

2017 年河北省中考数学试卷

一、选择题（本大题共 16 小题，共 42 分。1~10 小题各 3 分，11~16 小题各 2 分，小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

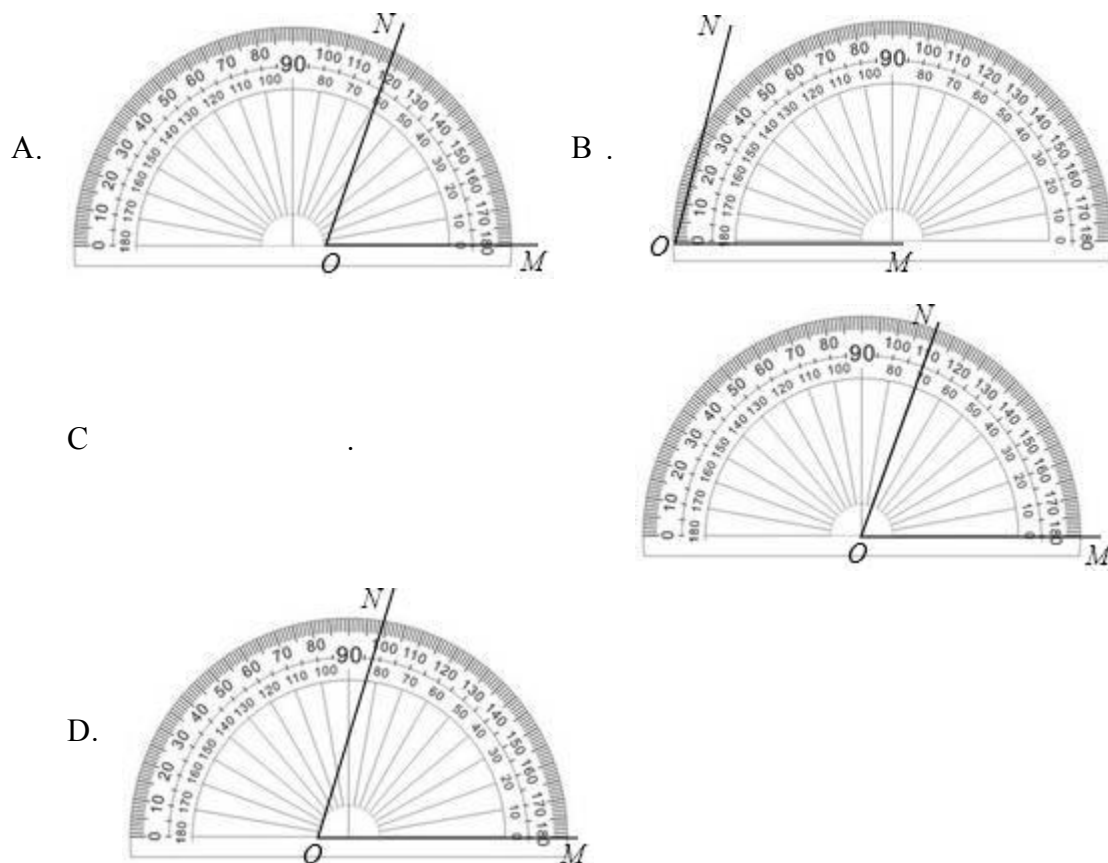
1. 下列运算结果为正数的是（ ）

- A. $(-3)^2$ B. $-3 \div 2$ C. $0 \times (-2017)$ D. $2 - 3$

2. 把 0.0813 写成 $a \times 10^n$ ($1 \leq a < 10$, n 为整数) 的形式，则 a 为（ ）

- A. 1 B. -2 C. 0.813 D. 8.13

3. 用量角器测得 $\angle MON$ 的度数，下列操作正确的是（ ）

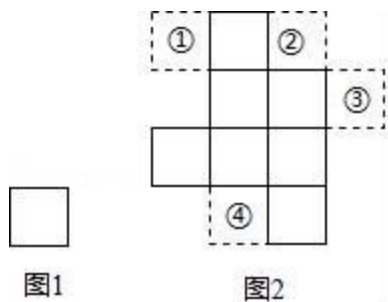


4. $\frac{\overbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}^{m \uparrow 2}}{\underbrace{3 + 3 + \cdots + 3}_{n \uparrow 3}} = (\quad)$

- A. $\frac{2m}{3^n}$ B. $\frac{2^m}{3n}$ C. $\frac{2m}{n^3}$ D. $\frac{m^2}{3n}$

5. 图 1 和图 2 中所有的小正方形都全等，将图 1 的正方形放在图 2 中①②③④的某一位置，使它与原来 7 个小正方形组成的图形是中心对称图形，这个位置是

()



A. ① B. ② C. ③ D. ④

6. 如图为张小亮的答卷，他的得分应是 ()

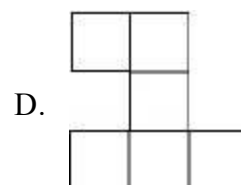
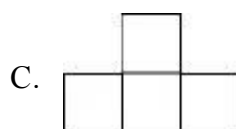
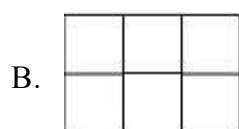
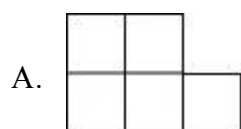
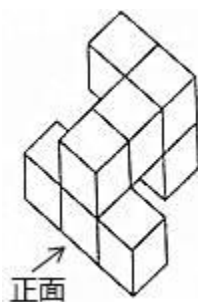
姓名 张小亮 得分 ?
 填空 (每小题 20 分, 共 100 分)
 ① -1 的绝对值是 1.
 ② 2 的倒数是 -2 .
 ③ -2 的相反数是 2.
 ④ 1 的立方根是 1.
 ⑤ -1 和 7 的平均数是 3.

A. 100 分 B. 80 分 C. 60 分 D. 40 分

7. 若 $\triangle ABC$ 的每条边长增加各自的 10% 得 $\triangle A'B'C'$, 则 $\angle B'$ 的度数与其对应角 $\angle B$ 的度数相比 ()

A. 增加了 10% B. 减少了 10% C. 增加了 $(1+10\%)$ D. 没有改变

8. 如图是由相同的小正方体木块粘在一起的几何体，它的主视图是 ()



9. 求证：菱形的两条对角线互相垂直.

已知：如图，四边形 ABCD 是菱形，对角线 AC，BD 交于点 O.

求证：AC ⊥ BD.

以下是排乱的证明过程：

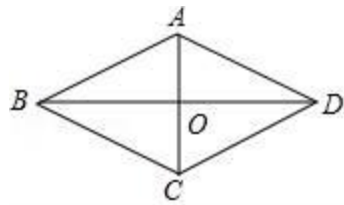
①又 BO=DO;

②∴AO ⊥ BD, 即 AC ⊥ BD;

③∵四边形 ABCD 是菱形;

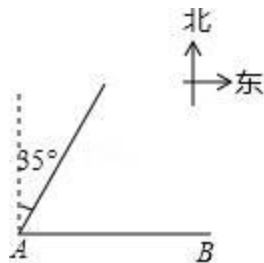
④∴AB=AD.

证明步骤正确的顺序是 ()



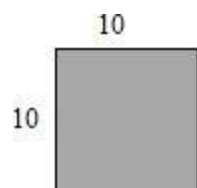
A. ③→②→①→④ B. ③→④→①→② C. ①→②→④→③ D. ①→④→③→②

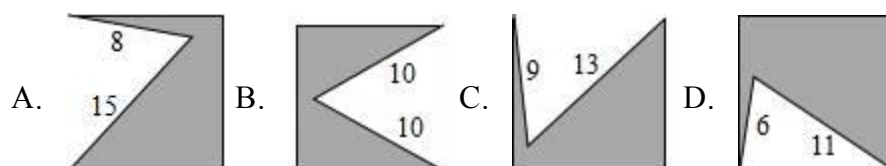
10. 如图，码头 A 在码头 B 的正西方向，甲、乙两船分别从 A，B 同时出发，并以等速驶向某海域，甲的航向是北偏东 35°，为避免行进中甲、乙相撞，则乙的航向不能是 ()



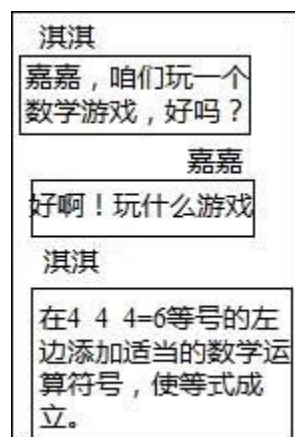
A. 北偏东 55° B. 北偏西 55° C. 北偏东 35° D. 北偏西 35°

11. 如图是边长为 10cm 的正方形铁片，过两个顶点剪掉一个三角形，以下四种剪法中，裁剪线长度所标的数据 (单位: cm) 不正确的是 ()





