

2017 年江西省中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

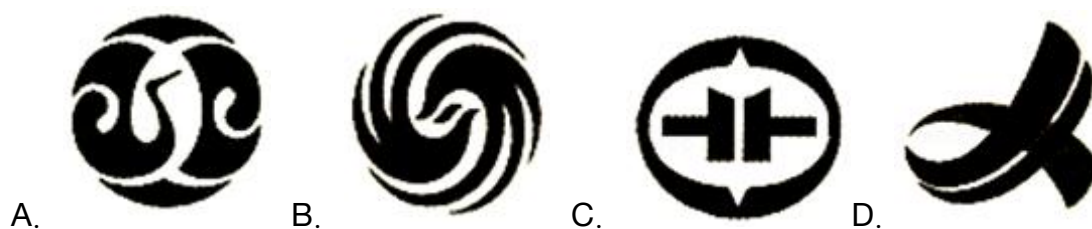
1. (3 分) -6 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $-\frac{1}{6}$ C. 6 D. -6

2. (3 分) 在国家“一带一路”战略下, 我国与欧洲开通了互利互惠的中欧班列. 行程最长, 途经城市和国家最多的一趟专列全程长 13000km, 将 13000 用科学记数法表示应为 ()

- A. 0.13×10^5 B. 1.3×10^4 C. 1.3×10^5 D. 13×10^3

3. (3 分) 下列图形中, 是轴对称图形的是 ()



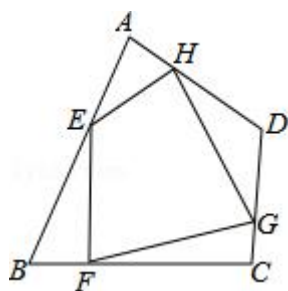
4. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $(-a^5)^2 = a^{10}$ B. $2a \cdot 3a^2 = 6a^2$
C. $-2a + a = -3a$ D. $-6a^6 \div 2a^2 = -3a^3$

5. (3 分) 已知一元二次方程 $2x^2 - 5x + 1 = 0$ 的两个根为 x_1, x_2 , 下列结论正确的是 ()

- A. $x_1 + x_2 = -\frac{5}{2}$ B. $x_1 \cdot x_2 = 1$
C. x_1, x_2 都是有理数 D. x_1, x_2 都是正数

6. (3 分) 如图, 任意四边形 ABCD 中, E, F, G, H 分别是 AB, BC, CD, DA 上的点, 对于四边形 EFGH 的形状, 某班学生在一次数学活动课中, 通过动手实践, 探索出如下结论, 其中错误的是 ()

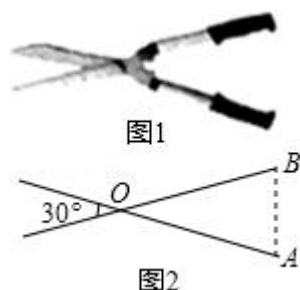


- A. 当 E, F, G, H 是各边中点, 且 $AC=BD$ 时, 四边形 EFGH 为菱形
- B. 当 E, F, G, H 是各边中点, 且 $AC \perp BD$ 时, 四边形 EFGH 为矩形
- C. 当 E, F, G, H 不是各边中点时, 四边形 EFGH 可以为平行四边形
- D. 当 E, F, G, H 不是各边中点时, 四边形 EFGH 不可能为菱形

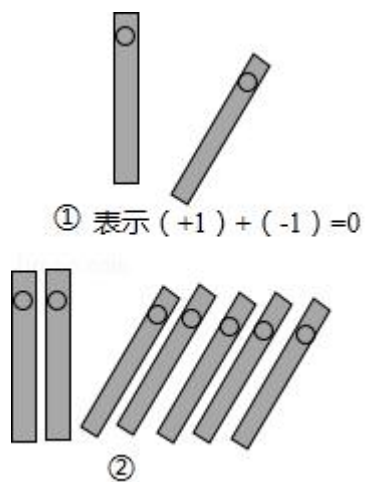
二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分, 将答案填在答题纸上)

7. (3 分) 函数 $y=\sqrt{x-2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

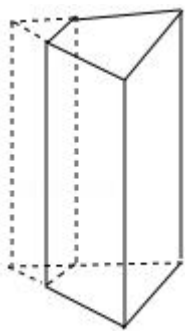
8. (3 分) 如图 1 是一把园林剪刀, 把它抽象为图 2, 其中 $OA=OB$. 若剪刀张开的角为 30° , 则 $\angle A=$ _____度.



9. (3 分) 中国人最先使用负数, 魏晋时期的数学家刘徽在“正负术”的注文中指出, 可将算筹 (小棍形状的记数工具) 正放表示正数, 斜放表示负数. 如图, 根据刘徽的这种表示法, 观察图①, 可推算图②中所得的数值为_____.



10. (3分) 如图，正三棱柱的底面周长为 9，截去一个底面周长为 3 的正三棱柱，所得几何体的俯视图的周长是_____.



11. (3分) 已知一组从小到大排列的数据：2，5， x ， y ， $2x$ ，11 的平均数与中位数都是 7，则这组数据的众数是_____.

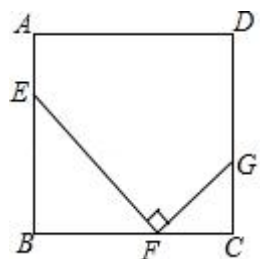
12. (3分) 已知点 A (0, 4)，B (7, 0)，C (7, 4)，连接 AC，BC 得到矩形 AOBC，点 D 的边 AC 上，将边 OA 沿 OD 折叠，点 A 的对应边为 A'。若点 A' 到矩形较长两对边的距离之比为 1：3，则点 A' 的坐标为_____.

三、解答题 (本大题共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

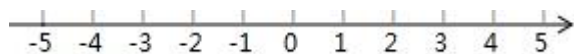
13. (6分) (1) 计算： $\frac{x+1}{x^2-1} \div \frac{2}{x-1}$;

(2) 如图，正方形 ABCD 中，点 E, F, G 分别在 AB, BC, CD 上，且 $\angle EFG=90^\circ$. 求

证: $\triangle EBF \sim \triangle FCG$.



14. (6分) 解不等式组: $\begin{cases} -2x < 6 \\ 3(x-2) \leq x-4 \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.



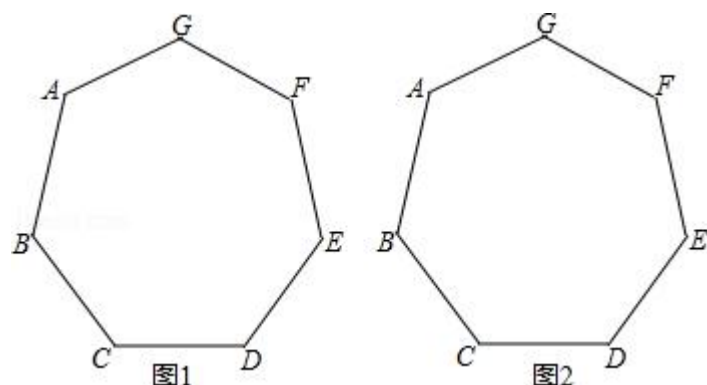
15. (6分) 端午节那天, 小贤回家看到桌上有一盘粽子, 其中有豆沙粽、肉粽各1个, 蜜枣粽2个, 这些粽子除馅外无其他差别.

(1) 小贤随机地从盘中取出一个粽子, 取出的是肉粽的概率是多少?

(2) 小贤随机地从盘中取出两个粽子, 试用画树状图或列表的方法表示所有可能的结果, 并求出小贤取出的两个都是蜜枣粽的概率.

16. (6分) 如图, 已知正七边形 $ABCDEFG$, 请仅用无刻度的直尺, 分别按下

列要求画图.



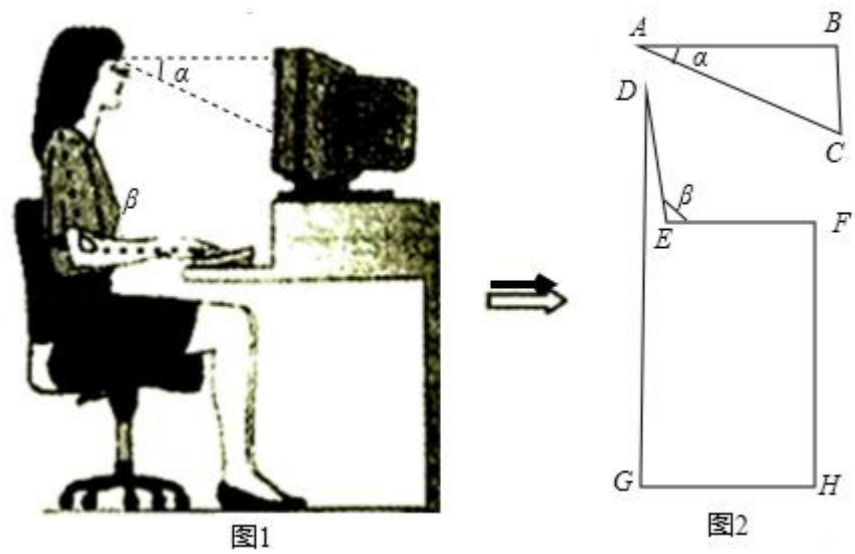
- (1) 在图 1 中, 画出一个以 AB 为边的平行四边形;
- (2) 在图 2 中, 画出一个以 AF 为边的菱形.

