

2012 年河北省中考数学试卷

一、选择题（本大题 12 小题，1-6 每小题 2 分，7-12 每小题 2 分，共 30 分）

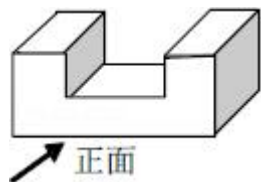
1. (2 分) (2012•河北) 下列各数中，为负数的是 ()

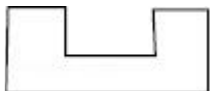
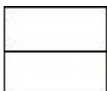
- A 0 B -2 C 1 D $\frac{1}{2}$

2. (2 分) (2012•河北) 计算 $(ab)^3$ 的结果为 ()

- A ab^3 B a^3b C a^3b^3 D $3ab$

3. (2 分) (2012•河北) 图中几何体的主视图为 ()

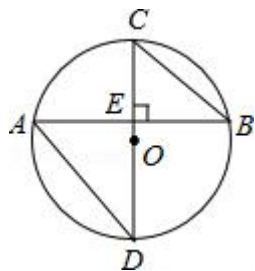


- A  B  C  D 

4. (2 分) (2012•河北) 下列各数中，为不等式组 $\begin{cases} 2x-3 > 0 \\ x-4 < 0 \end{cases}$ 解的是 ()

- A -1 B 0 C 2 D 4

5. (2 分) (2012•河北) 如图，CD 是 $\odot O$ 的直径，AB 是弦（不是直径）， $AB \perp CD$ 于点 E，则下列结论正确的是 ()



- A. $AE > BE$ B. $\widehat{AD} = \widehat{BC}$ C. $\angle D = \frac{1}{2} \angle AEC$ D. $\triangle ADE \sim \triangle CBE$

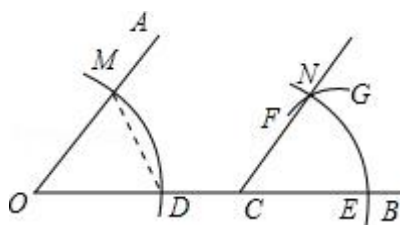
6. (2 分) (2012•河北) 掷一枚质地均匀的硬币 10 次，下列说法正确的是 ()

- A 每 2 次必有 1 次正面向上 B 可能有 5 次正面向上

C 必有 5 次正面向上

D 不可能有 10 次正面向上

7. (3 分) (2012•河北) 如图, 点 C 在 $\angle AOB$ 的 OB 边上, 用尺规作出了 $CN \parallel OA$, 作图痕迹中, $\widehat{FG}$ 是 ()



A 以点 C 为圆心, OD 为半径的弧

B 以点 C 为圆心, DM 为半径的弧

C 以点 E 为圆心, OD 为半径的弧

D 以点 E 为圆心, DM 为半径的弧

8. (3 分) (2012•河北) 用配方法解方程 $x^2+4x+1=0$, 配方后的方程是 ()

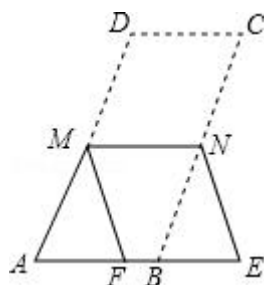
A $(x+2)^2=3$

B $(x-2)^2=3$

C $(x-2)^2=5$

D $(x+2)^2=5$

9. (3 分) (2012•河北) 如图, 在平行四边形 ABCD 中, $\angle A=70^\circ$, 将平行四边形折叠, 使点 D、C 分别落在点 F、E 处 (点 F、E 都在 AB 所在的直线上), 折痕为 MN, 则 $\angle AMF$ 等于 ()



A 70°

B 40°

C 30°

D 20°

10. (3 分) (2012•河北) 化简 $\frac{2}{x^2-1} \div \frac{1}{x-1}$ 的结果是 ()

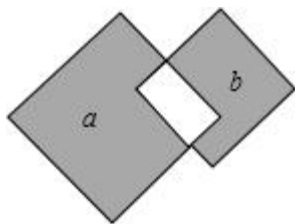
A $\frac{2}{x-1}$

B $\frac{2}{x^3-1}$

C $\frac{2}{x+1}$

D $2(x+1)$

11. (3 分) (2012•河北) 如图, 两个正方形的面积分别为 16, 9, 两阴影部分的面积分别为 a, b ($a > b$), 则 $(a-b)$ 等于 ()



A 7

B 6

C 5

D 4

12. (3 分) (2012•河北) 如图, 抛物线 $y_1 = a(x+2)^2 - 3$ 与 $y_2 = \frac{1}{2}(x-3)^2 + 1$ 交于点 A (1,

3), 过点 A 作 x 轴的平行线, 分别交两条抛物线于点 B, C. 则以下结论:

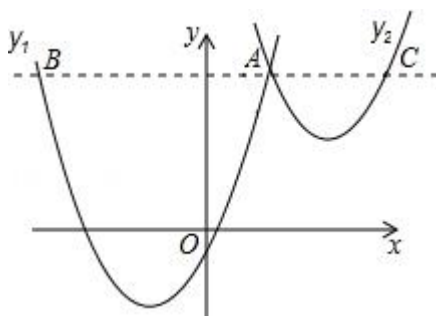
①无论 x 取何值, y_2 的值总是正数;

② $a=1$;

③当 $x=0$ 时, $y_2 - y_1 = 4$;

④ $2AB = 3AC$;

其中正确结论是 ()



A ①②

B ②③

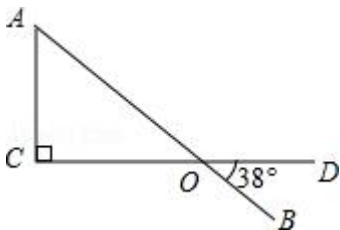
C ③④

D ①④

二、填空题 (本大题 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

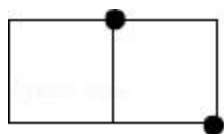
13. (3 分) (2012•贺州) -5 的相反数是_____.

14. (3 分) (2012•河北) 如图, AB、CD 相交于点 O, $AC \perp CD$ 于点 C, 若 $\angle BOD = 38^\circ$, 则 $\angle A =$ _____.



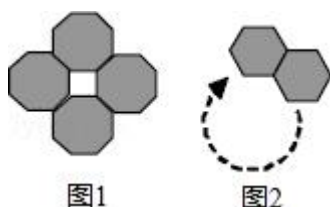
15. (3 分) (2012•河北) 已知 $y = x - 1$, 则 $(x - y)^2 + (y - x) + 1$ 的值为_____.

16. (3分) (2012•河北) 在 1×2 的正方形网格格点上放三枚棋子, 按图所示的位置已放置了两枚棋子, 若第三枚棋子随机放在其它格点上, 则以这三枚棋子所在的格点为顶点的三角形是直角三角形的概率是_____.



17. (3分) (2012•河北) 某数学活动小组的 20 名同学站成一列做报数游戏, 规则是: 从前面第一位开始, 每位同学一次报自己的顺序数的倒数加 1, 第一同学报 $(\frac{1}{1}+1)$, 第二位同学报 $(\frac{1}{2}+1)$, 第三位同学报 $(\frac{1}{3}+1)$, ... 这样得到的 20 个数的积为_____.

18. (3分) (2012•河北) 用 4 个全等的正八边形进行拼接, 使相等的两个正八边形有一条公共边, 围成一圈后中间形成一个正方形, 如图 1, 用 n 个全等的正六边形按这种方式进行拼接, 如图 2, 若围成一圈后中间形成一个正多边形, 则 n 的值为_____.

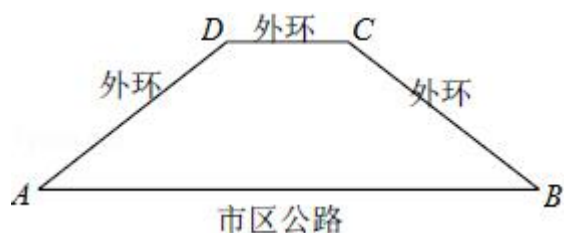


三、解答题 (本大题 8 小题, 共 72 分)

19. (8分) (2012•河北) 计算: $|-5| - (\sqrt{2}-3)^0 + 6 \times (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + (-1)^2$.

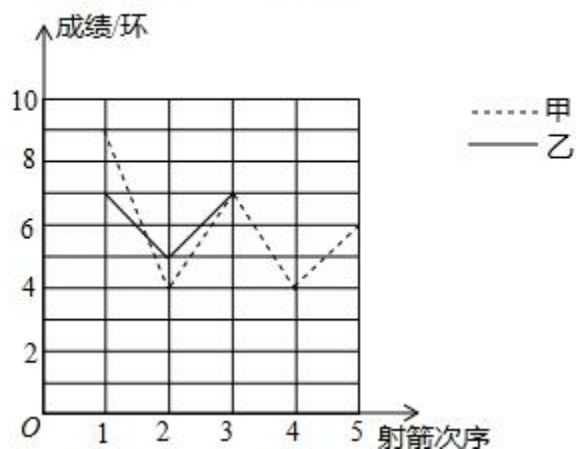
20. (8分) (2012•河北) 如图, 某市 A, B 两地之间有两条公路, 一条是市区公路 AB, 另一条是外环公路 AD-DC-CB, 这两条公路围成等腰梯形 ABCD, 其中 $DC \parallel AB$, $AD:CD=10:5:2$.

