

2019 年河北省中考数学试卷

一、选择题（本大题有 16 个小题，共 42 分，1-10 小题各 3 分，11-16 小题各 2 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

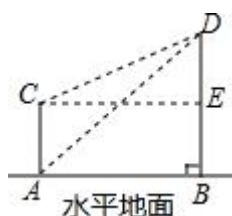
1. (3 分) 下列图形为正多边形的是 ()



2. (3 分) 规定：(→2) 表示向右移动 2 记作 +2，则 (←3) 表示向左移动 3 记作 ()

- A. +3 B. -3 C. $-\frac{1}{3}$ D. $+\frac{1}{3}$

3. (3 分) 如图，从点 C 观测点 D 的仰角是 ()

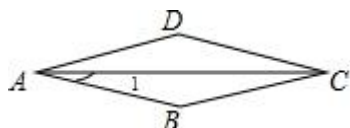


- A. $\angle DAB$ B. $\angle DCE$ C. $\angle DCA$ D. $\angle ADC$

4. (3 分) 语句“ x 的 $\frac{1}{8}$ 与 x 的和不超过 5”可以表示为 ()

- A. $\frac{x}{8} + x \leq 5$ B. $\frac{x}{8} + x \geq 5$ C. $\frac{8}{x+5} \leq 5$ D. $\frac{x}{8} + x = 5$

5. (3 分) 如图，菱形 ABCD 中， $\angle D = 150^\circ$ ，则 $\angle 1 =$ ()



- A. 30° B. 25° C. 20° D. 15°

6. (3 分) 小明总结了以下结论：

- ① $a(b+c) = ab+ac$;
 ② $a(b-c) = ab-ac$;
 ③ $(b-c) \div a = b \div a - c \div a$ ($a \neq 0$);
 ④ $a \div (b+c) = a \div b + a \div c$ ($a \neq 0$)

其中一定成立的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. (3 分) 下面是投影屏上出示的抢答题，需要回答横线上符号代表的内容

已知：如图， $\angle BEC = \angle B + \angle C$ 。
 求证： $AB \parallel CD$ 。
 证明：延长BE交 ※ 于点F，
 则 $\angle BEC = \text{◎} + \angle C$ (三角形的外角等于与它不相邻两个内角之和)。
 又 $\angle BEC = \angle B + \angle C$ ，得 $\angle B = \text{▲}$ 。
 故 $AB \parallel CD$ (@ 相等，两直线平行)。

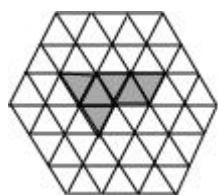
则回答正确的是 ()

- | | |
|---------------------|-----------|
| A. ◎代表 $\angle FEC$ | B. @代表同位角 |
| C. ▲代表 $\angle EFC$ | D. ※代表AB |

8. (3分) 一次抽奖活动特等奖的中奖率为 $\frac{1}{50000}$ ，把 $\frac{1}{50000}$ 用科学记数法表示为 ()

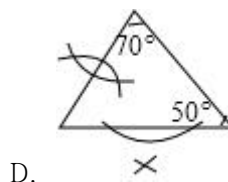
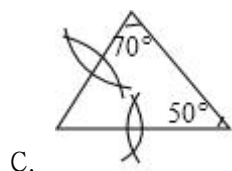
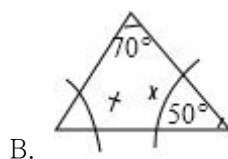
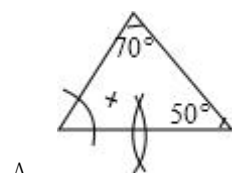
- | | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| A. 5×10^{-4} | B. 5×10^{-5} | C. 2×10^{-4} | D. 2×10^{-5} |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|

9. (3分) 如图，在小正三角形组成的网格中，已有6个小正三角形涂黑，还需涂黑 n 个小正三角形，使它们与原来涂黑的小正三角形组成的新图案恰有三条对称轴，则 n 的最小值为 ()



- | | | | |
|-------|------|------|------|
| A. 10 | B. 6 | C. 3 | D. 2 |
|-------|------|------|------|

10. (3分) 根据圆规作图的痕迹，可用直尺成功找到三角形外心的是 ()



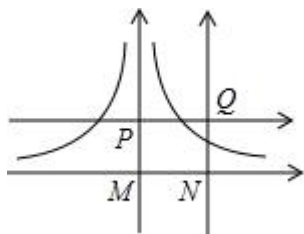
11. (2分) 某同学要统计本校图书馆最受学生欢迎的图书种类，以下是排乱的统计步骤：

- ①从扇形图中分析出最受学生欢迎的种类
- ②去图书馆收集学生借阅图书的记录
- ③绘制扇形图来表示各个种类所占的百分比
- ④整理借阅图书记录并绘制频数分布表

正确统计步骤的顺序是 ()

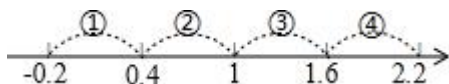
- A. ②→③→①→④ B. ③→④→①→② C. ①→②→④→③ D. ②→④→③→①