12. 如图是国际数学日当天淇淇和嘉嘉的微信对话，根据对话内容，下列选项错误的是（ ）



A. $4+4-\sqrt{4}=6$ B. $4+4^0+4^0=6$ C. $4+\sqrt[3]{4+4}=6$ D. $4^{-1}\div\sqrt{4}+4=6$

13. 若 $\frac{3-2x}{x-1} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{1}{x-1}$ ，则 $\frac{\quad}{\quad}$ 中的数是（ ）

A. -1 B. -2 C. -3 D. 任意实数

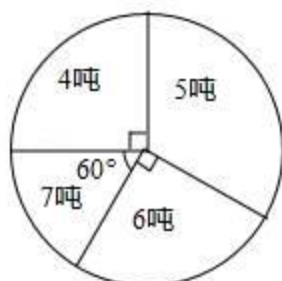
14. 甲、乙两组各有 12 名学生，组长绘制了本组 5 月份家庭用水量的统计图表，如图，

甲组 12 户家庭用水量统计表

用水量（吨）	4	5	6	9
户数	4	5	2	1

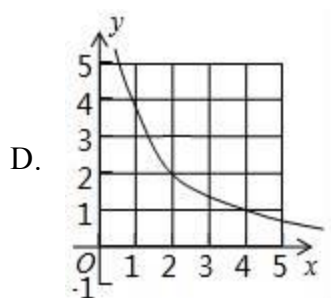
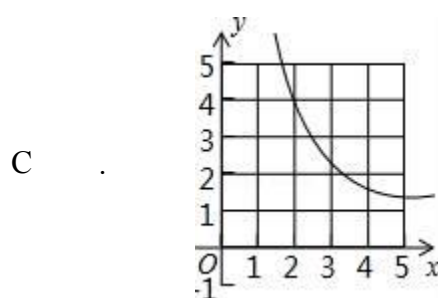
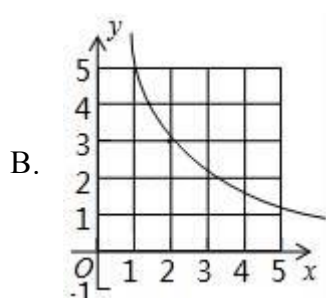
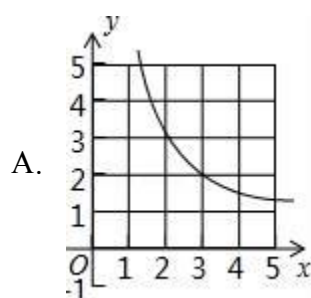
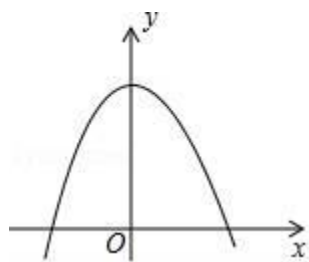
比较 5 月份两组家庭用水量的中位数，下列说法正确的是（ ）

乙组 12 户家庭用水量统计图



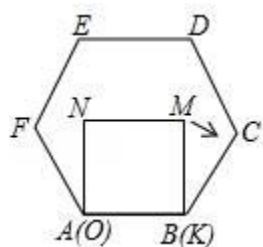
A. 甲组比乙组大 B. 甲、乙两组相同
C. 乙组比甲组大 D. 无法判断

15. 如图，若抛物线 $y = -x^2 + 3$ 与 x 轴围成封闭区域（边界除外）内整点（点的横、纵坐标都是整数）的个数为 k ，则反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象是 ()



16. 已知正方形 MNOK 和正六边形 ABCDEF 边长均为 1，把正方形放在正六边形中，使 OK 边与 AB 边重合，如图所示，按下列步骤操作：

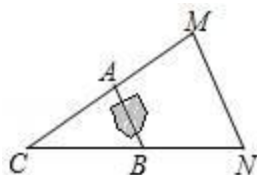
将正方形在正六边形中绕点 B 顺时针旋转，使 KM 边与 BC 边重合，完成第一次旋转；再绕点 C 顺时针旋转，使 MN 边与 CD 边重合，完成第二次旋转；...在这样连续 6 次旋转的过程中，点 B，M 间的距离可能是 ()



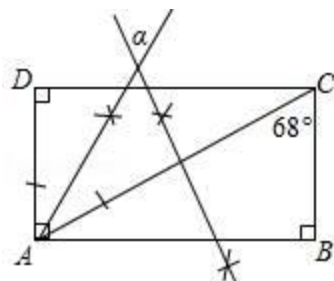
- A. 1.4 B. 1.1 C. 0.8 D. 0.5

二、填空题 (本大题共 3 小题, 共 10 分。17~18 小题各 3 分; 19 小题有 2 个空, 每空 2 分。把答案写在题中横线上)

17. 如图, A, B 两点被池塘隔开, 不能直接测量其距离. 于是, 小明在岸边选一点 C, 连接 CA, CB, 分别延长到点 M, N, 使 $AM=AC$, $BN=BC$, 测得 $MN=200\text{m}$, 则 A, B 间的距离为_____m.



18. 如图, 依据尺规作图的痕迹, 计算 $\angle \alpha =$ _____°.



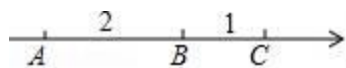
19. 对于实数 p, q , 我们用符号 $\min\{p, q\}$ 表示 p, q 两数中较小的数, 如 $\min\{1, 2\}=1$, 因此, $\min\{-\sqrt{2}, -\sqrt{3}\}=$ _____; 若 $\min\{(x-1)^2, x^2\}=1$, 则 $x=$ _____.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 68 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

20. 在一条不完整的数轴上从左到右有点 A, B, C, 其中 $AB=2$, $BC=1$, 如图所示, 设点 A, B, C 所对应数的和是 p .

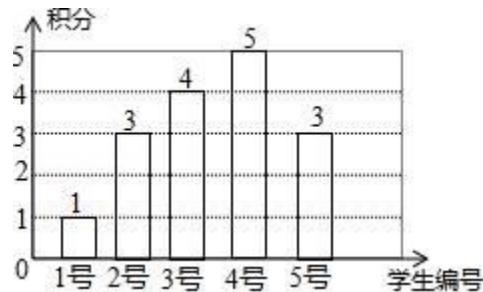
(1) 若以 B 为原点, 写出点 A, C 所对应的数, 并计算 p 的值; 若以 C 为原点, p 又是多少?

(2) 若原点 O 在图中数轴上点 C 的右边, 且 $CO=28$, 求 p .



21. 编号为 1~5 号的 5 名学生进行定点投篮, 规定每人投 5 次, 每命中 1 次记 1 分, 没有命中记 0 分, 如图是根据他们各自的累积得分绘制的条形统计图. 之后来了第 6 号学生也按同样记分规定投了 5 次, 其命中率为 40%.

- (1) 求第 6 号学生的积分，并将图增补为这 6 名学生积分的条形统计图；
- (2) 在这 6 名学生中，随机选一名学生，求选上命中率高于 50% 的学生的概率；
- (3) 最后，又来了第 7 号学生，也按同样记分规定投了 5 次，这时 7 名学生积分的众数仍是前 6 名学生积分的众数，求这个众数，以及第 7 号学生的积分。



22. 发现 任意五个连续整数的平方和是 5 的倍数.

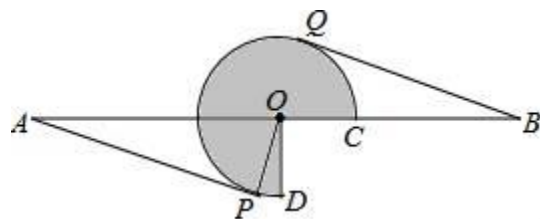
验证 (1) $(-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2$ 的结果是 5 的几倍?

(2) 设五个连续整数的中间一个为 n ，写出它们的平方和，并说明是 5 的倍数.

延伸 任意三个连续整数的平方和被 3 除的余数是几呢？请写出理由.

23. 如图， $AB=16$ ， O 为 AB 中点，点 C 在线段 OB 上（不与点 O ， B 重合），将 OC 绕点 O 逆时针旋转 270° 后得到扇形 COD ， AP ， BQ 分别切优弧 $\widehat{CD}$ 于点 P ， Q ，且点 P ， Q 在 AB 异侧，连接 OP .

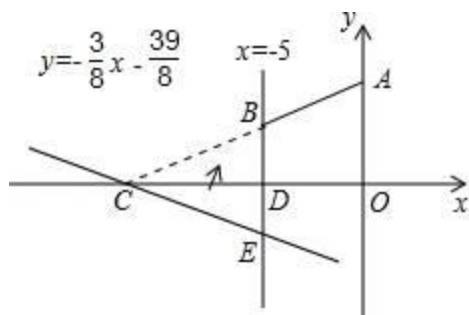
- (1) 求证： $AP=BQ$ ；
- (2) 当 $BQ=4\sqrt{3}$ 时，求 $\widehat{QD}$ 的长（结果保留 π ）；
- (3) 若 $\triangle APO$ 的外心在扇形 COD 的内部，求 OC 的取值范围.



