

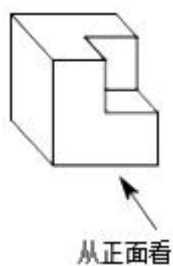
2020 年镇江市中考数学试卷

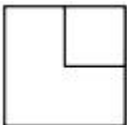
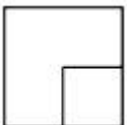
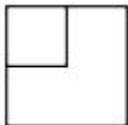
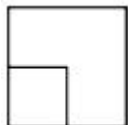
一、选择题（共 6 小题）.

1. 下列计算正确的是()

- A. $a^3 + a^3 = a^6$ B. $(a^3)^2 = a^6$ C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $(ab)^3 = ab^3$

2. 如图，将棱长为 6 的正方体截去一个棱长为 3 的正方体后，得到一个新的几何体，这个几何体的主视图是()

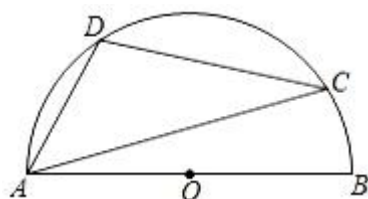


- A.  B.  C.  D. 

3. 一次函数 $y = kx + 3 (k \neq 0)$ 的函数值 y 随 x 的增大而增大，它的图象不经过的象限是()

- A. 第一 B. 第二 C. 第三 D. 第四

4. 如图， AB 是半圆的直径， C 、 D 是半圆上的两点， $\angle ADC = 106^\circ$ ，则 $\angle CAB$ 等于()

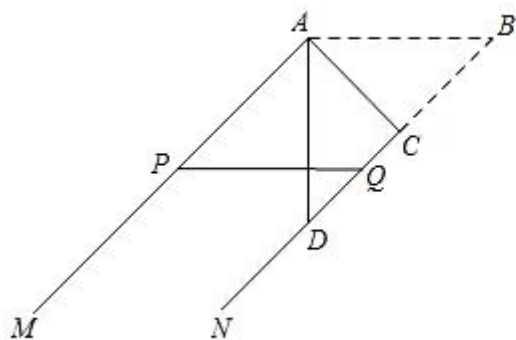


- A. 10° B. 14° C. 16° D. 26°

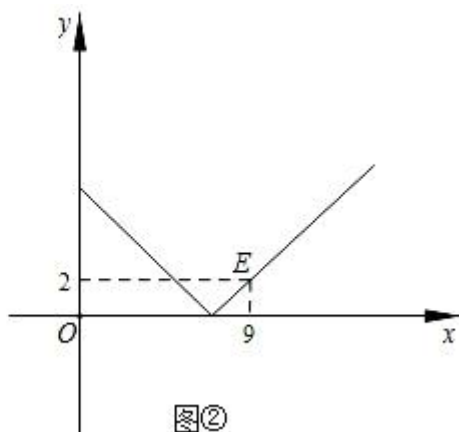
5. 点 $P(m, n)$ 在以 y 轴为对称轴的二次函数 $y = x^2 + ax + 4$ 的图象上，则 $m - n$ 的最大值等于()

- A. $\frac{15}{4}$ B. 4 C. $-\frac{15}{4}$ D. $-\frac{17}{4}$

6. 如图①， $AB = 5$ ，射线 $AM \parallel EN$ ，点 C 在射线 EN 上，将 $\triangle ABC$ 沿 AC 所在直线翻折，点 B 的对应点 D 落在射线 EN 上，点 P 、 Q 分别在射线 AM 、 EN 上， $PQ \parallel AB$ ，设 $AP = x$ ， $QD = y$ ，若 y 关于 x 的函数图象（如图②）经过点 $E(9, 2)$ ，则 $\cos B$ 的值等于()



图①



图②

A. $\frac{2}{5}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{7}{10}$

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，共 24 分）

7. $\frac{2}{3}$ 的倒数等于_____.

8. 使 $\sqrt{x-2}$ 有意义的 x 的取值范围是_____.

9. 分解因式: $9x^2 - 1 =$ _____.

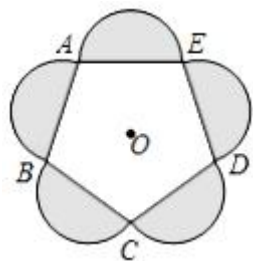
10. 2020 年我国将完成脱贫攻坚目标任务. 从 2012 年底到 2019 年底, 我国贫困人口减少了 93480000 人, 用科学记数法把 93480000 表示为_____.

11. 一元二次方程 $x^2 - 2x = 0$ 的两根分别为_____.

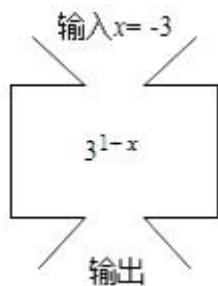
12. 一只不透明的袋子中装有 5 个红球和 1 个黄球, 这些球除颜色外都相同, 搅匀后从中任意摸出 1 个球, 摸出红球的概率等于_____.

13. 圆锥底面圆半径为 5, 母线长为 6, 则圆锥侧面积等于_____.

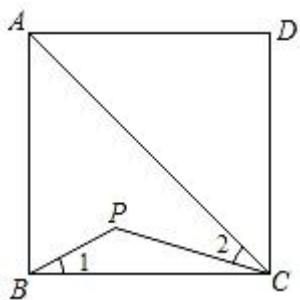
14. 点 O 是正五边形 $ABCDE$ 的中心, 分别以各边为直径向正五边形的外部作半圆, 组成了一幅美丽的图案 (如图). 这个图案绕点 O 至少旋转_____° 后能与原来的图案互相重合.



15. 根据数值转换机的示意图, 输出的值为_____.

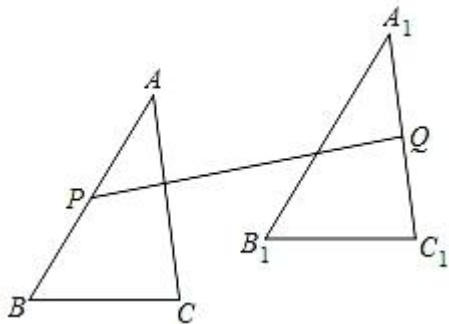


16. 如图，点 P 是正方形 $ABCD$ 内位于对角线 AC 下方的一点， $\angle 1 = \angle 2$ ，则 $\angle BPC$ 的度数为 $\underline{\quad\quad}^\circ$ 。



17. 在从小到大排列的五个数 x , 3, 6, 8, 12 中再加入一个数，若这六个数的中位数、平均数与原来五个数的中位数、平均数分别相等，则 x 的值为 $\underline{\quad\quad}$ 。

18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BC = 3$ ，将 $\triangle ABC$ 平移 5 个单位长度得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，点 P 、 Q 分别是 AB 、 A_1C_1 的中点， PQ 的最小值等于 $\underline{\quad\quad}$ 。