17. (6 分) 如图 1, 研究发现, 科学使用电脑时, 望向荧光屏幕画面的“视线角” α 约为 20° , 而当手指接触键盘时, 肘部形成的“手肘角” β 约为 100° . 图 2 是其侧面简化示意图, 其中视线 AB 水平, 且与屏幕 BC 垂直.

- (1) 若屏幕上下宽 $BC=20\text{cm}$, 科学使用电脑时, 求眼睛与屏幕的最短距离 AB 的长;
- (2) 若肩膀到水平地面的距离 $DG=100\text{cm}$, 上臂 $DE=30\text{cm}$, 下臂 EF 水平放置在键盘上, 其到地面的距离 $FH=72\text{cm}$. 请判断此时 β 是否符合科学要求的 100° ?

(参考数据: $\sin 69^\circ \approx \frac{14}{15}$, $\cos 21^\circ \approx \frac{14}{15}$, $\tan 20^\circ \approx \frac{4}{11}$, $\tan 43^\circ \approx \frac{14}{15}$ 所有结果精

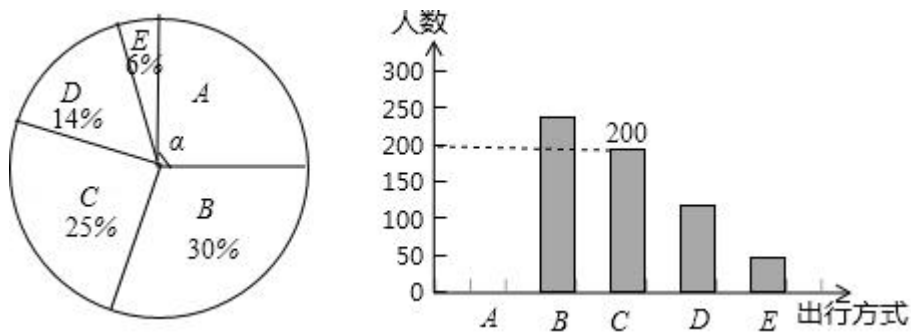
确到个位)



四、(本大题共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分) .

18. (8 分) 为了解某市市民“绿色出行”方式的情况，某校数学兴趣小组以问卷调查的形式，随机调查了某市部分出行市民的主要出行方式 (参与问卷调查的市民都只从以下五个种类中选择一类)，并将调查结果绘制成如下不完整的统计图.

种类	A	B	C	D	E
出行方式	共享单车	步行	公交车	的士	私家车



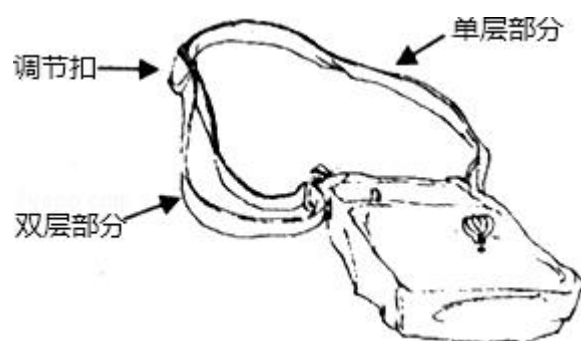
根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 参与本次问卷调查的市民共有_____人，其中选择B类的人数有_____人；
- (2) 在扇形统计图中，求A类对应扇形圆心角 α 的度数，并补全条形统计图；
- (3) 该市约有12万人出行，若将A，B，C这三类出行方式均视为“绿色出行”方式，请估计该市“绿色出行”方式的人数.

19. (8分) 如图，是一种斜挎包，其挎带由双层部分、单层部分和调节扣构成. 小敏用后发现，通过调节扣加长或缩短单层部分的长度，可以使挎带的长度（单层部分与双层部分长度的和，其中调节扣所占的长度忽略不计）加长或缩短. 设单层部分的长度为 $x\text{cm}$ ，双层部分的长度为 $y\text{cm}$ ，经测量，得到如下数据：

单层部分的长度 x (cm)	...	4	6	8	10	...	15
双层部分的长度 y (cm)	...	73	72	71		...	

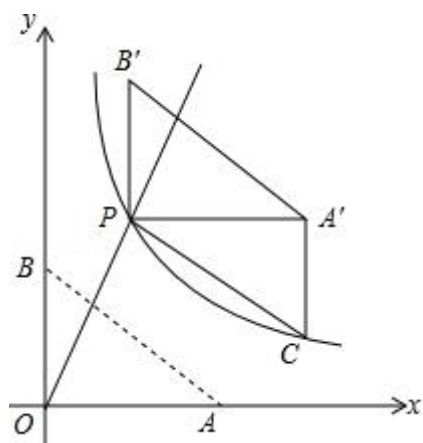
- (1) 根据表中数据的规律，完成以下表格，并直接写出 y 关于 x 的函数解析式；
- (2) 根据小敏的身高和习惯，挎带的长度为 120cm 时，背起来正合适，请求出此时单层部分的长度；
- (3) 设挎带的长度为 l cm，求 l 的取值范围.



20. (8 分) 如图，直线 $y=k_1x$ ($x \geq 0$) 与双曲线 $y=\frac{k_2}{x}$ ($x > 0$) 相交于点 P (2,

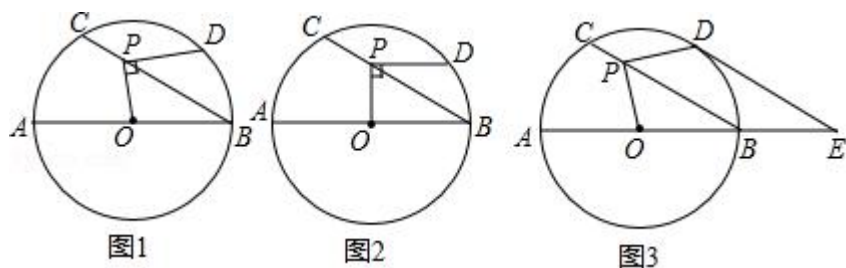
4). 已知点 $A(4, 0)$, $B(0, 3)$, 连接 AB , 将 $\text{Rt}\triangle AOB$ 沿 OP 方向平移, 使点 O 移动到点 P , 得到 $\triangle A'PB'$. 过点 A' 作 $A'C \parallel y$ 轴交双曲线于点 C .

- (1) 求 k_1 与 k_2 的值;
- (2) 求直线 PC 的表达式;
- (3) 直接写出线段 AB 扫过的面积.



五、(本大题共 2 小题，每小题 9 分，共 18 分) .

21. (9 分) 如图 1， $\odot O$ 的直径 $AB=12$ ， P 是弦 BC 上一动点 (与点 B , C 不重合)， $\angle ABC=30^\circ$ ，过点 P 作 $PD \perp OP$ 交 $\odot O$ 于点 D .



(1) 如图 2，当 $PD \parallel AB$ 时，求 PD 的长；

(2) 如图 3，当 $\widehat{DC} = \widehat{AC}$ 时，延长 AB 至点 E ，使 $BE = \frac{1}{2}AB$ ，连接 DE .

①求证： DE 是 $\odot O$ 的切线；

②求 PC 的长.

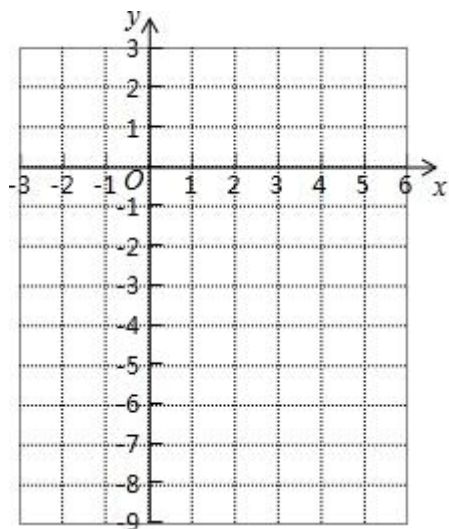
22. (9分) 已知抛物线 $C_1: y = ax^2 - 4ax - 5$ ($a > 0$).

(1) 当 $a=1$ 时, 求抛物线与 x 轴的交点坐标及对称轴;

(2) ①试说明无论 a 为何值, 抛物线 C_1 一定经过两个定点, 并求出这两个定点的坐标;

②将抛物线 C_1 沿这两个定点所在直线翻折, 得到抛物线 C_2 , 直接写出 C_2 的表达式;

(3) 若 (2) 中抛物线 C_2 的顶点到 x 轴的距离为 2, 求 a 的值.