- (1) 求外环公路的总长和市区公路长的比;
(2) 某人驾车从 A 地出发, 沿市区公路去 B 地, 平均速度是 40km/h, 返回时沿外环公路行驶, 平均速度是 80km/h, 结果比去时少用了 $\frac{1}{10}$ h, 求市区公路的长.



21. (8分) (2012•河北) 某社区准备在甲乙两位射箭爱好者中选出一人参加集训, 两人各射了5箭, 他们的总成绩(单位: 环)相同, 小宇根据他们的成绩绘制了尚不完整的统计图表, 并计算了甲成绩的平均数和方差(见小宇的作业).

甲、乙两人射箭成绩折线图



小宇的作业:

$$\text{解: } \bar{x}_{\text{甲}} = \frac{1}{5} (9+4+7+4+6) = 6,$$

$$s_{\text{甲}}^2 = \frac{1}{5} [(9-6)^2 + (4-6)^2 + (7-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2] \\ = \frac{1}{5} (9+4+1+4+0) \\ = 3.6.$$

甲、乙两人射箭成绩统计表

	第1次	第2次	第3次	第4次	第5次
甲成绩	9	4	7	4	6
乙成绩	7	5	7	a	7

(1) $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $\bar{x}_{\text{乙}} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 请完成图中表示乙成绩变化情况的折线;

(3) ①观察图, 可看出 的成绩比较稳定 (填“甲”或“乙”). 参照小宇的计算方法, 计算乙成绩的方差, 并验证你的判断.

②请你从平均数和方差的角度分析, 谁将被选中.

22. (8分) (2012•河北) 如图, 四边形 ABCD 是平行四边形, 点 A (1, 0), B (3, 1), C

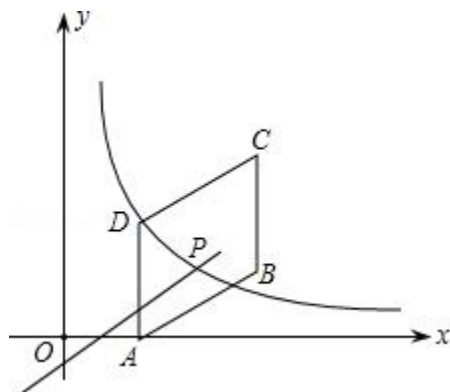
(3, 3). 反比例函数 $y = \frac{\pi}{x}$ ($x > 0$) 的函数图象经过点 D, 点 P 是一次函数 $y = kx + 3 - 3k$ ($k \neq 0$)

的图象与该反比例函数图象的一个公共点.

(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 通过计算, 说明一次函数 $y = kx + 3 - 3k$ ($k \neq 0$) 的图象一定过点 C;

(3) 对于一次函数 $y = kx + 3 - 3k$ ($k \neq 0$), 当 y 随 x 的增大而增大时, 确定点 P 的横坐标的取值范围 (不必写出过程).



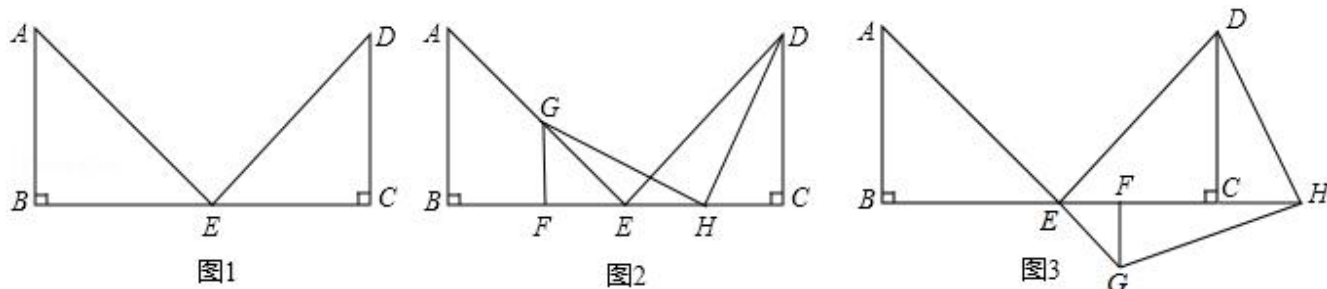
23. (9分) (2012•河北) 如图, 点E是线段BC的中点, 分别以BC为直角顶点的 $\triangle EAB$ 和 $\triangle EDC$ 均是等腰三角形, 且在BC同侧.

(1) AE和ED的数量关系为_____; AE和ED的位置关系为_____;

(2) 在图1中, 以点E为位似中心, 作 $\triangle EGF$ 与 $\triangle EAB$ 位似, 点H是BC所在直线上的一点, 连接GH, HD. 分别得到图2和图3.

①在图2中, 点F在BE上, $\triangle EGF$ 与 $\triangle EAB$ 的相似比1:2, H是EC的中点. 求证: $GH=HD$, $GH \perp HD$.

②在图3中, 点F在BE延长线上, $\triangle EGF$ 与 $\triangle EAB$ 的相似比是k:1, 若 $BC=2$, 请直接写CH的长为多少时, 恰好使 $GH=HD$ 且 $GH \perp HD$ (用含k的代数式表示).



24. (9分) (2012•河北) 某工厂生产一种合金薄板 (其厚度忽略不计), 这些薄板的形状均为正方形, 边长在 (单位: cm) 在5~50之间. 每张薄板的成本价 (单位: 元) 与它的面积 (单位: cm^2) 成正比例, 每张薄板的出厂价 (单位: 元) 有基础价和浮动价两部分组成, 其中基础价与薄板的大小无关, 是固定不变的. 浮动价与薄板的边长成正比例. 在营销过程中得到了表格中的数据.

薄板的边长 (cm)	20	30
出厂价 (元/张)	50	70

(1) 求一张薄板的出厂价与边长之间满足的函数关系式;

(2) 已知出厂一张边长为40cm的薄板, 获得的利润为26元 (利润=出厂价-成本价),

①求一张薄板的利润与边长之间满足的函数关系式.

②当边长为多少时, 出厂一张薄板所获得的利润最大? 最大利润是多少?

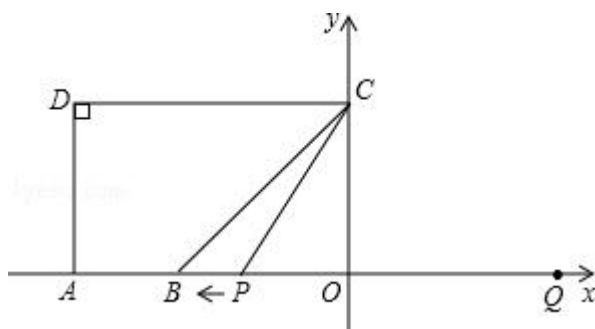
参考公式: 抛物线: $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$

25. (10分) (2012•河北) 如图, $A(-5, 0)$, $B(-3, 0)$, 点C在y轴的正半轴上, $\angle CBO=45^\circ$, $CD \parallel AB$, $\angle CDA=90^\circ$. 点P从点Q(4, 0)出发, 沿x轴向左以每秒1个单位长度的速度运动, 运动时间t秒.

(1) 求点C的坐标;

(2) 当 $\angle BCP=15^\circ$ 时, 求t的值;

(3) 以点P为圆心, PC为半径的 $\odot P$ 随点P的运动而变化, 当 $\odot P$ 与四边形ABCD的边 (或边所在的直线) 相切时, 求t的值.



26. (12 分) (2012•河北) 如图 1 和 2, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=13$, $BC=14$, $\cos \angle ABC = \frac{5}{13}$.

探究: 如图 1, $AH \perp BC$ 于点 H , 则 $AH =$ _____, $AC =$ _____, $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC} =$ _____;

拓展: 如图 2, 点 D 在 AC 上 (可与点 A , C 重合), 分别过点 A , C 作直线 BD 的垂线, 垂足为 E , F , 设 $BD=x$, $AE=m$, $CF=n$ (当点 D 与点 A 重合时, 我们认为 $S_{\triangle ABD}=0$)

(1) 用含 x , m , n 的代数式表示 $S_{\triangle ABD}$ 及 $S_{\triangle CBD}$;

(2) 求 $(m+n)$ 与 x 的函数关系式, 并求 $(m+n)$ 的最大值和最小值;

(3) 对给定的一个 x 值, 有时只能确定唯一的点 D , 指出这样的 x 的取值范围.

发现: 请你确定一条直线, 使得 A , B , C 三点到这条直线的距离之和最小 (不必写出过程), 并写出这个最小值.

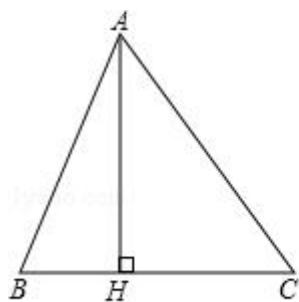


图1

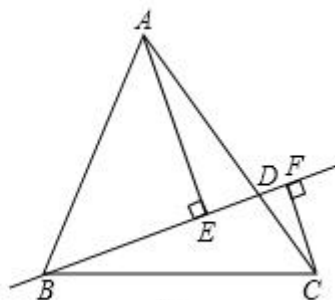


图2

2012 年河北省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题 12 小题，1-6 每小题 2 分，7-12 每小题 2 分，共 30 分）

1. (2 分) (2012•河北) 下列各数中，为负数的是 ()

- A 0 B -2 C 1 D $\frac{1}{2}$

考点：正数和负数.