三、解答题（本大题共 10 小题，共 78 分．解答时应写出必要的计算过程、推演步骤或文字说明）

19. (1) 计算： $4\sin 60^\circ - \sqrt{12} + (\sqrt{3}-1)^0$ ；

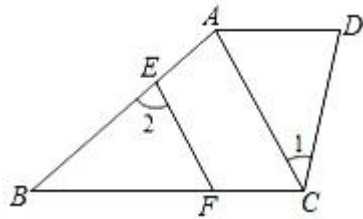
(2) 化简 $(x+1) \div (1 + \frac{1}{x})$ 。

20. (1) 解方程： $\frac{2x}{x+3} = \frac{1}{x+3} + 1$ ；

(2) 解不等式组：
$$\begin{cases} 4x+2 > x-7, \\ 3(x-2) < 4+x. \end{cases}$$

21. 如图, AC 是四边形 $ABCD$ 的对角线, $\angle 1 = \angle B$, 点 E 、 F 分别在 AB 、 BC 上, $BE = CD$, $BF = CA$, 连接 EF .

- (1) 求证: $\angle D = \angle 2$;
- (2) 若 $EF \parallel AC$, $\angle D = 78^\circ$, 求 $\angle BAC$ 的度数.



22. 教育部发布的义务教育质量监测结果报告显示, 我国八年级学生平均每天的睡眠时间达 9 小时及以上的比例为 19.4%. 某校数学社团成员采用简单随机抽样的方法, 抽取了本校八年级 50 名学生, 对他们一周内平均每天的睡眠时间 t (单位: 小时) 进行了调查, 将数据整理后绘制成下表:

平均每天的睡眠时间分组	$5 \leq t < 6$	$6 \leq t < 7$	$7 \leq t < 8$	$8 \leq t < 9$	9 小时及以上
频数	1	5	m	24	n

该样本中学生平均每天的睡眠时间达 9 小时及以上的比例高于全国的这项数据, 达到了 22%.

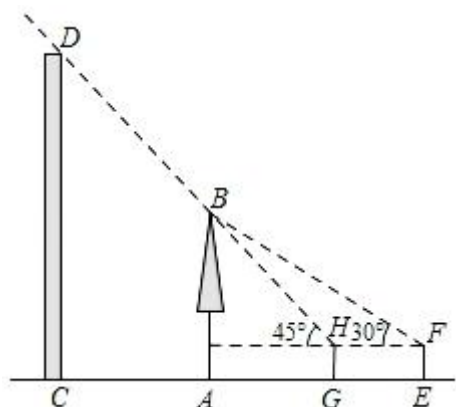
- (1) 求表格中 n 的值;
- (2) 该校八年级共 400 名学生, 估计其中平均每天的睡眠时间在 $7 \leq t < 8$ 这个范围内的人数是多少.

23. 智慧的中国古代先民发明了抽象的符号来表达丰富的含义. 例如, 符号 “☰” 有刚毅的含义, 符号 “☷” 有愉快的含义. 符号中的 “— —” 表示 “阴”, “—” 表示 “阳”, 类似这样自上而下排成的三行符号还有其他的含义. 所有这些三行符号中, 每一行只有一个阴或一个阳, 且出现阴、阳的可能性相同.

- (1) 所有这些三行符号共有____种;
 - (2) 若随机画一个这样的三行符号, 求 “画出一个阴和两个阳的三行符号” 的概率.
24. 如图, 点 E 与树 AB 的根部点 A 、建筑物 CD 的底部点 C 在一条直线上, $AC = 10m$. 小明站在点 E 处观测树顶 B 的仰角为 30° , 他从点 E 出发沿 EC 方向前进 $6m$ 到点 G 时, 观测树顶 B 的仰角为 45° , 此时恰好看不到建筑物 CD 的顶部 D , B 、 D 三点在一条直线

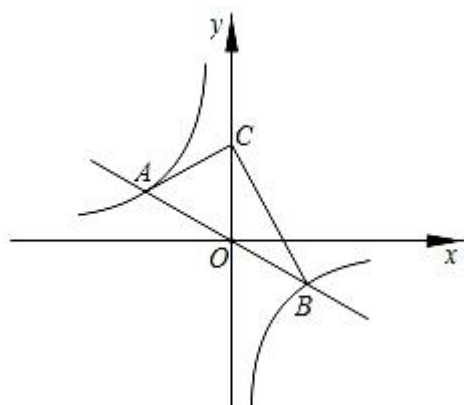
上). 已知小明的眼睛离地面 1.6m , 求建筑物 CD 的高度 (结果精确到 0.1m). (参考数据:

$\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$.)



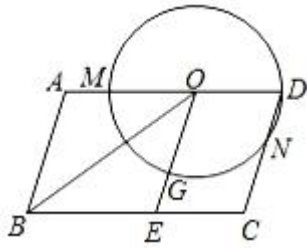
25. 如图, 正比例函数 $y = kx (k \neq 0)$ 的图象与反比例函数 $y = -\frac{8}{x}$ 的图象交于点 $A(n, 2)$ 和点 B .

- (1) $n = \underline{\hspace{2cm}}$, $k = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) 点 C 在 y 轴正半轴上. $\angle ACB = 90^\circ$, 求点 C 的坐标;
- (3) 点 $P(m, 0)$ 在 x 轴上, $\angle APB$ 为锐角, 直接写出 m 的取值范围.



26. 如图, $\square ABCD$ 中, $\angle ABC$ 的平分线 BO 交边 AD 于点 O , $OD = 4$, 以点 O 为圆心, OD 长为半径作 $\odot O$, 分别交边 DA 、 DC 于点 M 、 N . 点 E 在边 BC 上, OE 交 $\odot O$ 于点 G , G 为 $\widehat{MN}$ 的中点.

- (1) 求证: 四边形 $ABEO$ 为菱形;
- (2) 已知 $\cos \angle ABC = \frac{1}{3}$, 连接 AE , 当 AE 与 $\odot O$ 相切时, 求 AB 的长.



