

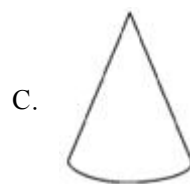
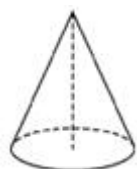
江苏省苏州市 2021 年中考数学真题

一、单选题

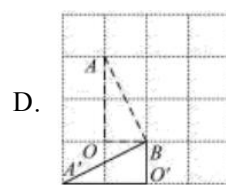
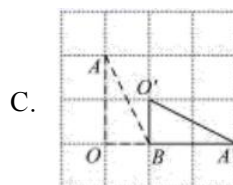
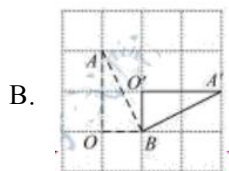
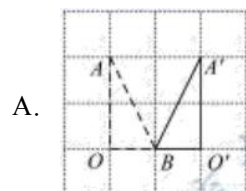
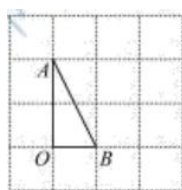
1. 计算 $(\sqrt{3})^2$ 的结果是 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. 3 C. $2\sqrt{3}$ D. 9

2. 如图所示的圆锥的主视图是 ()



3. 如图, 在方格纸中, 将 $\text{Rt}\triangle AOB$ 绕点 B 按顺时针方向旋转 90° 后得到 $\text{Rt}\triangle A'O'B$, 则下列四个图形中正确的是 ()



4. 已知两个不等于 0 的实数 a 、 b 满足 $a+b=0$, 则 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ 等于 ()

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

5. 为增强学生的环保意识, 共建绿色文明校园. 某学校组织“废纸宝宝旅行记”活动. 经统计, 七年级 5 个班级一周回收废纸情况如下表:

班级	一班	二班	三班	四班	五班
废纸重量 (kg)	4.5	4.4	5.1	3.3	5.7

则每个班级回收废纸的平均重量为 ()

- A. 5kg B. 4.8kg C. 4.6kg D. 4.5kg

6. 已知点 $A(\sqrt{2}, m)$, $B(\frac{3}{2}, n)$ 在一次函数 $y = 2x + 1$ 的图像上, 则 m 与 n 的大小关系是 ()

- A. $m > n$ B. $m = n$ C. $m < n$ D. 无法确定

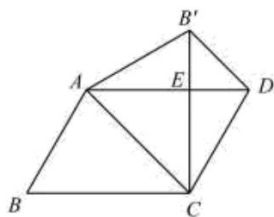
7. 某公司上半年生产甲, 乙两种型号的无人机若干架. 已知甲种型号无人机架数比总架数的一半多 11 架, 乙种型号无人机架数比总架数的三分之一少 2 架. 设甲种型号无人机 x 架, 乙种型号无人机 y 架. 根据题意可列出的方程组是 ()

- A.
$$\begin{cases} x = \frac{1}{3}(x+y) - 11, \\ y = \frac{1}{2}(x+y) + 2 \end{cases}$$
- B.
$$\begin{cases} x = \frac{1}{3}(x+y) + 11. \\ y = \frac{1}{2}(x+y) - 2 \end{cases}$$
- C.
$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}(x+y) - 11, \\ y = \frac{1}{3}(x+y) + 2 \end{cases}$$
- D.
$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}(x+y) + 11, \\ y = \frac{1}{3}(x+y) - 2 \end{cases}$$

8. 已知抛物线 $y = x^2 + kx - k^2$ 的对称轴在 y 轴右侧, 现将该抛物线先向右平移 3 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度后, 得到的抛物线正好经过坐标原点, 则 k 的值是 ()

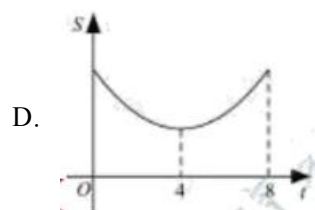
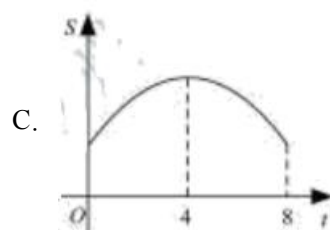
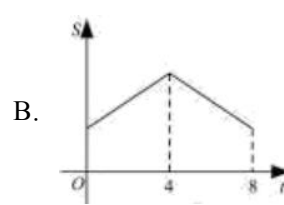
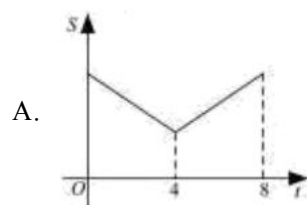
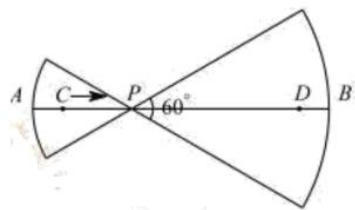
- A. -5 或 2 B. -5 C. 2 D. -2

9. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 将 $\triangle ABC$ 沿着 AC 所在的直线翻折得到 $\triangle AB'C$, $B'C$ 交 AD 于点 E , 连接 $B'D$, 若 $\angle B = 60^\circ$, $\angle ACB = 45^\circ$, $AC = \sqrt{6}$, 则 $B'D$ 的长是 ()



- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

10. 如图, 线段 $AB=10$, 点 C 、 D 在 AB 上, $AC=BD=1$. 已知点 P 从点 C 出发, 以每秒 1 个单位长度的速度沿着 AB 向点 D 移动, 到达点 D 后停止移动, 在点 P 移动过程中作如下操作: 先以点 P 为圆心, PA 、 PB 的长为半径分别作两个圆心角均为 60° 的扇形, 再将两个扇形分别围成两个圆锥的侧面. 设点 P 的移动时间为 t (秒). 两个圆锥的底面面积之和为 S . 则 S 关于 t 的函数图像大致是 ()

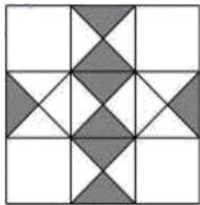


二、填空题

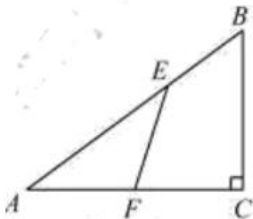
11. 全球平均每年发生雷电次数约为 16000000 次, 将 16000000 用科学记数法表示是 _____.

12. 因式分解 $x^2 - 2x + 1 =$ _____.

13. 一个小球在如图所示的方格地砖上任意滚动, 并随机停留在某块地砖上. 每块地砖的大小、质地完全相同, 那么该小球停留在黑色区域的概率是 _____.



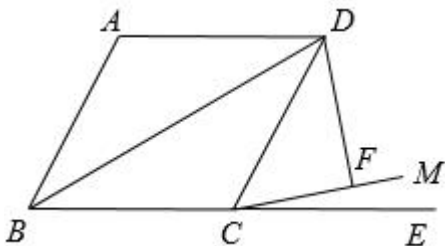
14. 如图. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AF = EF$. 若 $\angle CFE = 72^\circ$, 则 $\angle B =$ _____.



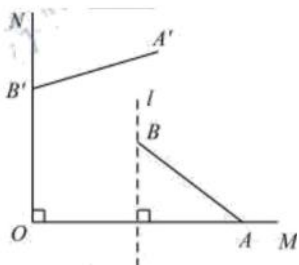
15. 若 $m + 2n = 1$, 则 $3m^2 + 6mn + 6n$ 的值为 _____.