分析：根据负数就是正数前面带负号的数即可判断.

解答：解：A、既不是正数，也不是负数，故选项错误；

B、是负数，故选项正确；

C、是正数，故选项错误；

D、是正数，故选项错误.

故选 B.

点评：本题主要考查了负数的定义，是基础题.

2. (2 分) (2012•河北) 计算 $(ab)^3$ 的结果为 ()

- A ab^3 B a^3b C a^3b^3 D $3ab$

考点：幂的乘方与积的乘方.

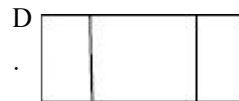
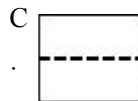
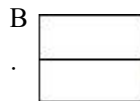
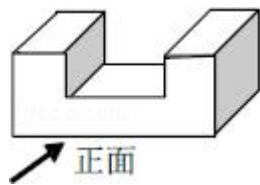
分析：由积的乘方： $(ab)^n = a^n b^n$ (n 是正整数)，即可求得答案.

解答：解： $(ab)^3 = a^3 b^3$.

故选 C.

点评：此题考查了积的乘方性质. 注意积的乘方法则：把每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘.

3. (2 分) (2012•河北) 图中几何体的主视图为 ()



考点：简单组合体的三视图.

分析：主视图是从正面看所得到的图形，结合所给几何体及选项即可得出答案.

解答：解：从正面观察所给几何体，得到的图形如下：



故选 A.

点评: 本题考查了三视图的知识, 主视图是从物体的正面看得到的视图, 解答时学生易将三种视图混淆而错误的选其它选项.

4. (2 分) (2012•河北) 下列各数中, 为不等式组 $\begin{cases} 2x-3>0 \\ x-4<0 \end{cases}$ 解的是 ()

A -1

B 0

C 2

D 4

考点: 不等式的解集; 解一元一次不等式组.

专题: 计算题.

分析: 分别求出两个不等式的解集, 再找到其公共部分即可.

解答: 解: $\begin{cases} 2x-3>0 \text{ ①} \\ x-4<0 \text{ ②} \end{cases}$,

由①得, $x>\frac{3}{2}$,

由②得, $x<4$,

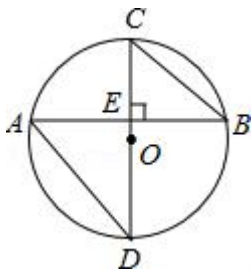
$\therefore$ 不等式组的解集为 $\frac{3}{2}<x<4$.

四个选项中在 $\frac{3}{2}<x<4$ 中的只有 2.

故选: C.

点评: 本题考查了不等式组的解集和解一元一次不等式, 能找到各不等式的解集的公共部分是解题的关键.

5. (2 分) (2012•河北) 如图, CD 是 $\odot O$ 的直径, AB 是弦 (不是直径), $AB \perp CD$ 于点 E, 则下列结论正确的是 ()



A. $AE > BE$

B. $\widehat{AD} = \widehat{BC}$

C. $\angle D = \frac{1}{2} \angle AEC$

D. $\triangle ADE \sim \triangle CBE$

考点: 垂径定理; 圆周角定理; 相似三角形的判定.

分析: 根据垂径定理及相似三角形的判定定理对各选项进行逐一判断即可.

解答: 解: $\because CD$ 是 $\odot O$ 的直径, AB 是弦 (不是直径), $AB \perp CD$ 于点 E ,

$\therefore AE=BE$, $\widehat{AC}=\widehat{BC}$, 故 A、B 错误;

$\because \angle AEC$ 不是圆心角,

$\therefore \angle D \neq \frac{1}{2} \angle AEC$, 故 C 错误;

$\because \angle CEB=\angle AED$, $\angle DAE=\angle BCE$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle CBE$, 故 D 正确.

故选 D.

点评: 本题考查了垂径定理、圆周角定理、相似三角形的判定, 难度不大, 是基础题.

6. (2 分) (2012•河北) 掷一枚质地均匀的硬币 10 次, 下列说法正确的是 ()

A 每 2 次必有 1 次正面向上

B 可能有 5 次正面向上

C 必有 5 次正面向上

D 不可能有 10 次正面向上

考点: 可能性的大小.

分析: 本题考查了概率的简单计算能力, 是一道列举法求概率的问题, 属于基础题, 可以直接应用求概率的公式.

解答: 解: 因为一枚质地均匀的硬币只有正反两面,

所以不管抛多少次, 硬币正面朝上的概率都是 $\frac{1}{2}$,

所以掷一枚质地均匀的硬币 10 次,

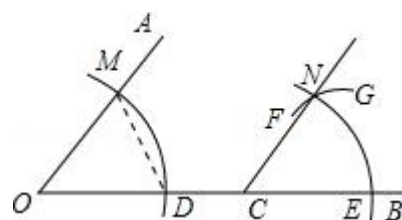
可能有 5 次正面向上;

故选 B.

点评: 本题考查了可能性的大小, 明确概率的意义是解答的关键, 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

7. (3 分) (2012•河北) 如图, 点 C 在 $\angle AOB$ 的 OB 边上, 用尺规作出了 $CN \parallel OA$, 作图

痕迹中, $\widehat{FG}$ 是 ()



A 以点 C 为圆心, OD 为半径的弧

B 以点 C 为圆心, DM 为半径的弧

C 以点 E 为圆心, OD 为半径的弧

D 以点 E 为圆心, DM 为半径的弧

考点: 作图—基本作图.

专题: 作图题.

分析: 根据同位角相等两直线平行, 要想得到 $CN \parallel OA$, 只要作出 $\angle BCN = \angle AOB$ 即可, 然后再根据作一个角等于已知角的作法解答.

解答: 解: 根据题意, 所作出的是 $\angle BCN = \angle AOB$,

根据作一个角等于已知角的作法, $\widehat{FG}$ 是以点 E 为圆心, DM 为半径的弧.

故选 D.

点评: 本题考查了基本作图, 根据题意, 判断出题目实质是作一个角等于已知角是解题的关键.

8. (3 分) (2012•河北) 用配方法解方程 $x^2 + 4x + 1 = 0$, 配方后的方程是 ()

A $(x+2)^2 = 3$ B $(x-2)^2 = 3$ C $(x-2)^2 = 5$ D $(x+2)^2 = 5$

考点: 解一元二次方程-配方法.

专题: 计算题.

分析: 方程常数项移到右边, 两边加上 4 变形后, 即可得到结果.

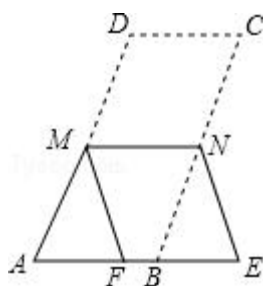
解答: 解: 方程移项得: $x^2 + 4x = -1$,

配方得: $x^2 + 4x + 4 = 3$, 即 $(x+2)^2 = 3$.

故选 A.

点评: 此题考查了解一元二次方程 - 配方法, 利用配方法解方程时, 首先将方程常数项移到右边, 二次项系数化为 1, 然后方程两边加上一次项系数一半的平方, 左边化为完全平方式, 右边化为非负常数, 开方转化为两个一元一次方程来求解.

9. (3 分) (2012•河北) 如图, 在平行四边形 ABCD 中, $\angle A = 70^\circ$, 将平行四边形折叠, 使点 D、C 分别落在点 F、E 处 (点 F、E 都在 AB 所在的直线上), 折痕为 MN, 则 $\angle AMF$ 等于 ()



A 70° B 40° C 30° D 20°

考点: 翻折变换 (折叠问题).

分析: 由平行四边形与折叠的性质, 易得 $CD \parallel MN \parallel AB$, 然后根据平行线的性质, 即可求得 $\angle DMN = \angle FMN = \angle A = 70^\circ$, 又由平角的定义, 即可求得 $\angle AMF$ 的度数.

解答: 解: $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD$,

根据折叠的性质可得: $MN \parallel AE$, $\angle FMN = \angle DMN$,

$\therefore AB \parallel CD \parallel MN$,

$\therefore \angle A = 70^\circ$,
 $\therefore \angle FMN = \angle DMN = \angle A = 70^\circ$,
 $\therefore \angle AMF = 180^\circ - \angle DMN - \angle FMN = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ$.
 故选 B.

点评: 此题考查了平行四边形的性质、平行线的性质与折叠的性质. 此题难度不大, 注意数形结合思想的应用, 注意折叠中的对应关系.

10. (3 分) (2012•河北) 化简 $\frac{2}{x^2-1} \div \frac{1}{x-1}$ 的结果是 ()

- A $\frac{2}{x-1}$ B $\frac{2}{x^3-1}$ C $\frac{2}{x+1}$ D $2(x+1)$

考点: 分式的乘法.

专题: 计算题.