六、(本大题共 12 分)

23. (12 分) 我们定义: 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, 把 AB 点绕点 A 顺时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) 得到 AB' , 把 AC 绕点 A 逆时针旋转 β 得到 AC' , 连接 $B'C'$. 当 $\alpha + \beta = 180^\circ$ 时, 我们称 $\triangle A'B'C'$ 是 $\triangle ABC$ 的“旋补三角形”, $\triangle AB'C'$ 边 $B'C'$ 上的中线 AD 叫做 $\triangle ABC$ 的“旋补中线”, 点 A 叫做“旋补中心”.

特例感知:

(1) 在图 2, 图 3 中, $\triangle AB'C'$ 是 $\triangle ABC$ 的“旋补三角形”, AD 是 $\triangle ABC$ 的“旋补中线”.

①如图 2, 当 $\triangle ABC$ 为等边三角形时, AD 与 BC 的数量关系为 $AD = \underline{\hspace{2cm}} BC$;

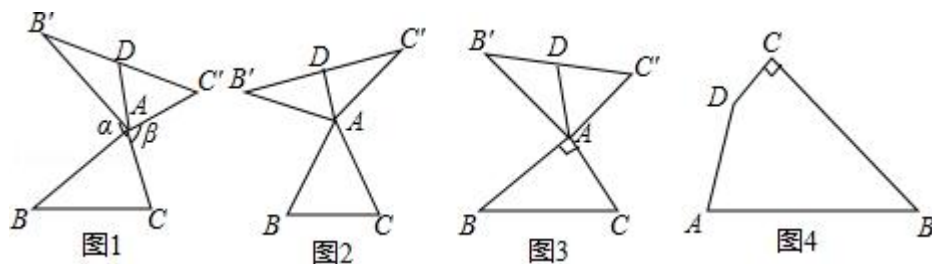
②如图 3, 当 $\angle BAC = 90^\circ$, $BC = 8$ 时, 则 AD 长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

猜想论证:

(2) 在图 1 中, 当 $\triangle ABC$ 为任意三角形时, 猜想 AD 与 BC 的数量关系, 并给出证明.

拓展应用

(3) 如图 4, 在四边形 $ABCD$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle D = 150^\circ$, $BC = 12$, $CD = 2\sqrt{3}$, $DA = 6$. 在四边形内部是否存在点 P , 使 $\triangle PDC$ 是 $\triangle PAB$ 的“旋补三角形”? 若存在, 给予证明, 并求 $\triangle PAB$ 的“旋补中线”长; 若不存在, 说明理由.



2017 年江西省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. (3 分) (2017•江西) -6 的相反数是 ()

A. $\frac{1}{6}$ B. $-\frac{1}{6}$ C. 6 D. -6

【考点】14: 相反数.

【分析】求一个数的相反数，即在这个数的前面加负号.

【解答】解： -6 的相反数是 6，

故选 C

【点评】此题考查了相反数的定义，互为相反数的两个数分别在原点两旁且到原点的距离相等.

2. (3 分) (2017•江西) 在国家“一带一路”战略下，我国与欧洲开通了互利互惠的中欧班列. 行程最长，途经城市和国家最多的一趟专列全程长 13000km，将 13000 用科学记数法表示应为 ()

A. 0.13×10^5 B. 1.3×10^4 C. 1.3×10^5 D. 13×10^3

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

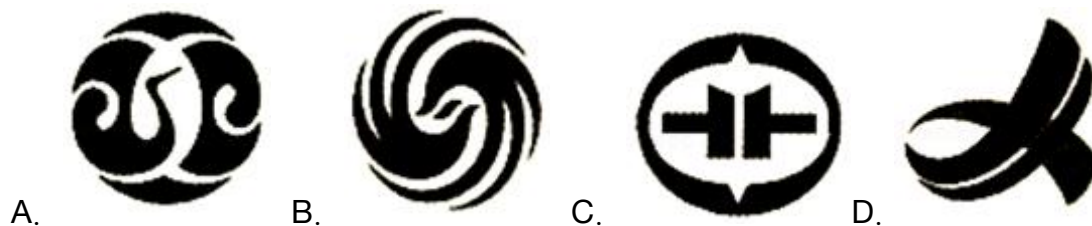
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 1 时， n 是非负数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：将 13000 用科学记数法表示为： 1.3×10^4 .

故选 B.

【点评】 此题考查了科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (3 分) (2017•江西) 下列图形中, 是轴对称图形的是 ()



【考点】 P3: 轴对称图形.

【分析】 根据轴对称图形的概念求解.

【解答】 解: A、不是轴对称图形, 故 A 不符合题意;

B、不是轴对称图形, 故 B 不符合题意;

C、是轴对称图形, 故 C 符合题意;

D、不是轴对称图形, 故 D 不符合题意;

故选: C.

【点评】 本题考查了轴对称图形, 掌握好轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴, 图形两部分折叠后可重合.

4. (3 分) (2017•江西) 下列运算正确的是 ()

A. $(-a^5)^2 = a^{10}$ B. $2a \cdot 3a^2 = 6a^2$

C. $-2a + a = -3a$ D. $-6a^6 \div 2a^2 = -3a^3$

【考点】 4I: 整式的混合运算.

【分析】 根据整式的运算法则即可求出答案.

【解答】 解: (B) 原式 $= 6a^3$, 故 B 错误;

(C) 原式=a, 故 C 错误;

(D) 原式= $-3a^4$, 故 D 错误;

故选 (A)

【点评】 本题考查整式的运算, 解题的关键是熟练运用整式的运算法则, 本题属于基础题型.

5. (3 分) (2017•江西) 已知一元二次方程 $2x^2 - 5x + 1 = 0$ 的两个根为 x_1, x_2 , 下列结论正确的是 ()

A. $x_1 + x_2 = -\frac{5}{2}$ B. $x_1 \cdot x_2 = 1$

C. x_1, x_2 都是有理数 D. x_1, x_2 都是正数

【考点】 AB: 根与系数的关系.

【分析】 先利用根与系数的关系得到 $x_1 + x_2 = \frac{5}{2} > 0$, $x_1 x_2 = \frac{1}{2} > 0$, 然后利用有理数的性质可判定两根的符号.

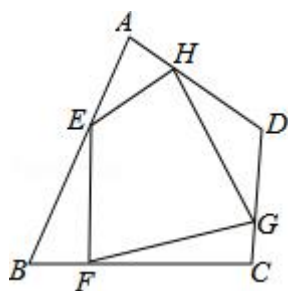
【解答】 解: 根据题意得 $x_1 + x_2 = \frac{5}{2} > 0$, $x_1 x_2 = \frac{1}{2} > 0$,

所以 $x_1 > 0, x_2 > 0$.

故选 D.

【点评】 本题考查了根与系数的关系: 若 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两根时, $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.

6. (3 分) (2017•江西) 如图, 任意四边形 ABCD 中, E, F, G, H 分别是 AB, BC, CD, DA 上的点, 对于四边形 EFGH 的形状, 某班学生在一次数学活动课中, 通过动手实践, 探索出如下结论, 其中错误的是 ()



- A. 当 E, F, G, H 是各边中点, 且 $AC=BD$ 时, 四边形 EFGH 为菱形
- B. 当 E, F, G, H 是各边中点, 且 $AC \perp BD$ 时, 四边形 EFGH 为矩形
- C. 当 E, F, G, H 不是各边中点时, 四边形 EFGH 可以为平行四边形
- D. 当 E, F, G, H 不是各边中点时, 四边形 EFGH 不可能为菱形

【考点】LN: 中点四边形.

【分析】连接四边形各边中点所得的四边形必为平行四边形, 根据中点四边形的性质进行判断即可.

【解答】解: A. 当 E, F, G, H 是各边中点, 且 $AC=BD$ 时, $EF=FG=GH=HE$, 故四边形 EFGH 为菱形, 故 A 正确;

B. 当 E, F, G, H 是各边中点, 且 $AC \perp BD$ 时, $\angle EFG = \angle FGH = \angle GHE = 90^\circ$, 故四边形 EFGH 为矩形, 故 B 正确;

C. 当 E, F, G, H 不是各边中点时, $EF \parallel HG$, $EF=HG$, 故四边形 EFGH 为平行四边形, 故 C 正确;

D. 当 E, F, G, H 不是各边中点时, 四边形 EFGH 可能为菱形, 故 D 错误;

故选: D.

【点评】本题主要考查了中点四边形的运用, 解题时注意: 中点四边形的形状与原四边形的对角线有关.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分, 将答案填在答题纸上)

7. (3 分) (2017•江西) 函数 $y=\sqrt{x-2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 $x \geq 2$.

【考点】 E4: 函数自变量的取值范围.

【分析】 根据二次根式的性质, 被开方数大于等于 0, 就可以求解.

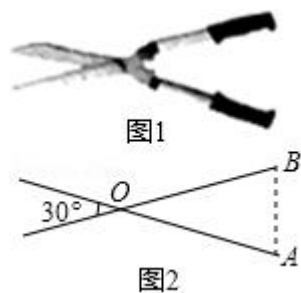
【解答】 解: 依题意, 得 $x - 2 \geq 0$,

解得: $x \geq 2$,

故答案为: $x \geq 2$.