16. 若 $2x + y = 1$, 且 $0 < y < 1$, 则 x 的取值范围为 _____.

17. 如图, 四边形 $ABCD$ 为菱形, $\angle ABC = 70^\circ$, 延长 BC 到 E , 在 $\angle DCE$ 内作射线 CM , 使得 $\angle ECM = 15^\circ$, 过点 D 作 $DF \perp CM$, 垂足为 F , 若 $DF = \sqrt{5}$, 则对角线 BD 的长为 _____. (结果保留根号)



18. 如图, 射线 OM 、 ON 互相垂直, $OA = 8$, 点 B 位于射线 OM 的上方, 且在线段 OA 的垂直平分线 l 上, 连接 AB , $AB = 5$. 将线段 AB 绕点 O 按逆时针方向旋转得到对应线段 $A'B'$, 若点 B' 恰好落在射线 ON 上, 则点 A' 到射线 ON 的距离 $d \approx$ _____.



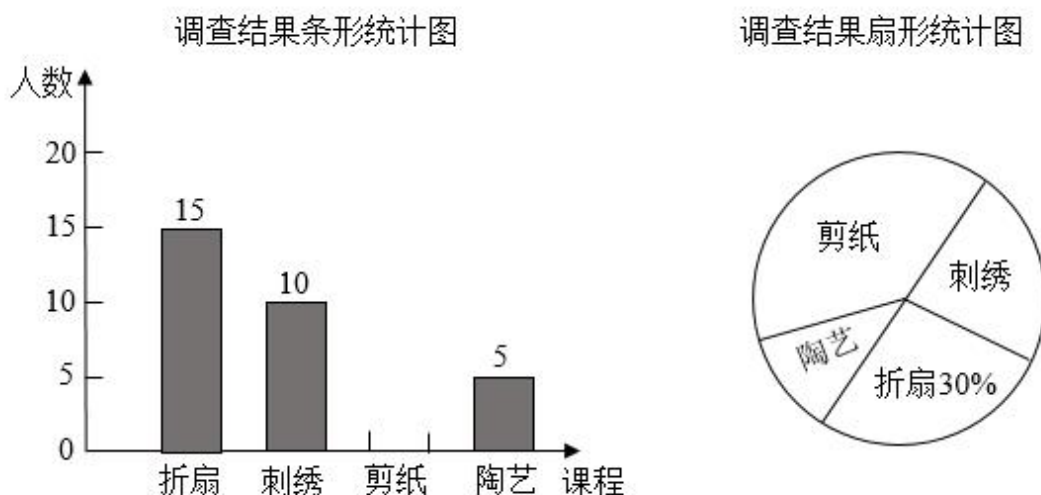
三、解答题

19. 计算: $\sqrt{4} + |-2| - 3^2$.

20. 解方程组:
$$\begin{cases} 3x - y = -4 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$$

21. 先化简再求值: $\left(1 + \frac{1}{x-1}\right) \cdot \frac{x^2-1}{x}$, 其中 $x = \sqrt{3} - 1$.

22. 某学校计划在八年级开设“折扇”、“刺绣”、“剪纸”、“陶艺”四门校本课程, 要求每人必须参加, 并且只能选择其中一门课程. 为了解学生对这四门课程的选择情况, 学校从八年级全体学生中随机抽取部分学生进行问卷调查. 并根据调查结果绘制成如图所示的条形统计图和扇形统计图 (部分信息未给出).



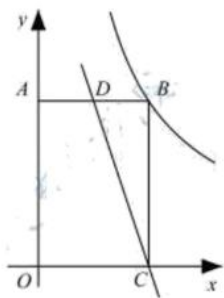
请你根据以上信息解决下列问题:

- (1) 参加问卷调查的学生人数为_____名. 补全条形统计图 (画图并标注相应数据);
- (2) 在扇形统计图中, 选择“陶艺”课程的学生占_____%;
- (3) 若该校八年级一共有 1000 名学生, 试估计选择“刺绣”课程的学生有多少名?

23. 4 张相同的卡片上分别写有数字 0、1、-2、3, 将卡片的背面朝上, 洗匀后从中任意抽取 1 张. 将卡片上的数字记录下来; 再从余下的 3 张卡片中任意抽取 1 张, 同样将卡片上的数字记录下来.

- (1) 第一次抽取的卡片上数字是负数的概率为_____;
- (2) 小敏设计了如下游戏规则: 当第一次记录下来的数字减去第二次记录下来的数字所得结果为非负数时, 甲获胜; 否则, 乙获胜. 小敏设计的游戏规则公平吗? 为什么? (请用画树状图或列表等方法说明理由).

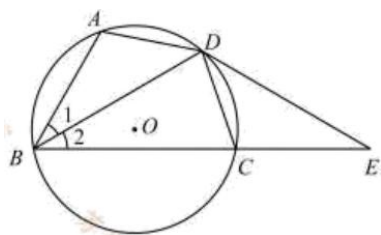
24. 如图, 在平面直角坐标系中, 四边形 $OABC$ 为矩形, 点 C 、 A 分别在 x 轴和 y 轴的正半轴上, 点 D 为 AB 的中点. 已知实数 $k \neq 0$, 一次函数 $y = -3x + k$ 的图像经过点 C 、 D , 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像经过点 B , 求 k 的值.



25. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，延长 BC 到点 E ，使得 $CE = AB$ ，连接 ED 。

(1) 求证: $BD = ED$;

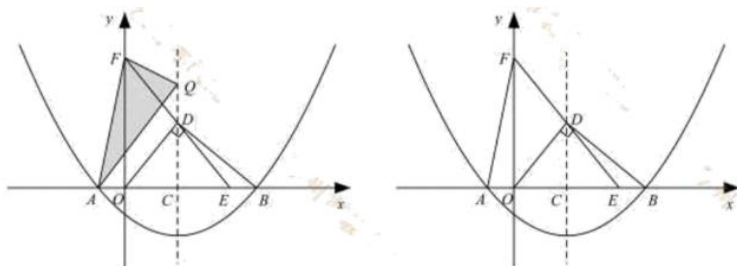
(2) 若 $AB = 4$ ， $BC = 6$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，求 $\tan \angle DCB$ 的值。



26. 如图，二次函数 $y = x^2 - (m+1)x + m$ (m 是实数，且 $-1 < m < 0$) 的图像与 x 轴交于 A 、 B 两点 (点 A 在点 B 的左侧)，其对称轴与 x 轴交于点 C ，已知点 D 位于第一象限，且在对称轴上， $OD \perp BD$ ，点 E 在 x 轴的正半轴上， $OC = EC$ 。连接 ED 并延长交 y 轴于点 F ，连接 AF 。

(1) 求 A 、 B 、 C 三点的坐标 (用数字或含 m 的式子表示);

(2) 已知点 Q 在抛物线的对称轴上，当 $\triangle AFQ$ 的周长的最小值等于 $\frac{12}{5}$ ，求 m 的值。



27. 如图①，甲，乙都是高为 6 米的长方体容器，容器甲的底面 $ABCD$ 是正方形，容器乙的底面 $EFGH$ 是矩形。如图②，已知正方形 $ABCD$ 与矩形 $EFGH$ 满足如下条件：正方形 $ABCD$ 外切于一个半径为 5 米的圆 O ，矩形 $EFGH$ 内接于这个圆 O ， $EF = 2EH$ 。