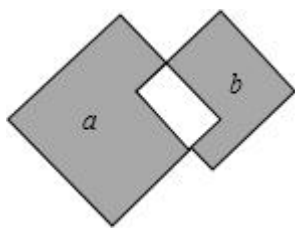
分析: 将分式 $\frac{2}{x^2-1}$ 分母因式分解, 再将除法转化为乘法进行计算.

解答: 解: 原式 $= \frac{2}{(x-1)(x+1)} \times (x-1)$
 $= \frac{2}{x+1}$,

故选: C.

点评: 本题考查了分式的乘法, 将除法转化为乘法是解题的关键.

11. (3 分) (2012•河北) 如图, 两个正方形的面积分别为 16, 9, 两阴影部分的面积分别为 a, b ($a > b$), 则 $(a-b)$ 等于 ()



- A 7 B 6 C 5 D 4

考点: 整式的加减.

专题: 计算题.

分析: 设重叠部分面积为 c, $(a-b)$ 可理解为 $(a+c) - (b+c)$, 即两个正方形面积的差.

解答: 解: 设重叠部分面积为 c,
 $a-b = (a+c) - (b+c) = 16 - 9 = 7$,
 故选 A.

点评: 本题考查了等积变换, 将阴影部分的面积之差转换成整个图形的面积之差是解题的关

键.

12. (3分) (2012·河北) 如图, 抛物线 $y_1 = a(x+2)^2 - 3$ 与 $y_2 = \frac{1}{2}(x-3)^2 + 1$ 交于点 A (1,

3), 过点 A 作 x 轴的平行线, 分别交两条抛物线于点 B, C. 则以下结论:

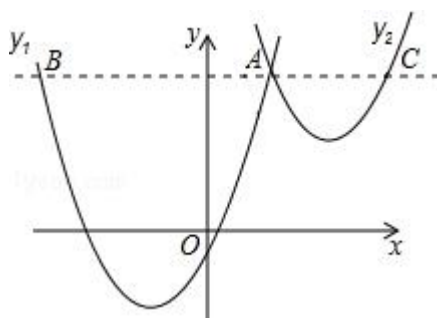
①无论 x 取何值, y_2 的值总是正数;

② $a=1$;

③当 $x=0$ 时, $y_2 - y_1 = 4$;

④ $2AB=3AC$;

其中正确结论是 ()



A ①②

B ②③

C ③④

D ①④

考点: 二次函数的性质.

专题: 压轴题; 探究型.

分析: 根据与 $y_2 = \frac{1}{2}(x-3)^2 + 1$ 的图象在 x 轴上方即可得出 y_2 的取值范围; 把 A (1, 3)

代入抛物线 $y_1 = a(x+2)^2 - 3$ 即可得出 a 的值; 由抛物线与 y 轴的交点求出, $y_2 - y_1$ 的值; 根据两函数的解析式直接得出 AB 与 AC 的关系即可.

解答: 解: ① $\because$ 抛物线 $y_2 = \frac{1}{2}(x-3)^2 + 1$ 开口向上, 顶点坐标在 x 轴的上方, $\therefore$ 无论 x 取何值, y_2 的值总是正数, 故本小题正确;

②把 A (1, 3) 代入, 抛物线 $y_1 = a(x+2)^2 - 3$ 得, $3 = a(1+2)^2 - 3$, 解得 $a = \frac{2}{3}$, 故本小题错误;

③由两函数图象可知, 抛物线 $y_1 = a(x+2)^2 - 3$ 解析式为 $y_1 = \frac{2}{3}(x+2)^2 - 3$, 当 $x=0$ 时, $y_1 = \frac{2}{3}(0+2)^2 - 3 = -\frac{1}{3}$, $y_2 = \frac{1}{2}(0-3)^2 + 1 = \frac{11}{2}$, 故 $y_2 - y_1 = \frac{11}{2} + \frac{1}{3} = \frac{35}{6}$, 故本小题错误;

④ $\because$ 物线 $y_1 = a(x+2)^2 - 3$ 与 $y_2 = \frac{1}{2}(x-3)^2 + 1$ 交于点 A (1, 3),

$\therefore y_1$ 的对称轴为 $x = -2$, y_2 的对称轴为 $x = 3$,

$\therefore B(-5, 3)$, $C(5, 3)$

$\therefore AB = 6$, $AC = 4$,

$\therefore 2AB = 3AC$, 故本小题正确.

故选 D.

点评: 本题考查的是二次函数的性质, 根据题意利用数形结合进行解答是解答此题的关键.

二、填空题 (本大题 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. (3 分) (2012•贺州) -5 的相反数是 5.

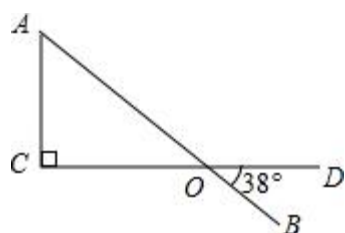
考点: 相反数.

分析: 根据相反数的定义直接求得结果.

解答: 解: -5 的相反数是 5.

点评: 本题主要考查了相反数的性质, 只有符号不同的两个数互为相反数, 0 的相反数是 0.

14. (3 分) (2012•河北) 如图, AB 、 CD 相交于点 O , $AC \perp CD$ 于点 C , 若 $\angle BOD = 38^\circ$, 则 $\angle A =$ 52° .



考点: 直角三角形的性质; 对顶角、邻补角.

分析: 利用对顶角相等得到 $\angle AOC$ 的度数, 然后利用直角三角形两锐角互余求得角 A 即可.

解答: 解: $\because \angle BOD = 38^\circ$,

$$\therefore \angle AOC = 38^\circ,$$

$\because AC \perp CD$ 于点 C ,

$$\therefore \angle A = 90^\circ - \angle AOC = 90^\circ - 38^\circ = 52^\circ.$$

故答案为 52° .

点评: 本题考查了直角三角形的性质及对顶角的性质, 解题的关键是知道直角三角形两锐角互余.

15. (3 分) (2012•河北) 已知 $y = x - 1$, 则 $(x - y)^2 + (y - x) + 1$ 的值为 1.

考点: 代数式求值.

专题: 整体思想.

分析: 根据已知条件整理得到 $x - y = 1$, 然后整体代入计算即可得解.

解答: 解: $\because y = x - 1$,

$$\therefore x - y = 1,$$

$$\therefore (x - y)^2 + (y - x) + 1$$

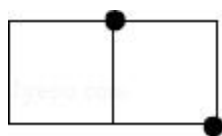
$$= 1^2 + (-1) + 1$$

$$= 1.$$

故答案为: 1.

点评: 本题考查了代数式求值, 注意整体思想的利用使运算更加简便.

16. (3分) (2012•河北) 在 1×2 的正方形网格格点上放三枚棋子, 按图所示的位置已放置了两枚棋子, 若第三枚棋子随机放在其它格点上, 则以这三枚棋子所在的格点为顶点的三角形是直角三角形的概率是 $\frac{3}{4}$.



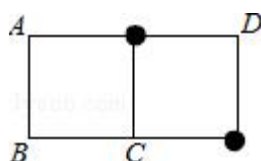
考点: 概率公式.

分析: 首先根据题意可得第三枚棋子有 A, B, C, D 共 4 个位置可以选择, 而以这三枚棋子所在的格点为顶点的三角形是直角三角形的位置是 B, C, D, 然后利用概率公式求解即可求得答案.

解答: 解: 如图, 第三枚棋子有 A, B, C, D 共 4 个位置可以选择, 而以这三枚棋子所在的格点为顶点的三角形是直角三角形的位置是 B, C, D,

故以这三枚棋子所在的格点为顶点的三角形是直角三角形的概率是: $\frac{3}{4}$.

故答案为: $\frac{3}{4}$.



点评: 此题考查了概率公式与直角三角形的定义. 此题难度不大, 注意概率=所求情况数与总情况数之比.

17. (3分) (2012•河北) 某数学活动小组的 20 名同学站成一列做报数游戏, 规则是: 从前面第一位开始, 每位同学一次报自己的顺序数的倒数加 1, 第一同学报 $(\frac{1}{1}+1)$, 第二位同学报 $(\frac{1}{2}+1)$, 第三位同学报 $(\frac{1}{3}+1)$, ... 这样得到的 20 个数的积为 21.

考点: 规律型: 数字的变化类.

分析: 根据已知得出数字变化规律, 即可得出这样 20 个数据, 进而得出这样 20 个数的积分子与分母正好能约分, 最后剩下 21, 即可得出答案.

解答: 解: $\because$ 第一同学报 $(\frac{1}{1}+1)$, 第二位同学报 $(\frac{1}{2}+1)$, 第三位同学报 $(\frac{1}{3}+1)$, ...

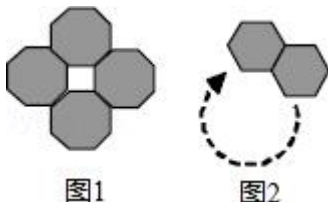
$\therefore$ 这样 20 个数据分别为: $(\frac{1}{1}+1)=2$, $(\frac{1}{2}+1)=\frac{3}{2}$, $(\frac{1}{3}+1)=\frac{4}{3}$, ... $(\frac{1}{19}+1)=\frac{20}{19}$, $(\frac{1}{20}+1)=\frac{21}{20}$,

故这样得到的 20 个数的积为: $2 \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \dots \times \frac{20}{19} \times \frac{21}{20} = 21$,

故答案为: 21.