24. 如图，直角坐标系 xOy 中， $A(0, 5)$ ，直线 $x=-5$ 与 x 轴交于点 D ，直线 $y=-\frac{3}{8}x-\frac{39}{8}$ 与 x 轴及直线 $x=-5$ 分别交于点 C ， E ，点 B ， E 关于 x 轴对称，连接 AB .

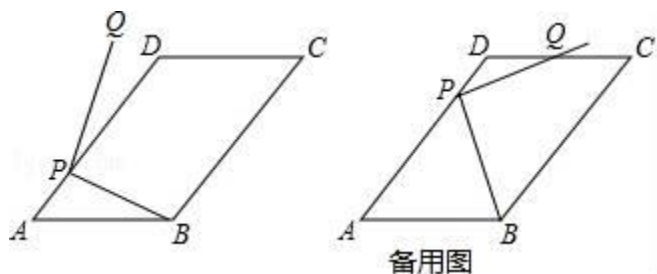
- (1) 求点 C ， E 的坐标及直线 AB 的解析式；
- (2) 设面积的和 $S=S_{\triangle CDE}+S_{\text{四边形 } ABDO}$ ，求 S 的值；

(3) 在求 (2) 中 S 时, 嘉琪有个想法: “将 $\triangle CDE$ 沿 x 轴翻折到 $\triangle CDB$ 的位置, 而 $\triangle CDB$ 与四边形 $ABDO$ 拼接后可看成 $\triangle AOC$, 这样求 S 便转化为直接求 $\triangle AOC$ 的面积不更快捷吗?” 但大家经反复演算, 发现 $S_{\triangle AOC} \neq S$, 请通过计算解释他的想法错在哪里.



25. 平面内, 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB=10$, $AD=15$, $\tan A = \frac{4}{3}$, 点 P 为 AD 边上任意点, 连接 PB , 将 PB 绕点 P 逆时针旋转 90° 得到线段 PQ .

- (1) 当 $\angle DPQ=10^\circ$ 时, 求 $\angle APB$ 的大小;
- (2) 当 $\tan \angle ABP: \tan A=3: 2$ 时, 求点 Q 与点 B 间的距离 (结果保留根号);
- (3) 若点 Q 恰好落在 $\square ABCD$ 的边所在的直线上, 直接写出 PB 旋转到 PQ 所扫过的面积. (结果保留 π)



26. 某厂按用户的月需求量 x (件) 完成一种产品的生产, 其中 $x > 0$, 每件的售价为 18 万元, 每件的成本 y (万元) 是基础价与浮动价的和, 其中基础价保持不变, 浮动价与月需求量 x (件) 成反比, 经市场调研发现, 月需求量 x 与月份 n (n 为整数, $1 \leq n \leq 12$), 符合关系式 $x=2n^2 - 2kn+9$ ($k+3$) (k 为常数), 且得到了表中的数据.

月份 n (月)	1	2
成本 y (万元/件)	11	12
需求量 x (件/月)	120	100

- (1) 求 y 与 x 满足的关系式, 请说明一件产品的利润能否是 12 万元;

- (2) 求 k , 并推断是否存在某个月既无盈利也不亏损;
- (3) 在这一年 12 个月中, 若第 m 个月和第 $(m+1)$ 个月的利润相差最大, 求 m .

2017 年河北省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (本大题共 16 小题, 共 42 分。1~10 小题各 3 分, 11~16 小题各 2 分, 小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 下列运算结果为正数的是 ()

A. $(-3)^2$ B. $-3 \div 2$ C. $0 \times (-2017)$ D. $2 - 3$

【考点】1G: 有理数的混合运算.

【分析】各项计算得到结果, 即可做出判断.

【解答】解: A、原式=9, 符合题意;

B、原式=-1.5, 不符合题意;

C、原式=0, 不符合题意,

D、原式=-1, 不符合题意,

故选 A

2. 把 0.0813 写成 $a \times 10^n$ ($1 \leq a < 10$, n 为整数) 的形式, 则 a 为 ()

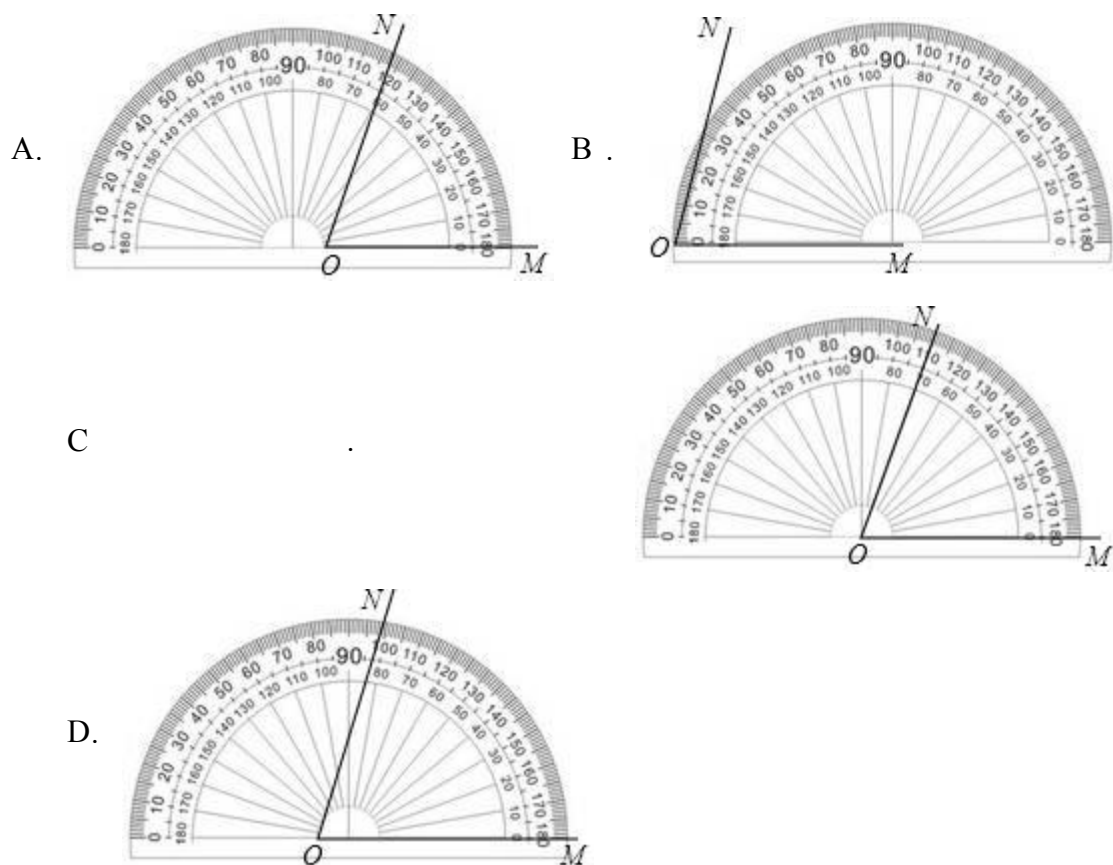
A. 1 B. -2 C. 0.813 D. 8.13

【考点】1J: 科学记数法—表示较小的数.

【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂, 指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解: 把 0.0813 写成 $a \times 10^n$ ($1 \leq a < 10$, n 为整数) 的形式, 则 a 为 8.13, 故选: D.

3. 用量角器测得 $\angle MON$ 的度数, 下列操作正确的是 ()



【考点】1F：角的概念.

【分析】根据量角器的使用方法进行选择即可.

【解答】解：量角器的圆心一定要与 O 重合，
 故选 C.

$$4. \frac{\overbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}^{m \uparrow 2}}{\underbrace{3 + 3 + \cdots + 3}_{n \uparrow 3}} = (\quad)$$

- A. $\frac{2m}{3^n}$ B. $\frac{2^m}{3n}$ C. $\frac{2m}{n^3}$ D. $\frac{m^2}{3n}$

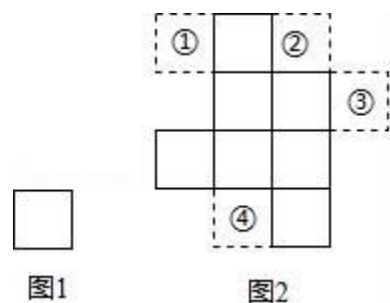
【考点】1G：有理数的混合运算.

【分析】根据乘方和乘法的意义即可求解.

【解答】解： $\frac{\overbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}^{m \uparrow 2}}{\underbrace{3 + 3 + \cdots + 3}_{n \uparrow 3}} = \frac{2^m}{3n}.$

故选： B.

5. 图 1 和图 2 中所有的小正方形都全等，将图 1 的正方形放在图 2 中①②③④的某一位置，使它与原来 7 个小正方形组成的图形是中心对称图形，这个位置是 ()



- A. ① B. ② C. ③ D. ④

【考点】 R5: 中心对称图形.

【分析】 根据把一个图形绕某一点旋转 180° ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心，进而得出答案.

【解答】 解：当正方形放在③的位置，即是中心对称图形.

故选：C.

6. 如图为张小亮的答卷，他的得分应是 ()

姓名 张小亮 得分 ?

填空 (每小题 20 分, 共 100 分)

① -1 的绝对值是 1.