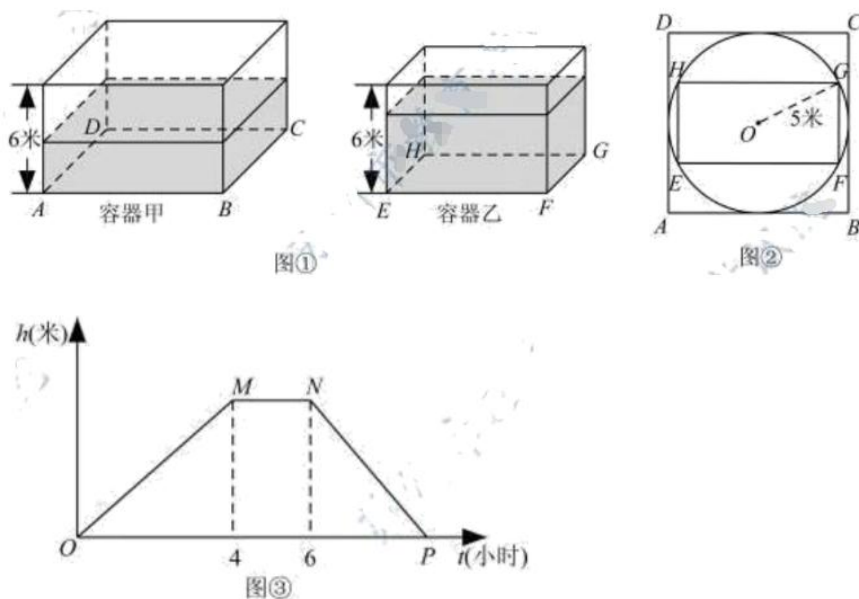
(1) 求容器甲，乙的容积分别为多少立方米?

(2) 现在我们分别向容器甲，乙同时持续注水 (注水前两个容器是空的)，一开始注水流量均为 25 立方米/小时，4 小时后，把容器甲的注水流量增加 a 立方米/小时，同时保

持容器乙的注水流量不变，继续注水 2 小时后，把容器甲的注水流量再一次增加 50 立方米/小时，同时容器乙的注水流量仍旧保持不变。直到两个容器的水位高度相同，停止注水。在整个注水过程中，当注水时间为 t 时，我们把容器甲的水位高度记为 $h_{\text{甲}}$ ，容器乙的水位高度记为 $h_{\text{乙}}$ ，设 $h_{\text{乙}} - h_{\text{甲}} = h$ ，已知 h （米）关于注水时间 t （小时）的函数图像如图③所示，其中 MN 平行于横轴。根据图中所给信息，解决下列问题：

①求 a 的值；

②求图③中线段 PN 所在直线的解析式。

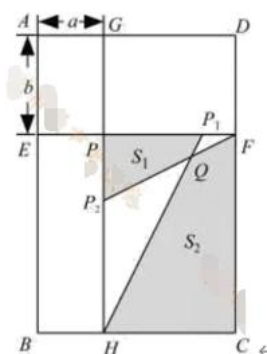


28. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，线段 EF 、 GH 分别平行于 AD 、 AB ，它们相交于点 P ，点 P_1 、 P_2 分别在线段 PF 、 PH 上， $PP_1 = PG$ ， $PP_2 = PE$ ，连接 P_1H 、 P_2F ， P_1H 与 P_2F 交于点 Q 。已知 $AG:GD = AE:EB = 1:2$ 。设 $AG = a$ ， $AE = b$ 。

(1) 四边形 $EBHP$ 的面积 _____ 四边形 $GPFD$ 的面积（填“>”、“=”或“<”）；

(2) 求证： $\triangle P_1FQ \sim \triangle P_2HQ$ ；

(3) 设四边形 PP_1QP_2 的面积为 S_1 ，四边形 $CFQH$ 的面积为 S_2 ，求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的值。



参考答案

1. B

【分析】

直接根据二次根式的性质求解即可.

【详解】

解: $(\sqrt{3})^2 = 3$,

故选 B.

【点睛】

此题主要考查了二次根式的性质, 熟练掌握 $(\sqrt{a})^2 = a(a \geq 0)$ 是解答此题的关键.

2. A

【详解】

试题分析: 主视图是从正面看所得到的图形, 圆锥的主视图是等腰三角形, 如图所示:



, 故选 A.

考点: 三视图.

3. B

【分析】

根据绕点 B 按顺时针方向旋转 90° 逐项分析即可.

【详解】

A、 $\text{Rt}\triangle A'O'B$ 是由 $\text{Rt}\triangle AOB$ 关于过 B 点与 OB 垂直的直线对称得到, 故 A 选项不符合题意;

B、 $\text{Rt}\triangle A'O'B$ 是由 $\text{Rt}\triangle AOB$ 绕点 B 按顺时针方向旋转 90° 后得到, 故 B 选项符合题意;

C、 $\text{Rt}\triangle A'O'B$ 与 $\text{Rt}\triangle AOB$ 对应点发生了变化, 故 C 选项不符合题意;

D、 $\text{Rt}\triangle AOB$ 是由 $\text{Rt}\triangle AOB$ 绕点 B 按逆时针方向旋转 90° 后得到, 故 D 选项不符合题意.

故选: B.

【点睛】

本题考查旋转变换. 解题的关键是弄清旋转的方向和旋转的度数.

4. A

【分析】

先化简式子，再利用配方法变形即可得出结果.

【详解】

$$\text{解: } \because \frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{b^2 + a^2}{ab},$$

$$\therefore \frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{b^2 + a^2}{ab} = \frac{(a+b)^2 - 2ab}{ab},$$

$\because$ 两个不等于 0 的实数 a 、 b 满足 $a+b=0$,

$$\therefore \frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{(a+b)^2 - 2ab}{ab} = \frac{-2ab}{ab} = -2,$$

故选: A.

【点睛】

本题考查分式的化简、配完全平方、灵活应用配方法是解题的关键.

5. C

【分析】

根据平均数的定义求解即可.

【详解】

$$\text{每个班级回收废纸的平均重量} = \frac{4.5+4.4+5.1+3.3+5.7}{5} = 4.6\text{kg}.$$

故选: C.

【点睛】

本题考查了平均数, 理解平均数的定义是解题的关键.

6. C

【分析】

根据一次函数的增减性加以判断即可.

【详解】

解: 在一次函数 $y=2x+1$ 中,

$$\because k=2>0,$$

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大.

$$\because 2 < \frac{9}{4},$$

$$\therefore \sqrt{2} < \frac{3}{2}.$$

$$\therefore m < n.$$

故选：C

【点睛】

本题考查了一次函数的性质、实数的大小比较等知识点，熟知一次函数的性质是解题的关键.

7. D

【分析】

分析题意，找到两个等量关系，分别列出方程，联立即可.

【详解】

设甲种型号无人机 x 架，乙种型号无人机 y 架

$\because$ 甲种型号无人机架数比总架数的一半多 11 架，

$$\therefore x = \frac{1}{2}(x + y) + 11$$

$\because$ 乙种型号无人机架数比总架数的三分之一少 2 架

$$\therefore y = \frac{1}{3}(x + y) - 2$$

$$\text{联立可得: } \begin{cases} x = \frac{1}{2}(x + y) + 11 \\ y = \frac{1}{3}(x + y) - 2 \end{cases}$$

故选：D.