27. 【算一算】

如图①，点 A 、 B 、 C 在数轴上， B 为 AC 的中点，点 A 表示 -3 ，点 B 表示 1 ，则点 C 表示的数为____， AC 长等于____；

【找一找】

如图②，点 M 、 N 、 P 、 Q 中的一点是数轴的原点，点 A 、 B 分别表示实数 $\frac{\sqrt{2}}{2}-1$ 、 $\frac{\sqrt{2}}{2}+1$ ， Q 是 AB 的中点，则点____是这个数轴的原点；

【画一画】

如图③，点 A 、 B 分别表示实数 $c-n$ 、 $c+n$ ，在这个数轴上作出表示实数 n 的点 E （要求：尺规作图，不写作法，保留作图痕迹）；

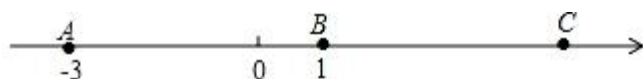
【用一用】

学校设置了若干个测温通道，学生进校都应测量体温，已知每个测温通道每分钟可检测 a 个学生。凌老师提出了这样的问题：假设现在校门口有 m 个学生，每分钟又有 b 个学生到达校门口。如果开放 3 个通道，那么用 4 分钟可使校门口的学生全部进校；如果开放 4 个通道，那么用 2 分钟可使校门口的学生全部进校。在这些条件下， a 、 m 、 b 会有怎样的数量关系呢？

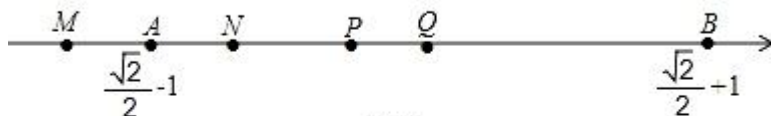
爱思考的小华想到了数轴，如图④，他将 4 分钟内需要进校的人数 $m+4b$ 记作 $+(m+4b)$ ，用点 A 表示；将 2 分钟内由 4 个开放通道检测后进校的人数，即校门口减少的人数 $8a$ 记作 $-8a$ ，用点 B 表示。

①用圆规在小华画的数轴上分别画出表示 $+(m+2b)$ 、 $-12a$ 的点 F 、 G ，并写出 $+(m+2b)$ 的实际意义；

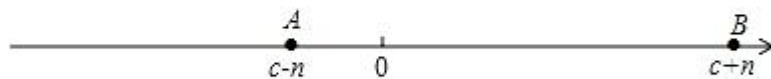
②写出 a 、 m 的数量关系：_____。



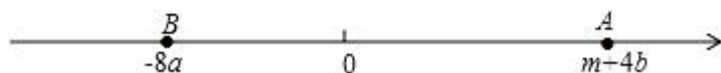
图①



图②



图③



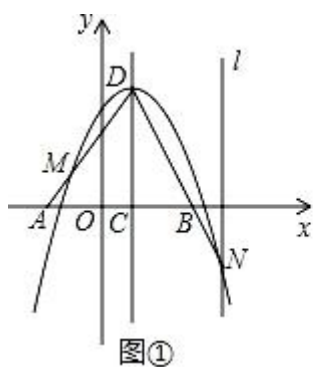
图④

28. 如图①, 直线 l 经过点 $(4,0)$ 且平行于 y 轴, 二次函数 $y = ax^2 - 2ax + c$ (a, c 是常数, $a < 0$) 的图象经过点 $M(-1,1)$, 交直线 l 于点 N , 图象的顶点为 D , 它的对称轴与 x 轴交于点 C , 直线 DM 、 DN 分别与 x 轴相交于 A 、 B 两点.

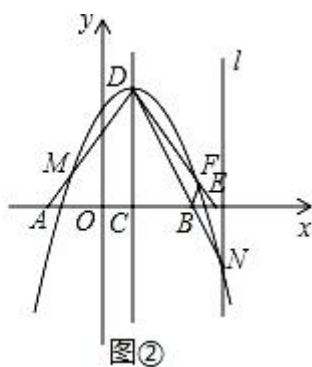
(1) 当 $a = -1$ 时, 求点 N 的坐标及 $\frac{AC}{BC}$ 的值;

(2) 随着 a 的变化, $\frac{AC}{BC}$ 的值是否发生变化? 请说明理由;

(3) 如图②, E 是 x 轴上位于点 B 右侧的点, $BC = 2BE$, DE 交抛物线于点 F . 若 $FB = FE$, 求此时的二次函数表达式.



图①



图②

参考答案

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 下列计算正确的是()

- A. $a^3 + a^3 = a^6$ B. $(a^3)^2 = a^6$ C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $(ab)^3 = ab^3$

解: $a^3 + a^3 = 2a^3$, 因此选项 A 不正确;

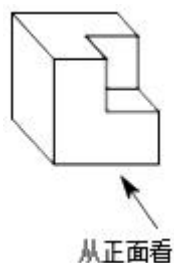
$(a^3)^2 = a^{3 \times 2} = a^6$, 因此选项 B 正确;

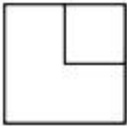
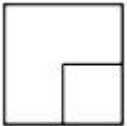
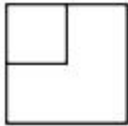
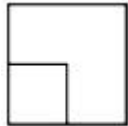
$a^6 \div a^2 = a^{6-2} = a^4$, 因此选项 C 不正确;

$(ab)^3 = a^3 b^3$, 因此选项 D 不正确;

故选: B.

2. 如图, 将棱长为 6 的正方体截去一个棱长为 3 的正方体后, 得到一个新的几何体, 这个几何体的主视图是()



- A.  B.  C.  D. 

解: 从正面看是一个正方形, 正方形的右上角是一个小正方形,

故选: A.

3. 一次函数 $y = kx + 3 (k \neq 0)$ 的函数值 y 随 x 的增大而增大, 它的图象不经过的象限是()

- A. 第一 B. 第二 C. 第三 D. 第四

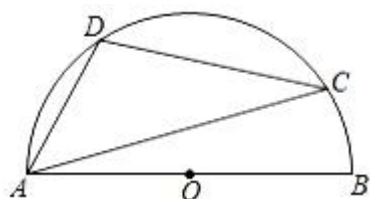
解: $\because$ 一次函数 $y = kx + 3 (k \neq 0)$ 的函数值 y 随 x 的增大而增大,

$\therefore k > 0$, 该函数过点 $(0, 3)$,

$\therefore$ 该函数的图象经过第一、二、三象限, 不经过第四象限,

故选: D.

4. 如图, AB 是半圆的直径, C 、 D 是半圆上的两点, $\angle ADC = 106^\circ$, 则 $\angle CAB$ 等于()



- A. 10° B. 14° C. 16° D. 26°

解: 连接 BD , 如图,

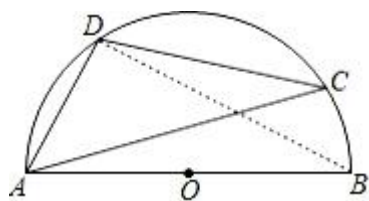
$\because AB$ 是半圆的直径,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle ADC - \angle ADB = 106^\circ - 90^\circ = 16^\circ,$$

$$\therefore \angle CAB = \angle BDC = 16^\circ.$$

故选: C.



