分) 如图, 已知 $\square ABCD$ 中, $AB=4$, $AD=2$, E 是 AB 边上的一动点 (动点 E 与点 A 不重合, 可与点 B 重合), 设 $AE=x$, DE 的延长线交 CB 的延长线于点 F , 设 $CF=y$, 则下列图象能正确反映 y 与 x 的函数关系的是 ()



考点: 动点问题的函数图象.

专题: 压轴题; 动点型.

分析: 本题考查动点函数图象的问题.

解答：解：∵动点 E 与点 A 不重合，可与点 B 重合，AB=4，AE=x.

∴ $0 < x \leq 4$. 即包括 4;

故选 B.

点评：本题各个 x 的取值范围都不同，所以只需从 x 的取值考虑即可.

二、填空题 (共 9 小题，每小题 3 分，满分 27 分)

7. (3 分) 16 的平方根是 ± 4 .

考点：平方根.

专题：计算题.

分析：根据平方根的定义，求数 a 的平方根，也就是求一个数 x，使得 $x^2=a$ ，则 x 就是 a 的平方根，由此即可解决问题.

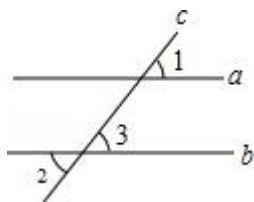
解答：解：∵ $(\pm 4)^2=16$,

∴16 的平方根是 ± 4 .

故答案为： ± 4 .

点评：本题考查了平方根的定义. 注意一个正数有两个平方根，它们互为相反数；0 的平方根是 0；负数没有平方根.

8. (3 分) 如图，直线 a, b 被直线 c 所截，若 $a \parallel b$ ， $\angle 1=50^\circ$ ，则 $\angle 2=$ 50 度.



考点：平行线的性质；对顶角、邻补角.

专题：计算题.

分析：先利用平行线的性质可得 $\angle 3=\angle 1$ ，又由对顶角相等推出 $\angle 2=\angle 3$ ，故 $\angle 2$ 的度数可求.

解答：解：∵ $a \parallel b$ ， $\angle 1=50^\circ$,

∴ $\angle 3=\angle 1=50^\circ$,

∵ $\angle 2=\angle 3$,

∴ $\angle 2=\angle 1=50^\circ$.

点评：本题应用的知识点为：两直线平行，同位角相等；对顶角相等.

9. (3 分) 样本数据：3, 6, a, 4, 2 的平均数是 5，则这个样本的方差是 8.

考点：方差；算术平均数.

分析：本题可先求出 a 的值，再代入方差的公式即可.

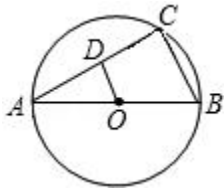
解答：解：依题意得： $a=5 \times 5 - 3 - 6 - 4 - 2=10$,

$$\text{方差 } S^2 = \frac{1}{5}[(3-5)^2 + (6-5)^2 + (10-5)^2 + (4-5)^2 + (2-5)^2] = \frac{1}{5} \times 40 = 8.$$

故填 8.

点评：本题考查的是平均数和方差的求法. 计算方差的步骤是：①计算数据的平均数；②计算偏差，即每个数据与平均数的差；③计算偏差的平方和；④偏差的平方和除以数据个数.

10. (3 分) 如图所示，AB 为 $\odot O$ 的直径，AC 为弦，OD $\parallel$ BC 交 AC 于点 D，若 AB=20cm， $\angle A=30^\circ$ ，则 AD= $5\sqrt{3}$ cm.



考点：圆周角定理；特殊角的三角函数值.

分析：由圆周角定理，可知 $\angle C=90^\circ$ ，已知 $OD \parallel BC$ ，因此 $\triangle AOD$ 是直角三角形，在这个直角三角形中，半径 $OA=10\text{cm}$ ， $\angle A=30^\circ$ ，通过解直角三角形可求出 AD 的长.

解答：解： $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径， $\therefore \angle C=90^\circ$ ；

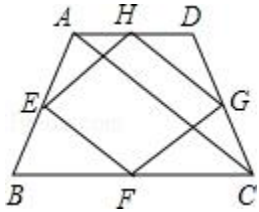
$\because OD \parallel BC$ ， $\therefore \angle ADO=90^\circ$ ；

在 $\text{Rt}\triangle AOD$ 中， $OA=10\text{cm}$ ， $\angle A=30^\circ$ ；

$$AD=AO \cdot \cos A = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}\text{cm}.$$

点评：本题主要考查了圆周角定理、平行线的性质、余弦函数等知识的应用.