【点睛】

本题考查实际问题与二元一次方程组. 关键在于找到题中所对应的等量关系式.

8. B

【分析】

根据二次函数图象左加右减，上加下减的平移规律进行解答即可.

【详解】

解：函数 $y = x^2 + kx - k^2$ 向右平移 3 个单位，得： $y = (x - 3)^2 + k(x - 3) - k^2$ ；

再向上平移 1 个单位，得： $y = (x - 3)^2 + k(x - 3) - k^2 + 1$ ，

$\because$ 得到的抛物线正好经过坐标原点

$$\therefore 0 = (0-3)^2 + k(0-3) - k^2 + 1 \text{ 即 } k^2 + 3k - 10 = 0$$

解得: $k = -5$ 或 $k = 2$

$\because$ 抛物线 $y = x^2 + kx - k^2$ 的对称轴在 y 轴右侧

$$\therefore x = -\frac{k}{2} > 0$$

$$\therefore k < 0$$

$$\therefore k = -5$$

故选: B .

【点睛】

此题主要考查了函数图象的平移, 要求熟练掌握平移的规律: 左加右减, 上加下减.

9. B

【分析】

利用平行四边形的性质、翻折不变性可得 $\triangle AEC$ 为等腰直角三角形, 根据已知条件可得 CE 得长, 进而得出 ED 的长, 再根据勾股定理可得出 $B'D$;

【详解】

解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$$\therefore AB = CD \quad \angle B = \angle ADC = 60^\circ, \quad \angle ACB = \angle CAD$$

由翻折可知: $BA = AB' = DC$, $\angle ACB = \angle ACB' = 45^\circ$,

$\therefore \triangle AEC$ 为等腰直角三角形

$$\therefore AE = CE$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle AEB' \cong \text{Rt}\triangle CDE$$

$$\therefore EB' = DE$$

$$\because \text{在等腰 Rt}\triangle AEC \text{ 中, } AC = \sqrt{6}$$

$$\therefore CE = \sqrt{3}$$

$$\because \text{在 Rt}\triangle DEC \text{ 中, } CE = \sqrt{3}, \quad \angle ADC = 60^\circ$$

$$\therefore \angle DCE = 30^\circ$$

$$\therefore DE = 1$$

在等腰 $\text{Rt}\triangle DEB'$ 中, $EB' = DE = 1$

$$\therefore B'D = \sqrt{2}$$

故选：B

【点睛】

本题考查翻折变换、等腰三角形的性质、勾股定理、平行四边形的性质等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

10. D

【分析】

由题意，先求出 $PA = t + 1$ ， $PB = 9 - t$ ，然后利用再求出圆锥的底面积进行计算，即可求出函数表达式，然后进行判断即可.

【详解】

解：根据题意，

$\because AB = 10$ ， $AC = BD = 1$ ，且已知点 P 从点 C 出发，以每秒 1 个单位长度的速度沿着 AB 向点 D 移动，到达点 D 后停止移动，则 $0 \leq t \leq 8$ ，

$$\therefore PA = t + 1,$$

$$\therefore PB = 10 - (t + 1) = 9 - t,$$

$$\text{由 } PA \text{ 的长为半径的扇形的弧长为: } \frac{60\pi(t+1)}{180} = \frac{\pi(t+1)}{3}$$

$$\therefore \text{用 } PA \text{ 的长为半径的扇形围成的圆锥的底面半径为 } \frac{t+1}{6}$$

$$\therefore \text{其底面的面积为 } \frac{\pi(t+1)^2}{36}$$

$$\text{由 } PB \text{ 的长为半径的扇形的弧长为: } \frac{60\pi(9-t)}{180} = \frac{\pi(9-t)}{3}$$

$$\therefore \text{用 } PB \text{ 的长为半径的扇形围成的圆锥的底面半径为 } \frac{9-t}{6}$$

$$\therefore \text{其底面的面积为 } \frac{\pi(9-t)^2}{36}$$

$$\therefore \text{两者的面积和 } S = \frac{\pi(t+1)^2}{36} + \frac{\pi(9-t)^2}{36} = \frac{1}{18}\pi(t^2 - 8t + 41)$$

$\therefore$ 图像为开口向上的抛物线，且当 $t = 4$ 时有最小值；

故选：D.

【点睛】

本题考查了扇形的面积公式，二次函数的最值，二次函数的性质，线段的动点问题，解题的

关键是熟练掌握扇所学的知识，正确的求出函数的表达式.

11. 1.6×10^7

【详解】

科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时， n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时， n 是负数.

$$16000000 = 1.6 \times 10^7.$$

12. $(x-1)^2$

【分析】

直接利用乘法公式分解因式得出答案.

【详解】

$$\text{解: } x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2.$$

$$\text{故答案为: } (x - 1)^2.$$

【点睛】

此题主要考查了公式法分解因式，正确应用乘法公式是解题关键.

13. $\frac{2}{9}$

【分析】

先判断黑色区域的面积，再利用概率公式计算即可

【详解】

解: 因为正方形的两条对角线将正方形分成面积相等的四个三角形，即四个黑色三角形的面积等于一个小正方形的面积，所以黑色区域的面积为 2 个小正方形的面积，而共有 9 个小正方形则有小球停留在黑色区域的概率是 $P = \frac{2}{9}$

$$\text{故答案为: } \frac{2}{9}$$

【点睛】

本题考查概率的计算，正方形的性质、熟练掌握概率公式是关键

14. 54°

【分析】

首先根据等腰三角形的性质得出 $\angle A = \angle AEF$ ，再根据三角形的外角和定理得出 $\angle A + \angle AEF = \angle CFE$ ，求出 $\angle A$ 的度数，最后根据三角形的内角和定理求出 $\angle B$ 的度数即可.

【详解】

$$\because AF = EF,$$

$$\therefore \angle A = \angle AEF,$$

$$\because \angle A + \angle AEF = \angle CFE = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 36^\circ,$$

$$\because \angle C = 90^\circ, \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C = 54^\circ.$$

故答案为: 54° .

【点睛】

本题考查了三角形的外角和定理，等腰三角形的性质，掌握相关定理和性质是解题的关键.

15. 3

【分析】

根据 $m + 2n = 1$ ，将式子 $3m^2 + 6mn + 6n$ 进行变形，然后代入求出值即可.

【详解】

$$\because m + 2n = 1,$$

$$\therefore 3m^2 + 6mn + 6n = 3m(m + 2n) + 6n = 3m + 6n = 3(m + 2n) = 3.$$

故答案为: 3.

【点睛】

本题考查了代数式的求值，解题的关键是利用已知代数式求值.

16. $0 < x < \frac{1}{2}$

【分析】

根据 $2x + y = 1$ 可得 $y = -2x + 1$ ， $k = -2 < 0$ 进而得出，当 $y = 0$ 时， x 取得最大值，当 $y = 1$ 时， x 取得最小值，将 $y = 0$ 和 $y = 1$ 代入解析式，可得答案.