12. (2分) 如图, 函数 $y = \begin{cases} \frac{1}{x} (x > 0), \\ -\frac{1}{x} (x < 0) \end{cases}$ 的图象所在坐标系的原点是 ()



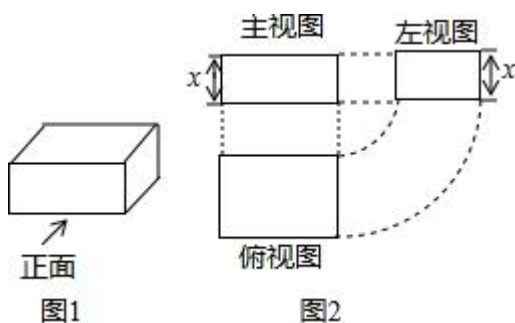
- A. 点 M B. 点 N C. 点 P D. 点 Q

13. (2分) 如图, 若 x 为正整数, 则表示 $\frac{(x+2)^2}{x^2+4x+4} - \frac{1}{x+1}$ 的值的点落在 ()



- A. 段① B. 段② C. 段③ D. 段④

14. (2分) 图 2 是图 1 中长方体的三视图, 若用 S 表示面积, $S_{\text{主}} = x^2 + 2x$, $S_{\text{左}} = x^2 + x$, 则 $S_{\text{俯}} =$ ()



- A. $x^2 + 3x + 2$ B. $x^2 + 2$ C. $x^2 + 2x + 1$ D. $2x^2 + 3x$

15. (2分) 小刚在解关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 时, 只抄对了 $a = 1$, $b = 4$, 解出其中一个根是 $x = -1$. 他核对时发现所抄的 c 比原方程的 c 值小 2. 则原方程的根的情况是 ()

- A. 不存在实数根 B. 有两个不相等的实数根
C. 有一个根是 $x = -1$ D. 有两个相等的实数根

16. (2分) 对于题目: “如图 1, 平面上, 正方形内有一长为 12、宽为 6 的矩形, 它可以在正方形的内部及边界通过移转 (即平移或旋转) 的方式, 自由地从横放移转到竖放, 求正方形边长的最小整数 n .”

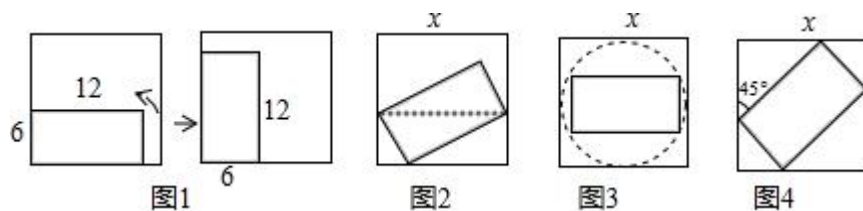
甲、乙、丙作了自认为边长最小的正方形, 先求出该边长 x , 再取最小整数 n .

甲: 如图 2, 思路是当 x 为矩形对角线长时就可移转过去; 结果取 $n = 13$.

乙: 如图 3, 思路是当 x 为矩形外接圆直径长时就可移转过去; 结果取 $n = 14$.

丙：如图 4，思路是当 x 为矩形的长与宽之和的 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 倍时就可移转过去；结果取 $n = 13$ 。

下列正确的是（ ）

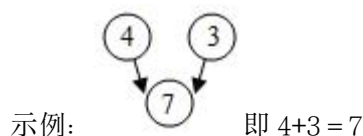


- A. 甲的思路错，他的 n 值对
- B. 乙的思路和他的 n 值都对
- C. 甲和丙的 n 值都对
- D. 甲、乙的思路都错，而丙的思路对

二、填空题（本大题有 3 个小题，共 11 分，17 小题 3 分：18~19 小题各有 2 个空，每空 2 分，把答案写在题中横线上）

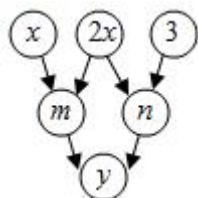
17. (3 分) 若 $7^{-2} \times 7^{-1} \times 7^0 = 7^p$ ，则 p 的值为_____。

18. (4 分) 如图，约定：上方相邻两数之和等于这两数下方箭头共同指向的数。



则 (1) 用含 x 的式子表示 $m =$ _____；

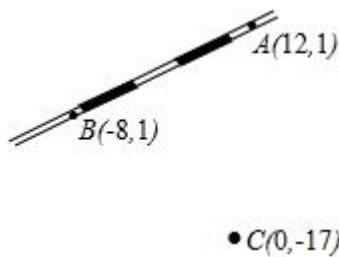
(2) 当 $y = -2$ 时， n 的值为_____。



19. (4 分) 勘测队按实际需要构建了平面直角坐标系，并标示了 A , B , C 三地的坐标，数据如图（单位： km ）。笔直铁路经过 A , B 两地。

(1) A , B 间的距离为_____ km ；

(2) 计划修一条从 C 到铁路 AB 的最短公路 l ，并在 l 上建一个维修站 D ，使 D 到 A , C 的距离相等，则 C , D 间的距离为_____ km 。



三、解答题（本大题有 7 个小题，共 67 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

20. (8 分) 有个填写运算符号的游戏：在“ $1 \square 2 \square 6 \square 9$ ”中的每个 $\square$ 内，填入 $+$ ， $-$ ， $\times$ ， $\div$ 中的某一个（可重复使用），然后计算结果.