11. (3分) 某花木场有一块如等腰梯形 $ABCD$ 的空地(如图)，各边的中点分别是 E 、 F 、 G 、 H ，用篱笆围成的四边形 $EFGH$ 场地的周长为 40cm ，则对角线 $AC=$ 20 cm .



考点：等腰梯形的性质；三角形中位线定理.

分析：利用等腰梯形和中位线定理和已知条件，即可推出结论.

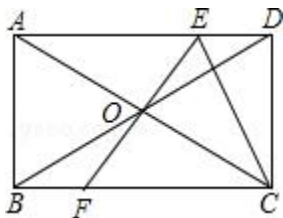
解答：解： $\because$ 等腰梯形的对角线相等， EF 、 HG 、 GF 、 EF 均为梯形的中位线， $\therefore EF=HG=GF=EF=\frac{1}{2}AC$.

又 $\because EF+HG+GF+EF=40\text{cm}$ ，即 $2AC=40\text{cm}$ ，则 $AC=20\text{cm}$. 对角线 $AC=20\text{cm}$.

故答案为：20.

点评：本题考查的是等腰梯形的性质即三角形中位线的性质，属一般题目.

12. (3分) 如图，矩形 $ABCD$ 的两条线段交于点 O ，过点 O 作 AC 的垂线 EF ，分别交 AD 、 BC 于点 E 、 F ，连接 CE ，已知 $\triangle CDE$ 的周长为 24cm ，则矩形 $ABCD$ 的周长是 48 cm .



考点：矩形的性质.

专题：计算题.

分析：利用 FE 垂直平分 AC 可得到 $AE=CE$ ，那么 $\triangle CDE$ 的周长就可以表示为 $AD+CD$ ，也就求出了矩形的周长.

解答：解： $\because OA=OC$ ， $EF \perp AC$ ，

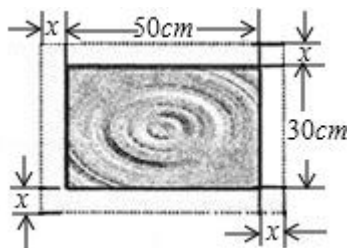
$\therefore AE=CE$ ，

$\because$ 矩形 $ABCD$ 的周长 $=2(AE+DE+CD)$ ，

$\because DE+CD+CE=24$ ， $\therefore$ 矩形 $ABCD$ 的周长 $=2(AE+DE+CD)=48\text{cm}$.

点评：本题主要是利用矩形的对角线相互平分的性质和垂直平分线的性质求得 $DE+CD+CE=AE+DE+CD=24$.

13. (3分) 在一幅长 50cm, 宽 30cm 的风景画的四周镶一条金色纸边, 制成一幅矩形挂图, 如图所示, 如果要使整个挂图的土地的面积是 1800cm^2 , 设金色纸边的宽为 $x\text{cm}$, 那么 x 满足的方程为 $x^2+40x-75=0$.



考点: 由实际问题抽象出一元二次方程.

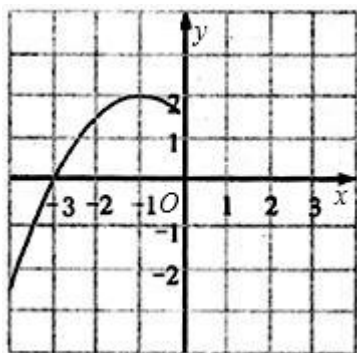
专题: 几何图形问题.

分析: 如果设金色纸边的宽为 $x\text{cm}$, 那么挂图的长和宽应该为 $(50+2x)$ 和 $(30+2x)$, 根据总面积即可列出方程.

解答: 解: 设金色纸边的宽为 $x\text{cm}$, 那么挂图的长和宽应该为 $(50+2x)$ 和 $(30+2x)$, 根据题意可得出方程为: $(50+2x)(30+2x)=1800$,
 $\therefore x^2+40x-75=0$.

点评: 一元二次方程的运用, 此类题是看准题型列面积方程, 题目不难, 重在看准题.

14. (3分) 如图是二次函数 $y=a(x+1)^2+2$ 图象的一部分, 该图在 y 轴右侧与 x 轴交点的坐标是 $(1, 0)$.



考点: 二次函数的图象.

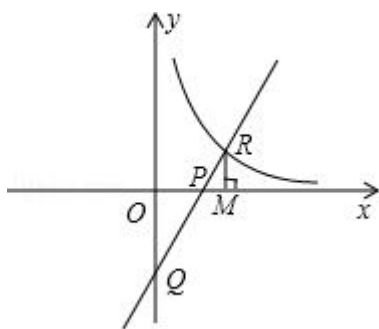
专题: 压轴题.

