

2016 年河北省中考数学试卷

一、(本大题共 16 小题, 共 42 分, 1-10 小题各 3 分, 11-16 小题各 2 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

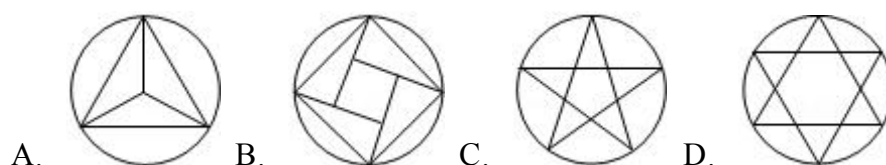
1. (3 分) 计算: $-(-1) = (\quad)$

- A. ± 1 B. -2 C. -1 D. 1

2. (3 分) 计算正确的是 ()

- A. $(-5)^0 = 0$ B. $x^2 + x^3 = x^5$ C. $(ab^2)^3 = a^2b^5$ D. $2a^2 \cdot a^{-1} = 2a$

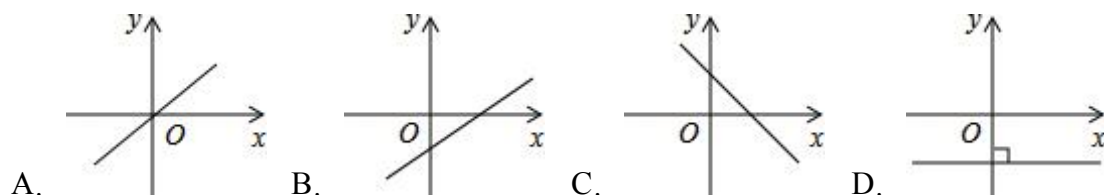
3. (3 分) 下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



4. (3 分) 下列运算结果为 $x - 1$ 的是 ()

- A. $1 - \frac{1}{x}$ B. $\frac{x^2 - 1}{x} \cdot \frac{x}{x+1}$ C. $\frac{x+1}{x} \div \frac{1}{x-1}$ D. $\frac{x^2 + 2x + 1}{x+1}$

5. (3 分) 若 $k \neq 0$, $b < 0$, 则 $y = kx + b$ 的图象可能是 ()



6. (3 分) 关于 $\square ABCD$ 的叙述, 正确的是 ()

- A. 若 $AB \perp BC$, 则 $\square ABCD$ 是菱形 B. 若 $AC \perp BD$, 则 $\square ABCD$ 是正方形
C. 若 $AC = BD$, 则 $\square ABCD$ 是矩形 D. 若 $AB = AD$, 则 $\square ABCD$ 是正方形

7. (3 分) 关于 $\sqrt{12}$ 的叙述, 错误的是 ()

- A. $\sqrt{12}$ 是有理数
B. 面积为 12 的正方形边长是 $\sqrt{12}$
C. $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
D. 在数轴上可以找到表示 $\sqrt{12}$ 的点

8. (3 分) 图 1 和图 2 中所有的正方形都全等, 将图 1 的正方形放在图 2 中的①②③④某一位置, 所组成的图形不能围成正方体的位置是 ()



图1

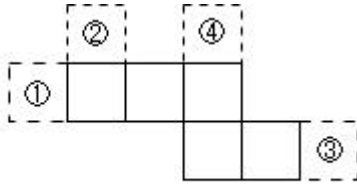
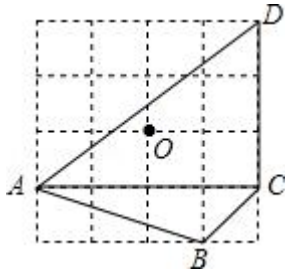


图2

A. ① B. ② C. ③ D. ④

9. (3分) 如图为 4×4 的网格图, A, B, C, D, O 均在格点上, 点 O 是 ()



A. $\triangle ACD$ 的外心 B. $\triangle ABC$ 的外心 C. $\triangle ACD$ 的内心 D. $\triangle ABC$ 的内心

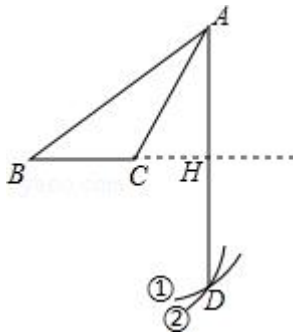
10. (3分) 如图, 已知钝角 $\triangle ABC$, 依下列步骤尺规作图, 并保留作图痕迹.

步骤 1: 以 C 为圆心, CA 为半径画弧①;

步骤 2: 以 B 为圆心, BA 为半径画弧②, 交弧①于点 D;

步骤 3: 连接 AD, 交 BC 延长线于点 H.

下列叙述正确的是 ()



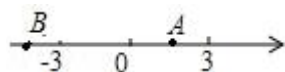
A. BH 垂直平分线段 AD B. AC 平分 $\angle BAD$

C. $S_{\triangle ABC} = BC \cdot AH$ D. $AB = AD$

11. (2分) 点 A, B 在数轴上的位置如图所示, 其对应的数分别是 a 和 b. 对于

以下结论: 甲: $b - a < 0$; 乙: $a + b > 0$; 丙: $|a| < |b|$; 丁: $\frac{b}{a} > 0$

其中正确的是 ()

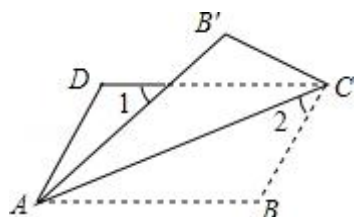


A. 甲乙 B. 丙丁 C. 甲丙 D. 乙丁

12. (2分) 在求 $3x$ 的倒数的值时, 嘉淇同学误将 $3x$ 看成了 $8x$, 她求得的值比正确答案小 5. 依上述情形, 所列关系式成立的是 ()

- A. $\frac{1}{3x} = \frac{1}{8x} - 5$ B. $\frac{1}{3x} = \frac{1}{8x} + 5$ C. $\frac{1}{3x} = 8x - 5$ D. $\frac{1}{3x} = 8x + 5$

13. (2分) 如图, 将 $\square ABCD$ 沿对角线 AC 折叠, 使点 B 落在 B' 处, 若 $\angle 1 = \angle 2 = 44^\circ$, 则 $\angle B$ 为 ()

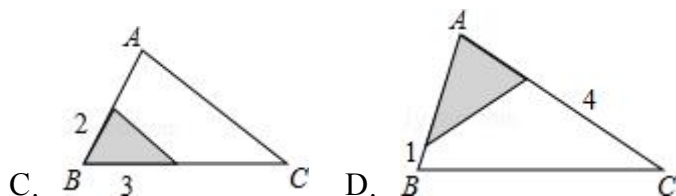
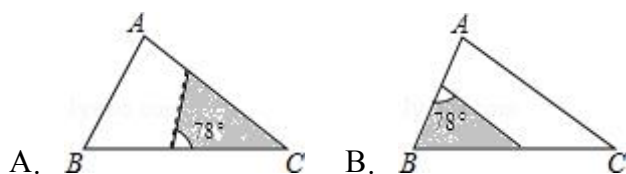
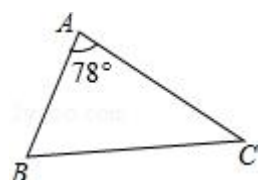


- A. 66° B. 104° C. 114° D. 124°

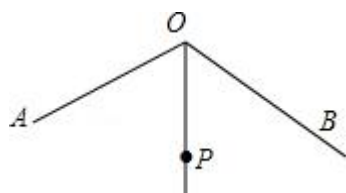
14. (2分) a, b, c 为常数, 且 $(a-c)^2 > a^2 + c^2$, 则关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 根的情况是 ()

- A. 有两个相等的实数根 B. 有两个不相等的实数根
C. 无实数根 D. 有一根为 0

15. (2分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 78^\circ$, $AB = 4$, $AC = 6$. 将 $\triangle ABC$ 沿图示中的虚线剪开, 剪下的阴影三角形与原三角形不相似的是 ()



16. (2分) 如图, $\angle AOB = 120^\circ$, OP 平分 $\angle AOB$, 且 $OP = 2$. 若点 M, N 分别在 OA, OB 上, 且 $\triangle PMN$ 为等边三角形, 则满足上述条件的 $\triangle PMN$ 有 ()



A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 3 个以上

二、填空题 (本大题有 3 小题, 共 10 分.17-18 小题各 3 分; 19 小题有 2 个空, 每空 2 分.把答案写在题中横线上)

17. (3 分) 8 的立方根是_____.