【点评】 本题主要考查函数自变量的取值范围, 考查的知识点为: 二次根式的被开方数是非负数.

8. (3 分) (2017•江西) 如图 1 是一把园林剪刀, 把它抽象为图 2, 其中 $OA=OB$. 若剪刀张开的角为 30° , 则 $\angle A = \underline{75}$ 度.



【考点】 KH: 等腰三角形的性质.

【分析】 根据等腰三角形的性质和三角形的内角和即可得到结论.

【解答】 解: $\because OA=OB$, $\angle AOB=30^\circ$,

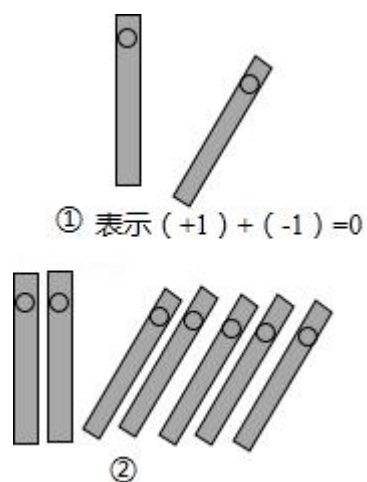
$$\therefore \angle A = \frac{1}{2} (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ,$$

故答案为: 75.

【点评】 本题考查了等腰三角形的性质, 三角形的内角和, 熟练掌握等腰三角形的性质是解题的关键.

9. (3 分) (2017•江西) 中国人最先使用负数, 魏晋时期的数学家刘徽在“正负术”的注文中指出, 可将算筹 (小棍形状的记数工具) 正放表示正数, 斜放表示

负数. 如图, 根据刘徽的这种表示法, 观察图①, 可推算图②中所得的数值为 -3.



【考点】 11: 正数和负数.

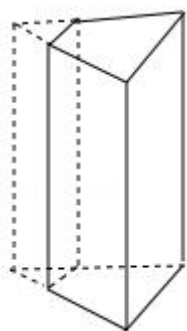
【分析】 根据有理数的加法, 可得答案.

【解答】 解: 图②中表示 $(+2) + (-5) = -3$,

故答案为: -3 .

【点评】 本题考查了有理数的运算, 利用有理数的加法运算是解题关键.

10. (3 分) (2017•江西) 如图, 正三棱柱的底面周长为 9, 截去一个底面周长为 3 的正三棱柱, 所得几何体的俯视图的周长是 8.



【考点】 U2: 简单组合体的三视图; I9: 截一个几何体.

【分析】 根据从上边看得到的图形是俯视图, 可得答案.

【解答】 解: 从上边看是一个梯形: 上底是 1, 下底是 3, 两腰是 2,

周长是 $1+2+2+3=8$,

故答案为: 8.

【点评】 本题考查了简单组合体的三视图, 从上边看是一个等腰梯形是解题关键.

11. (3 分) (2017•江西) 已知一组从小到大排列的数据: 2, 5, x , y , $2x$, 11 的平均数与中位数都是 7, 则这组数据的众数是 5.

【考点】 W5: 众数; W1: 算术平均数; W4: 中位数.

【分析】 根据平均数与中位数的定义可以先求出 x , y 的值, 进而就可以确定这组数据的众数.

【解答】 解: $\because$ 一组从小到大排列的数据: 2, 5, x , y , $2x$, 11 的平均数与中位数都是 7,

$$\therefore \frac{1}{6} (2+5+x+y+2x+11) = \frac{1}{2} (x+y) = 7,$$

解得 $y=9$, $x=5$,

$\therefore$ 这组数据的众数是 5.

故答案为 5.

【点评】 本题主要考查平均数、众数与中位数的定义, 平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数. 中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (最中间两个数的平均数), 叫做这组数据的中位数, 如果中位数的概念掌握得不好, 不把数据按要求重新排列, 就会出错. 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数.

12. (3 分) (2017•江西) 已知点 A (0, 4), B (7, 0), C (7, 4), 连接 AC, BC 得到矩形 AOBC, 点 D 的边 AC 上, 将边 OA 沿 OD 折叠, 点 A 的对应边为 A'. 若点 A' 到矩形较长两对边的距离之比为 1: 3, 则点 A' 的坐标为 $(\sqrt{7}, 3)$

或 $(\sqrt{15}, 1)$ 或 $(2\sqrt{3}, -2)$.

【考点】PB: 翻折变换 (折叠问题); D5: 坐标与图形性质; LB: 矩形的性质.

【分析】由已知得出 $\angle A=90^\circ$, $BC=OA=4$, $OB=AC=7$, 分两种情况: (1) 当点 A' 在矩形 $AOBC$ 的内部时, 过 A' 作 OB 的垂线交 OB 于 F , 交 AC 于 E , 当 $A'E:A'F=1:3$ 时, 求出 $A'E=1$, $A'F=3$, 由折叠的性质得: $OA'=OA=4$, $\angle OA'D=\angle A=90^\circ$, 在 $Rt\triangle OA'F$ 中, 由勾股定理求出 $OF=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$, 即可得出答案;

②当 $A'E:A'F=3:1$ 时, 同理得: $A'(\sqrt{15}, 1)$;

(2) 当点 A' 在矩形 $AOBC$ 的外部时, 此时点 A' 在第四象限, 过 A' 作 OB 的垂线交 OB 于 F , 交 AC 于 E , 由 $A'F:A'E=1:3$, 则 $A'F:EF=1:2$, 求出 $A'F=\frac{1}{2}EF=\frac{1}{2}BC=2$, 在 $Rt\triangle OA'F$ 中, 由勾股定理求出 $OF=2\sqrt{3}$, 即可得出答案.

【解答】解: $\because$ 点 $A(0, 4)$, $B(7, 0)$, $C(7, 4)$,

$\therefore BC=OA=4$, $OB=AC=7$,

分两种情况:

(1) 当点 A' 在矩形 $AOBC$ 的内部时, 过 A' 作 OB 的垂线交 OB 于 F , 交 AC 于 E , 如图 1 所示:

①当 $A'E:A'F=1:3$ 时,

$\therefore A'E+A'F=BC=4$,

$\therefore A'E=1$, $A'F=3$,

由折叠的性质得: $OA'=OA=4$,

在 $Rt\triangle OA'F$ 中, 由勾股定理得: $OF=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$,

$\therefore A'(\sqrt{7}, 3)$;

②当 $A'E:A'F=3:1$ 时, 同理得: $A'(\sqrt{15}, 1)$;

(2) 当点 A' 在矩形 $AOBC$ 的外部时, 此时点 A' 在第四象限, 过 A' 作 OB 的垂线交 OB 于 F , 交 AC 于 E , 如图 2 所示: $\because A'F: A'E=1: 3$, 则 $A'F: EF=1: 2$,

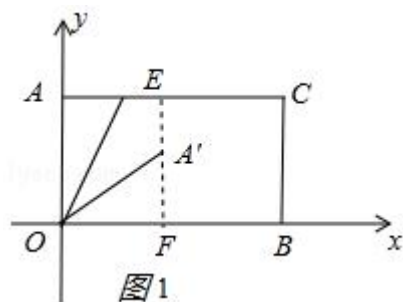
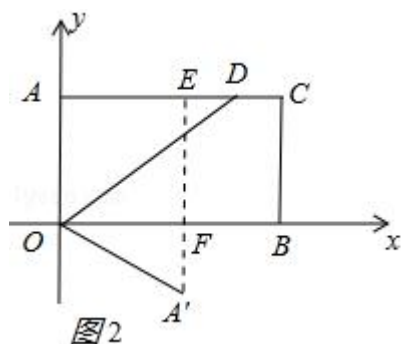
$$\therefore A'F = \frac{1}{2}EF = \frac{1}{2}BC = 2,$$

由折叠的性质得: $OA' = OA = 4$,

在 $Rt\triangle OA'F$ 中, 由勾股定理得: $OF = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$,

$$\therefore A' (2\sqrt{3}, -2);$$

故答案为: $(\sqrt{7}, 3)$ 或 $(\sqrt{15}, 1)$ 或 $(2\sqrt{3}, -2)$.

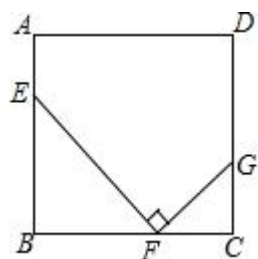


【点评】 本题考查了折叠的性质、矩形的性质、坐标与图形性质、勾股定理等知识; 熟练掌握折叠的性质和勾股定理是解决问题的关键.

三、解答题 (本大题共 5 小题, 每小题 6 分, 共 30 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

13. (6 分) (2017·江西) (1) 计算: $\frac{x+1}{x^2-1} \div \frac{2}{x-1}$

(2) 如图, 正方形 $ABCD$ 中, 点 E, F, G 分别在 AB, BC, CD 上, 且 $\angle EFG=90^\circ$. 求证: $\triangle EBF \sim \triangle FCG$.