分析: 由二次函数 $y=a(x+1)^2+2$ 可知对称轴 $x=-1$, 从图象上看出与 x 轴左侧交点为 $(-3, 0)$, 利用二次函数的对称性可知该图在对称轴右侧与 x 轴交点坐标.

解答: 解: 由 $y=a(x+1)^2+2$ 可知对称轴 $x=-1$, 根据对称性, 图象在对称轴左侧与 x 轴交点为 $(-3, 0)$, 所以该图在对称轴右侧与 x 轴交点的坐标是 $(1, 0)$.

点评: 要求熟悉二次函数图象的对称性, 能从图象和解析式中分析得出对称轴和关于对称轴对称的点, 并利用对称性求得另一个点.

15. (3分) 如图, 直线 $y=kx-2$ ($k>0$) 与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 在第一象限内的交点为 R , 与 x 轴的交点为 P , 与 y 轴的交点为 Q ; 作 $RM \perp x$ 轴于点 M , 若 $\triangle OPQ$ 与 $\triangle PRM$ 的面积比是 $4:1$, 则 $k=\underline{\sqrt{3}}$.



考点：反比例函数综合题；相似三角形的判定与性质.

专题：压轴题.

分析：先通过相似三角形的性质得到 $OQ:RM=2:1$ ，得到 $RM=1$ ，即 R 的纵坐标为 1，于是有 R 的坐标为 $(\frac{3}{k}, 1)$ ，再代入 $y=\frac{k}{x}$ 即可求出 k 的值.

解答：解：∵ $Rt\triangle OQP \sim Rt\triangle MRP$ ，

而 $\triangle OPQ$ 与 $\triangle PRM$ 的面积比是 4:1，

∴ $OQ:RM=2:1$ ，

∵ Q 为 $y=kx-2$ 与 y 轴交点，

∴ $OQ=2$ ，

∴ $RM=1$ ，即 R 的纵坐标为 1，

把 $y=1$ 代入直线 $y=kx-2$ ，得 $x=\frac{3}{k}$ ，

所以 R 的坐标为 $(\frac{3}{k}, 1)$ ，把它代入 $y=\frac{k}{x}$ ，得 $\frac{3}{k} \times 1 = k$ ($k > 0$)，解得 $k=\pm\sqrt{3}$.

∵ 图象在第一三象限，

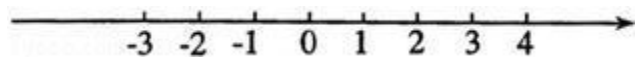
∴ $k=\sqrt{3}$ ，

故答案为 $\sqrt{3}$.

点评：观察图象，函数经过一定点，将此点坐标代入函数解析式 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 即可求得 k 的值.

三、解答题 (共 8 小题, 满分 75 分)

16. (8 分) 解不等式组 $\begin{cases} 4x \leq 3(x+1) & \text{①} \\ \frac{1}{2}x - 1 > -\frac{3}{2}x & \text{②} \end{cases}$ 并把解集在已画好的数轴上表示出来.



考点：解一元一次不等式组；在数轴上表示不等式的解集.

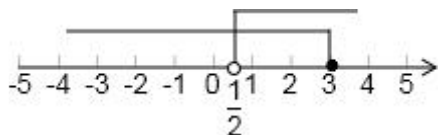
分析：先解不等式组中的每一个不等式，再根据“大大取较大，小小取较小，大小小大取中间，大大小小无解”，把它们的解集用一条不等式表示出来.

解答：解：解不等式 1，得 $x \leq 3$ ；

解不等式 2，得 $x > \frac{1}{2}$.

把解集在数轴上表示为：

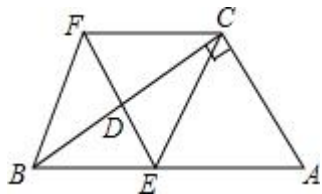
∴ 原不等式组的解集是 $\frac{1}{2} < x \leq 3$.



点评: 本题考查不等式组的解法和解集在数轴上的表示法，如果是表示大于或小于号的点要用空心，如果是表示大于等于或小于等于号的点用实心.

17. (9分) 如图，已知：在四边形 ABFC 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，BC 的垂直平分线 EF 交 BC 于点 D，交 AB 于点 E，且 $CF=AE$.

- (1) 试探究，四边形 BECF 是什么特殊的四边形？
- (2) 当 $\angle A$ 的大小满足什么条件时，四边形 BECF 是正方形？请回答并证明你的结论. (特别提醒：表示角最好用数字)



考点: 菱形的判定；线段垂直平分线的性质；正方形的判定.