【详解】

解：根据 $2x + y = 1$ 可得 $y = -2x + 1$,

$$\therefore k = -2 < 0$$

$$\therefore 0 < y < 1,$$

$$\therefore \text{当 } y=0 \text{ 时, } x \text{ 取得最大值, 且最大值为 } \frac{1}{2},$$

$$\text{当 } y=1 \text{ 时, } x \text{ 取得最小值, 且最小值为 } 0,$$

$$\therefore 0 < x < \frac{1}{2}$$

$$\text{故答案为: } 0 < x < \frac{1}{2}.$$

【点睛】

此题考查了一次函数的性质，熟练掌握一次函数的性质是解题的关键．

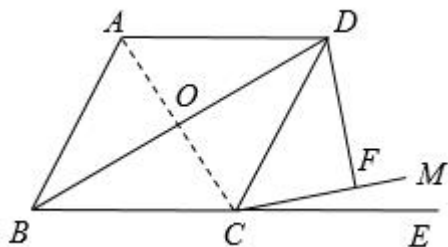
$$17. \quad 2\sqrt{5}$$

【分析】

先由菱形的性质得出 $\angle DCE = 70^\circ$ ，求得 $\angle DCF = 55^\circ$ ，再根据直角三角形两锐角互余得 $\angle CDF = 35^\circ$ ，连接 AC 交 BD 于点 O ，根据菱形的性质得 $\angle DOC = 90^\circ$ ， $\angle BDC = 35^\circ$ ，根据 AAS 证明 $\triangle CDO \cong \triangle CDF$ 可得 $DO = DF = \sqrt{5}$ ，从而可求出 $BD = 2\sqrt{5}$ ．

【详解】

解：连接 AC ，如图，



$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore AB \parallel CD, \quad \angle DOC = 90^\circ, \quad BD = 2DO$$

$$\therefore \angle DCE = \angle ABC = 70^\circ$$

$$\therefore \angle ECM = 15^\circ$$

$$\therefore \angle DCM = 55^\circ$$

$$\therefore DF \perp CM$$

$$\therefore \angle CDF = 35^\circ$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore \angle CDB = \frac{1}{2} \angle ADC = \frac{1}{2} \angle ABC = 35^\circ$$

$$\therefore \angle CDF = \angle CDO$$

在 $\triangle CDO$ 和 $\triangle CDF$ 中,

$$\begin{cases} \angle CDO = \angle CDF \\ \angle COD = \angle CFD = 90^\circ \\ CD = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CDO \cong \triangle CDF$$

$$\therefore DO = DF = \sqrt{5}$$

$$\therefore BD = 2DO = 2\sqrt{5}$$

故答案为: $2\sqrt{5}$.

【点睛】

此题主要考查了菱形的性质以及全等三角形的判定与性质, 连接 AC 并证明

$\triangle CDO \cong \triangle CDF$ 是解答此题的关键.

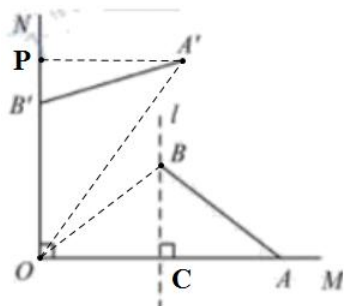
18. $\frac{24}{5}$

【分析】

添加辅助线, 连接 OA' 、 OB , 过 A' 点作 $A'P \perp ON$ 交 ON 与点 P . 根据旋转的性质, 得到 $\triangle A'B'O \cong \triangle ABO$, 在 $Rt\triangle A'PO$ 和中, $\angle B'OA = \angle BOA$, 根据三角函数和已知线段的长度求出点 A' 到射线 ON 的距离 $d = A'P$.

【详解】

如图所示, 连接 OA' 、 OB , 过 A' 点作 $A'P \perp ON$ 交 ON 与点 P .



$\therefore$ 线段 AB 绕点 O 按逆时针方向旋转得到对应线段 $A'B'$

$$\therefore OA' = OA = 8, \quad \angle B'OB = \angle A'OA$$

$$\therefore \angle B'OB - \angle BOA' = \angle A'OA - \angle BOA'$$

即 $\angle B'OA' = \angle BOA$

$\because$ 点 B 在线段 OA 的垂直平分线 l 上

$$\therefore OC = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2} \times 8 = 4, \quad OB = AB = 5$$

$$BC = \sqrt{OB^2 - OC^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

$\because \angle B'OA' = \angle BOA$

$$\therefore \sin \angle B'OA' = \frac{A'P}{A'O} = \sin \angle BOA = \frac{BC}{OB}$$

$$\therefore \frac{A'P}{8} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore d = A'P = \frac{24}{5}$$

【点睛】

本题主要考查旋转的性质和三角函数. 对应点到旋转中心的距离相等, 对应点与旋转中心所连的线段的夹角等于旋转角, 旋转前、后的图形全等.

19. -5

【分析】

分别化简算术平方根、绝对值和有理数的乘方, 然后再进行加减运算即可得到答案.

【详解】

$$\text{解: } \sqrt{4} + |-2| - 3^2$$

$$= 2 + 2 - 9$$

$$= -5.$$

【点睛】

此题主要考查了实数的混合运算, 熟练掌握运算法则是解答此题的关键.

$$20. \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}.$$

【详解】

分析: (1) 根据代入消元法, 可得答案.

$$\text{详解: } \begin{cases} 3x - y = -4 \text{ ①} \\ x - 2y = -3 \text{ ②} \end{cases}$$

由②得: $x = -3 + 2y$ ③,

把③代入①得, $3(-3 + 2y) - y = -4$,

解得 $y=1$,

把 $y=1$ 代入③得: $x=-1$,

则原方程组的解为: $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$.

点睛: 此题考查了解二元一次方程组, 利用了消元的思想, 消元的方法有: 代入消元法与加减消元法.

21. $x+1, \sqrt{3}$

【分析】

先算分式的加法, 再算乘法运算, 最后代入求值, 即可求解.

【详解】

解: 原式 $= \frac{x-1+1}{x-1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x} = x+1$.

当 $x = \sqrt{3}-1$ 时, 原式 $= \sqrt{3}$.

【点睛】

本题主要考查分式的化简求值, 熟练掌握分式的通分和约分, 是解题的关键.

22. (1) 50, 见解析; (2) 10; (3) 200 名

【分析】

(1) 根据参加“折扇”的人数除以所占的百分比即可求出参加问卷的学生人数, 再用总人数减去参加“折扇”、“刺绣”和“陶艺”的人数即可得到参加“剪纸”的人数, 从而可补全条形统计图;

(2) 用选择“陶艺”课程的学生人数除以总人数即可得到结果;

(3) 先求出样本中参加“刺绣”课程的百分比, 再用八年级人数乘以这个百分比即可得到结论.

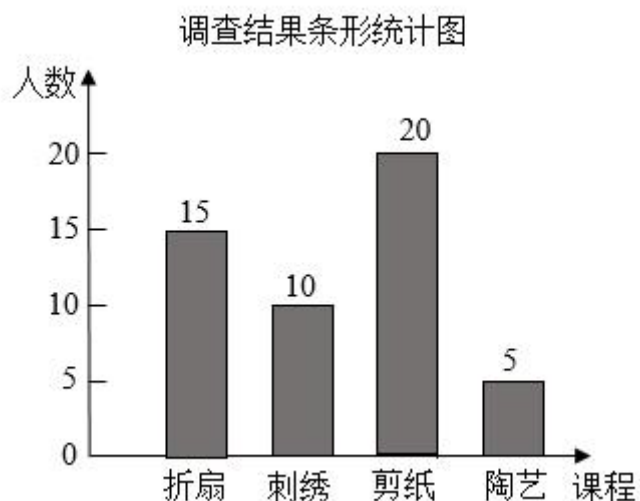
【详解】

解: (1) $15 \div 30\% = 50$ (人),

所以, 参加问卷调查的学生人数为 50 名,

参加“剪纸”课程的人数为: $50-15-10-5=20$ (名)

画图并标注相应数据, 如下图所示.