18. (3 分) 若 $mn=m+3$, 则 $2mn+3m-5mn+10=_____$.

19. (4 分) 如图, 已知 $\angle AOB=7^\circ$, 一条光线从点 A 出发后射向 OB 边. 若光线与 OB 边垂直, 则光线沿原路返回到点 A, 此时 $\angle A=90^\circ-7^\circ=83^\circ$.

当 $\angle A < 83^\circ$ 时, 光线射到 OB 边上的点 A_1 后, 经 OB 反射到线段 AO 上的点 A_2 , 易知 $\angle 1=\angle 2$. 若 $A_1A_2 \perp AO$, 光线又会沿 $A_2 \rightarrow A_1 \rightarrow A$ 原路返回到点 A, 此时 $\angle A=_____^\circ$.

...

若光线从 A 点出发后, 经若干次反射能沿原路返回到点 A, 则锐角 $\angle A$ 的最小值=_____°.



三、解答题 (本大题有 7 个小题, 共 68 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

20. (9 分) 请你参考黑板中老师的讲解, 用运算律简便计算:

利用运算律有时能进行简便计算。

例1 $98 \times 12 = (100 - 2) \times 12 = 1200 - 24 = 1176$

例2 $-16 \times 233 + 17 \times 233 = (-16 + 17) \times 233 = 233$



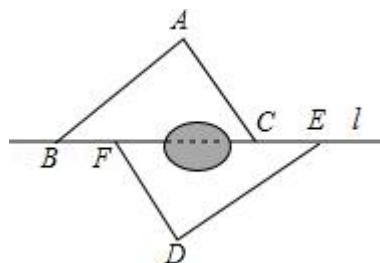
(1) $999 \times (-15)$

(2) $999 \times 118\frac{4}{5} + 999 \times (-\frac{1}{5}) - 999 \times 18\frac{3}{5}$

21. (9 分) 如图, 点 B, F, C, E 在直线 l 上 (F, C 之间不能直接测量), 点 A, D 在 l 异侧, 测得 $AB = DE$, $AC = DF$, $BF = EC$.

(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$;

(2) 指出图中所有平行的线段, 并说明理由.



22. (9 分) 已知 n 边形的内角和 $\theta = (n - 2) \times 180^\circ$.

(1) 甲同学说, θ 能取 360° ; 而乙同学说, θ 也能取 630° . 甲、乙的说法对吗? 若对, 求出边数 n. 若不对, 说明理由;

(2) 若 n 边形变为 $(n+x)$ 边形, 发现内角和增加了 360° , 用列方程的方法确定 x.

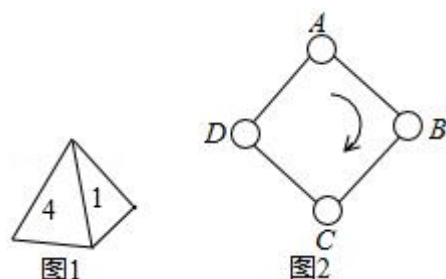
23. (9 分) 如图 1, 一枚质地均匀的正四面体骰子, 它有四个面并分别标有数字 1, 2, 3, 4.

如图 2, 正方形 ABCD 顶点处各有一个圈. 跳圈游戏的规则为: 游戏者每掷一次骰子, 骰子着地一面上的数字是几, 就沿正方形的边顺时针方向连续跳几个边长. 如: 若从圈 A 起跳, 第一次掷得 3, 就顺时针连续跳 3 个边长, 落到圈 D; 若第二次掷得 2, 就从 D 开始顺时针连续跳 2 个边长, 落到圈 B; ...

设游戏者从圈 A 起跳.

(1) 嘉嘉随机掷一次骰子, 求落回到圈 A 的概率 P_1 ;

(2) 淇淇随机掷两次骰子, 用列表法求最后落回到圈 A 的概率 P_2 , 并指出她与嘉嘉落回到圈 A 的可能性一样吗?



24. (10 分) 某商店通过调低价格的方式促销 n 个不同的玩具, 调整后的单价 y (元) 与调整前的单价 x (元) 满足一次函数关系, 如表:

	第 1 个	第 2 个	第 3 个	第 4 个	...	第 n 个
调整前的单价 x (元)	x_1	$x_2=6$	$x_3=72$	x_4	...	x_n
调整后的单价 y (元)	y_1	$y_2=4$	$y_3=59$	y_4	...	y_n

已知这个 n 玩具调整后的单价都大于 2 元.

(1) 求 y 与 x 的函数关系式, 并确定 x 的取值范围;

(2) 某个玩具调整前单价是 108 元, 顾客购买这个玩具省了多少钱?

(3) 这 n 个玩具调整前、后的平均单价分别为 $\bar{x}$, $\bar{y}$, 猜想 $\bar{y}$ 与 $\bar{x}$ 的关系式, 并写出推导过程.

25. (10 分) 如图, 半圆 O 的直径 $AB=4$, 以长为 2 的弦 PQ 为直径, 向点 O 方向作半圆 M , 其中 P 点在 $\widehat{AQ}$ 上且不与 A 点重合, 但 Q 点可与 B 点重合.

发现: $\widehat{AP}$ 的长与 $\widehat{QB}$ 的长之和为定值 1, 求 1:

思考: 点 M 与 AB 的最大距离为____, 此时点 P , A 间的距离为____;

点 M 与 AB 的最小距离为____, 此时半圆 M 的弧与 AB 所围成的封闭图形面积为____;

探究: 当半圆 M 与 AB 相切时, 求 $\widehat{AP}$ 的长.

(注: 结果保留 π , $\cos 35^\circ = \frac{\sqrt{6}}{3}$, $\cos 55^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$)

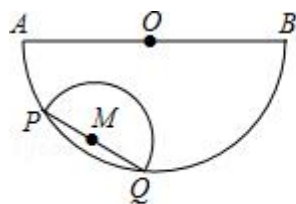
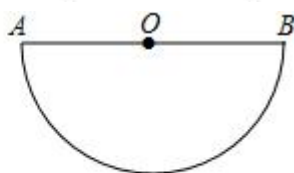


图1



备用图

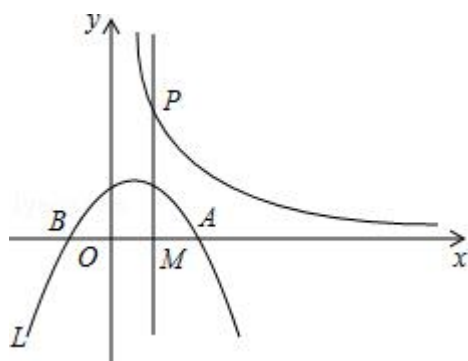
26. (12 分) 如图, 抛物线 $L: y = -\frac{1}{2}(x-t)(x-t+4)$ (常数 $t > 0$) 与 x 轴从左到右的交点为 B, A , 过线段 OA 的中点 M 作 $MP \perp x$ 轴, 交双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0, x > 0$) 于点 P , 且 $OA \cdot MP = 12$,

(1) 求 k 值;

(2) 当 $t=1$ 时, 求 AB 的长, 并求直线 MP 与 L 对称轴之间的距离;

(3) 把 L 在直线 MP 左侧部分的图象 (含与直线 MP 的交点) 记为 G , 用 t 表示图象 G 最高点的坐标;

(4) 设 L 与双曲线有个交点的横坐标为 x_0 , 且满足 $4 \leq x_0 \leq 6$, 通过 L 位置随 t 变化的过程, 直接写出 t 的取值范围.