专题: 几何综合题.

分析: (1) 根据中垂线的性质：中垂线上的点到线段两个端点的距离相等，有 $BE=EC$ ， $BF=FC$ ，根据四边相等的四边形是菱形即可判断；

(2) 由菱形的性质知，对角线平分一组对角，即当 $\angle ABC=45^\circ$ 时， $\angle EBF=90^\circ$ ，有菱形为正方形，根据直角三角形中两个角锐角互余得， $\angle A=45^\circ$ 度.

解答: 解：(1) 四边形 BECF 是菱形.

证明： $\because$ BC 的垂直平分线为 EF，

$\therefore BF=FC$ ， $BE=EC$ ，

$\therefore \angle 1=\angle 3$ ，

$\because \angle ACB=90^\circ$ ，

$\therefore \angle 1+\angle 2=90^\circ$ ， $\angle 3+\angle A=90^\circ$ ，

$\therefore \angle 2=\angle A$ ，

$\therefore EC=AE$ ，

又 $\because CF=AE$ ， $BE=EC$

$\therefore BE=EC=CF=BF$ ，

$\therefore$ 四边形 BECF 是菱形.

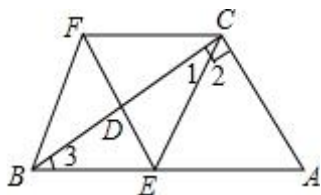
(2) 当 $\angle A=45^\circ$ 时，菱形 BECF 是正方形.

证明： $\because \angle A=45^\circ$ ， $\angle ACB=90^\circ$ ，

$\therefore \angle 1=45^\circ$ ，

$\therefore \angle EBF=2\angle A=90^\circ$ ，

$\therefore$ 菱形 BECF 是正方形.



点评: 本题利用了：菱形的判定和性质及中垂线的性质、直角三角形的性质.

18. (9分) 已知 x_1 ， x_2 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 6x + k = 0$ 的两个实数根，且 $x_1^2 x_2^2 - x_1 - x_2 = 115$.

- (1) 求 k 的值;
 (2) 求 $x_1^2+x_2^2+8$ 的值.

考点: 根与系数的关系; 解一元二次方程-直接开平方法; 根的判别式.

专题: 压轴题.

分析: (1) 方程有两个实数根, 必须满足 $\Delta=b^2-4ac\geq 0$, 从而求出实数 k 的取值范围, 再利用根与系数的关系, $x_1^2x_2^2-x_1-x_2=115$. 即 $x_1^2x_2^2-(x_1+x_2)=115$, 即可得到关于 k 的方程, 求出 k 的值.

(2) 根据 (1) 即可求得 x_1+x_2 与 x_1x_2 的值, 而 $x_1^2+x_2^2+8=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2+8$ 即可求得式子的值.

解答: 解: (1) $\because x_1, x_2$ 是方程 $x^2-6x+k=0$ 的两个根,

$$\therefore x_1+x_2=6, \quad x_1x_2=k,$$

$$\therefore x_1^2x_2^2-x_1-x_2=115,$$

$$\therefore k^2-6=115,$$

$$\text{解得 } k_1=11, \quad k_2=-11,$$

$$\text{当 } k_1=11 \text{ 时, } \Delta=36-4k=36-44<0,$$

$$\therefore k_1=11 \text{ 不合题意}$$

$$\text{当 } k_2=-11 \text{ 时, } \Delta=36-4k=36+44>0,$$

$$\therefore k_2=-11 \text{ 符合题意,}$$

$$\therefore k \text{ 的值为 } -11;$$

$$(2) \because x_1+x_2=6, \quad x_1x_2=-11$$

$$\therefore x_1^2+x_2^2+8=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2+8=36+2\times 11+8=66.$$

点评: 总结: (1) 一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系:

① $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根;

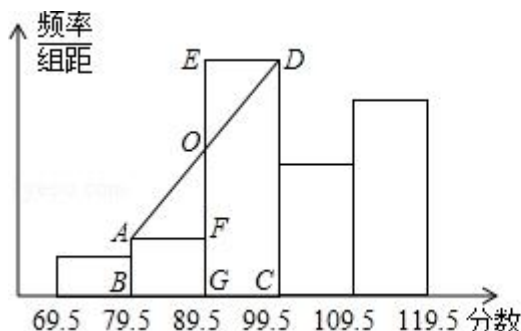
② $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根;

③ $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

$$(2) \text{ 根与系数的关系是: } x_1+x_2=-\frac{b}{a}, \quad x_1x_2=\frac{c}{a}.$$

根据根与系数的关系把 $x_1^2x_2^2-x_1-x_2=115$ 转化为关于 k 的方程, 解得 k 的值是解决本题的关键.