故答案为：50；

(2) $5 \div 50 = 0.1 = 10\%$

故答案为 10；

(3) 由题意得： $1000 \times \frac{10}{50} = 200$ (名).

答：选择“刺绣”课程有 200 名学生.

【点睛】

本题考查条形统计图、扇形统计图、用样本估计总体，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用数形结合的思想解答.

23. (1) $\frac{1}{4}$ ；(2) 公平，见解析

【分析】

(1) 列举出所有可能，进而求出概率；

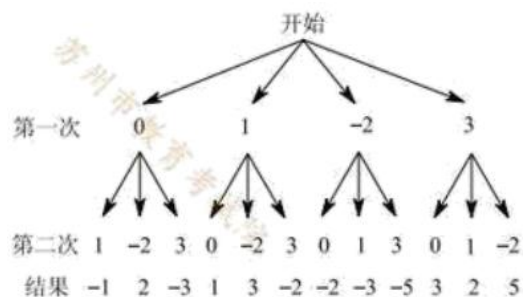
(2) 利用树状图法列举出所有可能，再利用概率公式进而得出甲、乙获胜的概率即可得出答案.

【详解】

解：(1) 共有 4 种等可能的结果，其中数字是负数情况占 1 种

$$P(\text{数字是负数}) = \frac{1}{4};$$

(2) 用树状图或表格列出所有等可能的结果:



∵ 共有 12 种等可能的结果，两个数的差为非负数的情况有 6 种，

$$\therefore P(\text{结果为非负数}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2},$$

$$P(\text{结果为负数}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}.$$

∴ 游戏规则公平.

【点睛】

本题考查的是概率以及游戏公平性的判断. 判断游戏公平性就要计算每个参与者取胜的概率, 概率相等就公平, 否则就不公平. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

24. $k = 6$

【分析】

先根据一次函数 $y = -3x + k$ 求出点 C 的坐标, 进而可表示出点 B 的横坐标, 再代入反比例

函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 即可求得点 B 的坐标, 再结合点 D 为 AB 的中点可得点 D 的坐标, 最后将

点 D 坐标代入一次函数 $y = -3x + k$ 即可求得答案.

【详解】

解: 把 $y = 0$ 代入 $y = -3x + k$, 得 $x = \frac{k}{3}$.

$$\therefore C\left(\frac{k}{3}, 0\right).$$

∵ $BC \perp x$ 轴,

$$\therefore \text{点 } B \text{ 横坐标为 } \frac{k}{3}.$$

把 $x = \frac{k}{3}$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 得 $y = 3$.

$$\therefore B\left(\frac{k}{3}, 3\right).$$

∵ 点 D 为 AB 的中点,

$$\therefore AD = BD.$$

$$\therefore D\left(\frac{k}{6}, 3\right).$$

$$\because \text{点 } D\left(\frac{k}{6}, 3\right) \text{ 在直线 } y = -3x + k \text{ 上,}$$

$$\therefore 3 = -3 \times \frac{k}{6} + k.$$

$$\therefore k = 6.$$

【点睛】

本题考查了一次函数与反比例函数的交点问题，涉及的知识有：待定系数法确定一次函数、反比例函数解析式，坐标与图形性质，矩形的性质，熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

$$25. (1) \text{ 见解析; } (2) \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

【分析】

(1) 由圆内接四边形的性质可知 $\angle A + \angle BCD = 180^\circ$ ，再由 $\angle DCE + \angle BCD = 180^\circ$ ，即可得出 $\angle A = \angle DCE$ ．根据圆周角定理结合题意可知 $\widehat{AD} = \widehat{CD}$ ，即得出 $AD = CD$ ．由此易证 $\triangle ABD \cong \triangle CED(SAS)$ ，即得出 $BD = ED$ ．

(2) 过点 D 作 $DM \perp BE$ ，垂足为 M ．根据题意可求出 $BE = 10$ ，结合 (1) 可知 $BM = EM = \frac{1}{2}BE = 5$ ，即可求出 $CM = 1$ ．根据题意又可求出 $\angle 2 = 30^\circ$ ，利用三角函数即可求出 $DM = \frac{5\sqrt{3}}{3}$ ，最后再利用三角函数即可求出最后结果．

【详解】

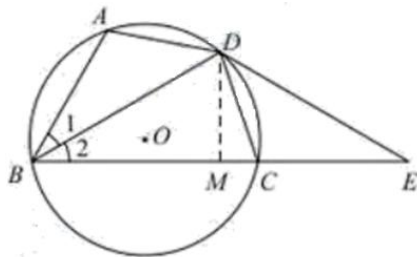
(1) 证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是圆的内接四边形，
 $\therefore \angle A + \angle BCD = 180^\circ$.
 $\because \angle DCE + \angle BCD = 180^\circ$,
 $\therefore \angle A = \angle DCE$.
 $\because \angle 1 = \angle 2$,
 $\therefore \widehat{AD} = \widehat{CD}$,
 $\therefore AD = CD$.

$$\text{在 } \triangle ABD \text{ 和 } \triangle CED \text{ 中, } \begin{cases} AB = CE \\ \angle A = \angle DCE \\ AD = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CED(SAS),$$

$$\therefore BD = ED.$$

(2) 解: 如图, 过点 D 作 $DM \perp BE$, 垂足为 M .



$$\because BC = 6, AB = CE = 4,$$

$$\therefore BE = BC + CE = 10.$$

由 (1) 知 $BD = ED$.

$$\therefore BM = EM = \frac{1}{2}BE = 5.$$

$$\therefore CM = BC - BM = 1.$$

$$\because \angle ABC = 60^\circ, \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 2 = 30^\circ.$$

$$\therefore DM = BM \cdot \tan 30^\circ = 5 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{5\sqrt{3}}{3}.$$

$$\therefore \tan \angle DCB = \frac{DM}{CM} = \frac{5\sqrt{3}}{3}.$$

【点睛】

本题为圆的综合题. 考查圆内接四边形的性质, 圆周角定理, 全等三角形的判定和性质, 等腰三角形的判定和性质以及解直角三角形. 利用数形结合的思想并正确作出辅助线是解答本题的关键.

$$26. (1) A(m, 0), B(1, 0), C\left(\frac{m+1}{2}, 0\right); (2) m = -\frac{1}{5}$$

【分析】

(1) 把 $y=0$ 代入函数解析式, 可得 $x^2 - (m+1)x + m = 0$, 再利用因式分解法解方程可得 A, B 的坐标, 再求解函数的对称轴, 可得 C 的坐标;

(2) 先证明 $\triangle COD \sim \triangle CDB$, 利用相似三角形的性质求解 $CD^2 = \frac{1-m^2}{4}$, 利用三角形的中位线定理再求解 $OF^2 = 4CD^2 = 1-m^2$. 再利用勾股定理求解 $AF=1$, 如图, 当点 F 、 Q 、 B 三点共线时, $FQ + AQ$ 的长最小, 此时 $\triangle AFQ$ 的周长最小. 可得 $BF = \frac{7}{5}$. 再利用勾股定理列方程, 解方程可得答案.