② 2 的倒数是 -2.

③ -2 的相反数是 2.

④ 1 的立方根是 1.

⑤ -1 和 7 的平均数是 3.

- A. 100 分 B. 80 分 C. 60 分 D. 40 分

【考点】 27: 实数.

【分析】 根据绝对值、倒数、相反数、立方根以及平均数进行计算即可.

【解答】 解： -1 的绝对值为 1 ,

2 的倒数为 $\frac{1}{2}$,

-2 的相反数为 2,

1 的立方根为 1,

-1 和 7 的平均数为 3,

故小亮得了 80 分,

故选 B.

7. 若 $\triangle ABC$ 的每条边长增加各自的 10% 得 $\triangle A'B'C'$, 则 $\angle B'$ 的度数与其对应角 $\angle B$ 的度数相比 ()

A. 增加了 10% B. 减少了 10% C. 增加了 (1+10%) D. 没有改变

【考点】 S5: 相似图形.

【分析】 根据两个三角形三边对应成比例, 这两个三角形相似判断出两个三角形相似, 再根据相似三角形对应角相等解答.

【解答】 解: $\because \triangle ABC$ 的每条边长增加各自的 10% 得 $\triangle A'B'C'$,

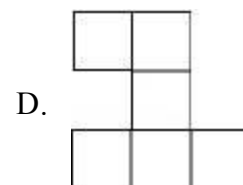
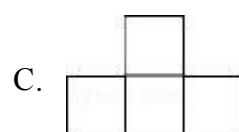
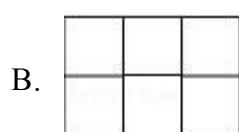
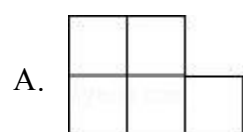
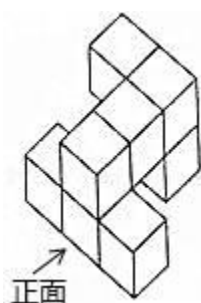
$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的三边对应成比例,

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$,

$\therefore \angle B' = \angle B$.

故选 D.

8. 如图是由相同的小正方体木块粘在一起的几何体, 它的主视图是 ()



【考点】U2: 简单组合体的三视图.

【分析】根据从正面看得到的图形是主视图, 可得答案.

【解答】解: 从正面看第一层是三个小正方形, 第二层左边两个小正方形,
故选: A.

9. 求证: 菱形的两条对角线互相垂直.

已知: 如图, 四边形 ABCD 是菱形, 对角线 AC, BD 交于点 O.

求证: $AC \perp BD$.

以下是排乱的证明过程:

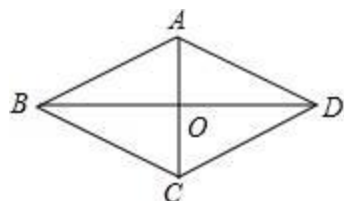
①又 $BO=DO$;

② $\therefore AO \perp BD$, 即 $AC \perp BD$;

③ $\therefore$ 四边形 ABCD 是菱形;

④ $\therefore AB=AD$.

证明步骤正确的顺序是 ()



A. ③ $\rightarrow$ ② $\rightarrow$ ① $\rightarrow$ ④ B. ③ $\rightarrow$ ④ $\rightarrow$ ① $\rightarrow$ ② C. ① $\rightarrow$ ② $\rightarrow$ ④ $\rightarrow$ ③ D. ① $\rightarrow$ ④ $\rightarrow$ ③ $\rightarrow$ ②

【考点】L8: 菱形的性质.

【分析】根据菱形是特殊的平行四边形以及等腰三角形的性质证明即可.

【解答】证明:

$\therefore$ 四边形 ABCD 是菱形,

$\therefore AB=AD$,

$\therefore$ 对角线 AC, BD 交于点 O,

$\therefore BO=DO$,

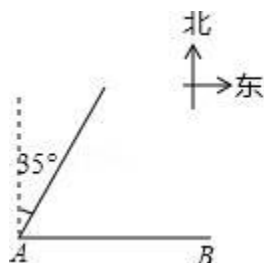
$\therefore AO \perp BD$,

即 $AC \perp BD$,

$\therefore$ 证明步骤正确的顺序是③ $\rightarrow$ ④ $\rightarrow$ ① $\rightarrow$ ②,

故选 B.

10. 如图，码头 A 在码头 B 的正西方向，甲、乙两船分别从 A，B 同时出发，并以等速驶向某海域，甲的航向是北偏东 35° ，为避免行进中甲、乙相撞，则乙的航向不能是（ ）



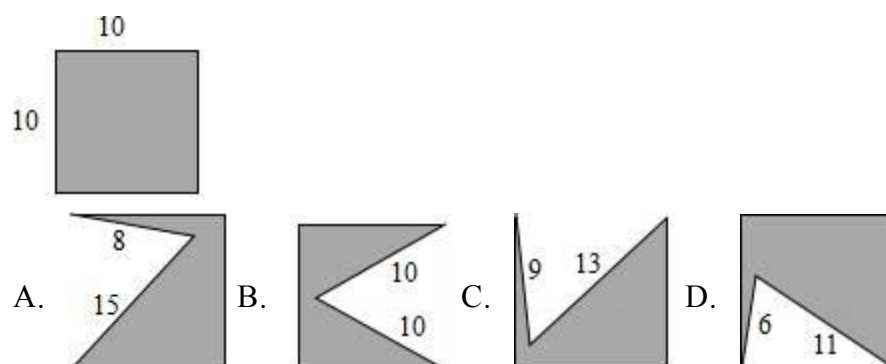
A. 北偏东 55° B. 北偏西 55° C. 北偏东 35° D. 北偏西 35°

【考点】IH：方向角.

【分析】根据已知条件即可得到结论.

【解答】解：∵ 甲的航向是北偏东 35° ，为避免行进中甲、乙相撞，
∴ 乙的航向不能是北偏西 35° ，
故选 D.

11. 如图是边长为 10cm 的正方形铁片，过两个顶点剪掉一个三角形，以下四种剪法中，裁剪线长度所标的数据（单位：cm）不正确的是（ ）



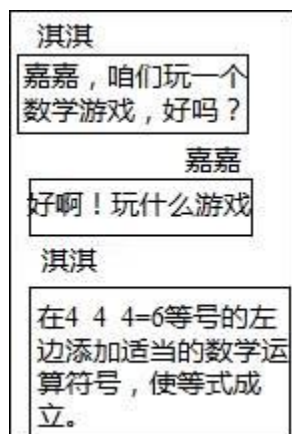
【考点】LE：正方形的性质；K6：三角形三边关系.

【分析】利用勾股定理求出正方形的对角线为 $10\sqrt{2} \approx 14$ ，由此即可判定 A 不正确.

【解答】解：选项 A 不正确. 理由正方形的边长为 10，所以对角线 $= 10\sqrt{2} \approx 14$ ，
因为 $15 > 14$ ，所以这个图形不可能存在.

故选 A.

12. 如图是国际数学日当天淇淇和嘉嘉的微信对话，根据对话内容，下列选项错误的是（ ）



A. $4+4-\sqrt{4}=6$ B. $4+4^0+4^0=6$ C. $4+\sqrt[3]{4+4}=6$ D. $4^{-1}\div\sqrt{4}+4=6$

【考点】 2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂.

【分析】 根据实数的运算方法，求出每个选项中左边算式的结果是多少，判断出哪个算式错误即可.

【解答】 解: $\because 4+4-\sqrt{4}=6$,

$\therefore$ 选项 A 不符合题意;

$\because 4+4^0+4^0=6$,

$\therefore$ 选项 B 不符合题意;

$\because 4+\sqrt[3]{4+4}=6$,

$\therefore$ 选项 C 不符合题意;

$\because 4^{-1}\div\sqrt{4}+4=4\frac{1}{8}$,

$\therefore$ 选项 D 符合题意.

故选: D.

13. 若 $\frac{3-2x}{x-1} = \frac{\quad}{x-1} + \frac{1}{x-1}$, 则 $\frac{\quad}{x-1}$ 中的数是 ()

A. -1 B. -2 C. -3 D. 任意实数

【考点】6B: 分式的加减法.

【分析】直接利用分式加减运算法则计算得出答案.

【解答】解: $\because \frac{3-2x}{x-1} = \frac{\quad}{x-1} + \frac{1}{x-1}$,

$$\therefore \frac{3-2x}{x-1} - \frac{1}{x-1} = \frac{3-2x-1}{x-1} = \frac{2-2x}{x-1} = \frac{2(1-x)}{x-1} = -2,$$

故____中的数是-2.

故选: B.

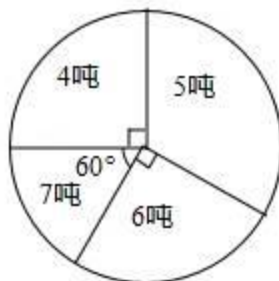
14. 甲、乙两组各有 12 名学生, 组长绘制了本组 5 月份家庭用水量的统计图表, 如图,

甲组 12 户家庭用水量统计表

用水量 (吨)	4	5	6	9
户数	4	5	2	1

比较 5 月份两组家庭用水量的中位数, 下列说法正确的是 ()

乙组 12 户家庭用水量统计图



A. 甲组比乙组大 B. 甲、乙两组相同

C. 乙组比甲组大 D. 无法判断

【考点】W4: 中位数; VB: 扇形统计图.