19. (9分) 某校 300 名优秀学生, 中考数学得分范围是 70-119 (得分都是整数), 为了了解该校这 300 名学生的中考数学成绩, 从中抽查了一部分学生的数学分数, 通过数据处理, 得到如下频率分布表和频率分布直方图.



分组	频数	频率
109.5~119.5	15	0.30
99.5~109.5	10	0.20
89.5~99.5	18	
79.5~89.5		
69.5~79.5	3	0.06
合计		1.00

请你根据给出的图标解答:

- 填写频率分布表中未完成部分的数据;
- 指出在这个问题中的总体和样本容量;
- 求出在频率分布直方图中直角梯形 ABCD 的面积;
- 请你用样本估计总体, 可以得到哪些信息? (写一条即可)

考点: 频数 (率) 分布直方图; 用样本估计总体; 频数 (率) 分布表.

专题: 图表型.

分析: (1) 根据各小组频数之和等于数据总和, 各小组频率之和等于 1, 可得答案;

(2) 由总体及样本容量的意义, 可得: 总体是 300 名学生的中考数学成绩. 样本容量为 50;

(3) 由图形的对称性可得 $S_{\text{梯形} ABCD} = S_{\text{矩形} ABGF} + S_{\text{矩形} CDEG}$, 可求出答案;

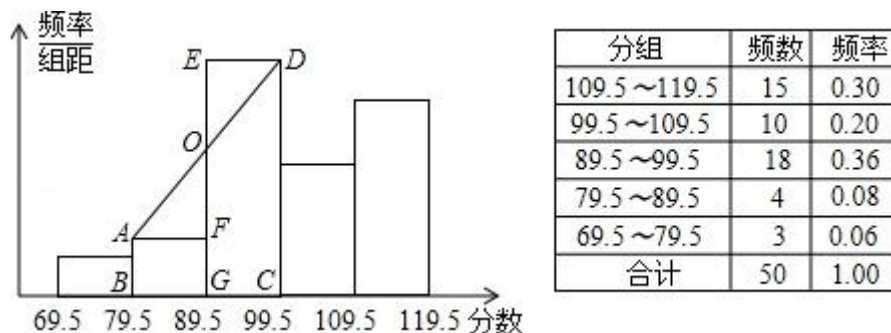
(4) 根据样本中的频率就等于总体的频率，用样本估计总体即可，答案不唯一。

解答：解：(1) 根据第一组的频数为 15，频率为 0.30，
所以这次被抽查的学生人数是 50 人，

第三组的频率为 $\frac{18}{50}=0.36$ ，

分数在 79.5 ~ 89.5 之间的人数为 $50 - 15 - 10 - 18 - 3 = 4$ 人，

频率为 $\frac{4}{50}=0.08$ ，如图：



(2) 总体是 300 名学生的中考数学成绩，样本容量为 50；

(3) $\because \angle DOE = \angle AOF, \angle E = \angle AFO = 90^\circ, DE = AF,$

$\therefore \triangle DOE \cong \triangle AOF,$

$\therefore S_{\text{梯形 } ABCD} = S_{\text{矩形 } ABGF} + S_{\text{矩形 } CDEG} = 0.08 + 0.36 = 0.44;$

(4) 本题有多个结论，例如，300 名初中毕业年级学生数学分数在 89.5 ~ 99.5 的人数最多，约为 108 人；
或 300 名初中毕业年级学生数学分数在 69.5 ~ 79.5 的人数最少，约为 18 人。

点评：本题属于统计内容，考查分析频数分布直方图和频率的求法。解本题要懂得频率分布直方图的意义，了解频率分布直方图是一种以频数为纵向指标的条形统计图。

20. (9 分) 在暴雨到来之前，武警某部承担了一段长 150 米的河堤加固任务，加固 40 米后，接到上级抗旱防汛指挥部的指示，要求加快施工进度，为此，该部队在保证施工质量的前提下，投入更多的兵力，每天多加固 15 米，这样一共用了 3 天完成了任务。问接到指示后，该部队每天加固河堤多少米？

考点：分式方程的应用；解一元二次方程-因式分解法。

专题：应用题。

分析：求的是原计划的工效，工作总量明显，一定是根据工作时间来列等量关系，本题的关键描述语是：一共用了 3 天完成了任务。等量关系为：40 米所用时间 + 其余米数所用时间 = 3。

解答：解：设接到指示后，该部队每天加固河堤 x 米，则接到指示前每天加固 $(x - 15)$ 米 (1 分)