2016 年河北省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、(本大题共 16 小题, 共 42 分, 1-10 小题各 3 分, 11-16 小题各 2 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. (3 分) (2016•河北) 计算: $-(-1) = (\quad)$

A. ± 1 B. -2 C. -1 D. 1

【考点】相反数.

【分析】直接利用相反数的定义得出答案.

【解答】解: $-(-1) = 1$.

故选: D.

【点评】此题主要考查了相反数的定义, 正确把握定义是解题关键.

2. (3 分) (2016•河北) 计算正确的是 ($\quad$)

A. $(-5)^0 = 0$ B. $x^2 + x^3 = x^5$ C. $(ab^2)^3 = a^2b^5$ D. $2a^2 \cdot a^{-1} = 2a$

【考点】单项式乘单项式; 幂的乘方与积的乘方; 零指数幂; 负整数指数幂.

【分析】根据零指数幂的性质, 幂的乘方和积的乘方的计算法则, 单项式乘以单项式的法则计算即可.

【解答】解: A、 $(-5)^0 = 1$, 故错误,

B、 $x^2 + x^3$, 不是同类项不能合并, 故错误;

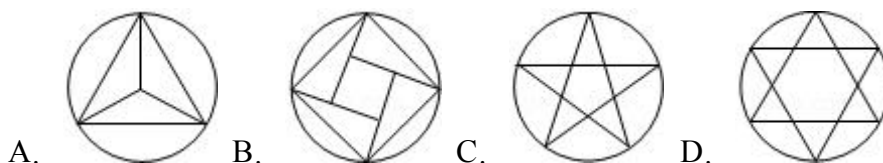
C、 $(ab^2)^3 = a^3b^6$, 故错误;

D、 $2a^2 \cdot a^{-1} = 2a$ 故正确.

故选 D.

【点评】本题考查了零指数幂的性质, 幂的乘方和积的乘方的计算法则, 单项式乘以单项式的法则, 熟练掌握这些法则是解题的关键.

3. (3 分) (2016•哈尔滨) 下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ($\quad$)



【考点】 中心对称图形；轴对称图形.

【分析】 依据轴对称图形的定义和中心对称图形的定义回答即可.

【解答】 解：A、是轴对称图形，但不是中心对称图形，故 A 错误；

B、是中心对称图形，不是轴对称图形，故 B 错误；

C、是轴对称图形，不是中心对称图形，故 C 错误；

D、既是轴对称图形，也是中心对称图形，故 D 正确.

故选：D.

【点评】 本题主要考查的是轴对称图形和中心对称图形，掌握轴对称图形和中心对称图形的特点是解题的关键.

4. (3 分) (2016•河北) 下列运算结果为 $x - 1$ 的是 ()

A. $1 - \frac{1}{x}$ B. $\frac{x^2 - 1}{x} \cdot \frac{x}{x+1}$ C. $\frac{x+1}{x} \div \frac{1}{x-1}$ D. $\frac{x^2 + 2x + 1}{x+1}$

【考点】 分式的混合运算.

【分析】 根据分式的基本性质和运算法则分别计算即可判断.

【解答】 解：A、 $1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$ ，故此选项错误；

B、原式 $= \frac{(x+1)(x-1)}{x} \cdot \frac{x}{x+1} = x - 1$ ，故此选项正确；

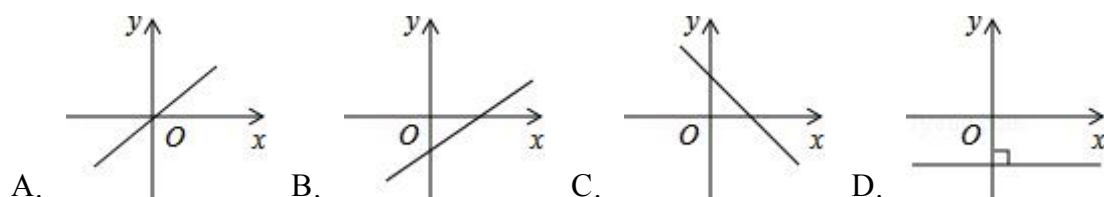
C、原式 $= \frac{x+1}{x} \cdot (x-1) = \frac{x^2 - 1}{x}$ ，故此选项错误；

D、原式 $= \frac{(x+1)^2}{x+1} = x+1$ ，故此选项错误；

故选：B.

【点评】 本题主要考查分式的混合运算，熟练掌握分式的运算顺序和运算法则是解题的关键.

5. (3 分) (2016•河北) 若 $k \neq 0$ ， $b < 0$ ，则 $y = kx + b$ 的图象可能是 ()



【考点】一次函数的图象.

【分析】当 $b < 0$ 时, $(0, b)$ 在 y 轴的负半轴, 直线与 y 轴交于负半轴.

【解答】解: 因为 $b < 0$ 时, 直线与 y 轴交于负半轴,

故选 B

【点评】本题考查一次函数的图象, 关键是根据一次函数的图象是一条直线解答.

6. (3 分) (2016•河北) 关于 $\square ABCD$ 的叙述, 正确的是 ()

- A. 若 $AB \perp BC$, 则 $\square ABCD$ 是菱形 B. 若 $AC \perp BD$, 则 $\square ABCD$ 是正方形
C. 若 $AC=BD$, 则 $\square ABCD$ 是矩形 D. 若 $AB=AD$, 则 $\square ABCD$ 是正方形

【考点】平行四边形的性质.

【分析】由菱形的判定方法、矩形的判定方法、正方形的判定方法得出选项 A、B、D 错误, C 正确; 即可得出结论.

【解答】解: $\because \square ABCD$ 中, $AB \perp BC$,

$\therefore$ 四边形 ABCD 是矩形, 不一定是菱形, 选项 A 错误;

$\because \square ABCD$ 中, $AC \perp BD$,

$\therefore$ 四边形 ABCD 是菱形, 不一定是正方形, 选项 B 错误;

$\because \square ABCD$ 中, $AC=BD$,

$\therefore$ 四边形 ABCD 是矩形, 选项 C 正确;

$\because \square ABCD$ 中, $AB=AD$,

$\therefore$ 四边形 ABCD 是菱形, 不一定是正方形, 选项 D 错误;

故选: C.

【点评】本题考查了平行四边形的性质、菱形的判定方法、矩形的判定方法、正方形的判定方法; 熟练掌握矩形、菱形、正方形的判定方法是解决问题的关键.

7. (3 分) (2016•河北) 关于 $\sqrt{12}$ 的叙述, 错误的是 ()

- A. $\sqrt{12}$ 是有理数

- B. 面积为 12 的正方形边长是 $\sqrt{12}$
- C. $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$
- D. 在数轴上可以找到表示 $\sqrt{12}$ 的点

【考点】实数.

【分析】根据无理数的定义：无理数是开方开不尽的实数或者无限不循环小数或 π ；由此即可判定选择项.

【解答】解：A、 $\sqrt{12}$ 是无理数，原来的说法错误，符合题意；

B、面积为 12 的正方形边长是 $\sqrt{12}$ ，原来的说法正确，不符合题意；

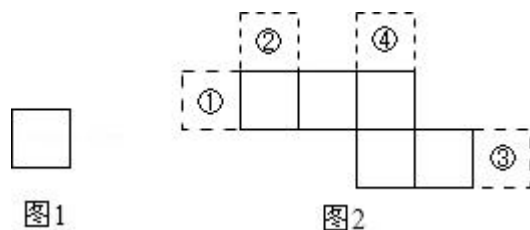
C、 $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ ，原来的说法正确，不符合题意；

D、在数轴上可以找到表示 $\sqrt{12}$ 的点，原来的说法正确，不符合题意.

故选：A.

【点评】本题主要考查了实数，有理数，无理数的定义，要求掌握实数，有理数，无理数的范围以及分类方法.

8. (3 分) (2016•河北) 图 1 和图 2 中所有的正方形都全等，将图 1 的正方形放在图 2 中的①②③④某一位置，所组成的图形不能围成正方体的位置是 ()



- A. ① B. ② C. ③ D. ④

【考点】展开图折叠成几何体.