【分析】根据中位数定义分别求解可得.

【解答】解: 由统计表知甲组的中位数为 $\frac{5+5}{2}=5$ (吨),

乙组的 4 吨和 6 吨的有 $12 \times \frac{90}{360}=3$ (户), 7 吨的有 $12 \times \frac{60}{360}=2$ 户,

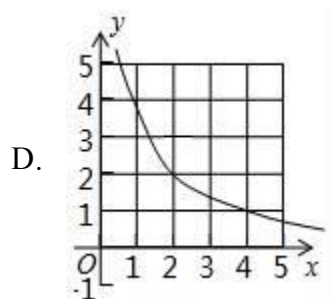
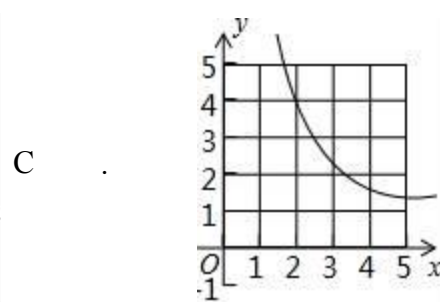
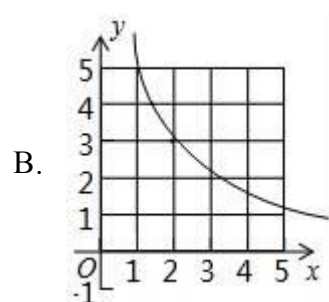
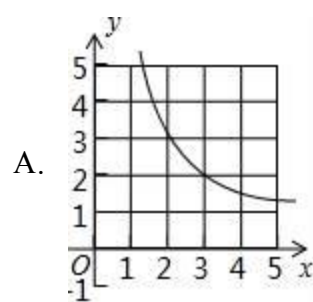
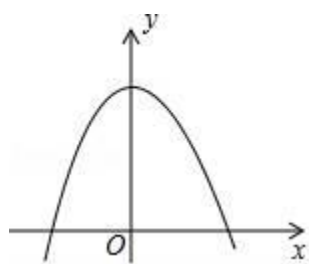
则 5 吨的有 $12 - (3+3+2) = 4$ 户,

$\therefore$ 乙组的中位数为 $\frac{5+5}{2}=5$ (吨),

则甲组和乙组的中位数相等,

故选: B.

15. 如图, 若抛物线 $y = -x^2 + 3$ 与 x 轴围成封闭区域 (边界除外) 内整点 (点的横、纵坐标都是整数) 的个数为 k , 则反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象是 ()



【考点】 G2: 反比例函数的图象; HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【分析】 找到函数图象与 x 轴、 y 轴的交点, 得出 $k=4$, 即可得出答案.

【解答】 解: 抛物线 $y = -x^2 + 3$, 当 $y=0$ 时, $x = \pm\sqrt{3}$;

当 $x=0$ 时, $y=3$,

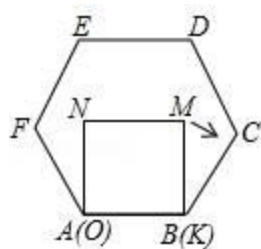
则抛物线 $y = -x^2 + 3$ 与 x 轴围成封闭区域 (边界除外) 内整点 (点的横、纵坐标都是整数) 为 $(-1, -1)$, $(0, 1)$, $(0, 2)$, $(1, 1)$; 共有 4 个,

$\therefore k=4$;

故选: D.

16. 已知正方形 MNOK 和正六边形 ABCDEF 边长均为 1，把正方形放在正六边形中，使 OK 边与 AB 边重合，如图所示，按下列步骤操作：

将正方形在正六边形中绕点 B 顺时针旋转，使 KM 边与 BC 边重合，完成第一次旋转；再绕点 C 顺时针旋转，使 MN 边与 CD 边重合，完成第二次旋转；...在这样连续 6 次旋转的过程中，点 B，M 间的距离可能是（ ）



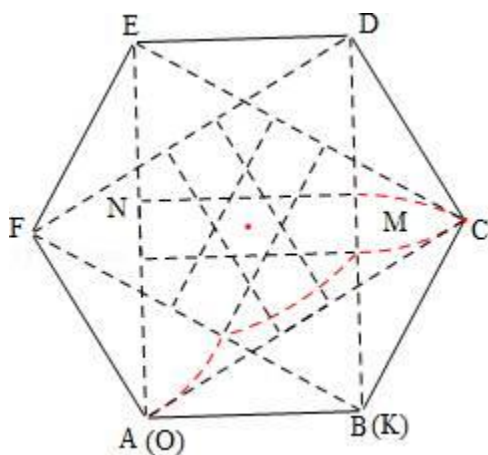
A. 1.4 B. 1.1 C. 0.8 D. 0.5

【考点】MM: 正多边形和圆; R2: 旋转的性质.

【分析】如图，在这样连续 6 次旋转的过程中，点 M 的运动轨迹是图中的红线，观察图象可知点 B，M 间的距离大于等于 $2 - \sqrt{2}$ 小于等于 1，由此即可判断.

【解答】解：如图，在这样连续 6 次旋转的过程中，点 M 的运动轨迹是图中的红线，

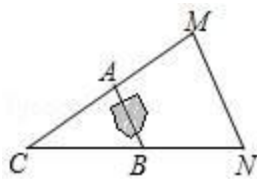
观察图象可知点 B，M 间的距离大于等于 $2 - \sqrt{2}$ 小于等于 1，
故选 C.



二、填空题 (本大题共 3 小题，共 10 分。17~18 小题各 3 分；19 小题有 2 个空，每空 2 分。把答案写在题中横线上)

17. 如图，A，B 两点被池塘隔开，不能直接测量其距离。于是，小明在岸边选

一点 C, 连接 CA, CB, 分别延长到点 M, N, 使 $AM=AC$, $BN=BC$, 测得 $MN=200\text{m}$, 则 A, B 间的距离为 100 m.



【考点】 KX: 三角形中位线定理.

【分析】 根据三角形中位线定理计算即可.

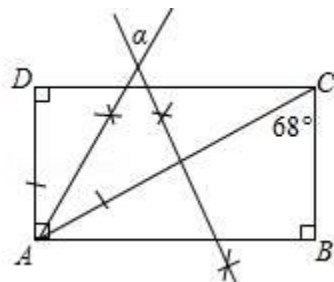
【解答】 解: $\because AM=AC$, $BN=BC$,

$\therefore AB$ 是 $\triangle MCN$ 的中位线,

$$\therefore AB = \frac{1}{2}MN = 100\text{m},$$

故答案为: 100.

18. 如图, 依据尺规作图的痕迹, 计算 $\angle \alpha =$ 56 $^\circ$.



【考点】 N2: 作图—基本作图.

【分析】 先根据矩形的性质得出 $AD \parallel BC$, 故可得出 $\angle DAC$ 的度数, 由角平分线的定义求出 $\angle EAF$ 的度数, 再由 EF 是线段 AC 的垂直平分线得出 $\angle AEF$ 的度数, 根据三角形内角和定理得出 $\angle AFE$ 的度数, 进而可得出结论.

【解答】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 的矩形,

$\therefore AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle DAC = \angle ACB = 68^\circ.$$

$\because$ 由作法可知, AF 是 $\angle DAC$ 的平分线,

$$\therefore \angle EAF = \frac{1}{2} \angle DAC = 34^\circ.$$

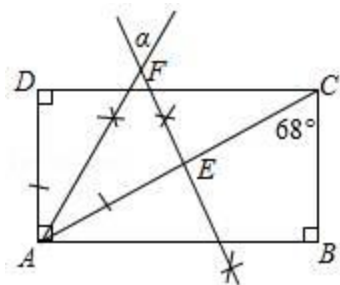
$\because$ 由作法可知, EF 是线段 AC 的垂直平分线,

$$\therefore \angle AEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AFE = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ,$$

$$\therefore \angle \alpha = 56^\circ.$$

故答案为：56.



19. 对于实数 p , q , 我们用符号 $\min\{p, q\}$ 表示 p , q 两数中较小的数, 如 $\min\{1, 2\}=1$, 因此, $\min\{-\sqrt{2}, -\sqrt{3}\} = -\sqrt{3}$; 若 $\min\{(x-1)^2, x^2\}=1$, 则 $x = 2$ 或 -1 .

【考点】 H3: 二次函数的性质; 2A: 实数大小比较.

【分析】 首先理解题意, 进而可得 $\min\{-\sqrt{2}, -\sqrt{3}\} = -\sqrt{3}$, $\min\{(x-1)^2, x^2\}=1$ 时再分情况讨论, 当 $x > 0.5$ 时和 $x \leq 0.5$ 时, 进而可得答案.