根据题意，得 $\frac{40}{x - 15} + \frac{150 - 40}{x} = 3$ (5 分)

两边乘以 $x(x - 15)$ 得 $40x + 110(x - 15) = 3x(x - 15)$

整理，得 $x^2 - 65x + 550 = 0$ (6 分)

解得， $x_1 = 55, x_2 = 10$ (7 分)

经检验， $x_1 = 55, x_2 = 10$ 都是原方程的根，但当 $x = 10$ 时 $x - 15 = 10 - 15 < 0$,

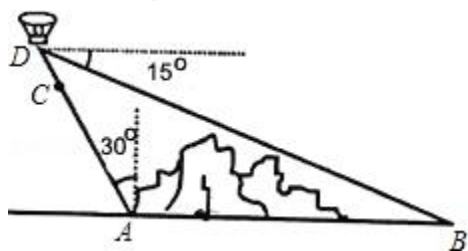
$\therefore x = 10$ 不合题意，只取 $x = 55$ 。 (8 分)

答：接到指示后，该部队每天加固河堤 55 米。 (9 分)

点评：应用题中一般有三个量，求一个量，明显的有一个量，一定是根据另一量来列等量关系的。本题考查分式方程的应用，分析题意，找到关键描述语，找到合适的等量关系是解决问题的关键。

21. (10分) 如图, 在小山的西侧 A 处有一热气球, 以 30 米/分钟的速度沿着与垂直方向所成夹角为 30° 的方向升空, 40 分钟后到达 C 处, 这时热气球上的人发现, 在 A 处的正东方向有一处着火点 B, 十分钟后, 在 D 处测得着火点 B 的俯角为 15° , 求热气球升空点 A 与着火点 B 的距离. (结果保留根号, 参考数据: $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$,

$$\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}, \tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}, \cot 15^\circ = 2 + \sqrt{3})$$



考点: 解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

专题: 应用题.

分析: 首先分析图形: 根据题意构造直角三角形; 本题涉及到两个直角三角形, 应利用其公共边构造等量关系, 进而可求出答案.

解答: 解: 由题意可知, $AD = (40+10) \times 30 = 1500$ (米)

过点 D 作 $DH \perp BA$, 交 BA 延长线于点 H.

在 $Rt\triangle DAH$ 中, $DH = AD \cdot \sin 60^\circ$,

$$= 1500 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 750\sqrt{3} \text{ (米)}.$$

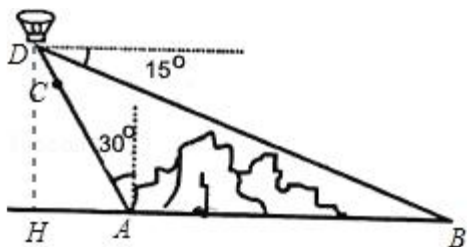
$$AH = AD \cdot \cos 60^\circ = 1500 \times \frac{1}{2} = 750 \text{ (米)}.$$

在 $Rt\triangle DBH$ 中,

$$BH = DH \cdot \cot 15^\circ = 750\sqrt{3} \times (2 + \sqrt{3}) = (1500\sqrt{3} + 2250) \text{ (米)},$$

$$\therefore BA = BH - AH = 1500\sqrt{3} + 2250 - 750 = 1500(\sqrt{3} + 1) \text{ (米)}.$$

答: 热气球升空点 A 与着火点 B 的距离为 $1500(\sqrt{3} + 1)$ (米).

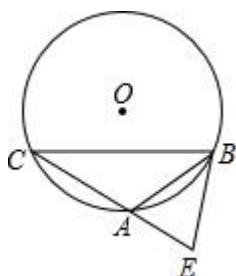


点评: 本题要求学生借助俯角关系构造直角三角形, 并结合图形利用三角函数解直角三角形.

22. (10分) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 过点 B 作 $\odot O$ 的切线, 交于 CA 的延长线于点 E, $\angle EBC = 2\angle C$.

(1) 求证: $AB = AC$;

(2) 当 $\frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{5}}{4}$ 时, ①求 $\tan \angle ABE$ 的值; ②如果 $AE = \frac{20}{11}$, 求 AC 的值.



考点: 切割线定理; 勾股定理; 解直角三角形.

专题: 几何综合题; 压轴题.

分析: (1) BE 切 $\odot O$ 于点 B, 根据弦切角定理得到 $\angle ABE = \angle C$, 把求证 $AB = AC$ 的问题转化为证明 $\angle ABC = \angle C$ 的问题.