点评: 此题主要考查了数字变化规律, 根据已知得出 20 个数据, 进而得出 20 个数的积是解题关键.

18. (3 分) (2012•河北) 用 4 个全等的正八边形进行拼接, 使相等的两个正八边形有一条公共边, 围成一圈后中间形成一个正方形, 如图 1, 用 n 个全等的正六边形按这种方式进行拼接, 如图 2, 若围成一圈后中间形成一个正多边形, 则 n 的值为 6.



考点: 平面镶嵌 (密铺).

专题: 应用题; 压轴题.

分析: 根据正六边形的一个内角为 120° , 可求出正六边形密铺时需要的正多边形的内角, 继而可求出这个正多边形的边数.

解答: 解: 两个正六边形结合, 一个公共点处组成的角度为 240° ,
故如果要密铺, 则需要一个内角为 120° 的正多边形,
而正六边形的内角为 120° ,
故答案为: 6.

点评: 此题考查了平面密铺的知识, 解答本题关键是求出在密铺条件下需要的正多边形的一个内角的度数, 有一定难度.

三、解答题 (本大题 8 小题, 共 72 分)

19. (8 分) (2012•河北) 计算: $|-5| - (\sqrt{2} - 3)^0 + 6 \times (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + (-1)^2$.

考点: 实数的运算; 零指数幂.

专题: 计算题.

分析: 分别运算绝对值、零指数幂、及有理数的混合运算, 最后合并即可得出答案.

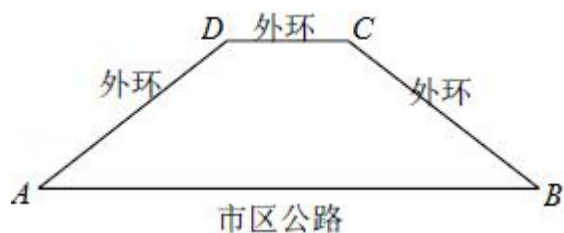
解答: 解: 原式 $= 5 - 1 + (2 - 3) + 1 = 4$.

点评: 此题考查了实数的运算及有理数的混合运算, 注意掌握零指数幂的运算及有理数的混合运算法则, 一定要细心解答.

20. (8 分) (2012•河北) 如图, 某市 A, B 两地之间有两条公路, 一条是市区公路 AB, 另一条是外环公路 AD - DC - CB, 这两条公路围成等腰梯形 ABCD, 其中 $DC \parallel AB$, $AB:AD:CD=10:5:2$.

(1) 求外环公路的总长和市区公路长的比;

(2) 某人驾车从 A 地出发, 沿市区公路去 B 地, 平均速度是 40km/h , 返回时沿外环公路行驶, 平均速度是 80km/h , 结果比去时少用了 $\frac{1}{10}\text{h}$, 求市区公路的长.



考点：等腰梯形的性质.

分析： (1) 首先根据 $AB:AD:CD=10:5:2$ 设 $AB=10x\text{km}$, 则 $AD=5x\text{km}$, $CD=2x\text{km}$, 再根据等腰梯形的腰相等可得 $BC=AD=5x\text{km}$, 再表示出外环的总长, 然后求比值即可;

(2) 根据题意可得等量关系: 在外环公路上行驶所用时间 $+\frac{1}{10}h$ = 在市区公路上行驶所用时间, 根据等量关系列出方程, 解方程即可.

解答： 解: (1) 设 $AB=10x\text{km}$, 则 $AD=5x\text{km}$, $CD=2x\text{km}$,
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形,
 $\therefore BC=AD=5x\text{km}$,
 $\therefore AD+CD+CB=12x\text{km}$,
 $\therefore$ 外环公路的总长和市区公路长的比为 $12x:10x=6:5$;

(2) 由 (1) 可知, 市区公路的长为 $10x\text{km}$, 外环公路的总长为 $12x\text{km}$, 由题意得:

$$\frac{10x}{40} = \frac{12x}{80} + \frac{1}{10}.$$

解这个方程得 $x=1$.

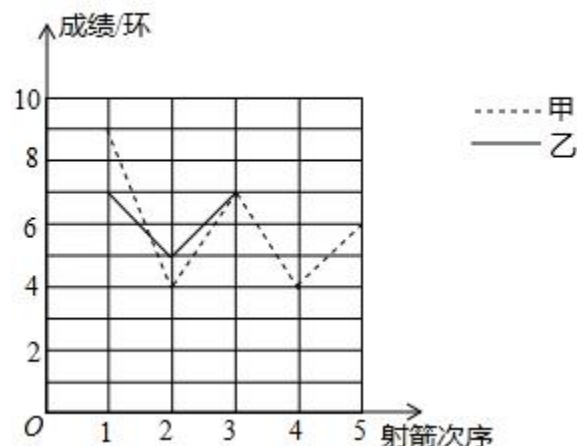
$$\therefore 10x=10,$$

答: 市区公路的长为 10km .

点评： 此题主要考查了等腰梯形的性质, 以及一元一次方程的应用, 关键是理解题意, 表示出外环公路与市区公路的长, 此题用到的公式是: 时间=路程 $\div$ 速度.

21. (8分) (2012•河北) 某社区准备在甲乙两位射箭爱好者中选出一人参加集训, 两人各射了5箭, 他们的总成绩(单位: 环)相同, 小宇根据他们的成绩绘制了尚不完整的统计图表, 并计算了甲成绩的平均数和方差(见小宇的作业).

甲、乙两人射箭成绩折线图



小宇的作业:

$$\text{解: } \bar{x}_{\text{甲}} = \frac{1}{5} (9+4+7+4+6) = 6,$$

$$s_{\text{甲}}^2 = \frac{1}{5} [(9-6)^2 + (4-6)^2 + (7-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2] \\ = \frac{1}{5} (9+4+1+4+0) \\ = 3.6.$$

甲、乙两人射箭成绩统计表

	第 1 次	第 2 次	第 3 次	第 4 次	第 5 次
甲成绩	9	4	7	4	6
乙成绩	7	5	7	a	7

(1) $a = 4$, $\overline{x}_{乙} = 6$;

(2) 请完成图中表示乙成绩变化情况的折线;

(3) ①观察图, 可看出乙的成绩比较稳定 (填“甲”或“乙”). 参照小宇的计算方法, 计算乙成绩的方差, 并验证你的判断.

②请你从平均数和方差的角度分析, 谁将被选中.

考点: 方差; 折线统计图; 算术平均数.

分析: (1) 根据他们的总成绩相同, 得出 $a = 30 - 7 - 7 - 5 - 7 = 4$, 进而得出 $\overline{x}_{乙} = 30 \div 5 = 6$;

(2) 根据 (1) 中所求得出 a 的值进而得出折线图即可;

(3) ①观察图, 即可得出乙的成绩比较稳定;

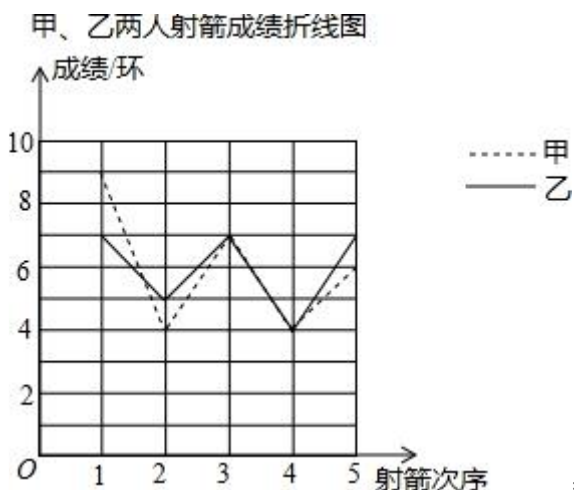
②因为两人成绩的平均水平 (平均数) 相同, 根据方差得出乙的成绩比甲稳定, 所以乙将被选中.

解答: 解: (1) 由题意得: 甲的总成绩是: $9 + 4 + 7 + 4 + 6 = 30$,
则 $a = 30 - 7 - 7 - 5 - 7 = 4$,

$$\overline{x}_{乙} = 30 \div 5 = 6,$$

故答案为: 4, 6;

(2) 如图所示:



(3) ①观察图, 可看出乙的成绩比较稳定,

故答案为: 乙;

$$S_{乙}^2 = \frac{1}{5}[(7-6)^2 + (5-6)^2 + (7-6)^2 + (4-6)^2 + (7-6)^2] = 1.6.$$

由于 $S_{乙}^2 < S_{甲}^2$, 所以上述判断正确.

②因为两人成绩的平均水平（平均数）相同，根据方差得出乙的成绩比甲稳定，所以乙将被选中.

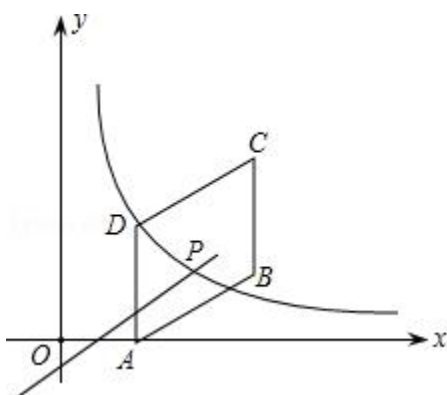
点评: 此题主要考查了方差的定义以及折线图和平均数的意义，根据已知得出 a 的值进而利用方差的意义比较稳定性即可.