【解答】 解: $\min\{-\sqrt{2}, -\sqrt{3}\} = -\sqrt{3}$,

$$\therefore \min\{(x-1)^2, x^2\}=1,$$

$$\therefore \text{当 } x > 0.5 \text{ 时, } (x-1)^2=1,$$

$$x-1=\pm 1,$$

$$x-1=1, \quad x-1=-1,$$

解得: $x_1=2$, $x_2=0$ (不合题意, 舍去),

$$\text{当 } x \leq 0.5 \text{ 时, } x^2=1,$$

解得: $x_1=1$ (不合题意, 舍去), $x_2=-1$,

故答案为: $-\sqrt{3}$; 2 或 -1 .

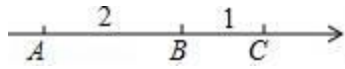
三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 68 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

20. 在一条不完整的数轴上从左到右有点 A, B, C, 其中 $AB=2$, $BC=1$, 如图所示, 设点 A, B, C 所对应数的和是 p .

(1) 若以 B 为原点, 写出点 A, C 所对应的数, 并计算 p 的值; 若以 C 为原点,

p 又是多少?

(2) 若原点 O 在图中数轴上点 C 的右边, 且 $CO=28$, 求 p.



【考点】ID: 两点间的距离; 13: 数轴.

【分析】(1) 根据以 B 为原点, 则 C 表示 1, A 表示 -2, 进而得到 p 的值; 根据以 C 为原点, 则 A 表示 -3, B 表示 -1, 进而得到 p 的值;

(2) 根据原点 O 在图中数轴上点 C 的右边, 且 $CO=28$, 可得 C 表示 -28, B 表示 -29, A 表示 -31, 据此可得 p 的值.

【解答】解: (1) 若以 B 为原点, 则 C 表示 1, A 表示 -2,

$$\therefore p=1+0-2=-1;$$

若以 C 为原点, 则 A 表示 -3, B 表示 -1,

$$\therefore p=-3-1+0=-4;$$

(2) 若原点 O 在图中数轴上点 C 的右边, 且 $CO=28$, 则 C 表示 -28, B 表示 -29, A 表示 -31,

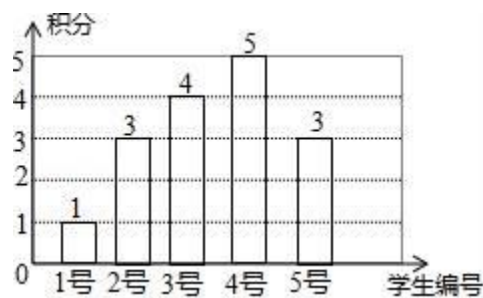
$$\therefore p=-31-29-28=-88.$$

21. 编号为 1~5 号的 5 名学生进行定点投篮, 规定每人投 5 次, 每命中 1 次记 1 分, 没有命中记 0 分, 如图是根据他们各自的累积得分绘制的条形统计图. 之后来了第 6 号学生也按同样记分规定投了 5 次, 其命中率为 40%.

(1) 求第 6 号学生的积分, 并将图增补为这 6 名学生积分的条形统计图;

(2) 在这 6 名学生中, 随机选一名学生, 求选上命中率高于 50% 的学生的概率;

(3) 最后, 又来了第 7 号学生, 也按同样记分规定投了 5 次, 这时 7 名学生积分的众数仍是前 6 名学生积分的众数, 求这个众数, 以及第 7 号学生的积分.



【考点】X4：概率公式；VC：条形统计图；W5：众数.

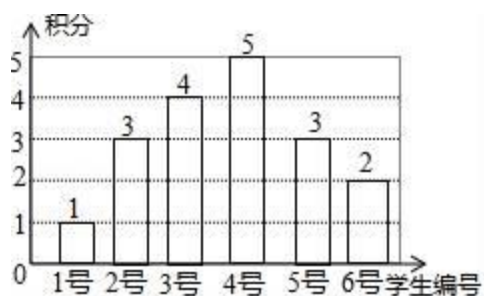
【分析】(1) 由第 6 名学生命中的个数为 $5 \times 40\% = 2$ 可得答案，并补全条形图；

(2) 由这 6 名学生中，命中次数多于 $5 \times 50\% = 2.5$ 次的有 2、3、4、5 号这 4 名学生，根据概率公式可得；

(3) 根据众数的定义得出前 6 名学生积分的众数即可得.

【解答】解：(1) 第 6 名学生命中的个数为 $5 \times 40\% = 2$ ，
则第 6 号学生的积分为 2 分，

补全条形统计图如下：



(2) 这 6 名学生中，命中次数多于 $5 \times 50\% = 2.5$ 次的有 2、3、4、5 号这 4 名学生，

$\therefore$ 选上命中率高于 50% 的学生的概率为 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ；

(3) 由于前 6 名学生积分的众数为 3 分，

$\therefore$ 第 7 号学生的积分为 3 分.

22. 发现 任意五个连续整数的平方和是 5 的倍数.

验证 (1) $(-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2$ 的结果是 5 的几倍？

(2) 设五个连续整数的中间一个为 n ，写出它们的平方和，并说明是 5 的倍数.

延伸 任意三个连续整数的平方和被 3 除的余数是几呢？请写出理由.

【考点】59：因式分解的应用.

【分析】验证 (1) 计算 $(-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2$ 的结果，再将结果除以 5 即可；

(2) 用含 n 的代数式分别表示出其余的 4 个整数，再将它们的平方相加，化简

得出它们的平方和，再证明是 5 的倍数；

延伸：设三个连续整数的中间一个为 n ，用含 n 的代数式分别表示出其余的 2 个整数，再将它们相加，化简得出三个连续整数的平方和，再除以 3 得到余数.

【解答】解：发现任意五个连续整数的平方和是 5 的倍数.

验证 (1) $(-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 = 1 + 0 + 1 + 4 + 9 = 15$, $15 \div 5 = 3$,

即 $(-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2$ 的结果是 5 的 3 倍；

(2) 设五个连续整数的中间一个为 n ，则其余的 4 个整数分别是 $n-2$, $n-1$, $n+1$, $n+2$,

它们的平方和为： $(n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2$

$$= n^2 - 4n + 4 + n^2 - 2n + 1 + n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4$$

$$= 5n^2 + 10,$$

$$\therefore 5n^2 + 10 = 5(n^2 + 2),$$

又 n 是整数,

$\therefore n^2 + 2$ 是整数,

$\therefore$ 五个连续整数的平方和是 5 的倍数；

延伸设三个连续整数的中间一个为 n ，则其余的 2 个整数是 $n-1$, $n+1$,

它们的平方和为： $(n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2$

$$= n^2 - 2n + 1 + n^2 + n^2 + 2n + 1$$

$$= 3n^2 + 2,$$

$\therefore n$ 是整数,

$\therefore n^2$ 是整数,

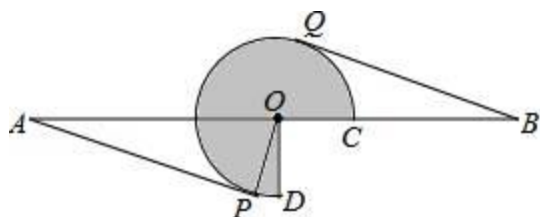
$\therefore$ 任意三个连续整数的平方和被 3 除的余数是 2.

23. 如图, $AB=16$, O 为 AB 中点, 点 C 在线段 OB 上 (不与点 O , B 重合), 将 OC 绕点 O 逆时针旋转 270° 后得到扇形 COD , AP , BQ 分别切优弧 $\widehat{CD}$ 于点 P , Q , 且点 P , Q 在 AB 异侧, 连接 OP .

(1) 求证: $AP=BQ$;

(2) 当 $BQ=4\sqrt{3}$ 时, 求 $\widehat{QD}$ 的长 (结果保留 π) ;

(3) 若 $\triangle APO$ 的外心在扇形 COD 的内部, 求 OC 的取值范围.



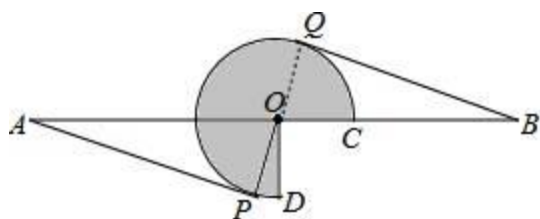
【考点】 MC: 切线的性质; MN: 弧长的计算; R2: 旋转的性质.

【分析】 (1) 连接 OQ . 只要证明 $\text{Rt}\triangle APO \cong \text{Rt}\triangle BQO$ 即可解决问题;

(2) 求出优弧 DQ 的圆心角以及半径即可解决问题;

(3) 由 $\triangle APO$ 的外心是 OA 的中点, $OA=8$, 推出 $\triangle APO$ 的外心在扇形 COD 的内部时, OC 的取值范围为 $4 < OC < 8$;

【解答】 (1) 证明: 连接 OQ .