【详解】

解: (1) 令 $y=0$, 则 $x^2 - (m+1)x + m = 0$,

$$\therefore (x-1)(x-m) = 0,$$

$$\therefore x_1 = m, x_2 = 1,$$

$$\therefore A(m, 0), B(1, 0),$$

$$\therefore \text{对称轴为直线 } x = \frac{m+1}{2},$$

$$\therefore C\left(\frac{m+1}{2}, 0\right).$$

(2) 在 $Rt \triangle ODB$ 中, $CD \perp OB$, $OD \perp BD$,

$$\therefore \angle ODB = \angle OCD = 90^\circ,$$

$$\because \angle DOC = \angle BOD,$$

$$\therefore \triangle COD \sim \triangle CDB,$$

$$\therefore \frac{CD}{CB} = \frac{CO}{CD},$$

$$\because C\left(\frac{m+1}{2}, 0\right), B(1, 0),$$

$$\therefore OC = \frac{m+1}{2}, BC = 1 - \frac{m+1}{2} = \frac{1-m}{2}.$$

$$\therefore CD^2 = OC \cdot CB = \frac{m+1}{2} \cdot \frac{1-m}{2} = \frac{1-m^2}{4}.$$

$\because CD \perp x$ 轴, $OF \perp x$ 轴,

$\therefore CD \parallel OF$.

$\because OC = EC$,

$\therefore OF = 2CD$.

$\therefore OF^2 = 4CD^2 = 1 - m^2$.

在 $Rt\triangle AOF$ 中, $AF^2 = OA^2 + OF^2$,

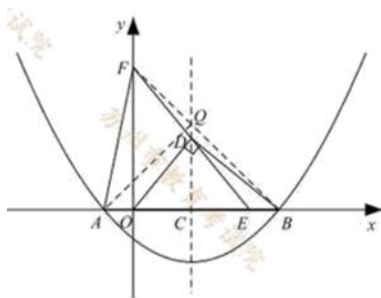
$\therefore AF^2 = m^2 + 1 - m^2 = 1$, 即 $AF = 1$. (负根舍去)

$\because$ 点 A 与点 B 关于对称轴对称,

$\therefore QA = QB$.

$\therefore$ 如图, 当点 F 、 Q 、 B 三点共线时, $FQ + AQ$ 的长最小, 此时 $\triangle AFQ$ 的周长最小.

$\therefore \triangle AFQ$ 的周长的最小值为 $\frac{12}{5}$,



$\therefore FQ + AQ$ 的长最小值为 $\frac{12}{5} - 1 = \frac{7}{5}$, 即 $BF = \frac{7}{5}$.

$\because OF^2 + OB^2 = BF^2$, $\therefore 1 - m^2 + 1 = \frac{49}{25}$.

$\therefore m = \pm \frac{1}{5}$.

$\because -1 < m < 0$,

$\therefore m = -\frac{1}{5}$.

【点睛】

本题考查的求解二次函数与坐标轴的交点坐标以及对称轴方程, 图形与坐标, 二次函数的对称性, 勾股定理的应用, 相似三角形的判定与性质, 灵活应用二次函数的性质是解题的关键.

27. (1) 甲 600 立方米, 乙 240 立方米; (2) ① $a = 37.5$; ② $h = -\frac{1}{2}t + \frac{9}{2} (6 \leq t \leq 9)$.

【分析】

(1) 根据题意画出图形即可直接得出正方形 $ABCD$ 的边长 $AB = 10$ ，即可求出容器甲的容积；连接 FH ，由圆周角定理的推论可知 FH 为直径，即 $FH = 10$ ，再在 $Rt\triangle EFH$ 中，根据勾股定理即可求出 EF 和 EH 的长，即可求出容器乙的容积。

(2) 根据题意可求出容器甲的底面积为 100 平方米，容器乙的底面积为 40 平方米。

①当 $t = 4$ 时，根据题意即可求出此时 h 的值，即得出 M 点坐标。由 MN 平行于横轴，即得出 N 点坐标，即 6 小时后高度差仍为 h 米，由此即可列出关于 a 的等式，解出 a 即可。

②设注水 b 小时后， $h_{\text{乙}} - h_{\text{甲}} = 0$ ，根据题意可列出关于 b 的等式，解出 b 即得到 P 点坐标。设线段 PN 所在直线的解析式为 $h = kt + m$ ，利用待定系数法即可求出其解析式。

【详解】

(1) 由图知，正方形 $ABCD$ 的边长 $AB = 10$ ，

$\therefore$ 容器甲的容积为 $10^2 \times 6 = 600$ 立方米。

如图，连接 FH ，

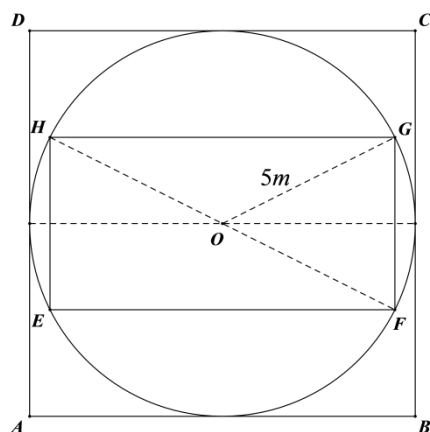
$\because \angle FEH = 90^\circ$ ，

$\therefore FH$ 为直径。

在 $Rt\triangle EFH$ 中， $EF = 2EH$ ， $FH = 10$ ，

根据勾股定理，得 $EF = 4\sqrt{5}$ ， $EH = 2\sqrt{5}$ ，

$\therefore$ 容器乙的容积为 $2\sqrt{5} \times 4\sqrt{5} \times 6 = 240$ 立方米。



(2) 根据题意可求出容器甲的底面积为 $10 \times 10 = 100$ 平方米，容器乙的底面积为

$2\sqrt{5} \times 4\sqrt{5} = 40$ 平方米。

①当 $t = 4$ 时， $h = \frac{4 \times 25}{40} - \frac{4 \times 25}{100} = 2.5 - 1 = 1.5$ 。

$\because MN$ 平行于横轴,

$$\therefore M(4, 1.5), N(6, 1.5).$$

由上述结果, 知 6 小时后高度差仍为 1.5 米,

$$\therefore \frac{25 \times 6}{40} - \frac{25 \times 6 + 2a}{100} = 1.5.$$

解得 $a = 37.5$.

$$\textcircled{2} \text{ 设注水 } b \text{ 小时后, } h_{\text{乙}} - h_{\text{甲}} = 0, \text{ 则有 } \frac{25b}{40} - \frac{25b + (b-4) \times 37.5 + (b-6) \times 50}{100} = 0.$$

解得 $b = 9$, 即 $P(9, 0)$.

设线段 PN 所在直线的解析式为 $h = kt + m$,

$\because N(6, 1.5)$ 、 $P(9, 0)$ 在直线 PN 上,

$$\therefore \begin{cases} 1.5 = 6k + m \\ 0 = 9k + m \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ m = \frac{9}{2} \end{cases}.$$

$\therefore$ 线段 PN 所在直线的解析式为 $h = -\frac{1}{2}t + \frac{9}{2} (6 \leq t \leq 9)$.

【点睛】

本题考查圆的内接和外切四边形的性质, 圆周角定理, 勾股定理以及一次函数的实际应用. 根据题意画出图形求出两个容器的各边长和理解题意找出等量关系是解答本题的关键.