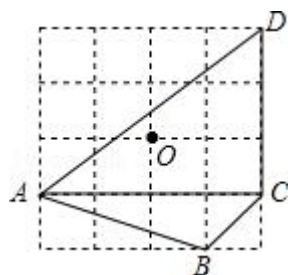
【分析】由平面图形的折叠及正方体的表面展开图的特点解题.

【解答】解：将图 1 的正方形放在图 2 中的①的位置出现重叠的面，所以不能围成正方体，故选：A.

【点评】本题考查了展开图折叠成几何体，解题时勿忘记四棱柱的特征及正方体展开图的各种情形. 注意：只要有“田”字格的展开图都不是正方体的表面展开图.

9. (3 分) (2016•河北) 如图为 4×4 的网格图，A，B，C，D，O 均在格点上，

点 O 是 ()



- A. $\triangle ACD$ 的外心 B. $\triangle ABC$ 的外心 C. $\triangle ACD$ 的内心 D. $\triangle ABC$ 的内心

【考点】 三角形的内切圆与内心；三角形的外接圆与外心.

【分析】 根据网格得出 $OA=OB=OC$ ，进而判断即可.

【解答】 解：由图中可得： $OA=OB=OC=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$,

所以点 O 在 $\triangle ABC$ 的外心上，

故选 B

【点评】 此题考查三角形的外心问题，关键是根据勾股定理得出 $OA=OB=OC$.

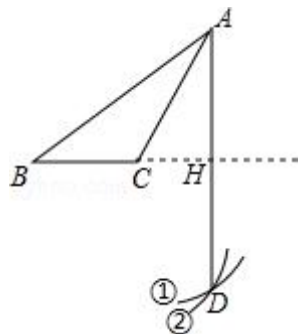
10. (3 分) (2016•河北) 如图，已知钝角 $\triangle ABC$ ，依下列步骤尺规作图，并保留作图痕迹.

步骤 1：以 C 为圆心，CA 为半径画弧①；

步骤 2：以 B 为圆心，BA 为半径画弧②，交弧①于点 D；

步骤 3：连接 AD，交 BC 延长线于点 H.

下列叙述正确的是 ()



- A. BH 垂直平分线段 AD B. AC 平分 $\angle BAD$
C. $S_{\triangle ABC}=BC \cdot AH$ D. $AB=AD$

【考点】 作图—基本作图；线段垂直平分线的性质.

【分析】 根据已知条件可知直线 BC 是线段 AD 的垂直平分线，由此一一判定即

可.

【解答】解：A、正确．如图连接 CD、BD，

$\because CA=CD, BA=BD,$

$\therefore$ 点 C、点 B 在线段 AD 的垂直平分线上，

$\therefore$ 直线 BC 是线段 AD 的垂直平分线，

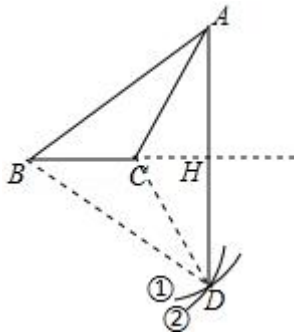
故 A 正确．

B、错误．CA 不一定平分 $\angle BDA$ ．

C、错误．应该是 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AH$ ．

D、错误．根据条件 AB 不一定等于 AD．

故选 A．



【点评】 本题考查作图 - 基本作图、线段的垂直平分线的性质等知识，解题的关键是掌握证明线段垂直平分线的证明方法，属于基础题，中考常考题型．

11. (2 分) (2016•河北) 点 A, B 在数轴上的位置如图所示，其对应的数分别是 a 和 b. 对于以下结论：

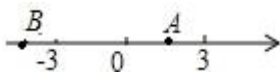
甲： $b - a < 0$

乙： $a + b > 0$

丙： $|a| < |b|$

丁： $\frac{b}{a} > 0$

其中正确的是 ()



A. 甲乙 B. 丙丁 C. 甲丙 D. 乙丁

【考点】 绝对值；数轴．

【分析】根据有理数的加法法则判断两数的和、差及积的符号，用两个负数比较大小的方法判断.

【解答】解：甲：由数轴有， $0 < a < 3$ ， $b < -3$ ，

$$\therefore b - a < 0,$$

甲的说法正确，

乙： $\because 0 < a < 3$ ， $b < -3$ ，

$$\therefore a + b < 0$$

乙的说法错误，

丙： $\because 0 < a < 3$ ， $b < -3$ ，

$$\therefore |a| < |b|,$$

丙的说法正确，

丁： $\because 0 < a < 3$ ， $b < -3$ ，

$$\therefore \frac{a}{b} < 0,$$

丁的说法错误.

故选 C

【点评】此题考查了绝对值意义，比较两个负数大小的方法，有理数的运算，解本题的关键是掌握有理数的运算.

12. (2 分) (2016•河北) 在求 $3x$ 的倒数的值时，嘉淇同学误将 $3x$ 看成了 $8x$ ，她求得的值比正确答案小 5. 依上述情形，所列关系式成立的是 ()

A. $\frac{1}{3x} = \frac{1}{8x} - 5$ B. $\frac{1}{3x} = \frac{1}{8x} + 5$ C. $\frac{1}{3x} = 8x - 5$ D. $\frac{1}{3x} = 8x + 5$

【考点】由实际问题抽象出分式方程.

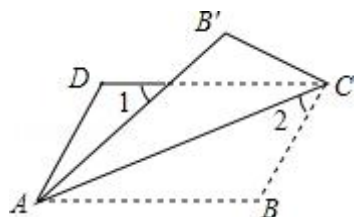
【分析】根据题意知： $8x$ 的倒数 $+5=3x$ 的倒数，据此列出方程即可.

【解答】解：根据题意，可列方程： $\frac{1}{3x} = \frac{1}{8x} + 5$,

故选：B.

【点评】本题考查了由实际问题抽象出分式方程，关键是读懂题意，找到 $3x$ 的倒数与 $8x$ 的倒数间的等量关系，列出方程.

13. (2分) (2016•河北) 如图, 将 $\square ABCD$ 沿对角线 AC 折叠, 使点 B 落在 B' 处, 若 $\angle 1 = \angle 2 = 44^\circ$, 则 $\angle B$ 为 ()



- A. 66° B. 104° C. 114° D. 124°

【考点】 平行四边形的性质.

【分析】 由平行四边形的性质和折叠的性质得出 $\angle ACD = \angle BAC = \angle B'AC$, 由三角形的外角性质求出 $\angle BAC = \angle ACD = \angle B'AC = \frac{1}{2} \angle 1 = 22^\circ$, 再由三角形内角和定理求出 $\angle B$ 即可.

【解答】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD$,

$\therefore \angle ACD = \angle BAC$,

由折叠的性质得: $\angle BAC = \angle B'AC$,

$\therefore \angle BAC = \angle ACD = \angle B'AC = \frac{1}{2} \angle 1 = 22^\circ$,

$\therefore \angle B = 180^\circ - \angle 2 - \angle BAC = 180^\circ - 44^\circ - 22^\circ = 114^\circ$;

故选: C.

【点评】 本题考查了平行四边形的性质、折叠的性质、三角形的外角性质以及三角形内角和定理; 熟练掌握平行四边形的性质, 求出 $\angle BAC$ 的度数是解决问题的关键.

14. (2分) (2016•河北) a, b, c 为常数, 且 $(a - c)^2 > a^2 + c^2$, 则关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 根的情况是 ()

- A. 有两个相等的实数根 B. 有两个不相等的实数根
C. 无实数根 D. 有一根为0

【考点】 根的判别式.

【分析】 利用完全平方的展开式将 $(a - c)^2$ 展开, 即可得出 $ac < 0$, 再结合方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$, 即可得出 $\Delta > 0$, 由此即可得出结论.

【解答】解： $\because (a-c)^2 = a^2 + c^2 - 2ac > a^2 + c^2$,

$\therefore ac < 0$.