(1) 计算： $1+2-6-9$;

(2) 若 $1 \div 2 \times 6 \square 9 = -6$ ，请推算 $\square$ 内的符号;

(3) 在“ $1 \square 2 \square 6 - 9$ ”的 $\square$ 内填入符号后，使计算所得数最小，直接写出这个最小数.

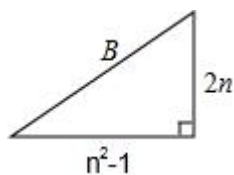
21. (9 分) 已知：整式 $A = (n^2 - 1)^2 + (2n)^2$ ，整式 $B > 0$.

尝试 化简整式 A .

发现 $A = B^2$ ，求整式 B .

联想 由上可知， $B^2 = (n^2 - 1)^2 + (2n)^2$ ，当 $n > 1$ 时， $n^2 - 1$ ， $2n$ ， B 为直角三角形的三边长，如图. 填写下表中 B 的值:

直角三角形三边	$n^2 - 1$	$2n$	B
勾股数组 I	$/$	8	_____
勾股数组 II	35	$/$	_____



22. (9 分) 某球室有三种品牌的 4 个乒乓球，价格是 7，8，9（单位：元）三种. 从中随机拿出一个球，

已知 $P(\text{一次拿到 8 元球}) = \frac{1}{2}$.

(1) 求这 4 个球价格的众数;

(2) 若甲组已拿走一个 7 元球训练，乙组准备从剩余 3 个球中随机拿一个训练.

①所剩的 3 个球价格的中位数与原来 4 个球价格的中位数是否相同？并简要说明理由;

②乙组先随机拿出一个球后放回，之后又随机拿一个，用列表法（如图）求乙组两次都拿到 8 元球的概率.

又拿			
----	--	--	--

先拿			

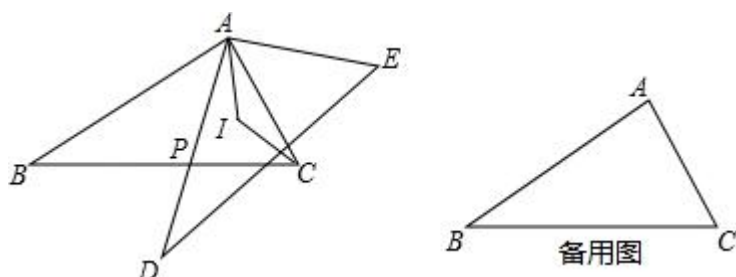


23. (9分) 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中, $AB=AD=6$, $BC=DE$, $\angle B=\angle D=30^\circ$, 边 AD 与边 BC 交于点 P (不与点 B, C 重合), 点 B, E 在 AD 异侧, I 为 $\triangle APC$ 的内心.

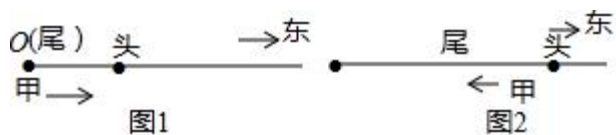
(1) 求证: $\angle BAD=\angle CAE$;

(2) 设 $AP=x$, 请用含 x 的式子表示 PD , 并求 PD 的最大值;

(3) 当 $AB \perp AC$ 时, $\angle AIC$ 的取值范围为 $m^\circ < \angle AIC < n^\circ$, 分别直接写出 m, n 的值.



24. (10分) 长为 $300m$ 的春游队伍, 以 $v(m/s)$ 的速度向东行进, 如图 1 和图 2, 当队伍排尾行进到位置 O 时, 在排尾处的甲有一物品要送到排头, 送到后立即返回排尾, 甲的往返速度均为 $2v(m/s)$, 当甲返回排尾后, 他及队伍均停止行进. 设排尾从位置 O 开始行进的时间为 $t(s)$, 排头与 O 的距离为 $S_{\text{头}}(m)$.