(2) ①连接 AO, 交 BC 于点 F, $\tan \angle ABE = \tan \angle ABF = \frac{AF}{BF}$, 转化为求 AF 的问题.

②在 $\triangle EBA$ 和 $\triangle ECB$ 中, $\angle E = \angle E$, $\angle EBA = \angle ECB$, 得到 $\triangle EBA \sim \triangle ECB$, 再由切割线定理, 得 $EB^2 = EA \times EC = EA(EA + AC)$, 就可以求出 AC 的长.

解答: (1) 证明: $\because$ BE 切 $\odot O$ 于点 B,

$$\therefore \angle ABE = \angle C.$$

$$\therefore \angle EBC = 2\angle C,$$

$$\text{即 } \angle ABE + \angle ABC = 2\angle C.$$

$$\therefore \angle ABC = \angle C.$$

$$\therefore AB = AC.$$

(2) 解: ①如图, 连接 AO, 交 BC 于点 F

$$\because AB = AC, \therefore \widehat{AB} = \widehat{AC};$$

$$\therefore AO \perp BC, \text{ 且 } BF = FC.$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{5}}{4}, \therefore \frac{AB}{2BF} = \frac{\sqrt{5}}{4}, \therefore \frac{AB}{BF} = \frac{\sqrt{5}}{2};$$

$$\text{设 } AB = \sqrt{5}m, BF = 2m,$$

$$\text{由勾股定理, 得 } AF = \sqrt{AB^2 - BF^2} = \sqrt{5m^2 - 4m^2} = m;$$

$$\therefore \tan \angle ABE = \tan \angle ABF = \frac{AF}{BF} = \frac{m}{2m} = \frac{1}{2}.$$

②在 $\triangle EBA$ 和 $\triangle ECB$ 中,

$$\because \angle E = \angle E, \angle EBA = \angle ECB, \therefore \triangle EBA \sim \triangle ECB,$$

$$\therefore \frac{EA}{EB} = \frac{AB}{BC};$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{5}}{4},$$

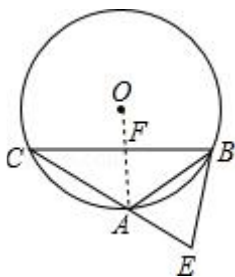
$$\therefore EB = \frac{4}{\sqrt{5}}EA (*);$$

$$\text{由切割线定理, 得 } EB^2 = EA \times EC = EA(EA + AC);$$

$$\text{将 } (*) \text{ 式代入上式, 得 } \frac{16}{5}EA^2 = EA(EA + AC);$$

$$\because EA \neq 0,$$

$$\therefore AC = \frac{11}{5}EA = \frac{11}{5} \times \frac{20}{11} = 4.$$



点评: 本题主要考查了相似三角形的性质, 对应边的比相等, 以及切割线定理.

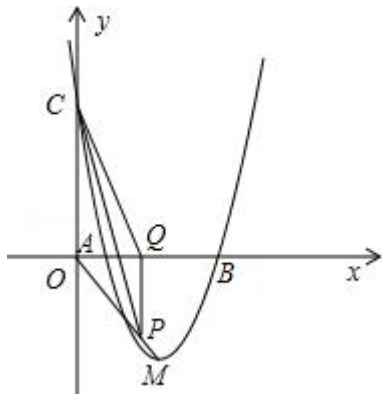
23. (11 分) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A、B 两点 (点 A 在点 B 左侧), 与 y 轴交于点 C, 且当 $x=0$ 和 $x=4$ 时, y 的值相等. 直线 $y=4x-16$ 与这条抛物线相交于两点, 其中一点的横坐标是 3, 另一点是这条抛物线的顶点 M.

(1) 求这条抛物线的解析式;

(2) P 为线段 OM 上一点, 过点 P 作 $PQ \perp x$ 轴于点 Q. 若点 P 在线段 OM 上运动 (点 P 不与点 O 重合, 但可以与点 M 重合), 设 OQ 的长为 t , 四边形 PQCO 的面积为 S , 求 S 与 t 之间的函数关系式及自变量 t 的取值范围;

(3) 随着点 P 的运动, 四边形 PQCO 的面积 S 有最大值吗? 如果 S 有最大值, 请求出 S 的最大值, 并指出点 Q 的具体位置和四边形 PQCO 的特殊形状; 如果 S 没有最大值, 请简要说明理由;

(4) 随着点 P 的运动, 是否存在 t 的某个值, 能满足 $PO=OC$? 如果存在, 请求出 t 的值.



考点: 二次函数综合题.

专题: 压轴题.