【考点】 S8: 相似三角形的判定; 6A: 分式的乘除法; LE: 正方形的性质.

【分析】 (1) 先把分母因式分解, 再把除法运算化为乘法运算, 然后约分即可;

(2) 先根据正方形的性质得 $\angle B = \angle C = 90^\circ$, 再利用等角的余角相等得 $\angle BEF = \angle CFG$, 然后根据有两组角对应相等的两个三角形相似可判定 $\triangle EBF \sim \triangle FCG$.

【解答】 (1) 解: 原式 $= \frac{x+1}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x-1}{2}$
 $= \frac{1}{2};$

(2) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形,

$$\therefore \angle B = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEF + \angle BFE = 90^\circ,$$

$$\because \angle EFG = 90^\circ,$$

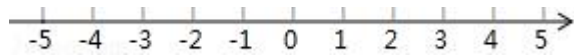
$$\therefore \angle BFE + \angle CFG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEF = \angle CFG,$$

$$\therefore \triangle EBF \sim \triangle FCG.$$

【点评】 本题考查了相似三角形的判定: 有两组角对应相等的两个三角形相似. 也考查了分式的乘除法和正方形的性质.

14. (6分) (2017•江西) 解不等式组: $\begin{cases} -2x < 6 \\ 3(x-2) \leq x-4 \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.



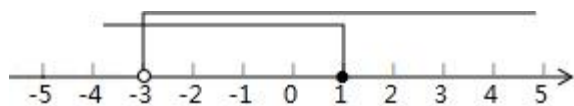
【考点】 CB: 解一元一次不等式组; C4: 在数轴上表示不等式的解集.

【分析】 分别求出每一个不等式的解集, 根据解集在数轴上的表示即可确定不等式组的解集.

【解答】 解: 解不等式 $-2x < 6$, 得: $x > -3$,

解不等式 $3(x-2) \leq x-4$, 得: $x \leq 1$,

将不等式解集表示在数轴如下:



则不等式组的解集为 $-3 < x \leq 1$

【点评】 本题考查的是解一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

15. (6分) (2017•江西) 端午节那天, 小贤回家看到桌上有一盘粽子, 其中有豆沙粽、肉粽各 1 个, 蜜枣粽 2 个, 这些粽子除馅外无其他差别.

(1) 小贤随机地从盘中取出一个粽子, 取出的是肉粽的概率是多少?

(2) 小贤随机地从盘中取出两个粽子, 试用画树状图或列表的方法表示所有可能的结果, 并求出小贤取出的两个都是蜜枣粽的概率.

【考点】 X6: 列表法与树状图法; X4: 概率公式.

【分析】 (1) 直接利用概率公式求出取出的是肉粽的概率;

(2) 直接列举出所有的可能, 进而利用概率公式求出答案.

【解答】解：(1) $\because$ 有豆沙粽、肉粽各 1 个，蜜枣粽 2 个，

$\therefore$ 随机地从盘中取出一个粽子，取出的是肉粽的概率是： $\frac{1}{4}$ ；

(2) 如图所示：

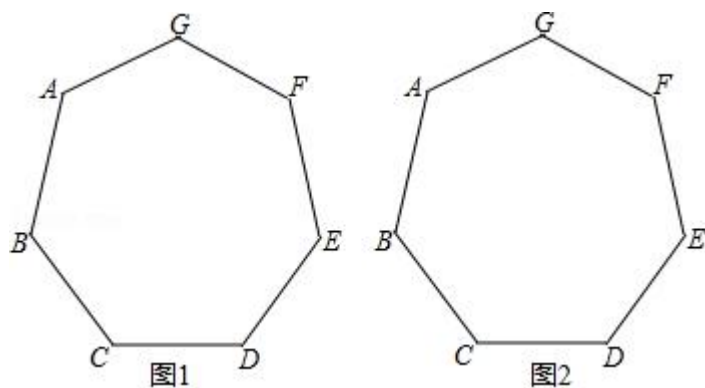


一共有 12 种可能，取出的两个都是蜜枣粽的有 2 种，

故取出的两个都是蜜枣粽的概率为： $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

【点评】此题主要考查了树状图法求概率，正确列举出所有的可能是解题关键．

16. (6 分) (2017•江西) 如图，已知正七边形 $ABCDEFG$ ，请仅用无刻度的直尺，分别按下列要求画图．



(1) 在图 1 中，画出一个以 AB 为边的平行四边形；

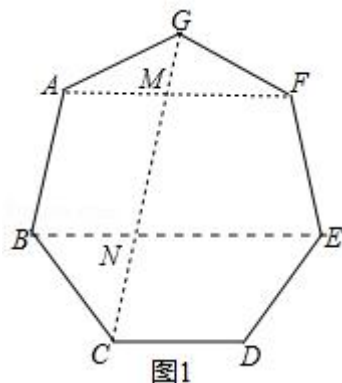
(2) 在图 2 中，画出一个以 AF 为边的菱形．

【考点】 N3：作图—复杂作图； L5：平行四边形的性质； L8：菱形的性质．

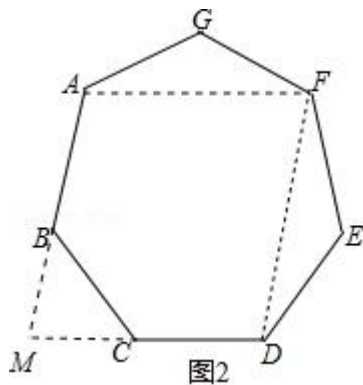
【分析】 (1) 连接 AF 、 BE 、 CG ， CG 交 AF 于 M ，交 BE 于 N ．四边形 $ABNM$ 是平行四边形．

(2) 连接 AF 、 DF ，延长 DC 交 AB 的延长线于 M ，四边形 $AFDM$ 是菱形．

【解答】解：(1) 连接 AF 、 BE 、 CG ， CG 交 AF 于 M ，交 BE 于 N ．四边形 $ABNM$ 是平行四边形．



(2) 连接 AF 、 DF ， $\angle$ 延长 DC 交 AB 的延长线于 M ，四边形 $AFDM$ 是菱形．



【点评】 本题考查复杂作图、平行四边形的性质、菱形的性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型．

17. (6 分) (2017•江西) 如图 1，研究发现，科学使用电脑时，望向荧光屏幕画面的“视线角” α 约为 20° ，而当手指接触键盘时，肘部形成的“手肘角” β 约为 100° ．图 2 是其侧面简化示意图，其中视线 AB 水平，且与屏幕 BC 垂直．

(1) 若屏幕上下宽 $BC=20\text{cm}$ ，科学使用电脑时，求眼睛与屏幕的最短距离 AB 的长；

(2) 若肩膀到水平地面的距离 $DG=100\text{cm}$ ，上臂 $DE=30\text{cm}$ ，下臂 EF 水平放置在键盘上，其到地面的距离 $FH=72\text{cm}$ ．请判断此时 β 是否符合科学要求的

100°?

(参考数据: $\sin 69^\circ \approx \frac{14}{15}$ $\cos 21^\circ \approx \frac{14}{15}$ $\tan 20^\circ \approx \frac{4}{11}$ $\tan 43^\circ \approx \frac{14}{15}$ 所有结果精确到个位)

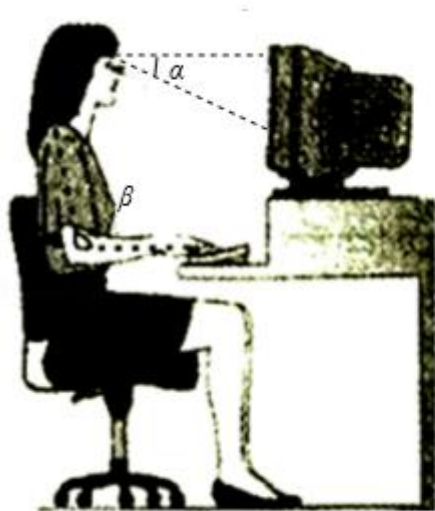


图1

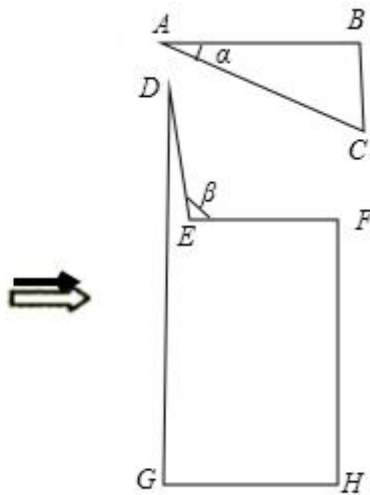


图2

【考点】 T8: 解直角三角形的应用.

【分析】 (1) Rt△ABC 中利用三角函数即可直接求解;

(2) 延长 FE 交 DG 于点 I, 利用三角函数求得 ∠DEI 即可求得 β 的值, 从而作出判断.