(1) 当 $v=2$ 时, 解答:

①求 $S_{\text{头}}$ 与 t 的函数关系式 (不写 t 的取值范围);

②当甲赶到排头位置时, 求 S 的值; 在甲从排头返回到排尾过程中, 设甲与位置 O 的距离为 $S_{\text{甲}}(m)$, 求 $S_{\text{甲}}$ 与 t 的函数关系式 (不写 t 的取值范围)

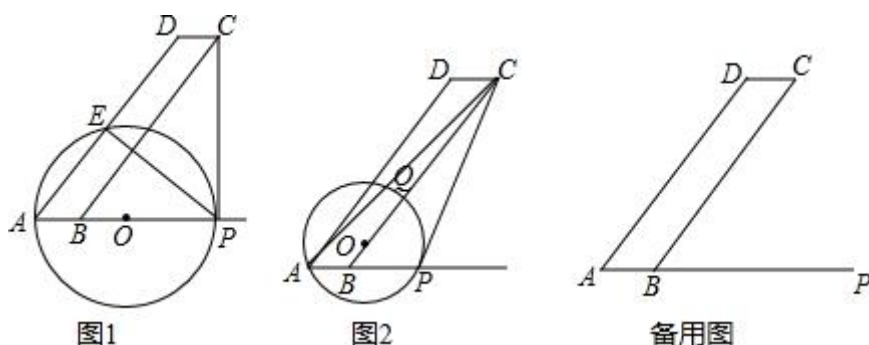
(2) 设甲这次往返队伍的总时间为 $T(s)$, 求 T 与 v 的函数关系式 (不写 v 的取值范围), 并写出队伍在此过程中行进的路程.

25. (10分) 如图1和2, $\square ABCD$ 中, $AB=3$, $BC=15$, $\tan \angle DAB = \frac{4}{3}$. 点 P 为 AB 延长线上一点, 过点 A 作 $\odot O$ 切 CP 于点 P , 设 $BP=x$.

(1) 如图1, x 为何值时, 圆心 O 落在 AP 上? 若此时 $\odot O$ 交 AD 于点 E , 直接指出 PE 与 BC 的位置关系;

(2) 当 $x=4$ 时, 如图2, $\odot O$ 与 AC 交于点 Q , 求 $\angle CAP$ 的度数, 并通过计算比较弦 AP 与劣弧 PQ 长度的大小;

(3) 当 $\odot O$ 与线段 AD 只有一个公共点时, 直接写出 x 的取值范围.



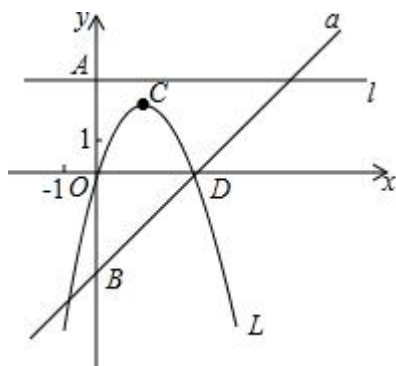
26. (12分) 如图, 若 b 是正数, 直线 $l: y=b$ 与 y 轴交于点 A ; 直线 $a: y=x-b$ 与 y 轴交于点 B ; 抛物线 $L: y=-x^2+bx$ 的顶点为 C , 且 L 与 x 轴右交点为 D .

(1) 若 $AB=8$, 求 b 的值, 并求此时 L 的对称轴与 a 的交点坐标;

(2) 当点 C 在 l 下方时, 求点 C 与 l 距离的最大值;

(3) 设 $x_0 \neq 0$, 点 (x_0, y_1) , (x_0, y_2) , (x_0, y_3) 分别在 l , a 和 L 上, 且 y_3 是 y_1, y_2 的平均数, 求点 $(x_0, 0)$ 与点 D 间的距离;

(4) 在 L 和 a 所围成的封闭图形的边界上, 把横、纵坐标都是整数的点称为“美点”, 分别直接写出 $b=2019$ 和 $b=2019.5$ 时“美点”的个数.



2019 年河北省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (本大题有 16 个小题, 共 42 分, 1-10 小题各 3 分, 11-16 小题各 2 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 【解答】解: 正五边形五个角相等, 五条边都相等,

故选: D .

2. 【解答】解: “正”和“负”相对, 所以, 如果 $(\rightarrow 2)$ 表示向右移动 2 记作 +2, 则 $(\leftarrow 3)$ 表示向左移动 3 记作 -3.

故选: B .

3. 【解答】解: $\because$ 从点 C 观测点 D 的视线是 CD , 水平线是 CE ,

$\therefore$ 从点 C 观测点 D 的仰角是 $\angle DCE$,

故选: B .

4. 【解答】解: “ x 的 $\frac{1}{8}$ 与 x 的和不超过 5” 用不等式表示为 $\frac{1}{8}x + x \leq 5$.

故选: A .

5. 【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\angle D = 150^\circ$,

$\therefore AB \parallel CD$, $\angle BAD = 2\angle 1$,

$\therefore \angle BAD + \angle D = 180^\circ$,

$\therefore \angle BAD = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$,

$\therefore \angle 1 = 15^\circ$;

故选: D .

6. 【解答】解: ① $a(b+c) = ab+ac$, 正确;

② $a(b-c) = ab-ac$, 正确;

③ $(b-c) \div a = b \div a - c \div a$ ($a \neq 0$), 正确;

④ $a \div (b+c) = a \div b + a \div c$ ($a \neq 0$), 错误, 无法分解计算.

故选: C .

7. 【解答】证明: 延长 BE 交 CD 于点 F ,

则 $\angle BEC = \angle EFC + \angle C$ (三角形的外角等于与它不相邻两个内角之和).