$\because AP, BQ$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore OP \perp AP, OQ \perp BQ,$

$\therefore \angle APO = \angle BQO = 90^\circ,$

在 $\text{Rt}\triangle APO$ 和 $\text{Rt}\triangle BQO$ 中,

$$\begin{cases} OA=OB \\ OP=OQ \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle APO \cong \text{Rt}\triangle BQO,$

$\therefore AP=BQ.$

(2) $\because \text{Rt}\triangle APO \cong \text{Rt}\triangle BQO,$

$\therefore \angle AOP = \angle BOQ,$

$\therefore P, O, Q$ 三点共线,

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle BOQ$ 中, $\cos B = \frac{QB}{OB} = \frac{4\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2},$

$\therefore \angle B = 30^\circ, \angle BOQ = 60^\circ,$

$$\therefore OQ = \frac{1}{2}OB = 4,$$

$$\therefore \angle COD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle QOD = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ,$$

$$\therefore \text{优弧}\widehat{QD}\text{的长} = \frac{210 \cdot \pi \cdot 4}{180} = \frac{14}{3}\pi,$$

(3) $\because \triangle APO$ 的外心是 OA 的中点, $OA=8$,

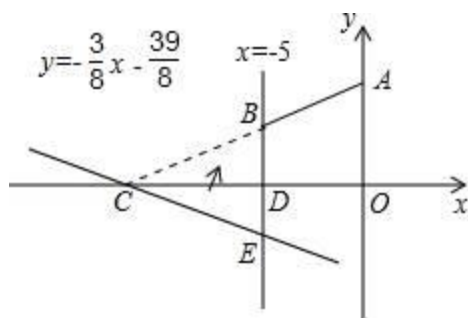
$\therefore \triangle APO$ 的外心在扇形 COD 的内部时, OC 的取值范围为 $4 < OC < 8$.

24. 如图, 直角坐标系 xOy 中, $A(0, 5)$, 直线 $x=-5$ 与 x 轴交于点 D , 直线 $y = -\frac{3}{8}x - \frac{39}{8}$ 与 x 轴及直线 $x=-5$ 分别交于点 C, E , 点 B, E 关于 x 轴对称, 连接 AB .

(1) 求点 C, E 的坐标及直线 AB 的解析式;

(2) 设面积的和 $S = S_{\triangle CDE} + S_{\text{四边形} ABDO}$, 求 S 的值;

(3) 在求 (2) 中 S 时, 嘉琪有个想法: “将 $\triangle CDE$ 沿 x 轴翻折到 $\triangle CDB$ 的位置, 而 $\triangle CDB$ 与四边形 $ABDO$ 拼接后可看成 $\triangle AOC$, 这样求 S 便转化为直接求 $\triangle AOC$ 的面积不更快捷吗?”但大家经反复演算, 发现 $S_{\triangle AOC} \neq S$, 请通过计算解释他的想法错在哪里.



【考点】 FI: 一次函数综合题.

【分析】 (1) 利用坐标轴上点的特点确定出点 C 的坐标, 再利用直线的交点坐标的确定方法求出点 E 坐标, 进而得到点 B 坐标, 最后用待定系数法求出直线 AB 解析式;

(2) 直接利用直角三角形的面积计算方法和直角梯形的面积的计算即可得出结论,

(3) 先求出直线 AB 与 x 轴的交点坐标, 判断出点 C 不在直线 AB 上, 即可.

【解答】解: (1) 在直线 $y = -\frac{3}{8}x - \frac{39}{8}$ 中,

$$\text{令 } y=0, \text{ 则有 } 0 = -\frac{3}{8}x - \frac{39}{8},$$

$$\therefore x = -13,$$

$$\therefore C(-13, 0),$$

$$\text{令 } x = -5, \text{ 则有 } y = -\frac{3}{8} \times (-5) - \frac{39}{8} = -3,$$

$$\therefore E(-5, -3),$$

$\therefore$ 点 B, E 关于 x 轴对称,

$$\therefore B(-5, 3),$$

$$\therefore A(0, 5),$$

$\therefore$ 设直线 AB 的解析式为 $y = kx + 5$,

$$\therefore -5k + 5 = 3,$$

$$\therefore k = \frac{2}{5},$$

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y = \frac{2}{5}x + 5$;

(2) 由 (1) 知, $E(-5, -3)$,

$$\therefore DE = 3,$$

$$\therefore C(-13, 0),$$

$$\therefore CD = -5 - (-13) = 8,$$

$$\therefore S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2}CD \times DE = 12,$$

由题意知, $OA = 5$, $OD = 5$, $BD = 3$,

$$\therefore S_{\text{四边形 ABDO}} = \frac{1}{2}(BD + OA) \times OD = 20,$$

$$\therefore S = S_{\triangle CDE} + S_{\text{四边形 ABDO}} = 12 + 20 = 32,$$

(3) 由 (2) 知, $S = 32$,

在 $\triangle AOC$ 中, $OA = 5$, $OC = 13$,

$$\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2}OA \times OC = \frac{65}{2} = 32.5,$$

$$\therefore S \neq S_{\triangle AOC},$$

理由：由（1）知，直线 AB 的解析式为 $y = \frac{2}{5}x + 5$,

$$\text{令 } y=0, \text{ 则 } 0 = \frac{2}{5}x + 5,$$

$$\therefore x = -\frac{25}{2} \neq -13,$$

$\therefore$ 点 C 不在直线 AB 上,

即：点 A, B, C 不在同一条直线上,

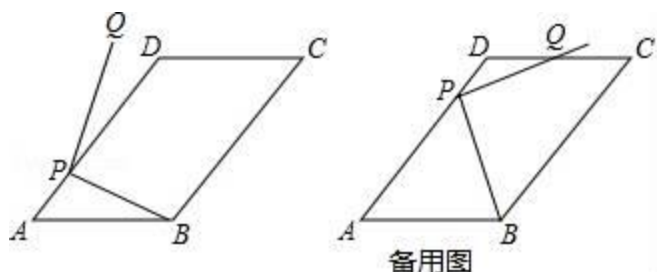
$$\therefore S_{\triangle AOC} \neq S.$$

25. 平面内，如图，在 $\square ABCD$ 中， $AB=10$ ， $AD=15$ ， $\tan A = \frac{4}{3}$ ，点 P 为 AD 边上任意点，连接 PB，将 PB 绕点 P 逆时针旋转 90° 得到线段 PQ.

(1) 当 $\angle DPQ = 10^\circ$ 时，求 $\angle APB$ 的大小；

(2) 当 $\tan \angle ABP : \tan A = 3 : 2$ 时，求点 Q 与点 B 间的距离（结果保留根号）；

(3) 若点 Q 恰好落在 $\square ABCD$ 的边所在的直线上，直接写出 PB 旋转到 PQ 所扫过的面积。（结果保留 π ）



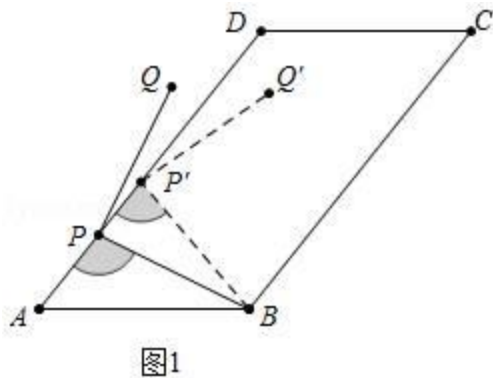
【考点】 LO：四边形综合题.

【分析】 (1) 分两种情形①当点 Q 在平行四边形 ABCD 内时，②当点 Q 在平行四边形 ABCD 外时，分别求解即可；

(2) 如图 2 中，连接 BQ，作 $PE \perp AB$ 于 E. 在 $Rt\triangle APE$ 中， $\tan A = \frac{PE}{AE} = \frac{4}{3}$ ，设 $PE = 4k$ ，则 $AE = 3k$ ，在 $Rt\triangle PBE$ 中， $\tan \angle ABP = \frac{PE}{EB} = 2$ ，推出 $EB = 2k$ ，推出 $AB = 5k = 10$ ，可得 $k = 2$ ，由此即可解决问题；

(3) 分三种情形分别求解即可；

【解答】 解：(1) 如图 1 中，

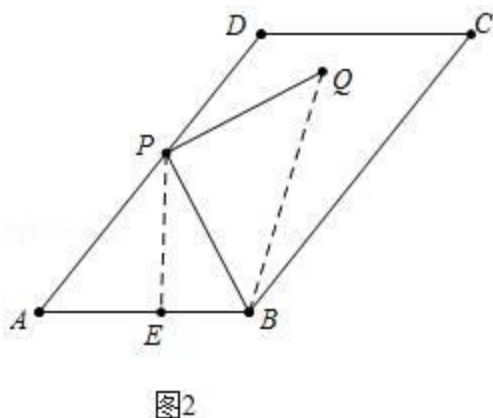


①当点 Q 在平行四边形 ABCD 内时, $\angle AP'B = 180^\circ - \angle Q'P'B - \angle Q'P'D = 180^\circ - 90^\circ - 10^\circ = 80^\circ$,

②当点 Q 在平行四边形 ABCD 外时, $\angle APB = 180^\circ - (\angle QPB - \angle QPD) = 180^\circ - (90^\circ - 10^\circ) = 100^\circ$,

综上所述, 当 $\angle DPQ = 10^\circ$ 时, $\angle APB$ 的值为 80° 或 100° .