22. (8分) (2012•河北) 如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，点 $A(1, 0)$, $B(3, 1)$, $C(3, 3)$. 反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($x > 0$) 的函数图象经过点 D ，点 P 是一次函数 $y = kx + 3 - 3k$ ($k \neq 0$) 的图象与该反比例函数图象的一个公共点.

(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 通过计算，说明一次函数 $y = kx + 3 - 3k$ ($k \neq 0$) 的图象一定过点 C ;

(3) 对于一次函数 $y = kx + 3 - 3k$ ($k \neq 0$)，当 y 随 x 的增大而增大时，确定点 P 的横坐标的取值范围 (不必写出过程).



考点: 反比例函数综合题.

分析: (1) 由 $B(3, 1)$, $C(3, 3)$ 得到 $BC \perp x$ 轴, $BC=2$, 根据平行四边形的性质得 $AD=BC=2$, 而 A 点坐标为 $(1, 0)$, 可得到点 D 的坐标为 $(1, 2)$, 然后把 $D(1, 2)$ 代入 $y = \frac{m}{x}$ 即可得到 $m=2$, 从而可确定反比例函数的解析式;

(2) 把 $x=3$ 代入 $y = kx + 3 - 3k$ ($k \neq 0$) 得到 $y=3$, 即可说明一次函数 $y = kx + 3 - 3k$ ($k \neq 0$) 的图象一定过点 C ;

(3) 设点 P 的横坐标为 a , 由于一次函数 $y = kx + 3 - 3k$ ($k \neq 0$) 过 C 点, 并且 y 随 x 的增大而增大时, 则 P 点的纵坐标要小于 3, 横坐标要小于 3, 当纵坐标小于 3 时, 由 $y = \frac{2}{x}$ 得到 $a > \frac{2}{3}$, 于是得到 a 的取值范围.

解答: 解: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD=BC$,

$\because B(3, 1)$, $C(3, 3)$,

$\therefore BC \perp x$ 轴, $AD=BC=2$,

而 A 点坐标为 $(1, 0)$,

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(1, 2)$.

$\because$ 反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($x > 0$) 的函数图象经过点 $D(1, 2)$,

$$\therefore 2 = \frac{\pi}{1},$$

$$\therefore m=2,$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y = \frac{2}{x};$$

$$(2) \text{ 当 } x=3 \text{ 时, } y=kx+3-3k=3k+3-3k=3,$$

$\therefore$ 一次函数 $y=kx+3-3k$ ($k \neq 0$) 的图象一定过点 C;

(3) 设点 P 的横坐标为 a,

则 a 的范围为 $\frac{2}{3} < a < 3$.

点评: 本题考查了反比例函数综合题: 点在函数图象上, 则点的横纵坐标满足图象的解析式; 利用平行四边形的性质确定点的坐标; 掌握一次函数的增减性.

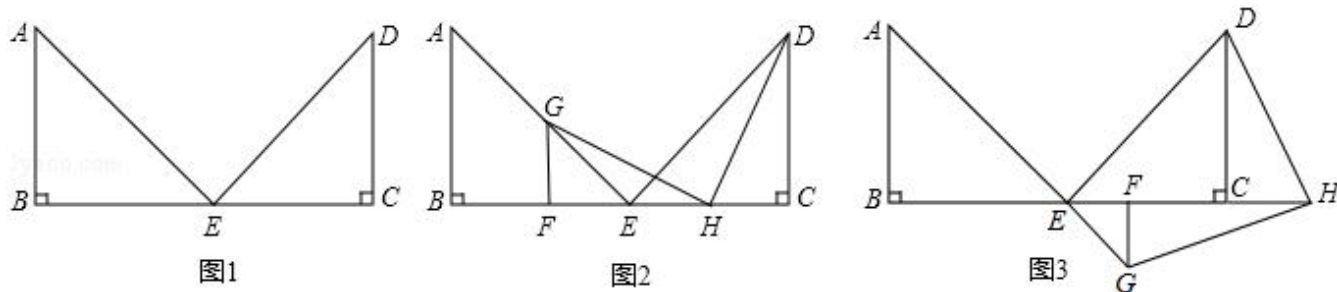
23. (9 分) (2012•河北) 如图, 点 E 是线段 BC 的中点, 分别以 BC 为直角顶点的 $\triangle EAB$ 和 $\triangle EDC$ 均是等腰三角形, 且在 BC 同侧.

(1) AE 和 ED 的数量关系为 AE=ED; AE 和 ED 的位置关系为 AE $\perp$ ED;

(2) 在图 1 中, 以点 E 为位似中心, 作 $\triangle EGF$ 与 $\triangle EAB$ 位似, 点 H 是 BC 所在直线上的一点, 连接 GH, HD. 分别得到图 2 和图 3.

①在图 2 中, 点 F 在 BE 上, $\triangle EGF$ 与 $\triangle EAB$ 的相似比 1: 2, H 是 EC 的中点. 求证: $GH=HD$, $GH \perp HD$.

②在图 3 中, 点 F 在 BE 延长线上, $\triangle EGF$ 与 $\triangle EAB$ 的相似比是 k: 1, 若 $BC=2$, 请直接写 CH 的长为多少时, 恰好使 $GH=HD$ 且 $GH \perp HD$ (用含 k 的代数式表示).



考点: 位似变换; 全等三角形的判定与性质; 等腰直角三角形.

分析: (1) 利用等腰直角三角形的性质得出 $\triangle ABE \cong \triangle DCE$, 进而得出 $AE=ED$, $AE \perp ED$;

(2) ①根据 $\triangle EGF$ 与 $\triangle EAB$ 的相似比 1: 2, 得出 $EH=HC=\frac{1}{2}EC$, 进而得出

$\triangle HGF \cong \triangle DHC$, 即可求出 $GH=HD$, $GH \perp HD$;

②根据恰好使 $GH=HD$ 且 $GH \perp HD$ 时, 得出 $\triangle GFH \cong \triangle HCD$, 进而得出 CH 的长.

解答: 解: (1) $\because$ 点 E 是线段 BC 的中点, 分别以 BC 为直角顶点的 $\triangle EAB$ 和 $\triangle EDC$ 均是等腰三角形,

$$\therefore BE=EC=DC=AB, \angle B=\angle C=90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCE,$$

$$\therefore AE=DE,$$

$$\angle AEB=\angle DEC=45^\circ,$$

$$\therefore \angle AED=90^\circ,$$

$$\therefore AE \perp ED.$$

故答案为: $AE=ED$, $AE \perp ED$;

(2) ①由题意, $\angle B=\angle C=90^\circ$, $AB=BE=EC=DC$,

$\therefore \triangle EGF$ 与 $\triangle EAB$ 的相似比 1: 2,

$$\therefore \angle GFE=\angle B=90^\circ, GF=\frac{1}{2}AB, EF=\frac{1}{2}EB,$$

$$\therefore \angle GFE=\angle C,$$

$$\therefore EH=HC=\frac{1}{2}EC,$$

$$\therefore GF=HC, FH=FE+EH=\frac{1}{2}EB+\frac{1}{2}EC=\frac{1}{2}BC=EC=CD,$$

$$\therefore \triangle HGF \cong \triangle DHC.$$

$$\therefore GH=HD, \angle GHF=\angle HDC.$$

$$\therefore \angle HDC+\angle DHC=90^\circ.$$

$$\therefore \angle GHF+\angle DHC=90^\circ$$

$$\therefore \angle GHD=90^\circ.$$

$$\therefore GH \perp HD.$$

②根据题意得出: $\therefore$ 当 $GH=HD$, $GH \perp HD$ 时,

$$\therefore \angle FHG+\angle DHC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle FHG+\angle FGH=90^\circ,$$

$$\therefore \angle FGH=\angle DHC,$$

$$\therefore \begin{cases} DH=GH \\ \angle FGH=\angle DHC, \\ \angle DCH=\angle GFH \end{cases}$$

$$\therefore \triangle GFH \cong \triangle HCD,$$

$$\therefore CH=FG,$$

$$\therefore EF=FG,$$

$$\therefore EF=CH,$$

$$\therefore \triangle EGF \text{ 与 } \triangle EAB \text{ 的相似比是 } k: 1, BC=2,$$

$$\therefore BE=EC=1,$$

$$\therefore EF=k,$$

$$\therefore CH \text{ 的长为 } k.$$

点评: 此题主要考查了位似图形的性质和全等三角形的判定与性质, 根据全等三角形的性质得出对应角与对应边之间的关系是解题关键.

24. (9 分) (2012•河北) 某工厂生产一种合金薄板 (其厚度忽略不计), 这些薄板的形状均为正方形, 边长在 (单位: cm) 在 5 ~ 50 之间. 每张薄板的成本价 (单位: 元) 与它的面积 (单位: cm^2) 成正比例, 每张薄板的出厂价 (单位: 元) 有基础价和浮动价两部分组成, 其中基础价与薄板的大小无关, 是固定不变的. 浮动价与薄板的边长成正比例. 在营销过程中得到了表格中的数据.