分析: (1) $x=0$ 和 $x=4$ 时, y 的值相等, 即可得到函数的对称轴是 $x=2$, 把 $x=2$ 和 $x=3$ 分别代入直线 $y=4x-16$ 就可以求出抛物线上的两个点的坐标, 并且其中一点是顶点, 利用待定系数法, 设出函数的顶点式一般形式, 就可以求出函数的解析式;

(2) 根据待定系数法可以求出直线 OM 的解析式, 设 OQ 的长为 t , 即 P, Q 的横坐标是 t , 把 $x=t$ 代入直线 OM 的解析式, 就可以求出 P 点的纵坐标, 得到 PQ 的长, 四边形 PQCO 的面积 $S=S_{\triangle COQ}+S_{\triangle OPQ}$, 很据三角形的面积公式就可以得到函数解析式;

(3) 从图象可看出, 随着点 P 由 $O \rightarrow M$ 运动, $\triangle COQ$ 的面积与 $\triangle OPQ$ 的面积在不断增大, 即 S 不断变大, 显当然点 P 运动到点 M 时, S 最值;

(4) 在直角 $\triangle OPQ$ 中, 根据勾股定理就可以求出点 P 的坐标.

解答: 解: (1) $\because$ 当 $x=0$ 和 $x=4$ 时, y 的值相等,

$$\therefore c=16a+4b+c, \quad (1 \text{ 分})$$

$$\therefore b=-4a,$$

$$\therefore x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-4a}{2a}=2$$

将 $x=3$ 代入 $y=4x-16$, 得 $y=-4$,

将 $x=2$ 代入 $y=4x-16$, 得 $y=-8$. (2 分)

$$\therefore \text{设抛物线的解析式为 } y=a(x-2)^2-8$$

将点 $(3, -4)$ 代入, 得 $-4=a(x-2)^2-8$,

解得 $a=4$.

$$\therefore \text{抛物线 } y=4(x-2)^2-8, \text{ 即 } y=4x^2-16x+8. \quad (3 \text{ 分})$$

(2) 设直线 OM 的解析式为 $y=kx$, 将点 M $(2, -8)$ 代入, 得 $k=-4$,

$$\therefore y=-4x. \quad (4 \text{ 分})$$

则点 P $(t, -4t)$, $PQ=4t$, 而 $OC=8$, $OQ=t$.

$$S=S_{\triangle COQ}+S_{\triangle OPQ}=\frac{1}{2} \times 8 \times t+\frac{1}{2} \times t \times 4t=2t^2+4t \quad (5 \text{ 分})$$

t 的取值范围为: $0 < t \leq 2$ (6 分)

(3) 随着点 P 的运动, 四边形 PQCO 的面积 S 有最大值.

从图象可看出, 随着点 P 由 O→M 运动, $\triangle COQ$ 的面积与 $\triangle OPQ$ 的面积在不断增大, 即 S 不断变大, 显然当点 P 运动到点 M 时, S 值最大 (7 分)

此时 $t=2$ 时, 点 Q 在线段 AB 的中点上 (8 分)

$$\text{因而 } S = \frac{1}{2} \times 2 \times 8 + \frac{1}{2} \times 2 \times 8 = 16.$$

当 $t=2$ 时, $OC=MQ=8$, $OC \parallel MQ$,

$\therefore$ 四边形 PQCO 是平行四边形. (9 分)

(4) 随着点 P 的运动, 存在 $t = \frac{8}{17}\sqrt{17}$, 能满足 $PO=OC$ (10 分)

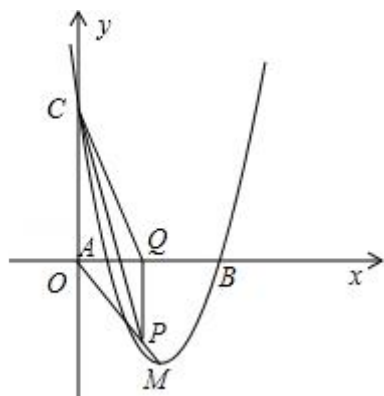
设点 P $(t, -4t)$, $PQ=4t$, $OQ=t$.

由勾股定理, 得 $OP^2 = (4t)^2 + t^2 = 17t^2$.

$\therefore PO=OC$,

$$\therefore 17t^2 = 8^2, \quad t_1 = \frac{8}{17}\sqrt{17} < 2, \quad t_2 = -\frac{8}{17}\sqrt{17} \text{ (不合题意)}$$

$\therefore$ 当 $t = \frac{8}{17}\sqrt{17}$ 时, $PO=OC$. (11 分)



点评: 本题主要考查了待定系数法求二次函数的解析式. 注意数与形的结合是解决本题的关键.