5. 点 $P(m, n)$ 在以 y 轴为对称轴的二次函数 $y = x^2 + ax + 4$ 的图象上. 则 $m - n$ 的最大值等于()

- A. $\frac{15}{4}$ B. 4 C. $-\frac{15}{4}$ D. $-\frac{17}{4}$

解: $\because$ 点 $P(m, n)$ 在以 y 轴为对称轴的二次函数 $y = x^2 + ax + 4$ 的图象上,

$$\therefore a = 0,$$

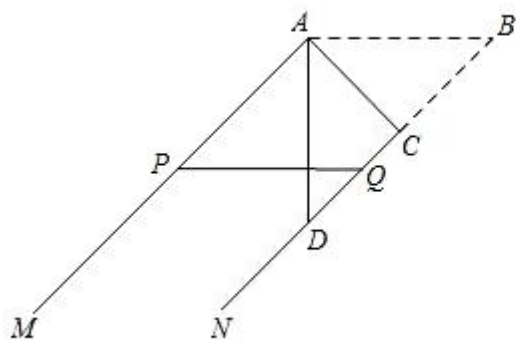
$$\therefore n = m^2 + 4,$$

$$\therefore m - n = m - (m^2 + 4) = -m^2 + m - 4 = -\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{15}{4},$$

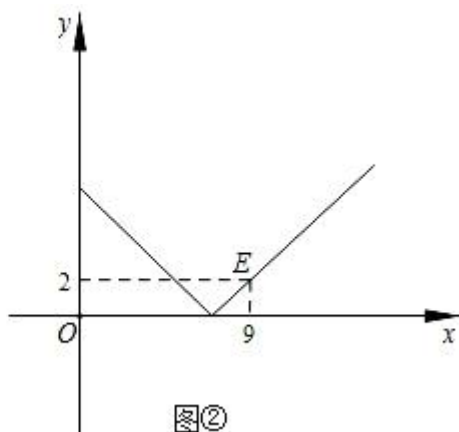
$$\therefore \text{当 } m = \frac{1}{2} \text{ 时, } m - n \text{ 取得最大值, 此时 } m - n = -\frac{15}{4},$$

故选: C.

6. 如图①, $AB = 5$, 射线 $AM \parallel EN$, 点 C 在射线 EN 上, 将 $\triangle ABC$ 沿 AC 所在直线翻折, 点 B 的对应点 D 落在射线 EN 上, 点 P 、 Q 分别在射线 AM 、 EN 上, $PQ \parallel AB$. 设 $AP = x$, $QD = y$. 若 y 关于 x 的函数图象 (如图②) 经过点 $E(9, 2)$, 则 $\cos B$ 的值等于()



图①



图②

A. $\frac{2}{5}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{7}{10}$

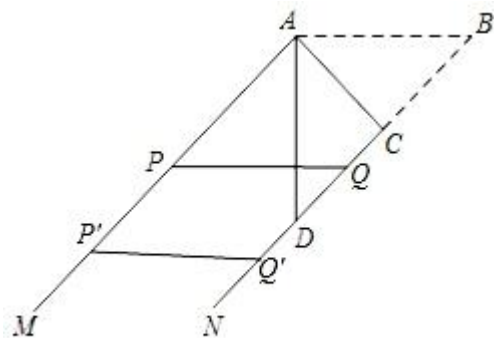
解: $\because AM \parallel BN, PQ \parallel AB,$

$\therefore$ 四边形 $ABQP$ 是平行四边形,

$\therefore AP = BQ = x,$

由图②可得当 $x = 9$ 时, $y = 2,$

此时点 Q 在点 D 下方, 且 $BQ = x = 9$ 时, $y = 2,$ 如图①所示,



图①

$\therefore BD = BQ - QD = x - y = 7,$

$\because$ 将 $\triangle ABC$ 沿 AC 所在直线翻折, 点 B 的对应点 D 落在射线 BN 上,

$\therefore BC = CD = \frac{1}{2}BD = \frac{7}{2}, AC \perp BD,$

$$\therefore \cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{\frac{7}{2}}{5} = \frac{7}{10},$$

故选: D.

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分)

7. $\frac{2}{3}$ 的倒数等于 $-\frac{3}{2}$.

解： $\because \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$,

$\therefore \frac{2}{3}$ 的倒数是 $\frac{3}{2}$,

故答案为： $\frac{3}{2}$.

8. 使 $\sqrt{x-2}$ 有意义的 x 的取值范围是 $x \geq 2$.

解： 根据二次根式的意义，得

$x-2 \geq 0$ ，解得 $x \geq 2$.

9. 分解因式： $9x^2 - 1 = (3x+1)(3x-1)$.

解： $9x^2 - 1$,

$= (3x)^2 - 1^2$,

$= (3x+1)(3x-1)$.

10. 2020 年我国将完成脱贫攻坚目标任务. 从 2012 年底到 2019 年底，我国贫困人口减少了 93480000 人，用科学记数法把 93480000 表示为 9.348×10^7 .

解： $93480000 = 9.348 \times 10^7$.

故答案为： 9.348×10^7 .

11. 一元二次方程 $x^2 - 2x = 0$ 的两根分别为 $x_1 = 0$ ， $x_2 = 2$.

解： $\because x^2 - 2x = 0$,

$\therefore x(x-2) = 0$,

$\therefore x = 0$ 或 $x - 2 = 0$,

解得 $x_1 = 0$ ， $x_2 = 2$.

12. 一只不透明的袋子中装有 5 个红球和 1 个黄球，这些球除颜色外都相同，搅匀后从中任意摸出 1 个球，摸出红球的概率等于 $\frac{5}{6}$.

解： $\because$ 袋子中共有 $5+1=6$ 个小球，其中红球有 5 个，

$\therefore$ 搅匀后从中任意摸出 1 个球，摸出红球的概率等于 $\frac{5}{6}$,

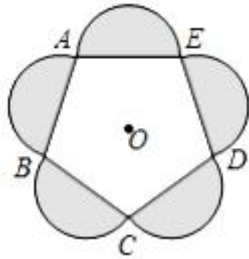
故答案为： $\frac{5}{6}$.

13. 圆锥底面圆半径为 5，母线长为 6，则圆锥侧面积等于 30π .

解： 圆锥侧面积 $= \frac{1}{2} \times 2\pi \times 5 \times 6 = 30\pi$.

故答案为 30π .

14. 点 O 是正五边形 $ABCDE$ 的中心, 分别以各边为直径向正五边形的外部作半圆, 组成了一幅美丽的图案 (如图). 这个图案绕点 O 至少旋转 72 $^{\circ}$ 后能与原来的图案互相重合.

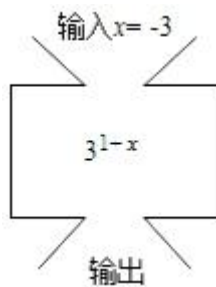


解: 连接 OA , OE , 则这个图形至少旋转 $\angle AOE$ 才能与原图象重合,

$$\angle AOE = \frac{360^{\circ}}{5} = 72^{\circ}.$$

故答案为: 72.