在方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 中,

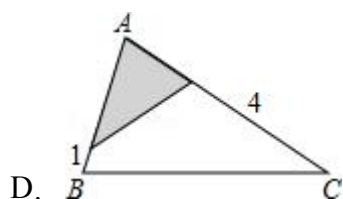
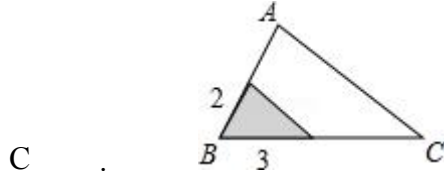
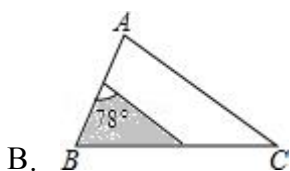
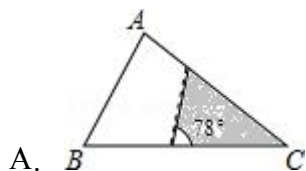
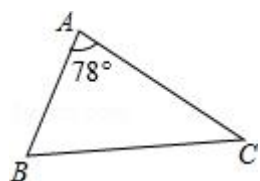
$\Delta = b^2 - 4ac \geq -4ac > 0$,

$\therefore$ 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个不相等的实数根.

故选 B.

【点评】 本题考查了完全平方公式以及根的判别式，解题的关键是找出 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$. 本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据根的判别式的符号，得出方程实数根的个数是关键.

15. (2 分) (2016•河北) 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 78^\circ$ ， $AB = 4$ ， $AC = 6$. 将 $\triangle ABC$ 沿图示中的虚线剪开，剪下的阴影三角形与原三角形不相似的是 ()



【考点】 相似三角形的判定.

【分析】 根据相似三角形的判定定理对各选项进行逐一判定即可.

【解答】解： A、阴影部分的三角形与原三角形有两个角相等，故两三角形相似，故本选项错误；

B、阴影部分的三角形与原三角形有两个角相等，故两三角形相似，故本选项错误；

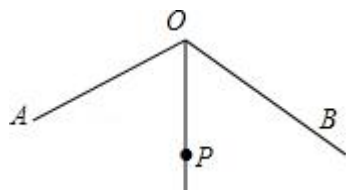
C、两三角形的对应边不成比例，故两三角形不相似，故本选项正确；

D、两三角形对应边成比例且夹角相等，故两三角形相似，故本选项错误.

故选 C.

【点评】 本题考查的是相似三角形的判定，熟知相似三角形的判定定理是解答此题的关键.

16. (2 分) (2016•河北) 如图， $\angle AOB=120^\circ$ ，OP 平分 $\angle AOB$ ，且 $OP=2$. 若点 M, N 分别在 OA, OB 上，且 $\triangle PMN$ 为等边三角形，则满足上述条件的 $\triangle PMN$ 有 ()

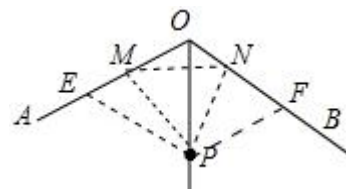


A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 3 个以上

【考点】 等边三角形的判定.

【分析】 如图在 OA、OB 上截取 $OE=OF=OP$ ，作 $\angle MPN=60^\circ$ ，只要证明 $\triangle PEM \cong \triangle PON$ 即可推出 $\triangle PMN$ 是等边三角形，由此即可对称结论.

【解答】 解：如图在 OA、OB 上截取 $OE=OF=OP$ ，作 $\angle MPN=60^\circ$.



$\because$ OP 平分 $\angle AOB$,

$\therefore \angle EOP = \angle POF = 60^\circ$,

$\because OP = OE = OF$,

$\therefore \triangle OPE, \triangle OPF$ 是等边三角形,

$\therefore EP = OP, \angle EPO = \angle OEP = \angle PON = \angle MPN = 60^\circ$,

$\therefore \angle EPM = \angle OPN$,

在 $\triangle PEM$ 和 $\triangle PON$ 中,

$$\begin{cases} \angle PEM = \angle PON \\ PE = PO \\ \angle EPM = \angle OPN \end{cases},$$

$\therefore \triangle PEM \cong \triangle PON$.

$\therefore PM=PN$, $\therefore \angle MPN=60^\circ$,
 $\therefore \triangle PNM$ 是等边三角形,
 $\therefore$ 只要 $\angle MPN=60^\circ$, $\triangle PMN$ 就是等边三角形,
故这样的三角形有无数个.

故选 D.

【点评】 本题考查等边三角形的判定和性质、全等三角形的判定和性质、角平分线的性质等知识, 解题的关键是正确添加辅助线, 构造全等三角形, 属于中考常考题型.

二、填空题 (本大题有 3 小题, 共 10 分.17-18 小题各 3 分; 19 小题有 2 个空, 每空 2 分.把答案写在题中横线上)

17. (3 分) (2016•贵港) 8 的立方根是 2.

【考点】 立方根.

【专题】 计算题.

【分析】 利用立方根的定义计算即可得到结果.

【解答】 解: 8 的立方根为 2,

故答案为: 2.

【点评】 此题考查了立方根, 熟练掌握立方根的定义是解本题的关键.

18. (3 分) (2016•河北) 若 $mn=m+3$, 则 $2mn+3m-5mn+10=$ 1.

【考点】 整式的加减—化简求值.

【专题】 计算题; 整式.

【分析】 原式合并后, 将已知等式代入计算即可求出值.

【解答】 解: 原式 $= -3mn+3m+10$,

把 $mn=m+3$ 代入得: 原式 $= -3m-9+3m+10=1$,

故答案为: 1

【点评】 此题考查了整式的加减—化简求值, 熟练掌握运算是解本题的关键.

19. (4 分) (2016•河北) 如图, 已知 $\angle AOB=7^\circ$, 一条光线从点 A 出发后射向

OB 边. 若光线与 OB 边垂直, 则光线沿原路返回到点 A, 此时 $\angle A = 90^\circ - 7^\circ = 83^\circ$.
 当 $\angle A < 83^\circ$ 时, 光线射到 OB 边上的点 A_1 后, 经 OB 反射到线段 AO 上的点 A_2 ,
 易知 $\angle 1 = \angle 2$. 若 $A_1A_2 \perp AO$, 光线又会沿 $A_2 \rightarrow A_1 \rightarrow A$ 原路返回到点 A, 此时 $\angle A = \underline{76}^\circ$.

...

若光线从 A 点出发后, 经若干次反射能沿原路返回到点 A, 则锐角 $\angle A$ 的最小值 = $\underline{6}^\circ$.



【考点】 三角形的外角性质; 直角三角形的性质.

【专题】 规律型.

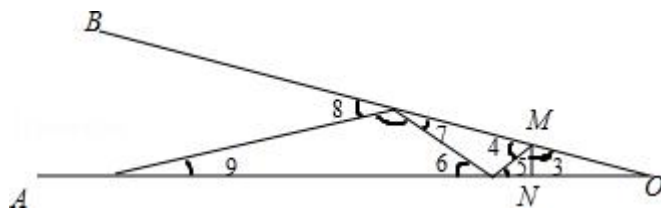
【分析】 根据入射角等于反射角得出 $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ - 7^\circ = 83^\circ$, 再由 $\angle 1$ 是 $\triangle AA_1O$ 的外角即可得 $\angle A$ 度数; 如图, 当 $MN \perp OA$ 时, 光线沿原路返回, 分别根据入射角等于反射角和外角性质求出 $\angle 5$ 、 $\angle 9$ 的度数, 从而得出与 $\angle A$ 具有相同位置的角的度数变化规律, 即可解决问题.