【解答】 解: (1) ∵ Rt△ABC 中, $\tan A = \frac{BC}{AB}$,

$$\therefore AB = \frac{BC}{\tan A} = \frac{BC}{\tan 20^\circ} = \frac{20}{\frac{4}{11}} = 55 \text{ (cm)};$$

(2) 延长 FE 交 DG 于点 I.

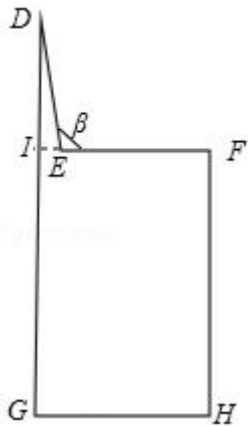
$$\text{则 } DI = DG - FH = 100 - 72 = 28 \text{ (cm)}.$$

$$\text{在 Rt} \triangle DEI \text{ 中, } \sin \angle DEI = \frac{DI}{DE} = \frac{28}{30} = \frac{14}{15}$$

$$\therefore \angle DEI = 69^\circ,$$

$$\therefore \angle \beta = 180^\circ - 69^\circ = 111^\circ \neq 100^\circ,$$

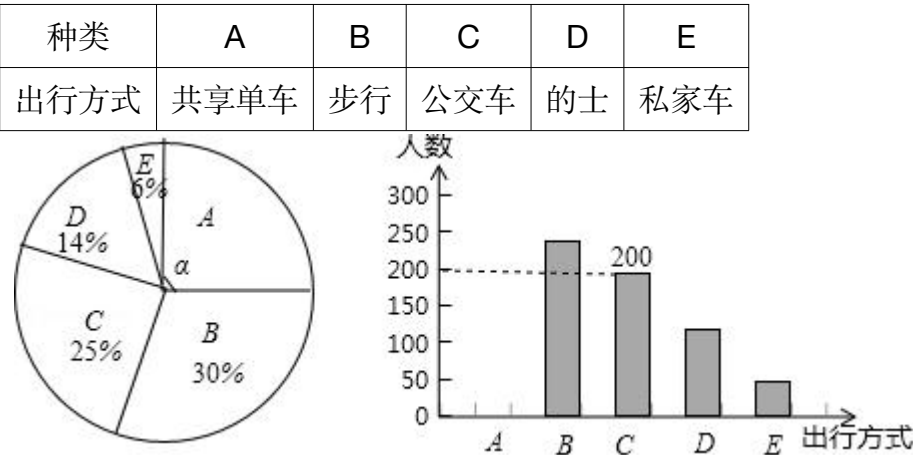
∴此时 β 不是符合科学要求的 100° .



【点评】此题综合性比较强，解此题的关键是把实际问题转化为数学问题，本题只要把实际问题抽象到几何图形中来考虑，就能迎刃而解.

四、(本大题共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分) .

18. (8 分) (2017•江西) 为了解某市市民“绿色出行”方式的情况，某校数学兴趣小组以问卷调查的形式，随机调查了某市部分出行市民的主要出行方式 (参与问卷调查的市民都只从以下五个种类中选择一类)，并将调查结果绘制成如下不完整的统计图.



根据以上信息，回答下列问题:

(1) 参与本次问卷调查的市民共有 800 人，其中选择 B 类的人数有 240 人;

(2) 在扇形统计图中，求 A 类对应扇形圆心角 α 的度数，并补全条形统计图;

(3) 该市约有 12 万人出行，若将 A, B, C 这三类出行方式均视为“绿色出行”方式，请估计该市“绿色出行”方式的人数.

【考点】 VC: 条形统计图; V5: 用样本估计总体; VA: 统计表; VB: 扇形统计图.

【分析】 (1) 由 C 类别人数及其百分比可得总人数，总人数乘以 B 类别百分比即可得;

(2) 根据百分比之和为 1 求得 A 类别百分比, 再乘以 360° 和总人数可分别求得;

(3) 总人数乘以样本中 A、B、C 三类别百分比之和可得答案.

【解答】 解: (1) 本次调查的市民有 $200 \div 25\% = 800$ (人),

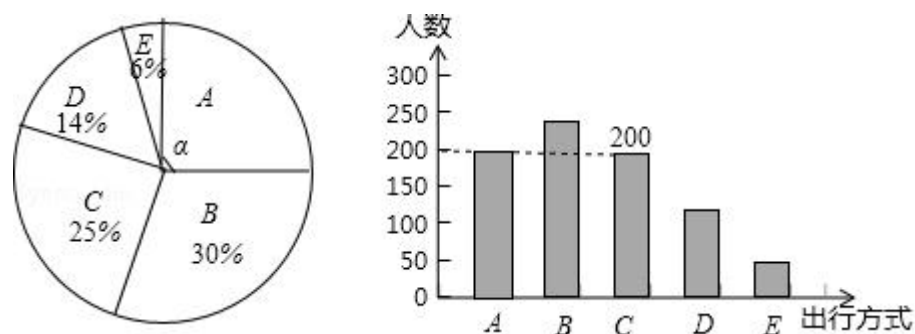
$\therefore$ B 类别的人数为 $800 \times 30\% = 240$ (人),

故答案为: 800, 240;

(2) $\because$ A 类人数所占百分比为 $1 - (30\% + 25\% + 14\% + 6\%) = 25\%$,

$\therefore$ A 类对应扇形圆心角 α 的度数为 $360^\circ \times 25\% = 90^\circ$, A 类的人数为 $800 \times 25\% = 200$ (人),

补全条形图如下:



(3) $12 \times (25\% + 30\% + 25\%) = 9.6$ (万人),

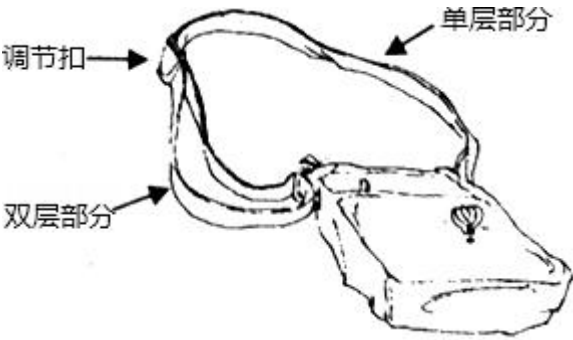
答: 估计该市“绿色出行”方式的人数约为 9.6 万人.

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小. 也考查了用样本估计总体的思想.

19. (8 分) (2017•江西) 如图，是一种斜挎包，其挎带由双层部分、单层部分和调节扣构成. 小敏用后发现，通过调节扣加长或缩短单层部分的长度，可以使挎带的长度 (单层部分与双层部分长度的和，其中调节扣所占的长度忽略不计) 加长或缩短. 设单层部分的长度为 $x\text{cm}$ ，双层部分的长度为 $y\text{cm}$ ，经测量，得到如下数据：

单层部分的长度 x (cm)	...	4	6	8	10	...	15
双层部分的长度 y (cm)	...	73	72	71		...	

- (1) 根据表中数据的规律，完成以下表格，并直接写出 y 关于 x 的函数解析式；
- (2) 根据小敏的身高和习惯，挎带的长度为 120cm 时，背起来正合适，请求出此时单层部分的长度；
- (3) 设挎带的长度为 $l\text{cm}$ ，求 l 的取值范围.



【考点】 FH: 一次函数的应用.

【分析】 (1) 观察表格可知， y 是 x 的一次函数，设 $y=kx+b$ ，利用待定系数法即可解决问题；

(2) 列出方程组即可解决问题;

(3) 由题意当 $y=0$, $x=150$, 当 $x=0$ 时, $y=75$, 可得 $75 \leq l \leq 150$.

【解答】 解: (1) 观察表格可知, y 是 x 的一次函数, 设 $y=kx+b$,

$$\text{则有} \begin{cases} 4k + b = 73 \\ 6k + b = 72 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = 75 \end{cases}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + 75.$$

$$(2) \text{由题意} \begin{cases} x + y = 120 \\ y = -\frac{1}{2}x + 75 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x = 90 \\ y = 30 \end{cases}$$

$\therefore$ 单层部分的长度为 90cm.

(3) 由题意当 $y=0$, $x=150$, 当 $x=0$ 时, $y=75$,

$\therefore 75 \leq l \leq 150$.

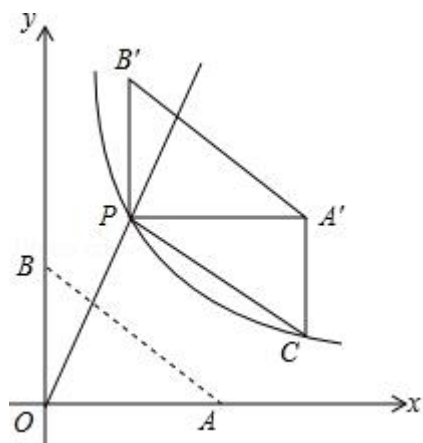
【点评】 本题考查一次函数的应用、待定系数法等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.