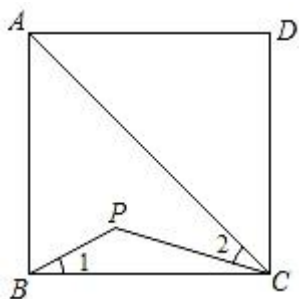
15. 根据数值转换机的示意图, 输出的值为 $\frac{1}{9}$.



解: 当 $x = -3$ 时, $3^{1-x} = 3^{-2} = \frac{1}{9}$,

故答案为: $\frac{1}{9}$.

16. 如图, 点 P 是正方形 $ABCD$ 内位于对角线 AC 下方的一点, $\angle 1 = \angle 2$, 则 $\angle BPC$ 的度数为 135 $^{\circ}$.



解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle ACB = \angle BAC = 45^{\circ},$$

$$\therefore \angle 2 + \angle BCP = 45^{\circ},$$

$$\because \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle BCP = 45^\circ,$$

$$\because \angle BPC = 180^\circ - \angle 1 - \angle BCP,$$

$$\therefore \angle BPC = 135^\circ,$$

故答案为：135.

17. 在从小到大排列的五个数 x , 3, 6, 8, 12 中再加入一个数, 若这六个数的中位数、平均数与原来五个数的中位数、平均数分别相等, 则 x 的值为 1.

解: 从小到大排列的五个数 x , 3, 6, 8, 12 的中位数是 6,

$\because$ 再加入一个数, 这六个数的中位数与原来五个数的中位数相等,

$\therefore$ 加入的一个数是 6,

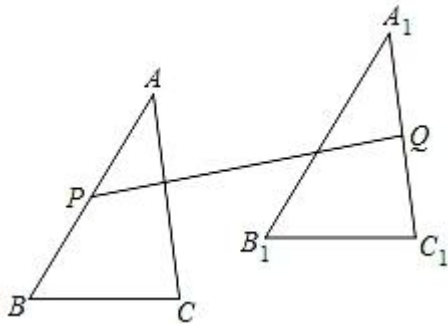
$\because$ 这六个数的平均数与原来五个数的平均数相等,

$$\therefore \frac{1}{5}(x+3+6+8+12) = \frac{1}{6}(x+3+6+6+8+12),$$

解得 $x=1$.

故答案为: 1.

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC=3$, 将 $\triangle ABC$ 平移 5 个单位长度得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 点 P 、 Q 分别是 AB 、 A_1C_1 的中点, PQ 的最小值等于 $\frac{7}{2}$.



解: 取 AC 的中点 M , A_1B_1 的中点 N , 连接 PM , MQ , NQ , PN ,

$\because$ 将 $\triangle ABC$ 平移 5 个单位长度得到 $\triangle A_1B_1C_1$,

$$\therefore B_1C_1 = BC = 3, \quad PN = 5,$$

$\because$ 点 P 、 Q 分别是 AB 、 A_1C_1 的中点,

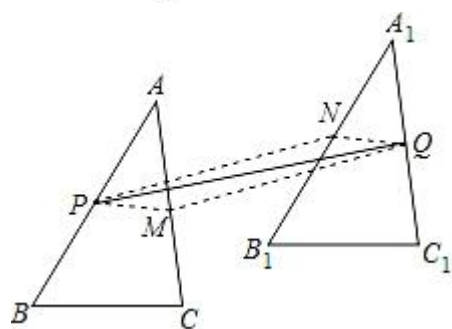
$$\therefore NQ = \frac{1}{2}B_1C_1 = \frac{3}{2},$$

$$\therefore 5 - \frac{3}{2} \leq PQ \leq 5 + \frac{3}{2},$$

$$\text{即 } \frac{7}{2} \leq PQ \leq \frac{13}{2},$$

$$\therefore PQ \text{ 的最小值等于 } \frac{7}{2},$$

$$\text{故答案为: } \frac{7}{2}.$$



三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 78 分. 解答时应写出必要的计算过程、推演步骤或文字说明)

$$19. \quad (1) \text{ 计算: } 4 \sin 60^\circ - \sqrt{12} + (\sqrt{3} - 1)^0;$$

$$(2) \text{ 化简 } (x+1) \div \left(1 + \frac{1}{x}\right).$$

$$\text{解: } (1) \text{ 原式} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{3} + 1$$

$$= 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 1$$

$$= 1;$$

$$(2) \text{ 原式} = (x+1) \div \left(\frac{x}{x} + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (x+1) \div \frac{x+1}{x}$$

$$= (x+1) \cdot \frac{x}{x+1}$$

$$= x.$$

$$20. \quad (1) \text{ 解方程: } \frac{2x}{x+3} = \frac{1}{x+3} + 1;$$

$$(2) \text{ 解不等式组: } \begin{cases} 4x+2 > x-7, \\ 3(x-2) < 4+x. \end{cases}$$

$$\text{解: } (1) \frac{2x}{x+3} = \frac{1}{x+3} + 1,$$

$$2x = 1 + x + 3,$$

$$2x - x = 1 + 3,$$

$$x = 4,$$

经检验, $x = 4$ 是原方程的解,

$\therefore$ 此方程的解是 $x = 4$;

$$(2) \begin{cases} 4x + 2 > x - 7 \text{ ①} \\ 3(x - 2) < 4 + x \text{ ②} \end{cases}$$

$$\text{① } 4x - x > -2 - 7,$$

$$3x > -9,$$

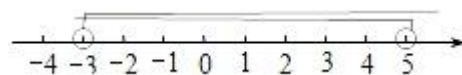
$$x > -3;$$

$$\text{② } 3x - 6 < 4 + x,$$

$$3x - x < 4 + 6,$$

$$2x < 10,$$

$$x < 5,$$

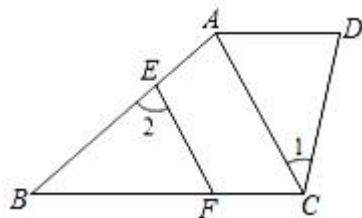


$\therefore$ 不等式组的解集是 $-3 < x < 5$.

21. 如图, AC 是四边形 $ABCD$ 的对角线, $\angle 1 = \angle B$, 点 E 、 F 分别在 AB 、 BC 上, $BE = CD$, $BF = CA$, 连接 EF .

(1) 求证: $\angle D = \angle 2$;

(2) 若 $EF \parallel AC$, $\angle D = 78^\circ$, 求 $\angle BAC$ 的度数.



【解答】证明: (1) 在 $\triangle BEF$ 和 $\triangle CDA$ 中,

$$\begin{cases} BE = CD \\ \angle B = \angle 1, \\ BF = CA \end{cases}$$

$\therefore \triangle BEF \cong \triangle CDA (SAS),$

$\therefore \angle D = \angle 2$;
 (2) $\because \angle D = \angle 2$, $\angle D = 78^\circ$,
 $\therefore \angle D = \angle 2 = 78^\circ$,
 $\because EF \parallel AC$,
 $\therefore \angle 2 = \angle BAC = 78^\circ$.