薄板的边长 (cm)	20	30
------------	----	----

出厂价 (元/张)	50	70
-----------	----	----

(1) 求一张薄板的出厂价与边长之间满足的函数关系式;

(2) 已知出厂一张边长为 40cm 的薄板, 获得的利润为 26 元 (利润=出厂价 - 成本价),

①求一张薄板的利润与边长之间满足的函数关系式.

②当边长为多少时, 出厂一张薄板所获得的利润最大? 最大利润是多少?

参考公式: 抛物线: $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$

考点: 二次函数的应用.

分析: (1) 利用待定系数法求一次函数解析式即可得出答案;

(2) ①首先假设一张薄板的利润为 p 元, 它的成本价为 mx^2 元, 由题意, 得: $p=y-mx^2$, 进而得出 m 的值, 求出函数解析式即可;

②利用二次函数的最值公式求出二次函数的最值即可.

解答: 解: (1) 设一张薄板的边长为 x cm, 它的出厂价为 y 元, 基础价为 n 元, 浮动价为 kx 元, 则 $y=kx+n$.

由表格中的数据, 得 $\begin{cases} 50=20k+n \\ 70=30k+n \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} k=2 \\ n=10 \end{cases}$,

所以 $y=2x+10$;

(2) ①设一张薄板的利润为 p 元, 它的成本价为 mx^2 元, 由题意, 得:

$$p=y-mx^2=2x+10-mx^2,$$

将 $x=40$, $p=26$ 代入 $p=2x+10-mx^2$ 中,

$$\text{得 } 26=2 \times 40+10-m \times 40^2.$$

$$\text{解得 } m=\frac{1}{25}.$$

$$\text{所以 } p=-\frac{1}{25}x^2+2x+10.$$

②因为 $a=-\frac{1}{25}<0$, 所以, 当 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{2}{2 \times (-\frac{1}{25})}=25$ (在 5 ~ 50 之间) 时,

$$p_{\text{最大值}}=\frac{4ac-b^2}{4a}=\frac{4 \times (-\frac{1}{25}) \times 10-2^2}{4 \times (-\frac{1}{25})}=35.$$

即出厂一张边长为 25cm 的薄板, 获得的利润最大, 最大利润是 35 元.

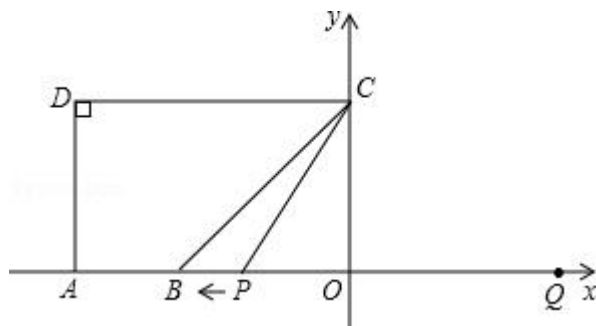
点评: 本题考查了二次函数的最值求法以及待定系数法求一次函数解析式, 求二次函数的最大 (小) 值有三种方法, 第一种可由图象直接得出, 第二种是配方法, 第三种是公式法, 常用的是后两种方法.

25. (10 分) (2012·河北) 如图, $A(-5, 0)$, $B(-3, 0)$, 点 C 在 y 轴的正半轴上, $\angle CBO=45^\circ$, $CD \parallel AB$, $\angle CDA=90^\circ$. 点 P 从点 $Q(4, 0)$ 出发, 沿 x 轴向左以每秒 1 个单位长度的速度运动, 运动时间 t 秒.

(1) 求点 C 的坐标;

(2) 当 $\angle BCP=15^\circ$ 时, 求 t 的值;

(3) 以点 P 为圆心, PC 为半径的 $\odot P$ 随点 P 的运动而变化, 当 $\odot P$ 与四边形 $ABCD$ 的边 (或边所在的直线) 相切时, 求 t 的值.



考点: 切线的性质; 坐标与图形性质; 勾股定理; 解直角三角形.

专题: 几何综合题; 压轴题.

分析: (1) 由 $\angle CBO=45^\circ$, $\angle BOC$ 为直角, 得到 $\triangle BOC$ 为等腰直角三角形, 又 $OB=3$, 利用等腰直角三角形 AOB 的性质知 $OC=OB=3$, 然后由点 C 在 y 轴的正半轴可以确定点 C 的坐标;

(2) 需要对点 P 的位置进行分类讨论: ①当点 P 在点 B 右侧时, 如图 2 所示, 由 $\angle BCO=45^\circ$, 用 $\angle BCO - \angle BCP$ 求出 $\angle PCO$ 为 30° , 又 $OC=3$, 在 $Rt\triangle POC$ 中, 利用锐角三角函数定义及特殊角的三角函数值求出 OP 的长, 由 $PQ=OQ+OP$ 求出运动的总路程, 由速度为 1 个单位/秒, 即可求出此时的时间 t ; ②当点 P 在点 B 左侧时, 如图 3 所示, 用 $\angle BCO + \angle BCP$ 求出 $\angle PCO$ 为 60° , 又 $OC=3$, 在 $Rt\triangle POC$ 中, 利用锐角三角函数定义及特殊角的三角函数值求出 OP 的长, 由 $PQ=OQ+OP$ 求出运动的总路程, 由速度为 1 个单位/秒, 即可求出此时的时间 t ;

(3) 当 $\odot P$ 与四边形 $ABCD$ 的边 (或边所在的直线) 相切时, 分三种情况考虑:

①当 $\odot P$ 与 BC 边相切时, 利用切线的性质得到 BC 垂直于 CP , 可得出 $\angle BCP=90^\circ$, 由 $\angle BCO=45^\circ$, 得到 $\angle OCP=45^\circ$, 即此时 $\triangle COP$ 为等腰直角三角形, 可得出 $OP=OC$, 由 $OC=3$, 得到 $OP=3$, 用 $OQ - OP$ 求出 P 运动的路程, 即可得出此时的时间 t ;

②当 $\odot P$ 与 CD 相切于点 C 时, P 与 O 重合, 可得出 P 运动的路程为 OQ 的长, 求出此时的时间 t ;

③当 $\odot P$ 与 AD 相切时, 利用切线的性质得到 $\angle DAO=90^\circ$, 得到此时 A 为切点, 由 $PC=PA$, 且 $PA=9-t$, $PO=t-4$, 在 $Rt\triangle OCP$ 中, 利用勾股定理列出关于 t 的方程, 求出方程的解得到此时的时间 t .

综上, 得到所有满足题意的时间 t 的值.

解答: 解: (1) $\because \angle BCO = \angle CBO = 45^\circ$,

$\therefore OC = OB = 3$,

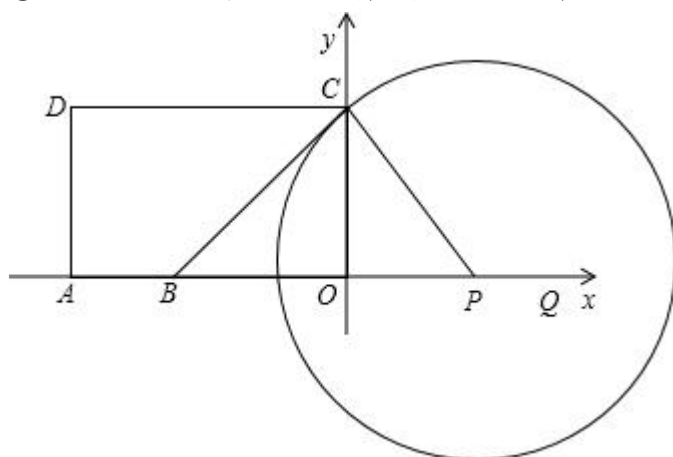
又 $\because$ 点 C 在 y 轴的正半轴上,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(0, 3)$;

(2) 分两种情况考虑:

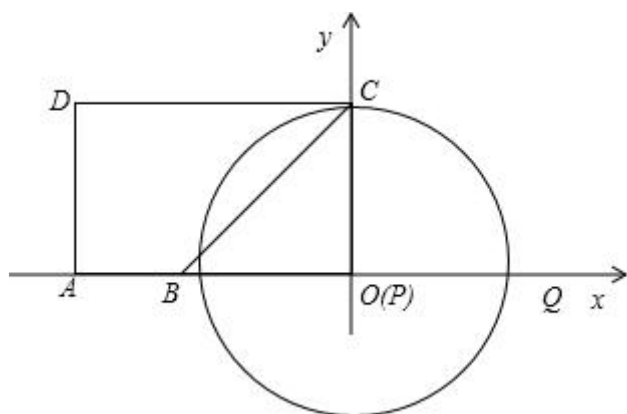
- ①当点 P 在点 B 右侧时，如图 2，
 若 $\angle BCP=15^\circ$ ，得 $\angle PCO=30^\circ$ ，
 故 $PO=CO \cdot \tan 30^\circ=\sqrt{3}$ ，此时 $t=4+\sqrt{3}$ ；
 ②当点 P 在点 B 左侧时，如图 3，
 由 $\angle BCP=15^\circ$ ，得 $\angle PCO=60^\circ$ ，
 故 $OP=CO \tan 60^\circ=3\sqrt{3}$ ，
 此时， $t=4+3\sqrt{3}$ ，
 $\therefore t$ 的值为 $4+\sqrt{3}$ 或 $4+3\sqrt{3}$ ；