【解答】 解: $\because A_1A_2 \perp AO$, $\angle AOB = 7^\circ$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = 90^\circ - 7^\circ = 83^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle 1 - \angle AOB = 76^\circ,$$

如图:



当 $MN \perp OA$ 时, 光线沿原路返回,

$$\therefore \angle 4 = \angle 3 = 90^\circ - 7^\circ = 83^\circ,$$

$$\therefore \angle 6 = \angle 5 = \angle 4 - \angle AOB = 83^\circ - 7^\circ = 76^\circ = 90^\circ - 14^\circ,$$

$$\therefore \angle 8 = \angle 7 = \angle 6 - \angle AOB = 76^\circ - 7^\circ = 69^\circ,$$

$$\therefore \angle 9 = \angle 8 - \angle AOB = 69^\circ - 7^\circ = 62^\circ = 90^\circ - 2 \times 14^\circ,$$

由以上规律可知, $\angle A = 90^\circ - n \cdot 14^\circ$,

当 $n=6$ 时, $\angle A$ 取得最小值, 最下度数为 6° ,

故答案为: 76, 6.

【点评】 本题主要考查直角三角形的性质和三角形的外角性质及入射角等于反射角, 根据三角形的外角性质及入射角等于反射角得出与 $\angle A$ 具有相同位置的角的度数变化规律是解题的关键.

三、解答题 (本大题有 7 个小题, 共 68 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

20 . (9 分) (2016• 河 北)

利用运算律有时能进行简便计算。

例1 $98 \times 12 = (100 - 2) \times 12 = 1200 - 24 = 1176$

例2 $-16 \times 233 + 17 \times 233 = (-16 + 17) \times 233 = 233$



请你参考黑板中老师的讲解, 用运算律简便计算:

(1) $999 \times (-15)$

(2) $999 \times 118\frac{4}{5} + 999 \times (-\frac{1}{5}) - 999 \times 18\frac{3}{5}$

【考点】 有理数的混合运算.

【分析】 (1) 将式子变形为 $(1000 - 1) \times (-15)$, 再根据乘法分配律计算即可求解;

(2) 根据乘法分配律计算即可求解.

【解答】 解: (1) $999 \times (-15)$

$$= (1000 - 1) \times (-15)$$

$$= 1000 \times (-15) + 15$$

$$= -15000 + 15$$

$$= -14985;$$

(2) $999 \times 118\frac{4}{5} + 999 \times (-\frac{1}{5}) - 999 \times 18\frac{3}{5}$

$$= 999 \times (118\frac{4}{5} - \frac{1}{5} - 18\frac{3}{5})$$

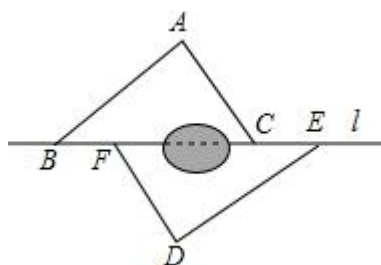
$$= 999 \times 100$$

$$= 99900$$

【点评】考查了有理数的混合运算，有理数混合运算顺序：先算乘方，再算乘除，最后算加减；同级运算，应按从左到右的顺序进行计算；如果有括号，要先做括号内的运算．（2）进行有理数的混合运算时，注意各个运算律的运用，使运算过程得到简化．

21. (9分) (2016•河北) 如图，点 B, F, C, E 在直线 l 上 (F, C 之间不能直接测量)，点 A, D 在 l 异侧，测得 $AB=DE$, $AC=DF$, $BF=EC$.

- (1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$;
- (2) 指出图中所有平行的线段，并说明理由.



【考点】全等三角形的判定与性质.

【分析】(1) 先证明 $BC=EF$ ，再根据 SSS 即可证明.

(2) 结论 $AB \parallel DE$, $AC \parallel DF$ ，根据全等三角形的性质即可证明.

【解答】(1) 证明: $\because BF=CE$,

$\therefore BF+FC=FC+CE$, 即 $BC=EF$,

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中,

$$\begin{cases} AB=DE \\ AC=DF, \\ BC=EF \end{cases}$$

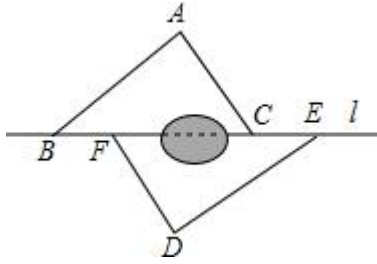
$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SSS).

(2) 结论: $AB \parallel DE$, $AC \parallel DF$.

理由: $\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$,

$\therefore \angle ABC = \angle DEF$, $\angle ACB = \angle DFE$,

$\therefore AB \parallel DE$, $AC \parallel DF$.



【点评】 本题考查全等三角形的判定和性质、平行线的判定等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形的条件，记住平行线的判定方法，属于基础题，中考常考题型.

22. (9 分) (2016•河北) 已知 n 边形的内角和 $\theta = (n - 2) \times 180^\circ$.

(1) 甲同学说， θ 能取 360° ；而乙同学说， θ 也能取 630° . 甲、乙的说法对吗？若对，求出边数 n . 若不对，说明理由；

(2) 若 n 边形变为 $(n+x)$ 边形，发现内角和增加了 360° ，用列方程的方法确定 x .

【考点】 多边形内角与外角.

【分析】 (1) 根据多边形内角和公式可得 n 边形的内角和是 180° 的倍数，依此即可判断，再根据多边形内角和公式即可求出边数 n ；

(2) 根据等量关系：若 n 边形变为 $(n+x)$ 边形，内角和增加了 360° ，依此列出方程，解方程即可确定 x .

【解答】 解：(1) $\because 360^\circ \div 180^\circ = 2$,

$630^\circ \div 180^\circ = 3 \dots 90^\circ$,

$\therefore$ 甲的说法对，乙的说法不对，

$360^\circ \div 180^\circ + 2$

$= 2 + 2$

$= 4$.

答：甲同学说的边数 n 是 4；

(2) 依题意有

$(n+x-2) \times 180^\circ - (n-2) \times 180^\circ = 360^\circ$,

解得 $x=2$.

故 x 的值是 2.

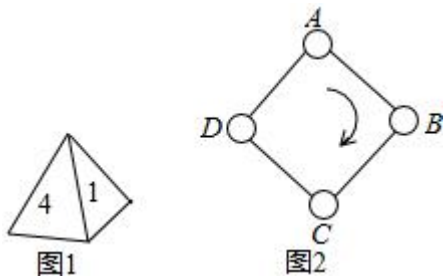
【点评】考查了多边形内角与外角，此题需要结合多边形的内角和公式来寻求等量关系，构建方程即可求解.

23. (9分) (2016•河北) 如图 1，一枚质地均匀的正四面体骰子，它有四个面并分别标有数字 1，2，3，4.

如图 2，正方形 ABCD 顶点处各有一个圈. 跳圈游戏的规则为：游戏者每掷一次骰子，骰子着地一面上的数字是几，就沿正方形的边顺时针方向连续跳几个边长. 如：若从圈 A 起跳，第一次掷得 3，就顺时针连续跳 3 个边长，落到圈 D；若第二次掷得 2，就从 D 开始顺时针连续跳 2 个边长，落到圈 B；...

设游戏者从圈 A 起跳.

- (1) 嘉嘉随机掷一次骰子，求落回到圈 A 的概率 P_1 ；
- (2) 淇淇随机掷两次骰子，用列表法求最后落回到圈 A 的概率 P_2 ，并指出她与嘉嘉落回到圈 A 的可能性一样吗？



【考点】列表法与树状图法；概率公式.

【分析】(1) 由共有 4 种等可能的结果，落回到圈 A 的只有 1 种情况，直接利用概率公式求解即可求得答案；

(2) 首先根据题意列出表格，然后由表格求得所有等可能的结果与最后落回到圈 A 的情况，再利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】解：(1) $\because$ 共有 4 种等可能的结果，落回到圈 A 的只有 1 种情况，
 $\therefore$ 落回到圈 A 的概率 $P_1 = \frac{1}{4}$ ；

(2) 列表得：

	1	2	3	4
1	(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)

2	(1, 2)	(2, 2)	(3, 2)	(4, 2)
3	(1, 3)	(2, 3)	(3, 3)	(4, 3)
4	(1, 4)	(2, 4)	(3, 4)	(4, 4)

∴共有 16 种等可能的结果，最后落回到圈 A 的有 (1, 3), (2, 2), (3, 1), (4, 4),

∴最后落回到圈 A 的概率 $P_2 = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$,

∴她与嘉嘉落回到圈 A 的可能性一样.