22. 教育部发布的义务教育质量监测结果报告显示,我国八年级学生平均每天的睡眠时间达9小时及以上的比例为19.4%.某校数学社团成员采用简单随机抽样的方法,抽取了本校八年级50名学生,对他们一周内平均每天的睡眠时间 t (单位:小时)进行了调查,将数据整理后绘制成下表:

平均每天的睡眠时间分组	$5 \leq t < 6$	$6 \leq t < 7$	$7 \leq t < 8$	$8 \leq t < 9$	9小时及以上
频数	1	5	m	24	n

该样本中学生平均每天的睡眠时间达9小时及以上的比例高于全国的这项数据,达到了22%.

- (1) 求表格中 n 的值;
- (2) 该校八年级共400名学生,估计其中平均每天的睡眠时间在 $7 \leq t < 8$ 这个范围内的人数是多少.

解: (1) $n = 50 \times 22\% = 11$;

(2) $m = 50 - 1 - 5 - 24 - 11 = 9$,

所以估计该校平均每天的睡眠时间在 $7 \leq t < 8$ 这个范围内的人数是 $400 \times \frac{9}{50} = 72$ (人).

23. 智慧的中国古代先民发明了抽象的符号来表达丰富的含义.例如,符号“☰”有刚毅的含义,符号“☷”有愉快的含义.符号中的“⚋”表示“阴”,“⚊”表示“阳”,类似这样自上而下排成的三行符号还有其他的含义.所有这些三行符号中,每一行只有一个阴或一个阳,且出现阴、阳的可能性相同.

- (1) 所有这些三行符号共有 8 种;
- (2) 若随机画一个这样的三行符号,求“画出一个含有一个阴和两个阳的三行符号”的概率.

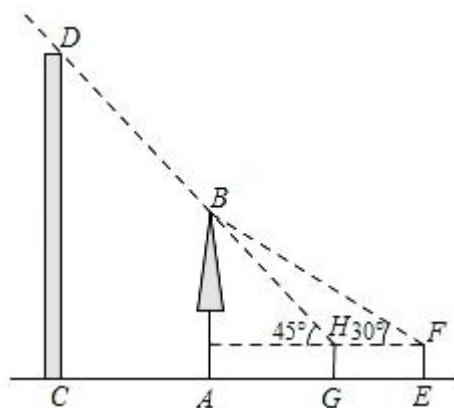
解: (1) 共有8种等可能的情况数,分别是:阴,阴,阴;阴,阳,阴;阴,阴,阳;阳,阴,阴;阳,阳,阴;阳,阴,阳;阴,阳,阳;阳、阳、阳;

故答案为：8；

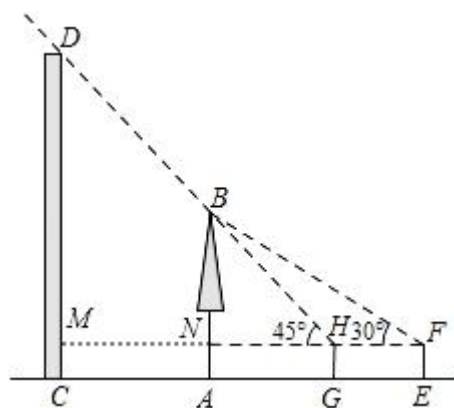
(2) 根据第 (1) 问一个阴、两个阳的共有 3 种，

则有一个阴和两个阳的三行符号” 的概率是 $\frac{3}{8}$.

24. 如图，点 E 与树 AB 的根部点 A 、建筑物 CD 的底部点 C 在一条直线上， $AC = 10m$. 小明站在点 E 处观测树顶 B 的仰角为 30° ，他从点 E 出发沿 EC 方向前进 $6m$ 到点 G 时，观测树顶 B 的仰角为 45° ，此时恰好看不到建筑物 CD 的顶部 D (H 、 B 、 D 三点在一条直线上) . 已知小明的眼睛离地面 $1.6m$ ，求建筑物 CD 的高度 (结果精确到 $0.1m$) . (参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$.)



解：如图，延长 FH ，交 CD 于点 M ，交 AB 于点 N ，



$\because \angle BHN = 45^\circ$ ， $BA \perp MH$ ，

则 $BN = NH$ ，

设 $BN = NH = x$ ，

$\because HF = 6$ ， $\angle BFN = 30^\circ$ ，

$$\therefore \tan \angle BFN = \frac{BN}{NF} = \frac{BN}{NH + HF}，$$

$$\text{即 } \tan 30^\circ = \frac{x}{x+6},$$

$$\text{解得 } x = 8.19,$$

根据题意可知:

$$DM = MH = MN + NH,$$

$$\because MN = AC = 10,$$

$$\text{则 } DM = 10 + 8.19 = 18.19,$$

$$\therefore CD = DM + MC = DM + EF = 18.19 + 1.6 = 19.79 \approx 19.8(m).$$

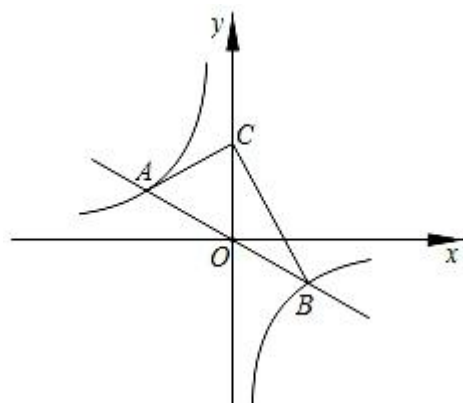
答: 建筑物 CD 的高度约为 $19.8m$.

25. 如图, 正比例函数 $y = kx (k \neq 0)$ 的图象与反比例函数 $y = -\frac{8}{x}$ 的图象交于点 $A(n, 2)$ 和点 B .

$$(1) \quad n = \underline{-4}, \quad k = \underline{\quad};$$

(2) 点 C 在 y 轴正半轴上. $\angle ACB = 90^\circ$, 求点 C 的坐标;

(3) 点 $P(m, 0)$ 在 x 轴上, $\angle APB$ 为锐角, 直接写出 m 的取值范围.