又 $\angle BEC = \angle B + \angle C$, 得 $\angle B = \angle EFC$.

故 $AB \parallel CD$ (内错角相等, 两直线平行).

故选: C.

8. 【解答】解: $\frac{1}{50000} = 0.00002 = 2 \times 10^{-5}$.

故选: D.

9. 【解答】解: 如图所示, n 的最小值为 3,



故选: C.

10. 【解答】解: 三角形外心为三边的垂直平分线的交点, 由基本作图得到 C 选项作了两边的垂直平分线, 从而可用直尺成功找到三角形外心.

故选: C.

11. 【解答】解: 由题意可得,

正确统计步骤的顺序是: ②去图书馆收集学生借阅图书的记录→④整理借阅图书记录并绘制频数分布表→③绘制扇形图来表示各个种类所占的百分比→①从扇形图中分析出最受学生欢迎的种类,

故选: D.

12. 【解答】解: 由已知可知函数 $y = \begin{cases} \frac{1}{x} (x > 0), \\ -\frac{1}{x} (x < 0) \end{cases}$ 关于 y 轴对称,

所以点 M 是原点;

故选: A.

13. 【解答】解: $\therefore \frac{(x+2)^2}{x^2+4x+4} - \frac{1}{x+1} = \frac{(x+2)^2}{(x+2)^2} - \frac{1}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+1} = \frac{x}{x+1}$

又 $\therefore x$ 为正整数,

$$\therefore \frac{1}{2} \leq x < 1$$

故表示 $\frac{(x+2)^2}{x^2+4x+4} - \frac{1}{x+1}$ 的值的点落在②

故选: B.

14. 【解答】解: $\therefore S_{\text{主}} = x^2 + 2x = x(x+2)$, $S_{\text{左}} = x^2 + x = x(x+1)$,

$\therefore$ 俯视图的长为 $x+2$, 宽为 $x+1$,

则俯视图的面积 $S_{\text{俯}} = (x+2)(x+1) = x^2 + 3x + 2$,

故选: A.

15. 【解答】解: $\because$ 小刚在解关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 时, 只抄对了 $a=1$, $b=4$, 解出其中一个根是 $x=-1$,

$$\therefore (-1)^2 - 4 + c = 0,$$

解得: $c=3$,

故原方程中 $c=5$,

$$\text{则 } b^2 - 4ac = 16 - 4 \times 1 \times 5 = -4 < 0,$$

则原方程的根的情况是不存在实数根.

故选: A.

16. 【解答】解: 甲的思路正确, 长方形对角线最长, 只要对角线能通过就可以, 但是计算错误, 应为 $n=14$;

乙的思路与计算都正确;

乙的思路与计算都错误, 图示情况不是最长;

故选: B.

二、填空题 (本大题有 3 个小题, 共 11 分, 17 小题 3 分: 18~19 小题各有 2 个空, 每空 2 分, 把答案写在题中横线上)

17. 【解答】解: $\because 7^{-2} \times 7^{-1} \times 7^0 = 7^p$,

$$\therefore -2 - 1 + 0 = p,$$

解得: $p=-3$.

故答案为: -3 .

18. 【解答】解: (1) 根据约定的方法可得:

$$m = x + 2x = 3x;$$

故答案为: $3x$;

(2) 根据约定的方法即可求出 n

$$x + 2x + 2x + 3 = m + n = y.$$

当 $y = -2$ 时, $5x + 3 = -2$.

解得 $x = -1$.

$$\therefore n = 2x + 3 = -2 + 3 = 1.$$

故答案为: 1 .

19. 【解答】解: (1) 由 A 、 B 两点的纵坐标相同可知: $AB \parallel x$ 轴,

$$\therefore AB = 12 - (-8) = 20;$$

(2) 过点 C 作 $l \perp AB$ 于点 E , 连接 AC , 作 AC 的垂直平分线交直线 l 于点 D ,

由 (1) 可知: $CE = 1 - (-17) = 18$,

$AE = 12$,

设 $CD = x$,

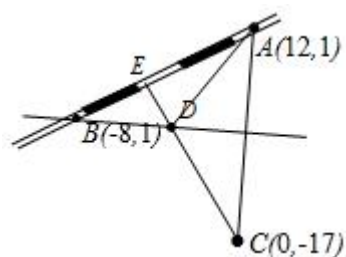
$\therefore AD = CD = x$,

由勾股定理可知: $x^2 = (18 - x)^2 + 12^2$,

$\therefore$ 解得: $x = 13$,

$\therefore CD = 13$,

故答案为: (1) 20; (2) 13;



三、解答题 (本大题有 7 个小题, 共 67 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

20. 【解答】解: (1) $1 + 2 - 6 - 9$

$$= 3 - 6 - 9$$

$$= -3 - 9$$

$$= -12;$$

$$(2) \because 1 \div 2 \times 6 \square 9 = -6,$$

$$\therefore 1 \times \frac{1}{2} \times 6 \square 9 = -6,$$

$$\therefore 3 \square 9 = -6,$$

$\therefore \square$ 内的符号是 “-”;

(3) 这个最小数是 -20,

理由: $\because$ 在 “ $1 \square 2 \square 6 - 9$ ” 的 $\square$ 内填入符号后, 使计算所得数最小,

$\therefore 1 \square 2 \square 6$ 的结果是负数即可,

$$\therefore 1 \square 2 \square 6 \text{ 的最小值是 } 1 - 2 \times 6 = -11,$$

$$\therefore 1 \square 2 \square 6 - 9 \text{ 的最小值是 } -11 - 9 = -20,$$

$\therefore$ 这个最小数是 -20.