20. (8 分) (2017•江西) 如图, 直线 $y=k_1x$ ($x \geq 0$) 与双曲线 $y=\frac{k_2}{x}$ ($x > 0$) 相交于点 P (2, 4). 已知点 A (4, 0), B (0, 3), 连接 AB , 将 $Rt\triangle AOB$ 沿 OP 方向平移, 使点 O 移动到点 P , 得到 $\triangle A'PB'$. 过点 A' 作 $A'C \parallel y$ 轴交双曲线于点 C .

(1) 求 k_1 与 k_2 的值;

(2) 求直线 PC 的表达式;

(3) 直接写出线段 AB 扫过的面积.



【考点】G8: 反比例函数与一次函数的交点问题; FA: 待定系数法求一次函数解析式; Q3: 坐标与图形变化 - 平移.

【分析】(1) 把点 $P(2, 4)$ 代入直线 $y=k_1x$, 把点 $P(2, 4)$ 代入双曲线 $y=\frac{k_2}{x}$, 可得 k_1 与 k_2 的值;

(2) 根据平移的性质, 求得 $C(6, \frac{4}{3})$, 再运用待定系数法, 即可得到直线 PC 的表达式;

(3) 延长 $A'C$ 交 x 轴于 D , 过 B' 作 $B'E \perp y$ 轴于 E , 根据 $\triangle AOB \cong \triangle A'PB'$, 可得线段 AB 扫过的面积 = 平行四边形 $POBB'$ 的面积 + 平行四边形 $AOPA'$ 的面积, 据此可得线段 AB 扫过的面积.

【解答】解: (1) 把点 $P(2, 4)$ 代入直线 $y=k_1x$, 可得 $4=2k_1$,
 $\therefore k_1=2$,

把点 $P(2, 4)$ 代入双曲线 $y=\frac{k_2}{x}$, 可得 $k_2=2 \times 4=8$;

(2) $\because A(4, 0), B(0, 3)$,

$\therefore AO=4, BO=3$,

如图, 延长 $A'C$ 交 x 轴于 D ,

由平移可得, $A'P=AO=4$,

又 $\because A'C \parallel y$ 轴, $P(2, 4)$,

$\therefore$ 点 C 的横坐标为 $2+4=6$,

当 $x=6$ 时, $y=\frac{8}{6}-\frac{4}{3}$, 即 $C(6, \frac{4}{3})$,

设直线 PC 的解析式为 $y=kx+b$,

把 $P(2, 4)$, $C(6, \frac{4}{3})$ 代入可得

$$\begin{cases} 4 = 2k + b \\ \frac{4}{3} = 6k + b \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k = -\frac{2}{3} \\ b = \frac{16}{3} \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 PC 的表达式为 $y = -\frac{2}{3}x + \frac{16}{3}$;

(3) 如图, 延长 $A'C$ 交 x 轴于 D ,

由平移可得, $A'P \parallel AO$,

又 $\because A'C \parallel y$ 轴, $P(2, 4)$,

$\therefore$ 点 A' 的纵坐标为 4 , 即 $A'D=4$,

如图, 过 B' 作 $B'E \perp y$ 轴于 E ,

$\because PB' \parallel y$ 轴, $P(2, 4)$,

$\therefore$ 点 B' 的横坐标为 2 , 即 $B'E=2$,

又 $\because \triangle AOB \cong \triangle A'PB'$,

$\therefore$ 线段 AB 扫过的面积 = 平行四边形 $POBB'$ 的面积 + 平行四边形 $AOPA'$ 的面积

$= BO \times B'E + AO \times A'D = 3 \times 2 + 4 \times 4 = 22$.

(2) ①首先得出 $\triangle OBD$ 是等边三角形，进而得出 $\angle ODE = \angle OFB = 90^\circ$ ，求出答案即可；

②首先求出 CF 的长，进而利用直角三角形的性质得出 PF 的长，进而得出答案.

【解答】解：(1) 如图 2，连接 OD ，

$$\because OP \perp PD, PD \parallel AB,$$

$$\therefore \angle POB = 90^\circ,$$

$$\because \odot O \text{ 的直径 } AB = 12,$$

$$\therefore OB = OD = 6,$$

在 $Rt\triangle POB$ 中， $\angle ABC = 30^\circ$ ，

$$\therefore OP = OB \cdot \tan 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3},$$

在 $Rt\triangle POD$ 中，

$$PD = \sqrt{OD^2 - OP^2} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{6};$$

(2) ①证明：如图 3，连接 OD ，交 CB 于点 F ，连接 BD ，

$$\because \widehat{DC} = \widehat{AC},$$

$$\therefore \angle DBC = \angle ABC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = 60^\circ,$$

$$\because OB = OD,$$

$$\therefore \triangle OBD \text{ 是等边三角形},$$

$$\therefore OD \perp FB,$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore OB = BE,$$

$$\therefore BF \parallel ED,$$

$$\therefore \angle ODE = \angle OFB = 90^\circ,$$

$\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线;

②由①知, $OD \perp BC$,

$$\therefore CF = FB = OB \cdot \cos 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3},$$

在 $Rt\triangle POD$ 中, $OF = DF$,

$$\therefore PF = \frac{1}{2}DO = 3 \text{ (直角三角形斜边上的中线, 等于斜边的一半)},$$

$$\therefore CP = CF - PF = 3\sqrt{3} - 3.$$

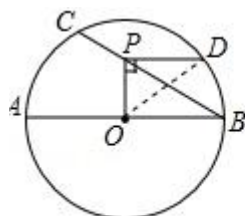


图2

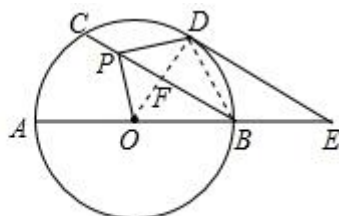


图3

【点评】此题主要考查了圆的综合以及直角三角形的性质和锐角三角函数关系, 正确得出 $\triangle OBD$ 是等边三角形是解题关键.

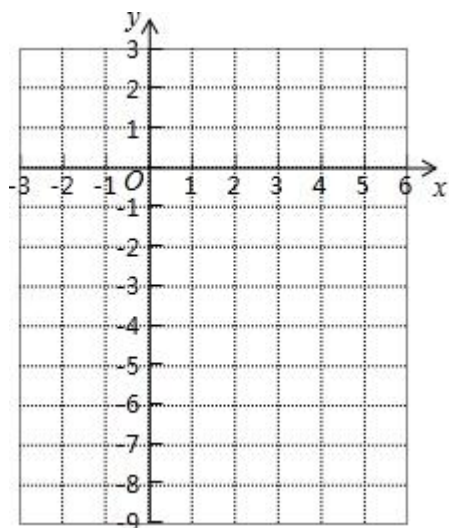
22. (9分) (2017·江西) 已知抛物线 $C_1: y = ax^2 - 4ax - 5$ ($a > 0$).

(1) 当 $a=1$ 时, 求抛物线与 x 轴的交点坐标及对称轴;

(2) ①试说明无论 a 为何值, 抛物线 C_1 一定经过两个定点, 并求出这两个定点的坐标;

②将抛物线 C_1 沿这两个定点所在直线翻折, 得到抛物线 C_2 , 直接写出 C_2 的表达式;

(3) 若 (2) 中抛物线 C_2 的顶点到 x 轴的距离为 2, 求 a 的值.



【考点】 HA: 抛物线与 x 轴的交点; H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】 (1) 将 $a=1$ 代入解析式, 即可求得抛物线与 x 轴交点;

(2) ①化简抛物线解析式, 即可求得两个定点的横坐标, 即可解题;

②根据抛物线翻折理论即可解题;

(3) 根据 (2) 中抛物线 C_2 解析式, 分类讨论 $y=2$ 或 -2 , 即可解题;

【解答】 解: (1) 当 $a=1$ 时, 抛物线解析式为 $y=x^2-4x-5=(x-2)^2-9$,

$\therefore$ 对称轴为 $y=2$;

$\therefore$ 当 $y=0$ 时, $x-2=3$ 或 -3 , 即 $x=-1$ 或 5 ;

$\therefore$ 抛物线与 x 轴的交点坐标为 $(-1, 0)$ 或 $(5, 0)$;

(2) ①抛物线 C_1 解析式为: $y=ax^2-4ax-5$,

整理得: $y=ax(x-4)-5$;

$\therefore$ 当 $ax(x-4)=0$ 时, y 恒定为 -5 ;

$\therefore$ 抛物线 C_1 一定经过两个定点 $(0, -5)$, $(4, -5)$;

②这两个点连线为 $y=-5$;

将抛物线 C_1 沿 $y=-5$ 翻折, 得到抛物线 C_2 , 开口方向变了, 但是对称轴没变;

∴ 抛物线 C_2 解析式为: $y = -ax^2 + 4ax - 5$,

(3) 抛物线 C_2 的顶点到 x 轴的距离为 2,

则 $x=2$ 时, $y=2$ 或者 -2 ;

当 $y=2$ 时, $2 = -4a + 8a - 5$, 解得, $a = \frac{7}{4}$;

当 $y = -2$ 时, $-2 = -4a + 8a - 5$, 解得, $a = \frac{3}{4}$;

∴ $a = \frac{7}{4}$ 或 $\frac{3}{4}$;

【点评】 本题考查了代入法求抛物线解析式的方法, 考查了抛物线翻折后对称轴不变的原理, 考查了抛物线顶点的求解.