解: (1) 把 $A(n, 2)$ 代入反比例函数 $y = -\frac{8}{x}$ 中, 得 $n = -4$,

$$\therefore A(-4, 2),$$

把 $A(-4, 2)$ 代入正比例函数 $y = kx (k \neq 0)$ 中, 得 $k = -\frac{1}{2}$,

故答案为: -4 ; $-\frac{1}{2}$;

(2) 过 A 作 $AD \perp y$ 轴于 D , 过 B 作 $BE \perp y$ 轴于 E ,

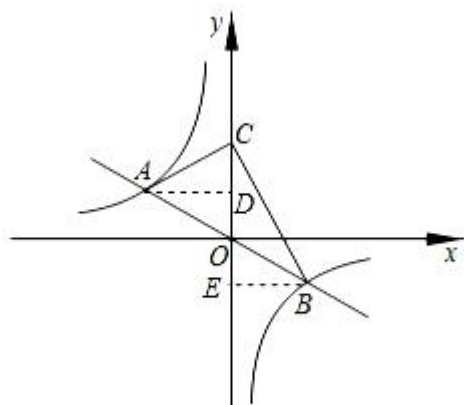


图1

$$\because A(-4, 2),$$

$$\therefore \text{根据双曲线与正比例函数图象的对称性得 } B(4, -2),$$

$$\text{设 } C(0, b), \text{ 则 } CD = b - 2, \quad AD = 4, \quad BE = 4, \quad CE = b + 2,$$

$$\because \angle ACO + \angle OCB = 90^\circ, \quad \angle OCB + \angle CBE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACO = \angle CBE,$$

$$\because \angle ADC = \angle CEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle CBE,$$

$$\therefore \frac{CD}{BE} = \frac{AD}{CE}, \text{ 即 } \frac{b-2}{4} = \frac{4}{b+2},$$

$$\text{解得, } b = 2\sqrt{5}, \text{ 或 } b = -2\sqrt{5} \text{ (舍),}$$

$$\therefore C(0, 2\sqrt{5});$$

(3) 如图 2, 过 A 作 $AM \perp x$ 轴于 M , 过 B 作 $BN \perp x$ 轴于 N , 在 x 轴上原点的两旁取两点

$$P_1, P_2, \text{ 使得 } OP_1 = OP_2 = OA = OB,$$

$$\therefore OP_1 = OP_2 = OA = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore P_1(-2\sqrt{5}, 0), \quad P_2(2\sqrt{5}, 0),$$

$$\because OP_1 = OP_2 = OA = OB,$$

$$\therefore \text{四边形 } AP_1BP_2 \text{ 为矩形,}$$

$$\therefore AP_1 \perp P_2B, \quad AP_2 \perp BP_1,$$

$$\because \text{点 } P(m, 0) \text{ 在 } x \text{ 轴上, } \angle APB \text{ 为锐角,}$$

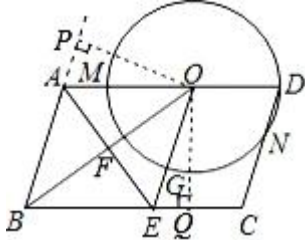
$$\therefore P \text{ 点必在 } P_1 \text{ 的左边或 } P_2 \text{ 的右边,}$$

$$\therefore \angle ABO = \angle AOB,$$

$$\therefore AB = AO,$$

$\therefore$ 四边形 $ABEO$ 为菱形;

(2) 如图, 过点 O 作 $OP \perp BA$, 交 BA 的延长线于点 P , 过点 O 作 $OQ \perp BC$ 于点 Q , 设 AE 交 OB 于点 F ,



$$\text{则 } \angle PAO = \angle ABC,$$

设 $AB = AO = OE = x$, 则

$$\because \cos \angle ABC = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \cos \angle PAO = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{PA}{AO} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore PA = \frac{1}{3}x,$$

$$\therefore OP = OQ = \frac{2\sqrt{2}}{3}x$$

当 AE 与 $\odot O$ 相切时, 由菱形的对角线互相垂直, 可知 F 为切点,

$$\therefore \text{由勾股定理得: } \left(\frac{4}{3}x\right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}x\right)^2 = x^2,$$

$$\text{解得: } x = 2\sqrt{6}.$$

$$\therefore AB \text{ 的长为 } 2\sqrt{6}.$$

27. 【算一算】

如图①, 点 A 、 B 、 C 在数轴上, B 为 AC 的中点, 点 A 表示 -3 , 点 B 表示 1 , 则点 C 表示的数为 5, AC 长等于 8;

【找一找】

如图②, 点 M 、 N 、 P 、 Q 中的一点是数轴的原点, 点 A 、 B 分别表示实数 $\frac{\sqrt{2}}{2}-1$ 、 $\frac{\sqrt{2}}{2}+1$,

Q 是 AB 的中点, 则点 Q 是这个数轴的原点;

【画一画】

如图③，点 A 、 B 分别表示实数 $c-n$ 、 $c+n$ ，在这个数轴上作出表示实数 n 的点 E （要求：尺规作图，不写作法，保留作图痕迹）；

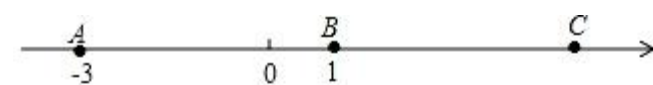
【用一用】

学校设置了若干个测温通道，学生进校都应测量体温，已知每个测温通道每分钟可检测 a 个学生。凌老师提出了这样的问题：假设现在校门口有 m 个学生，每分钟又有 b 个学生到达校门口。如果开放 3 个通道，那么用 4 分钟可使校门口的学生全部进校；如果开放 4 个通道，那么用 2 分钟可使校门口的学生全部进校。在这些条件下， a 、 m 、 b 会有怎样的数量关系呢？

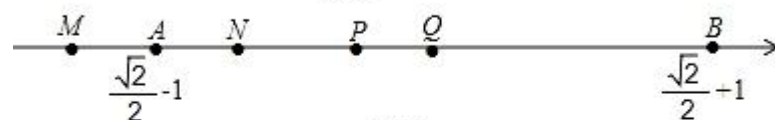
爱思考的小华想到了数轴，如图④，他将 4 分钟内需要进校的人数 $m+4b$ 记作 $+(m+4b)$ ，用点 A 表示；将 2 分钟内由 4 个开放通道检测后进校的人数，即校门口减少的人数 $8a$ 记作 $-8a$ ，用点 B 表示。

①用圆规在小华画的数轴上分别画出表示 $+(m+2b)$ 、 $-12a$ 的点 F 、 G ，并写出 $+(m+2b)$ 的实际意义；

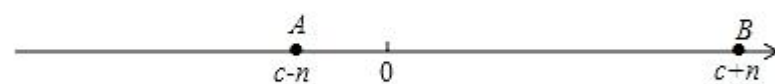
②写出 a 、 m 的数量关系：_____。



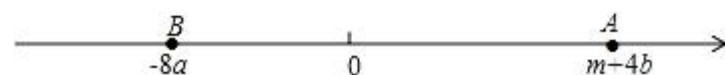
图①



图②



图③



图④

解：（1）【算一算】：记原点为 O ，

$$\because AB = 1 - (-3) = 4,$$

$$\therefore AB = BC = 4,$$

$$\therefore OC = OB + BC = 5, \quad AC = 2AB = 8.$$

所以点 C 表示的数为 5， AC 长等于 8.