(2) 如图 2 中, 连接 BQ, 作 $PE \perp AB$ 于 E.



$$\because \tan \angle ABP : \tan A = 3 : 2, \tan A = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \tan \angle ABP = 2,$$

$$\text{在 Rt} \triangle APE \text{ 中, } \tan A = \frac{PE}{AE} = \frac{4}{3}, \text{ 设 } PE = 4k, \text{ 则 } AE = 3k,$$

$$\text{在 Rt} \triangle PBE \text{ 中, } \tan \angle ABP = \frac{PE}{EB} = 2,$$

$$\therefore EB = 2k,$$

$$\therefore AB = 5k = 10,$$

$$\therefore k = 2,$$

$$\therefore PE=8, EB=4,$$

$$\therefore PB=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5},$$

$\therefore \triangle BPQ$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore BQ=\sqrt{2}PB=4\sqrt{10}.$$

(3) ①如图 3 中, 当点 Q 落在直线 BC 上时, 作 $BE \perp AD$ 于 E , $PF \perp BC$ 于 F . 则四边形 $BEPF$ 是矩形.

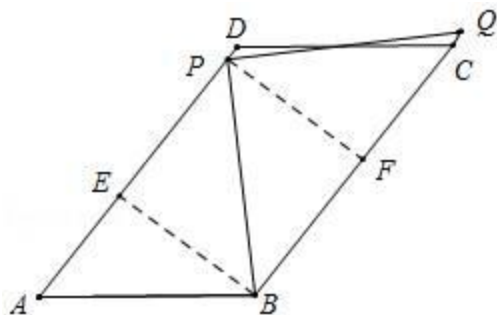


图3

在 $Rt\triangle AEB$ 中, $\therefore \tan A = \frac{BE}{AE} = \frac{4}{3}$, $\therefore AB=10$,

$$\therefore BE=8, AE=6,$$

$$\therefore PF=BE=8,$$

$\therefore \triangle BPQ$ 是等腰直角三角形, $PF \perp BQ$,

$$\therefore PF=BF=FQ=8,$$

$$\therefore PB=PQ=8\sqrt{2},$$

$$\therefore PB \text{ 旋转到 } PQ \text{ 所扫过的面积} = \frac{90 \cdot \pi \cdot (8\sqrt{2})^2}{360} = 32\pi.$$

②如图 4 中, 当点 Q 落在 CD 上时, 作 $BE \perp AD$ 于 E , $QF \perp AD$ 交 AD 的延长线于 F . 设 $PE=x$.

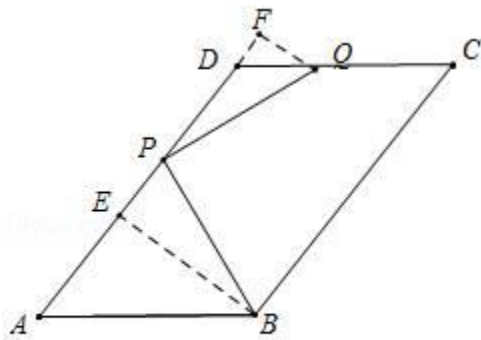


图4

易证 $\triangle PBE \cong \triangle QPF$,

$$\therefore PE = QF = x, \quad EB = PF = 8,$$

$$\therefore DF = AE + PE + PF - AD = x - 1,$$

$$\because CD \parallel AB,$$

$$\therefore \angle FDQ = \angle A,$$

$$\therefore \tan \angle FDQ = \tan A = \frac{4}{3} = \frac{FQ}{DF},$$

$$\therefore \frac{x}{x-1} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore x = 4,$$

$$\therefore PE = 4, \quad \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5},$$

$$\text{在 Rt}\triangle PEB \text{ 中, } PB = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5},$$

$$\therefore PB \text{ 旋转到 } PQ \text{ 所扫过的面积} = \frac{90 \cdot \pi \cdot (4\sqrt{5})^2}{360} = 20\pi$$

③如图 5 中,

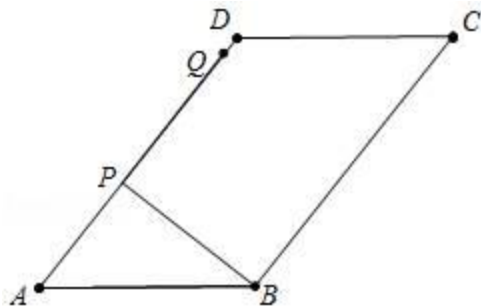


图5

当点 Q 落在 AD 上时, 易知 $PB = PQ = 8$,

$$\therefore \text{PB 旋转到 PQ 所扫过的面积} = \frac{90 \cdot \pi \cdot 8^2}{360} = 16\pi,$$

综上所述, PB 旋转到 PQ 所扫过的面积为 32π 或 20π 或 16π .

26. 某厂按用户的月需求量 x (件) 完成一种产品的生产, 其中 $x > 0$, 每件的售价为 18 万元, 每件的成本 y (万元) 是基础价与浮动价的和, 其中基础价保持不变, 浮动价与月需求量 x (件) 成反比, 经市场调研发现, 月需求量 x 与月份 n (n 为整数, $1 \leq n \leq 12$), 符合关系式 $x = 2n^2 - 2kn + 9(k+3)$ (k 为常数), 且得到了表中的数据.

月份 n (月)	1	2
成本 y (万元/件)	11	12
需求量 x (件/月)	120	100

- (1) 求 y 与 x 满足的关系式, 请说明一件产品的利润能否是 12 万元;
- (2) 求 k , 并推断是否存在某个月既无盈利也不亏损;
- (3) 在这一年 12 个月中, 若第 m 个月和第 $(m+1)$ 个月的利润相差最大, 求 m .

【考点】 HE: 二次函数的应用; AD: 一元二次方程的应用.

【分析】 (1) 设 $y = a + \frac{b}{x}$, 将表中相关数据代入可求得 a, b , 根据 $12 = 18 - (6 + \frac{600}{x})$, 则 $\frac{600}{x} = 0$ 可作出判断;

(2) 将 $n=1, x=120$ 代入 $x = 2n^2 - 2kn + 9(k+3)$ 可求得 k 的值, 先由 $18 = 6 + \frac{600}{x}$ 求得 $x=50$, 根据 $50 = 2n^2 - 26n + 144$ 可判断;

(3) 第 m 个月的利润 $W = x(18 - y) = 18x - x(6 + \frac{600}{x}) = 24(m^2 - 13m + 47)$, 第 $(m+1)$ 个月的利润为 $W' = 24[(m+1)^2 - 13(m+1) + 47] = 24(m^2 - 11m + 35)$, 分情况作差结合 m 的范围, 由一次函数性质可得.

【解答】 解: (1) 由题意, 设 $y = a + \frac{b}{x}$,

$$\text{由表中数据可得: } \begin{cases} 11 = a + \frac{b}{120} \\ 12 = a + \frac{b}{100} \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = 6 \\ b = 600 \end{cases},$$

$$\therefore y = 6 + \frac{600}{x},$$

由题意，若 $12 = 18 - (6 + \frac{600}{x})$ ，则 $\frac{600}{x} = 0$ ，

$$\therefore x > 0,$$

$$\therefore \frac{600}{x} > 0,$$

$\therefore$ 不可能；

(2) 将 $n=1$ 、 $x=120$ 代入 $x=2n^2 - 2kn+9(k+3)$ ，得： $120=2 - 2k+9k+27$ ，

解得： $k=13$ ，

$$\therefore x = 2n^2 - 26n + 144,$$

将 $n=2$ 、 $x=100$ 代入 $x=2n^2 - 26n+144$ 也符合，

$$\therefore k=13;$$

由题意，得： $18 = 6 + \frac{600}{x}$ ，

解得： $x=50$ ，

$$\therefore 50 = 2n^2 - 26n + 144, \text{ 即 } n^2 - 13n + 47 = 0,$$

$$\therefore \Delta = (-13)^2 - 4 \times 1 \times 47 < 0,$$

$\therefore$ 方程无实数根，

$\therefore$ 不存在；

(3) 第 m 个月的利润为 W ，

$$W = x(18 - y) = 18x - x(6 + \frac{600}{x})$$

$$= 12(x - 50)$$

$$= 24(m^2 - 13m + 47),$$

$$\therefore \text{第 } (m+1) \text{ 个月的利润为 } W' = 24[(m+1)^2 - 13(m+1) + 47] = 24(m^2 - 11m + 35),$$

若 $W \geq W'$ ， $W - W' = 48(6 - m)$ ， m 取最小 1， $W - W'$ 取得最大值 240；

若 $W < W'$ ， $W - W' = 48(m - 6)$ ，由 $m+1 \leq 12$ 知 m 取最大 11， $W - W'$ 取得最大值 240；

$$\therefore m=1 \text{ 或 } 11.$$

2017 年 7 月 16 日