- (3) 由题意知，若 $\odot P$ 与四边形 ABCD 的边相切时，有以下三种情况：
 ①当 $\odot P$ 与 BC 相切于点 C 时，有 $\angle BCP=90^\circ$ ，

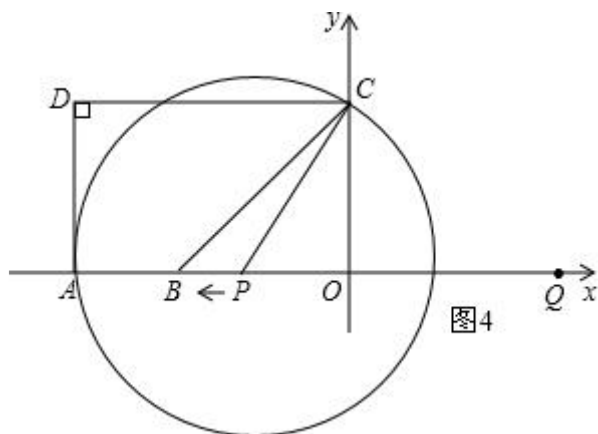


从而 $\angle OCP=45^\circ$ ，得到 $OP=3$ ，此时 $t=1$ ；

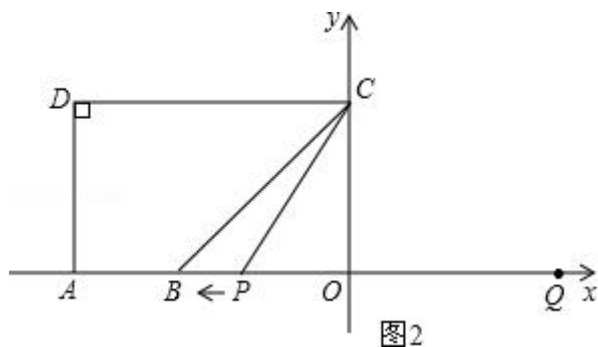
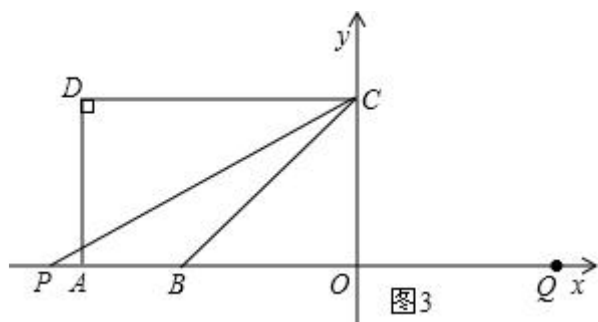
- ②当 $\odot P$ 与 CD 相切于点 C 时，有 $PC \perp CD$ ，即点 P 与点 O 重合，此时 $t=4$ ；



- ③当 $\odot P$ 与 AD 相切时，由题意，得 $\angle DAO=90^\circ$ ，



$\therefore$ 点 A 为切点, 如图 4, $PC^2 = PA^2 = (9-t)^2$, $PO^2 = (t-4)^2$,
 于是 $(9-t)^2 = (t-4)^2 + 3^2$, 即 $81 - 18t + t^2 = t^2 - 8t + 16 + 9$,
 解得: $t = 5.6$,
 $\therefore t$ 的值为 1 或 4 或 5.6.



点评: 此题考查了切线的性质, 坐标与图形性质, 勾股定理, 等腰直角三角形的判定与性质, 锐角三角函数定义, 利用了数形结合及分类讨论的思想, 熟练掌握切线的性质是解本题的关键.

26. (12 分) (2012•河北) 如图 1 和 2, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=13$, $BC=14$, $\cos \angle ABC = \frac{5}{13}$.

探究: 如图 1, $AH \perp BC$ 于点 H, 则 $AH = \underline{12}$, $AC = \underline{15}$, $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC} = \underline{84}$;

拓展: 如图 2, 点 D 在 AC 上 (可与点 A, C 重合), 分别过点 A、C 作直线 BD 的垂线, 垂足为 E, F, 设 $BD=x$, $AE=m$, $CF=n$ (当点 D 与点 A 重合时, 我们认为 $S_{\triangle ABD}=0$)

- (1) 用含 x , m , n 的代数式表示 $S_{\triangle ABD}$ 及 $S_{\triangle CBD}$;
- (2) 求 $(m+n)$ 与 x 的函数关系式, 并求 $(m+n)$ 的最大值和最小值;
- (3) 对给定的一个 x 值, 有时只能确定唯一的点 D, 指出这样的 x 的取值范围.

发现：请你确定一条直线，使得 A、B、C 三点到这条直线的距离之和最小（不必写出过程），并写出这个最小值。

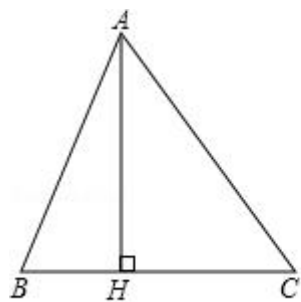


图1

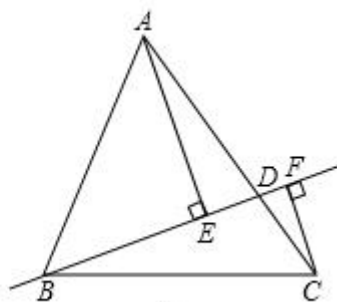


图2

考点：反比例函数综合题；勾股定理；解直角三角形。

专题：压轴题。

分析：探究：先在直角 $\triangle ABH$ 中，由 $AB=13$ ， $\cos \angle ABC=\frac{5}{13}$ ，可得 $AH=12$ ， $BH=5$ ，则 $CH=9$ ，

再解直角 $\triangle ACH$ ，即可求出 AC 的值，最后根据三角形的面积公式即可求出 $S_{\triangle ABC}$ 的值；

拓展：（1）由三角形的面积公式即可求解；

（2）首先由（1）可得 $m=\frac{2S_{\triangle ABD}}{x}$ ， $n=\frac{2S_{\triangle CBD}}{x}$ ，再根据 $S_{\triangle ABD}+S_{\triangle CBD}=S_{\triangle ABC}=84$ ，

即可求出 $(m+n)$ 与 x 的函数关系式，然后由点 D 在 AC 上（可与点 A ， C 重合），可知 x 的最小值为 AC 边上的高，最大值为 BC 的长；

（3）由于 $BC > BA$ ，所以当以 B 为圆心，以大于 $\frac{56}{5}$ 且小于 13 为半径画圆时，与 AC 有

两个交点，不符合题意，故根据点 D 的唯一性，分两种情况：①当 BD 为 $\triangle ABC$ 的边 AC 上的高时， D 点符合题意；②当 $AB < BD \leq BC$ 时， D 点符合题意；

发现：由于 $AC > BC > AB$ ，所以使得 A 、 B 、 C 三点到这条直线的距离之和最小的直线就是 AC 所在的直线。

解答：解：探究：在直角 $\triangle ABH$ 中， $\because \angle AHB=90^\circ$ ， $AB=13$ ， $\cos \angle ABC=\frac{5}{13}$ ，

$\therefore BH=AB \cdot \cos \angle ABC=5$ ， $AH=12$ ，

$\therefore CH=BC-BH=9$ 。

在 $\triangle ACH$ 中， $\because \angle AHC=90^\circ$ ， $AH=12$ ， $CH=9$ ，

$\therefore AC=15$ ，

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC \cdot AH=\frac{1}{2} \times 14 \times 12=84$ 。

故答案为 12 ， 15 ， 84 ；

拓展（1）由三角形的面积公式，得 $S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}BD \cdot AE=\frac{1}{2}xm$ ， $S_{\triangle CBD}=\frac{1}{2}BD \cdot CF=\frac{1}{2}xn$ ；

（2）由（1）得 $m=\frac{2S_{\triangle ABD}}{x}$ ， $n=\frac{2S_{\triangle CBD}}{x}$ ，

$\therefore m+n=\frac{2S_{\triangle ABD}}{x}+\frac{2S_{\triangle CBD}}{x}=\frac{168}{x}$ ，

$$\therefore AC \text{ 边上的高为 } \frac{2S_{\triangle ABC}}{15} = \frac{2 \times 84}{15} = \frac{56}{5},$$

$$\therefore x \text{ 的取值范围是 } \frac{56}{5} \leq x \leq 14.$$

$\therefore (m+n)$ 随 x 的增大而减小,

$$\therefore \text{当 } x = \frac{56}{5} \text{ 时, } (m+n) \text{ 的最大值为 } 15;$$

当 $x=14$ 时, $(m+n)$ 的最小值为 12;

$$(3) x \text{ 的取值范围是 } x = \frac{56}{5} \text{ 或 } 13 < x \leq 14.$$

发现: $\because AC > BC > AB$,

$\therefore$ 过 A、B、C 三点到这条直线的距离之和最小的直线就是 AC 所在的直线, AC 边上的高的长为 $\frac{56}{5}$.

点评: 本题考查了解直角三角形, 勾股定理, 三角形的面积, 反比例函数的性质等知识, 综合性较强, 有一定难度.