21. 【解答】解: $A = (n^2 - 1)^2 + (2n)^2 = n^4 - 2n^2 + 1 + 4n^2 = n^4 + 2n^2 + 1 = (n^2 + 1)^2$,

$$\therefore A = B^2, \quad B > 0,$$

$$\therefore B = n^2 + 1,$$

当 $2n = 8$ 时, $n = 4$, $\therefore n^2 + 1 = 4^2 + 1 = 15$;

当 $n^2 - 1 = 35$ 时, $n^2 + 1 = 37$.

故答案为: 15; 37

22. 【解答】解: (1) $\therefore P$ (一次拿到 8 元球) $= \frac{1}{2}$,

$\therefore$ 8 元球的个数为 $4 \times \frac{1}{2} = 2$ (个), 按照从小到大的顺序排列为 7, 8, 8, 9,

$\therefore$ 这 4 个球价格的众数为 8 元;

(2) ①所剩的 3 个球价格的中位数与原来 4 个球价格的中位数相同; 理由如下:

原来 4 个球的价格按照从小到大的顺序排列为 7, 8, 8, 9,

$\therefore$ 原来 4 个球价格的中位数为 $\frac{8+8}{2} = 8$ (元),

所剩的 3 个球价格为 8, 8, 9,

$\therefore$ 所剩的 3 个球价格的中位数为 8 元,

$\therefore$ 所剩的 3 个球价格的中位数与原来 4 个球价格的中位数相同;

②列表如图所示: 共有 9 个等可能的结果, 乙组两次都拿到 8 元球的结果有 4 个,

$\therefore$ 乙组两次都拿到 8 元球的概率为 $\frac{4}{9}$.

又拿 先拿	8	8	9
8	8, 8	8, 8	8, 9
8	8, 8	8, 8	8, 9
9	9, 8	9, 8	9, 9

23. 【解答】解: (1) 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中, (如图 1)

$$\begin{cases} AB=AD \\ \angle B=\angle D \\ BC=DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE$ (SAS)

$\therefore \angle BAC = \angle DAE$

即 $\angle BAD + \angle DAC = \angle DAC + \angle CAE$

$\therefore \angle BAD = \angle CAE$.

$$(2) \because AD=6, AP=x,$$

$$\therefore PD=6-x$$

当 $AD \perp BC$ 时, $AP = \frac{1}{2}AB = 3$ 最小, 即 $PD = 6 - 3 = 3$ 为 PD 的最大值.

$$(3) \text{ 如图 2, 设 } \angle BAP = \alpha, \text{ 则 } \angle APC = \alpha + 30^\circ,$$

$$\because AB \perp AC$$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ, \angle PCA = 60^\circ, \angle PAC = 90^\circ - \alpha,$$

$\therefore I$ 为 $\triangle APC$ 的内心

$$\therefore AI, CI \text{ 分别平分 } \angle PAC, \angle PCA,$$

$$\therefore \angle IAC = \frac{1}{2} \angle PAC, \angle ICA = \frac{1}{2} \angle PCA$$

$$\therefore \angle AIC = 180^\circ - (\angle IAC + \angle ICA)$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2} (\angle PAC + \angle PCA)$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2} (90^\circ - \alpha + 60^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \alpha + 105^\circ$$

$$\because 0 < \alpha < 90^\circ,$$

$$\therefore 105^\circ < \frac{1}{2} \alpha + 105^\circ < 150^\circ, \text{ 即 } 105^\circ < \angle AIC < 150^\circ,$$

$$\therefore m = 105, n = 150.$$

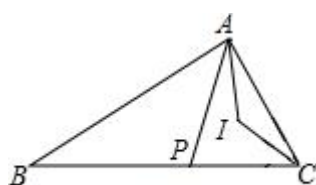


图2

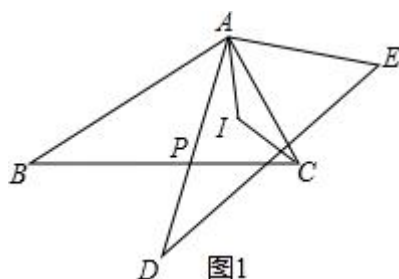


图1

24. 【解答】解: (1) ①排尾从位置 O 开始行进的时间为 t (s), 则排头也离开原排头 t (s),

$$\therefore S_{\text{头}} = 2t + 300$$

②甲从排尾赶到排头的时间为 $300 \div (2v - v) = 300 \div v = 300 \div 2 = 150$ s, 此时 $S_{\text{头}} = 2t + 300 = 600$ m