六、(本大题共 12 分)

23. (12 分) (2017·江西) 我们定义: 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, 把 AB 点绕点 A 顺时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) 得到 AB' , 把 AC 绕点 A 逆时针旋转 β 得到 AC' , 连接 $B'C'$. 当 $\alpha + \beta = 180^\circ$ 时, 我们称 $\triangle A'B'C'$ 是 $\triangle ABC$ 的“旋补三角形”, $\triangle AB'C'$ 边 $B'C'$ 上的中线 AD 叫做 $\triangle ABC$ 的“旋补中线”, 点 A 叫做“旋补中心”.

特例感知:

(1) 在图 2, 图 3 中, $\triangle AB'C'$ 是 $\triangle ABC$ 的“旋补三角形”, AD 是 $\triangle ABC$ 的“旋补中线”.

①如图 2, 当 $\triangle ABC$ 为等边三角形时, AD 与 BC 的数量关系为 $AD = \frac{1}{2}BC$;

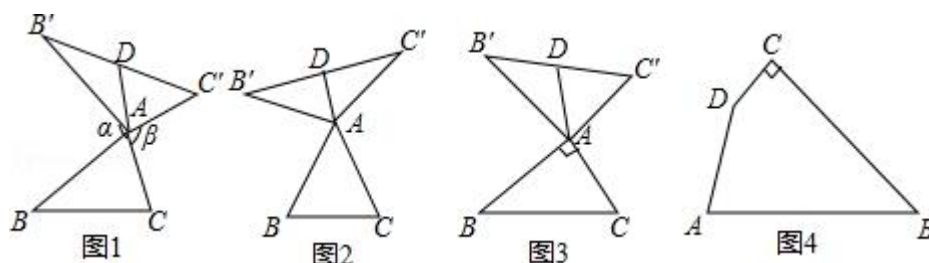
②如图 3, 当 $\angle BAC = 90^\circ$, $BC = 8$ 时, 则 AD 长为 4.

猜想论证:

(2) 在图 1 中, 当 $\triangle ABC$ 为任意三角形时, 猜想 AD 与 BC 的数量关系, 并给于证明.

拓展应用

(3) 如图 4, 在四边形 $ABCD$, $\angle C=90^\circ$, $\angle D=150^\circ$, $BC=12$, $CD=2\sqrt{3}$, $DA=6$. 在四边形内部是否存在点 P , 使 $\triangle PDC$ 是 $\triangle PAB$ 的“旋补三角形”? 若存在, 给予证明, 并求 $\triangle PAB$ 的“旋补中线”长; 若不存在, 说明理由.



【考点】 LO: 四边形综合题.

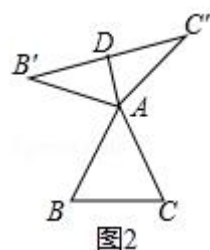
【分析】 (1) ①首先证明 $\triangle ADB'$ 是含有 30° 的直角三角形, 可得 $AD=\frac{1}{2}AB'$ 即可解决问题;

②首先证明 $\triangle BAC \cong \triangle B'AC'$, 根据直角三角形斜边中线定理即可解决问题;

(2) 结论: $AD=\frac{1}{2}BC$. 如图 1 中, 延长 AD 到 M , 使得 $AD=DM$, 连接 $E'M$, $C'M$, 首先证明四边形 $AC'MB'$ 是平行四边形, 再证明 $\triangle BAC \cong \triangle AB'M$, 即可解决问题;

(3) 存在. 如图 4 中, 延长 AD 交 BC 的延长线于 M , 作 $BE \perp AD$ 于 E , 作线段 BC 的垂直平分线交 BE 于 P , 交 BC 于 F , 连接 PA 、 PD 、 PC , 作 $\triangle PCD$ 的中线 PN . 连接 DF 交 PC 于 O . 想办法证明 $PA=PD$, $PB=PC$, 再证明 $\angle APD + \angle BPC = 180^\circ$, 即可;

【解答】 解: (1) ①如图 2 中,



$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore AB=BC=AB=AB'=AC',$$

$$\therefore DB'=DC',$$

$$\therefore AD \perp B'C',$$

$$\therefore \angle BAC=60^\circ, \angle BAC+\angle B'AC'=180^\circ,$$

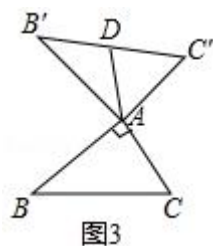
$$\therefore \angle B'AC'=120^\circ,$$

$$\therefore \angle B'=\angle C'=30^\circ,$$

$$\therefore AD=\frac{1}{2}AB'=\frac{1}{2}BC,$$

故答案为 $\frac{1}{2}$.

②如图 3 中,



$$\therefore \angle BAC=90^\circ, \angle BAC+\angle B'AC'=180^\circ,$$

$$\therefore \angle B'AC'=\angle BAC=90^\circ,$$

$$\therefore AB=AB', AC=AC',$$

$$\therefore \triangle BAC \cong \triangle B'AC',$$

$$\therefore BC=B'C',$$

$$\therefore B'D=DC',$$

$$\therefore AD=\frac{1}{2}B'C'=\frac{1}{2}BC=4,$$

故答案为 4.

(2) 结论: $AD = \frac{1}{2}BC$.

理由: 如图 1 中, 延长 AD 到 M, 使得 $AD = DM$, 连接 $E'M$, $C'M$

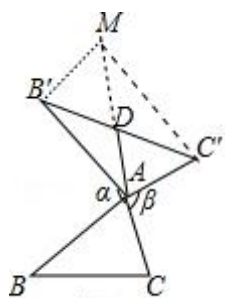


图1

$\therefore B'D = DC', AD = DM,$

$\therefore$ 四边形 $AC'MB'$ 是平行四边形,

$\therefore AC' = B'M = AC,$

$\therefore \angle BAC + \angle B'AC' = 180^\circ, \angle B'AC' + \angle AB'M = 180^\circ,$

$\therefore \angle BAC = \angle MB'A, \therefore AB = AB',$

$\therefore \triangle BAC \cong \triangle AB'M,$

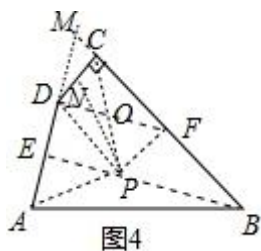
$\therefore BC = AM,$

$\therefore AD = \frac{1}{2}BC.$

(3) 存在.

理由: 如图 4 中, 延长 AD 交 BC 的延长线于 M, 作 $BE \perp AD$ 于 E, 作线段 BC 的垂直平分线交 BE 于 P, 交 BC 于 F, 连接 PA、PD、PC, 作 $\triangle PCD$ 的中线 PN.

连接 DF 交 PC 于 O.



$$\therefore \angle ADC = 150^\circ,$$

$$\therefore \angle MDC = 30^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle DCM$ 中, $\because CD=2\sqrt{3}$, $\angle DCM=90^\circ$, $\angle MDC=30^\circ$,

$$\therefore CM=2, \quad DM=4, \quad \angle M=60^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle \text{BEM}$ 中, $\because \angle \text{BEM} = 90^\circ$, $\text{BM} = 14$, $\angle \text{MBE} = 30^\circ$,

$$\therefore EM = \frac{1}{2}BM = 7,$$

$$\therefore DE = EM - DM = 3,$$

$$\therefore AD=6,$$

$$\therefore AE=DE, \quad \therefore BE \perp AD,$$

$$\therefore PA=PD, \quad PB=PC,$$

在 $\text{Rt}\triangle CDF$ 中, $\because CD=2\sqrt{3}$, $CF=6$,

$$\therefore \tan \angle CDF = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle CDF = 60^\circ = \angle CPF,$$

易证 $\triangle FCP \cong \triangle CFD$,

$$\therefore CD=PF, \quad \therefore CD \parallel PF,$$

$\therefore$ 四边形 CDPF 是矩形,

$$\therefore \angle CDP = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADP = \angle ADC - \angle CDP = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ADP$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle ADP=60^\circ, \therefore \angle BPF=\angle CPF=60^\circ,$$

$$\therefore \angle BPC=120^\circ,$$

$$\therefore \angle APD+\angle BPC=180^\circ,$$

$\therefore \triangle PDC$ 是 $\triangle PAB$ 的“旋补三角形”，

在 $Rt\triangle PDN$ 中， $\therefore \angle PDN=90^\circ$ ， $PD=AD=6$ ， $DN=\sqrt{3}$ ，

$$\therefore PN=\sqrt{DN^2+PD^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+6^2}=\sqrt{39}.$$

【点评】 本题考查四边形综合题、全等三角形的判定和性质、平行四边形的判定和性质、直角三角形 30 度角性质、等边三角形的判定和性质、矩形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题，属于中考压轴题.