故答案为：5，8；

(2) 【找一找】：记原点为 O ，

$$\because AB = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - (\frac{\sqrt{2}}{2} - 1) = 2,$$

$$\therefore AQ = BQ = 1,$$

$$\therefore OQ = OB - BQ = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - 1 = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$\therefore N$ 为原点.

故答案为: N .

(3) 【画一画】：记原点为 O ，

$$\text{由 } AB = c + n - (c - n) = 2n,$$

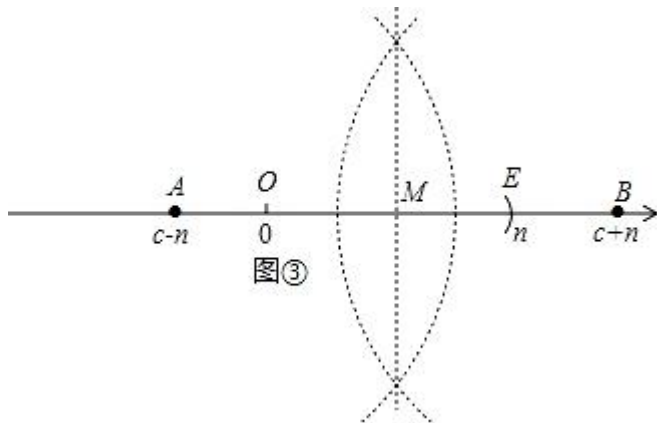
作 AB 的中点 M ，

$$\text{得 } AM = BM = n,$$

以点 O 为圆心，

$AM = n$ 长为半径作弧交数轴的正半轴于点 E ，

则点 E 即为所求；



(4) 【用一用】：在数轴上画出点 F ， G ；2 分钟后，校门口需要进入学校的学生人数为：

$$m = 4a.$$

$\because$ 4 分钟内开放 3 个通道可使学生全部进校，

$$\therefore m + 4b = 3 \times a \times 4, \text{ 即 } m + 4b = 12a \text{ (I)};$$

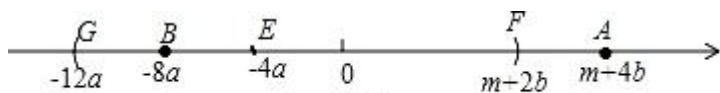
$\because$ 2 分钟内开放 4 个通道可使学生全部进校，

$$\therefore m + 2b = 4 \times a \times 2, \text{ 即 } m + 2b = 8a \text{ (II)};$$

①以 O 为圆心， OB 长为半径作弧交数轴的正半轴于点 F ，则点 F 即为所求.

作 OB 的中点 E ，则 $OE = BE = 4a$ ，在数轴负半轴上用圆规截取 $OG = 3OE = 12a$ ，

则点 G 即为所求.



图④

$+(m+2b)$ 的实际意义: 2 分钟后, 校门口需要进入学校的学生人数;

②方程 (II) $\times 2$ - 方程 (I) 得: $m = 4a$.

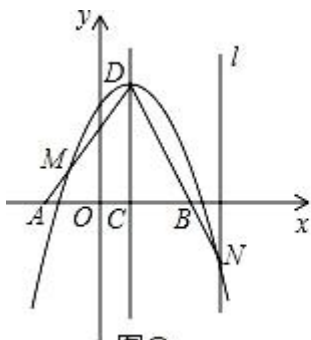
故答案为: $m = 4a$.

28. 如图①, 直线 l 经过点 $(4,0)$ 且平行于 y 轴, 二次函数 $y = ax^2 - 2ax + c$ (a, c 是常数, $a < 0$) 的图象经过点 $M(-1,1)$, 交直线 l 于点 N , 图象的顶点为 D , 它的对称轴与 x 轴交于点 C , 直线 DM 、 DN 分别与 x 轴相交于 A 、 B 两点.

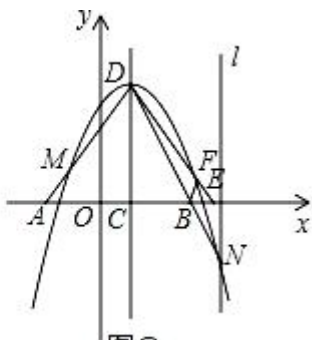
(1) 当 $a = -1$ 时, 求点 N 的坐标及 $\frac{AC}{BC}$ 的值;

(2) 随着 a 的变化, $\frac{AC}{BC}$ 的值是否发生变化? 请说明理由;

(3) 如图②, E 是 x 轴上位于点 B 右侧的点, $BC = 2BE$, DE 交抛物线于点 F . 若 $FB = FE$, 求此时的二次函数表达式.



图①



图②

解: (1) 分别过点 M 、 N 作 $ME \perp CD$ 于点 E , $NF \perp DC$ 于点 F ,

$\therefore ME \parallel FN \parallel x$ 轴,

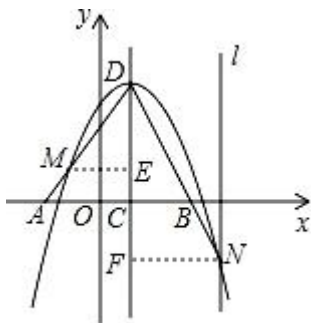


图1

$\therefore \triangle DME \sim \triangle DAC$, $\triangle DCB \sim \triangle DFN$,

$\therefore \frac{ME}{AC} = \frac{DE}{DC}$, $\frac{BC}{FN} = \frac{DC}{DF}$,

则 $CE = 6HE$,

$$\therefore CD = 1 - 4a,$$

$$\therefore FH = \frac{1-4a}{6},$$

$$\therefore BC = \frac{4a-1}{3a},$$

$$\therefore CH = \frac{5}{4} \times \frac{4a-1}{3a} = \frac{20a-5}{12a},$$

$$\therefore F\left(\frac{5}{3} - \frac{5}{12a}, \frac{1}{6} - \frac{2}{3}a\right),$$

将点 F 的坐标代入 $y = ax^2 - 2ax + (1 - 3a) = a(x+1)(x-3) + 1$ 得:

$$\frac{1}{6} - \frac{2}{3}a = a\left(\frac{5}{3} - \frac{5}{12a} + 1\right)\left(\frac{5}{3} - \frac{5}{12a} - 3\right) + 1,$$

$$\text{解得: } a = -\frac{75}{68} \text{ 或 } -\frac{5}{68},$$

$$\text{故 } y = -\frac{75}{68}x^2 + \frac{75}{34}x + \frac{293}{68} \text{ 或 } y = -\frac{5}{68}x^2 + \frac{5}{34}x + \frac{83}{68}.$$