甲返回时间为: $(t - 150)$ s

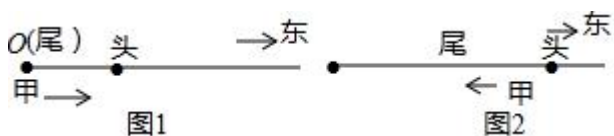
$$\therefore S_{\text{甲}} = S_{\text{头}} - S_{\text{甲回}} = 2 \times 150 + 300 - 4(t - 150) = -4t + 1200;$$

因此, $S_{\text{头}}$ 与 t 的函数关系式为 $S_{\text{头}} = 2t + 300$, 当甲赶到排头位置时, 求 S 的值为 $600m$, 在甲从排头返回到排尾过程中, $S_{\text{甲}}$ 与 t 的函数关系式为 $S_{\text{甲}} = -4t + 1200$.

$$(2) T = t_{\text{追及}} + t_{\text{返回}} = \frac{300}{2v-v} + \frac{300}{2v+v} = \frac{400}{v},$$

在甲这次往返队伍的过程中队伍行进的路程为: $v \times (T - 150) = v \times \left(\frac{400}{v} - 150 \right) = 400 - 150v$;

因此 T 与 v 的函数关系式为: $T = \frac{400}{v}$, 此时队伍在此过程中行进的路程为 $(400 - 150v) m$.



25. 【解答】解: (1) 如图 1, AP 经过圆心 O , $\therefore CP$ 与 $\odot O$ 相切于 P ,

$$\therefore \angle APC = 90^\circ,$$

$$\therefore \square ABCD,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle PBC = \angle DAB$$

$$\therefore \frac{CP}{BP} = \tan \angle PBC = \tan \angle DAB = \frac{4}{3}, \text{ 设 } CP = 4k, BP = 3k, \text{ 由 } CP^2 + BP^2 = BC^2,$$

$$\text{得 } (4k)^2 + (3k)^2 = 15^2, \text{ 解得 } k_1 = -3 \text{ (舍去)}, k_2 = 3,$$

$$\therefore x = BP = 3 \times 3 = 9,$$

故当 $x = 9$ 时, 圆心 O 落在 AP 上;

$$\therefore AP \text{ 是 } \odot O \text{ 的直径},$$

$$\therefore \angle AEP = 90^\circ,$$

$$\therefore PE \perp AD,$$

$$\therefore \square ABCD,$$

$$\therefore BC \parallel AD$$

$$\therefore PE \perp BC$$

(2) 如图 2, 过点 C 作 $CG \perp AP$ 于 G ,

$$\therefore \square ABCD,$$

$$\therefore BC \parallel AD,$$

$$\therefore \angle CBG = \angle DAB$$

$$\therefore \frac{CG}{BG} = \tan \angle CBG = \tan \angle DAB = \frac{4}{3},$$

设 $CG = 4m$, $BG = 3m$, 由勾股定理得: $(4m)^2 + (3m)^2 = 15^2$, 解得 $m = 3$,

$$\therefore CG = 4 \times 3 = 12, BG = 3 \times 3 = 9, PG = BG - BP = 9 - 4 = 5, AP = AB + BP = 3 + 4 = 7,$$

$$\therefore AG = AB + BG = 3 + 9 = 12$$

$$\therefore \tan \angle CAP = \frac{CG}{AG} = \frac{12}{12} = 1,$$

$$\therefore \angle CAP = 45^\circ;$$

连接 OP , OQ , 过点 O 作 $OH \perp AP$ 于 H , 则 $\angle POQ = 2\angle CAP = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$, $PH = \frac{1}{2}AP = \frac{7}{2}$,

$$\text{在 Rt}\triangle CPG \text{ 中, } CP = \sqrt{PG^2 + CG^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13,$$

$\therefore CP$ 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore \angle OPC = \angle OHP = 90^\circ, \angle OPH + \angle CPG = 90^\circ, \angle PCG + \angle CPG = 90^\circ$$

$$\therefore \angle OPH = \angle PCG$$

$$\therefore \triangle OPH \sim \triangle PCG$$

$$\therefore \frac{PH}{OP} = \frac{CG}{CP}, \text{ 即 } PH \times CP = CG \times OP, \frac{7}{2} \times 13 = 12OP,$$

$$\therefore OP = \frac{91}{24}$$

$$\therefore \text{劣弧 } \widehat{PQ} \text{ 长度} = \frac{90\pi \times \frac{91}{24}}{180} = \frac{91}{48}\pi,$$

$$\therefore \frac{91}{48}\pi < 2\pi < 7$$

$\therefore$ 弦 AP 的长度 $>$ 劣弧 $\widehat{PQ}$ 长度.