【点评】此题考查了列表法或树状图法求概率. 注意随机掷两次骰子，最后落回到圈 A，需要两次和是 4 的倍数.

24. (10 分) (2016•河北) 某商店通过调低价格的方式促销 n 个不同的玩具，调整后的单价 y (元) 与调整前的单价 x (元) 满足一次函数关系，如表:

	第 1 个	第 2 个	第 3 个	第 4 个	...	第 n 个
调整前的单价 x (元)	x_1	$x_2=6$	$x_3=72$	x_4	...	x_n
调整后的单价 y (元)	y_1	$y_2=4$	$y_3=59$	y_4	...	y_n

已知这个 n 玩具调整后的单价都大于 2 元.

(1) 求 y 与 x 的函数关系式，并确定 x 的取值范围;

(2) 某个玩具调整前单价是 108 元，顾客购买这个玩具省了多少钱?

(3) 这 n 个玩具调整前、后的平均单价分别为 $\bar{x}$, $\bar{y}$, 猜想 $\bar{y}$ 与 $\bar{x}$ 的关系式，并写出推导过程.

【考点】一次函数的应用.

【分析】(1) 设 $y=kx+b$, 根据题意列方程组即可得到结论, 再根据已知条件得到不等式于是得到 x 的取值范围是 $x > \frac{18}{5}$;

(2) 将 $x=108$ 代入 $y=\frac{5}{6}x-1$ 即可得到结论;

(3) 由 (1) 得 $y_1=\frac{5}{6}x_1-1$, $y_2=\frac{5}{6}x_2-2$, $\dots y_n=\frac{5}{6}x_n-1$, 根据求平均数的公式即可得到结论.

【解答】解: (1) 设 $y=kx+b$, 由题意得 $x=6$, $y=4$, $x=72$, $y=59$,

$$\therefore \begin{cases} 4=6k+b \\ 59=72k+b \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} k=\frac{5}{6} \\ b=-1 \end{cases}$,

$\therefore y$ 与 x 的函数关系式为 $y=\frac{5}{6}x-1$,

$\therefore$ 这个 n 玩具调整后的单价都大于 2 元,

$$\therefore \frac{5}{6}x-1>2, \text{ 解得 } x>\frac{18}{5},$$

$$\therefore x \text{ 的取值范围是 } x>\frac{18}{5};$$

$$(2) \text{ 将 } x=108 \text{ 代入 } y=\frac{5}{6}x-1 \text{ 得 } y=\frac{5}{6}\times 108-1=89,$$

$$108-89=19,$$

答: 顾客购买这个玩具省了 19 元;

$$(3) \bar{y}=\frac{5}{6}\bar{x}-1,$$

推导过程: 由 (1) 得 $y_1=\frac{5}{6}x_1-1$, $y_2=\frac{5}{6}x_2-1$, $\dots y_n=\frac{5}{6}x_n-1$,

$$\therefore \bar{y}=\frac{1}{n}(y_1+y_2+\dots+y_n)=\frac{1}{n}\left[\left(\frac{5}{6}x_1-1\right)+\left(\frac{5}{6}x_2-1\right)+\dots+\left(\frac{5}{6}x_n-1\right)\right]=\frac{1}{n}\left[\frac{5}{6}\right.$$

$$\left.(x_1+x_2+\dots+x_n)-n\right]=\frac{5}{6}\times\frac{x_1+x_2+\dots+x_n}{n}-1=\frac{5}{6}\bar{x}-1.$$

【点评】 本题考查了一次函数的应用, 求函数的解析式, 熟记一次函数的性质是解题的关键.

25. (10 分) (2016•河北) 如图, 半圆 O 的直径 $AB=4$, 以长为 2 的弦 PQ 为直径, 向点 O 方向作半圆 M , 其中 P 点在 $\widehat{AQ}$ 上且不与 A 点重合, 但 Q 点可与 B 点重合.

发现: $\widehat{AP}$ 的长与 $\widehat{QB}$ 的长之和为定值 1, 求 1:

思考: 点 M 与 AB 的最大距离为 $\underline{\sqrt{3}}$, 此时点 P , A 间的距离为 $\underline{2}$;

点 M 与 AB 的最小距离为 $\underline{\frac{\sqrt{3}}{2}}$, 此时半圆 M 的弧与 AB 所围成的封闭图形面

积为 $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$;

探究：当半圆 M 与 AB 相切时，求 $\widehat{AP}$ 的长.

(注：结果保留 π , $\cos 35^\circ = \frac{\sqrt{6}}{3}$, $\cos 55^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$.)

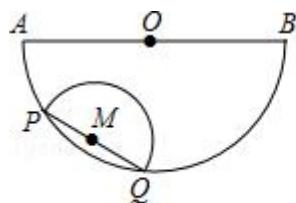
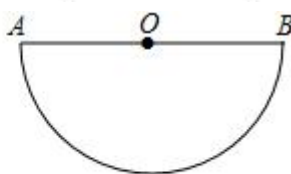


图1



备用图

【考点】圆的综合题.

【分析】 (1) 半圆 O 的长度是固定不变的，由于 PQ 也是定值，所以 $\widehat{PQ}$ 的长度也是固定值，所以 $\widehat{AP}$ 与 $\widehat{QB}$ 的长之和为定值；

(2) 过点 M 作 $MC \perp AB$ 于点 C，当 C 与 O 重合时，M 与 AB 的距离最大，此时， $\angle AOP = 60^\circ$ ， $AP = 2$ ；当 Q 与 B 重合时，M 与 AB 的距离最小，此时围成的封闭图形面积可以用扇形 DMB 的面积减去 $\triangle DMB$ 的面积即可；

(3) 当半圆 M 与 AB 相切时，此时 $MC = 1$ ，且分以下两种情况讨论，当 C 在线段 OA 上；当 C 在线段 OB 上，然后分别计出 $\widehat{AP}$ 的长.

【解答】 解：发现：如图 1，连接 OP、OQ，

$$\because AB = 4,$$

$$\therefore OP = OQ = 2,$$

$$\because PQ = 2,$$

$$\therefore \triangle OPQ \text{ 是等边三角形},$$

$$\therefore \angle POQ = 60^\circ,$$

$$\therefore \widehat{PQ} = \frac{60^\circ}{180^\circ} \times \pi \times 2 = \frac{2}{3} \pi,$$

$$\text{又} \because \text{半圆 O 的长为: } \frac{1}{2} \pi \times 4 = 2\pi,$$

$$\therefore \widehat{AP} + \widehat{QB} = 2\pi - \frac{2}{3} \pi = \frac{4}{3} \pi,$$

$$\therefore l = \frac{4}{3} \pi;$$

思考：如图 2，过点 M 作 $MC \perp AB$ 于点 C，
连接 OM，

$$\because OP=2, PM=1,$$

$$\therefore \text{由勾股定理可知：} OM=\sqrt{3},$$

当 C 与 O 重合时，

M 与 AB 的距离最大，最大值为 $\sqrt{3}$ ，

连接 AP，

此时， $OM \perp AB$ ，

$$\therefore \angle AOP=60^\circ,$$

$$\because OA=OP,$$

$\therefore \triangle AOP$ 是等边三角形，

$$\therefore AP=2,$$

如图 3，当 Q 与 B 重合时，

连接 DM，

$$\because \angle MOQ=30^\circ,$$

$$\therefore MC=\frac{1}{2}OM=\frac{\sqrt{3}}{2},$$

此时，M 与 AB 的距离最小，最小值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

设此时半圆 M 与 AB 交于点 D，

$$DM=MB=1,$$

$$\because \angle ABP=60^\circ,$$

$\therefore \triangle DMB$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle DMB=60^\circ,$$

$$\therefore \text{扇形 DMB 的面积为：} \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \frac{\pi \times 1^2}{2} = \frac{\pi}{6},$$

$$\triangle DMB \text{ 的面积为：} \frac{1}{2}MC \cdot DB = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{4},$$

$$\therefore \text{半圆 M 的弧与 AB 所围成的封闭图形面积为：} \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4};$$

探究：当半圆 M 与 AB 相切时，

此时, $MC=1$,

如图 4, 当点 C 在线段 OA 上时,

在 $Rt\triangle OCM$ 中,

由勾股定理可求得: $OC=\sqrt{2}$,

$$\therefore \cos \angle AOM = \frac{OC}{OM} = \frac{\sqrt{6}}{3},$$

$$\therefore \angle AOM = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle POM = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AOP = \angle AOM - \angle POM = 5^\circ,$$

$$\therefore \widehat{AP} = \frac{5^\circ}{180^\circ} \pi \times 2 = \frac{\pi}{18},$$

当点 C 在线段 OB 上时,

此时, $\angle BOM = 35^\circ$,

$$\therefore \angle POM = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AOP = 180^\circ - \angle POM - \angle BOM = 115^\circ$$

$$\therefore \widehat{AP} = \frac{115^\circ}{180^\circ} \pi \times 2 = \frac{23}{18} \pi,$$

综上所述, 当半圆 M 与 AB 相切时, $\widehat{AP}$ 的长为 $\frac{\pi}{18}$ 或 $\frac{23}{18} \pi$.