28. (1) =; (2) 见解析; (3) $\frac{1}{4}$

【分析】

(1) 由四边形 $ABCD$ 为矩形及 $GH \parallel AB$, $EF \parallel AD$, 证明四边形 $PFCH$ 为矩形, 四边形 $AGPE$ 、 $GDFP$ 、 $EPHB$ 均为矩形. 再利用矩形的面积公式求解四边形 $EBHP$ 的面积与四边形 $GPFD$ 的面积, 从而可得答案;

(2) 由 $PP_1 = PG$, $PP_2 = PE$, 结合 $PE \cdot PH = 2ab$, $PG \cdot PF = 2ab$, 结合 $\angle FPP_2 = \angle HPP_1$, 证明 $\triangle PP_2F \sim \triangle PP_1H$. 可得 $\angle PFP_2 = \angle PHP_1$. 从而可得结论;

(3) 解法一：连接 PP_1P_2 ， FH ，证明 $\triangle PP_1P_2 \sim \triangle CFH$ ，可得 $\frac{S_{\triangle PP_1P_2}}{S_{\triangle CFH}} = \left(\frac{PP_2}{FH}\right)^2 = \frac{1}{4}$ 。再

证明 $\triangle P_1QP_2 \sim \triangle FQH$ ，可得 $\frac{S_{\triangle P_1QP_2}}{S_{\triangle FQH}} = \left(\frac{P_1P_2}{FH}\right)^2 = \frac{1}{4}$ ，从而可得答案；

解法二：连接 P_1P_2 、 FH 。证明四边形 $PP_1OP_2 \sim$ 的四边形 $CFQH$ ，从而可得答案。

【详解】

解：(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形，

$$\therefore \angle BAD = \angle B = \angle C = 90^\circ.$$

$$\because GH \parallel AB,$$

$$\therefore \angle B = \angle GHC = 90^\circ, \quad \angle BAD = \angle PGD = 90^\circ.$$

$$\because EF \parallel AD,$$

$$\therefore \angle PGD = \angle HPF = 90^\circ.$$

$\therefore$ 四边形 $PFCH$ 为矩形。

同理可得：四边形 $AGPE$ 、 $GDFP$ 、 $EPHB$ 均为矩形。

$$\because AG = a, \quad AE = b, \quad AG : GD = AE : EB = 1 : 2,$$

$$\therefore PE = a, \quad PG = b, \quad GD = PF = 2a, \quad EB = PH = 2b.$$

$$\therefore \text{四边形 } EBHP \text{ 的面积} = PE \cdot PH = 2ab, \quad \text{四边形 } GPFD \text{ 的面积} = PG \cdot PF = 2ab.$$

$\therefore$ 四边形 $EBHP$ 的面积 = 四边形 $GPFD$ 的面积。

$$(2) \because PP_1 = PG, \quad PP_2 = PE, \quad \text{由 (1) 中 } PE \cdot PH = 2ab, \quad PG \cdot PF = 2ab,$$

$$\therefore PP_2 \cdot PH = PP_1 \cdot PF, \quad \text{即 } \frac{PP_2}{PP_1} = \frac{PF}{PH},$$

$$\because \angle FPP_2 = \angle HPP_1,$$

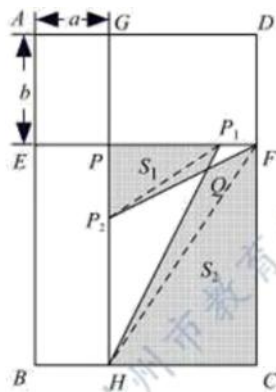
$$\therefore \triangle PP_2F \sim \triangle PP_1H.$$

$$\therefore \angle PFP_2 = \angle PHP_1.$$

$$\because \angle P_1QF = \angle P_2QH,$$

$$\therefore \triangle P_1FQ \sim \triangle P_2HQ.$$

(3) 解法一：连接 P_1P_2 ， FH ，



$$\therefore \frac{PP_2}{CH} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}, \quad \frac{PP_1}{CF} = \frac{b}{2b} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{PP_2}{CH} = \frac{PP_1}{CF}.$$

$$\therefore \angle P_1PP_2 = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle PP_1P_2 \sim \triangle CFH.$$

$$\therefore \frac{PP_2}{FH} = \frac{PP_1}{CF} = \frac{1}{2}, \quad \frac{S_{\triangle PP_1P_2}}{S_{\triangle CFH}} = \left(\frac{PP_2}{FH} \right)^2 = \frac{1}{4}.$$

$$\text{由 (2) } \triangle P_1FQ \sim \triangle P_2HQ, \text{ 得 } \frac{P_1Q}{P_2Q} = \frac{FQ}{HQ},$$

$$\therefore \frac{P_1Q}{FQ} = \frac{P_2Q}{HQ}.$$

$$\therefore \angle P_1QP_2 = \angle FQH,$$

$$\therefore \triangle P_1QP_2 \sim \triangle FQH.$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle P_1QP_2}}{S_{\triangle FQH}} = \left(\frac{P_1P_2}{FH} \right)^2 = \frac{1}{4}.$$

$$\therefore S_1 = S_{\triangle PP_1P_2} + S_{\triangle P_1P_2Q},$$

$$\therefore S_1 = \frac{1}{4}S_{\triangle CFH} + \frac{1}{4}S_{\triangle FQM} = \frac{1}{4}(S_{\triangle CFH} + S_{\triangle FQM}) = \frac{1}{4}S_2.$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{4}.$$

解法二：连接 P_1P_2 、 FH 。

$$\therefore \frac{PP_2}{CH} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}, \quad \frac{PP_1}{CF} = \frac{b}{2b} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{PP_2}{CH} = \frac{PP_1}{CF}.$$

$$\therefore \angle P_1PP_2 = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle PP_1P_2 \sim \triangle CFH.$$

$$\therefore \frac{P_1P_2}{FH} = \frac{PP_1}{CF} = \frac{1}{2}, \quad \angle PP_1P_2 = \angle CFH, \quad \angle PP_2P_1 = \angle CHF.$$

由 (2) 中 $\triangle P_1FQ \sim \triangle P_2HQ$, 得 $\frac{P_1Q}{P_2Q} = \frac{FQ}{HQ},$

$$\therefore \frac{P_1Q}{FQ} = \frac{P_2Q}{HQ}.$$

$$\therefore \angle P_1QP_2 = \angle FQH,$$

$$\therefore \triangle P_1QP_2 \sim \triangle FQH.$$

$$\therefore \frac{P_1Q}{FQ} = \frac{P_2Q}{QH} = \frac{P_1P_2}{FH} = \frac{1}{2}, \quad \angle P_2P_1Q = \angle HFQ, \quad \angle PP_2Q = \angle FHQ.$$

$$\therefore \frac{P_1Q}{FQ} = \frac{P_2Q}{HQ} = \frac{PP_1}{CF} = \frac{PP_2}{CH} = \frac{1}{2}, \quad \angle PP_1Q = \angle CFQ, \quad \angle PP_2Q = \angle CHQ.$$

$$\text{又 } \angle P_1PP_2 = \angle C, \quad \angle P_1QP_2 = \angle FQH,$$

$$\therefore \text{四边形 } PP_1OP_2 \sim \text{四边形 } CFQH.$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{PP_1}{CF} \right)^2 = \frac{1}{4}.$$

【点睛】

本题考查的是矩形的性质，矩形的判定，相似三角形的判定与性质，相似四边形的判定与性质，构建相似三角形的模型是解题的关键.