(3) 如图 3, $\odot O$ 与线段 AD 只有一个公共点, 即圆心 O 位于直线 AB 下方, 且 $\angle OAD \geq 90^\circ$,

当 $\angle OAD = 90^\circ$, $\angle CPM = \angle DAB$ 时, 此时 BP 取得最小值, 过点 C 作 $CM \perp AB$ 于 M ,

$$\therefore \angle DAB = \angle CBP,$$

$$\therefore \angle CPM = \angle CBP$$

$$\therefore CB = CP,$$

$$\therefore CM \perp AB$$

$$\therefore BP = 2BM = 2 \times 9 = 18,$$

$$\therefore x \geq 18$$

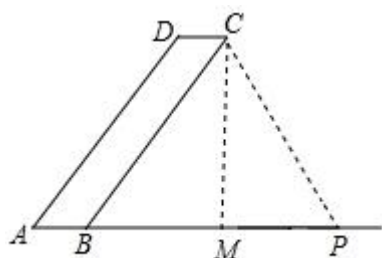


图3

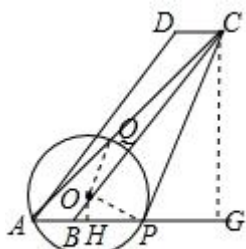


图2

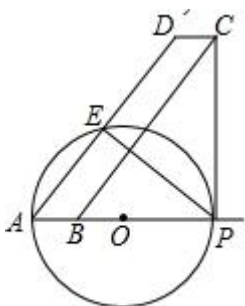


图1

26. 【解答】解：（1）当 $x=0$ 时， $y=x-b=-b$ ，

$$\therefore B(0, -b),$$

$$\because AB=8, \text{ 而 } A(0, b),$$

$$\therefore b-(-b)=8,$$

$$\therefore b=4.$$

$$\therefore L: y=-x^2+4x,$$

$$\therefore L \text{ 的对称轴 } x=2,$$

$$\text{当 } x=2 \text{ 时, } y=x-4=-2,$$

$$\therefore L \text{ 的对称轴与 } a \text{ 的交点为 } (2, -2);$$

$$(2) y=-\left(x-\frac{b}{2}\right)^2+\frac{b^2}{4},$$

$$\therefore L \text{ 的顶点 } C\left(\frac{b}{2}, \frac{b^2}{4}\right)$$

$$\because \text{点 } C \text{ 在 } l \text{ 下方,}$$

$$\therefore C \text{ 与 } l \text{ 的距离 } b-\frac{b^2}{4}=-\frac{1}{4}(b-2)^2+1 \leq 1,$$

∴ 点 C 与 1 距离的最大值为 1;

(3) 由题意得 $y_3 = \frac{y_1 + y_2}{2}$, 即 $y_1 + y_2 = 2y_3$,

$$\text{得 } b + x_0 - b = 2(-x_0^2 + bx_0)$$

解得 $x_0 = 0$ 或 $x_0 = b - \frac{1}{2}$. 但 $x_0 \neq 0$, 取 $x_0 = b - \frac{1}{2}$,

对于 L , 当 $y = 0$ 时, $0 = -x^2 + bx$, 即 $0 = -x(x - b)$,

解得 $x_1 = 0$, $x_2 = b$,

∴ $b > 0$,

∴ 右交点 $D(b, 0)$.

∴ 点 $(x_0, 0)$ 与点 D 间的距离 $b - (b - \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$

(4) ①当 $b = 2019$ 时, 抛物线解析式 $L: y = -x^2 + 2019x$

直线解析式 $a: y = x - 2019$

联立上述两个解析式可得: $x_1 = -1$, $x_2 = 2019$,

∴ 可知每一个整数 x 的值 都对应的一个整数 y 值, 且 -1 和 2019 之间 (包括 -1 和 -2019) 共有 2021 个整数;

∴ 另外要知道所围成的封闭图形边界分两部分: 线段和抛物线,

∴ 线段和抛物线上各有 2021 个整数点

∴ 总计 4042 个点,

∴ 这两段图象交点有 2 个点重复重复,

∴ “美点” 的个数: $4042 - 2 = 4040$ (个);

②当 $b = 2019.5$ 时,

抛物线解析式 $L: y = -x^2 + 2019.5x$,

直线解析式 $a: y = x - 2019.5$,

联立上述两个解析式可得: $x_1 = -1$, $x_2 = 2019.5$,

∴ 当 x 取整数时, 在一次函数 $y = x - 2019.5$ 上, y 取不到整数值, 因此在该图象上 “美点” 为 0,

在二次函数 $y = -x^2 + 2019.5x$ 图象上, 当 x 为偶数时, 函数值 y 可取整数,

可知 -1 到 2019.5 之间有 1009 个偶数, 并且在 -1 和 2019.5 之间还有整数 0, 验证后可知 0 也符合条件, 因此 “美点” 共有 1010 个.

故 $b = 2019$ 时 “美点” 的个数为 4040 个, $b = 2019.5$ 时 “美点” 的个数为 1010 个.

会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；

衡水名校试卷悄悄的上线了；

扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！

会员qq专享等你来撩.....