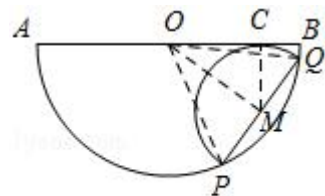


图5

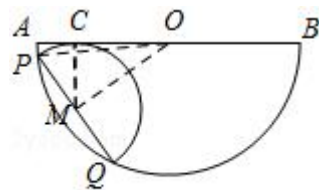


图4

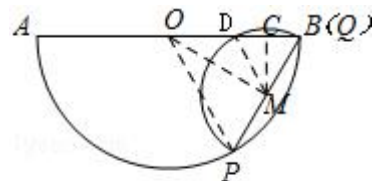


图3

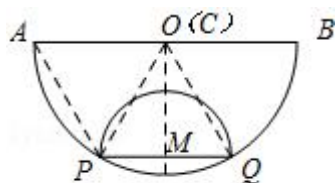


图2

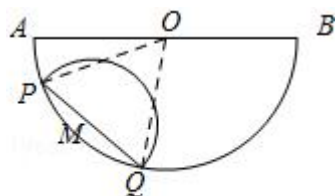


图1

【点评】 本题考查圆的综合问题，解题关键是根据题意画出图形分析，涉及勾股定理，弧长公式，圆的切线性质的知识，综合性较强，解答本题需要我们熟练各部分的内容，对学生的综合能力要求较高，一定要注意将所学知识贯穿起来。

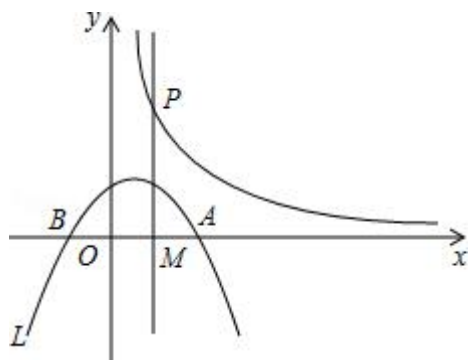
26. (12分) (2016•河北) 如图，抛物线 $L: y = -\frac{1}{2}(x-t)(x-t+4)$ (常数 $t > 0$) 与 x 轴从左到右的交点为 B, A ，过线段 OA 的中点 M 作 $MP \perp x$ 轴，交双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0, x > 0$) 于点 P ，且 $OA \cdot MP = 12$ ，

(1) 求 k 值；

(2) 当 $t=1$ 时，求 AB 的长，并求直线 MP 与 L 对称轴之间的距离；

(3) 把 L 在直线 MP 左侧部分的图象 (含与直线 MP 的交点) 记为 G ，用 t 表示图象 G 最高点的坐标；

(4) 设 L 与双曲线有个交点的横坐标为 x_0 ，且满足 $4 \leq x_0 \leq 6$ ，通过 L 位置随 t 变化的过程，直接写出 t 的取值范围。



【考点】 二次函数综合题.

【分析】 (1) 设点 $P(x, y)$ ，只要求出 xy 即可解决问题.

(2) 先求出 A、B 坐标，再求出对称轴以及点 M 坐标即可解决问题.

(3) 根据对称轴的位置即可判断，当对称轴在直线 MP 左侧，L 的顶点就是最高点，当对称轴在 MP 右侧，L 于 MP 的交点就是最高点.

(4) 画出图形求出 C、D 两点的纵坐标，利用方程即可解决问题.

【解答】解：(1) 设点 P (x, y)，则 MP=y，由 OA 的中点为 M 可知 OA=2x，代入 OA•MP=12，

得到 $2x \cdot y = 12$ ，即 $xy = 6$.

$\therefore k = xy = 6$.

(2) 当 $t=1$ 时，令 $y=0$ ， $0 = -\frac{1}{2}(x-1)(x+3)$ ，

解得 $x=1$ 或 -3 ，

$\therefore$ 点 B 在点 A 左边，

$\therefore B(-3, 0)$ ， $A(1, 0)$.

$\therefore AB=4$ ，

$\therefore L$ 是对称轴 $x=-1$ ，且 M 为 $(\frac{1}{2}, 0)$ ，

$\therefore MP$ 与 L 对称轴的距离为 $\frac{3}{2}$.

(3) $\therefore A(t, 0)$ ， $B(t-4, 0)$ ，

$\therefore L$ 的对称轴为 $x=t-2$ ，

又 $\therefore MP$ 为 $x=\frac{t}{2}$ ，

当 $t-2 \leq \frac{t}{2}$ ，即 $t \leq 4$ 时，顶点 $(t-2, 2)$ 就是 G 的最高点.

当 $t > 4$ 时，L 与 MP 的解得 $(\frac{t}{2}, -\frac{1}{8}t^2+t)$ 就是 G 的最高点.

(4) 结论： $5 \leq t \leq 8 - \sqrt{2}$ 或 $7 \leq t \leq 8 + \sqrt{2}$.

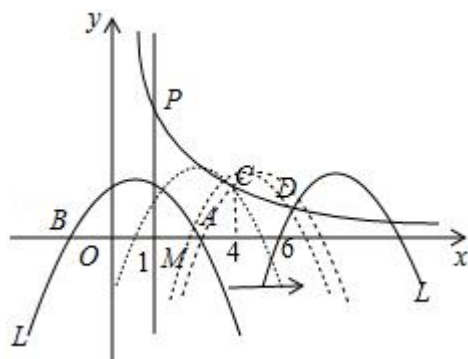
理由：对双曲线，当 $4 \leq x_0 \leq 6$ 时， $1 \leq y_0 \leq \frac{3}{2}$ ，即 L 与双曲线在 C $(4, \frac{3}{2})$ ，D $(6,$

1) 之间的一段有个交点.

①由 $\frac{3}{2} = -\frac{1}{2}(4-t)(4-t+4)$ 解得 $t=5$ 或 7 .

②由 $1 = -\frac{1}{2}(6-t)(6-t+4)$ 解得 $t=8+\sqrt{2}$ 和 $8-\sqrt{2}$.

随 t 的逐渐增加，L 的位置随着 A (t, 0) 向右平移，如图所示，



当 $t=5$ 时, L 右侧过点 C .

当 $t=8-\sqrt{2}<7$ 时, L 右侧过点 D , 即 $5\leq t\leq 8-\sqrt{2}$.

当 $8-\sqrt{2}<t<7$ 时, L 右侧离开了点 D , 而左侧未到达点 C , 即 L 与该段无交点, 舍弃.

当 $t=7$ 时, L 左侧过点 C . 当 $t=8+\sqrt{2}$ 时, L 左侧过点 D , 即 $7\leq t\leq 8+\sqrt{2}$.

【点评】 本题考查二次函数综合题、待定系数法、平移等知识, 解题的关键是理解题意, 学会利用图形信息解决问题, 学会用方程的思想思考问题, 考虑问题要全面, 属于中考常考题型.