

江苏省镇江市 2018 年中考数学真题试题

一、填空题 (本大题共有 12 小题, 每小题 2 分, 共计 24 分.)

1. (2 分) -8 的绝对值是_____.

2. (2 分) 一组数据 2, 3, 3, 1, 5 的众数是_____.

3. (2 分) 计算: $(a^2)^3 =$ _____.

4. (2 分) 分解因式: $x^2 - 1 =$ _____.

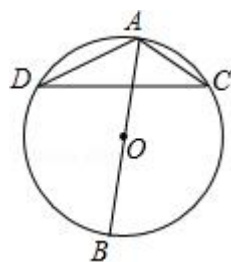
5. (2 分) 若分式 $\frac{5}{x-3}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

6. (2 分) 计算: $\sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{8} =$ _____.

7. (2 分) 圆锥底面圆的半径为 1, 侧面积等于 3π , 则它的母线长为_____.

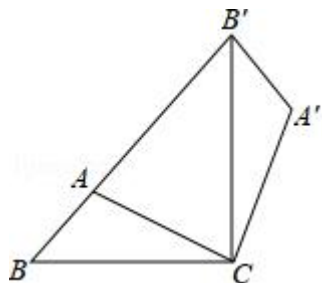
8. (2 分) 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $A(-2, 4)$, 则在每一个象限内, y 随 x 的增大而_____. (填“增大”或“减小”)

9. (2 分) 如图, AD 为 $\triangle ABC$ 的外接圆 $\odot O$ 的直径, 若 $\angle BAD = 50^\circ$, 则 $\angle ACB =$ _____ $^\circ$.

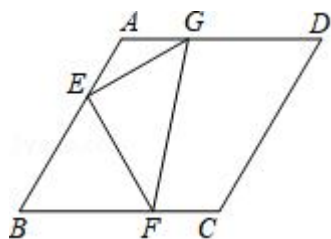


10. (2 分) 已知二次函数 $y = x^2 - 4x + k$ 的图象的顶点在 x 轴下方, 则实数 k 的取值范围是_____.

11. (2 分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC > 90^\circ$, $BC = 5$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转 90° , 点 B 对应点 B' 落在 BA 的延长线上. 若 $\sin \angle B'AC = \frac{9}{10}$, 则 $AC =$ _____.



12. (2 分) 如图, 点 E 、 F 、 G 分别在菱形 $ABCD$ 的边 AB , BC , AD 上, $AE = \frac{1}{3}AB$, $CF = \frac{1}{3}CB$, $AG = \frac{1}{3}AD$. 已知 $\triangle EFG$ 的面积等于 6, 则菱形 $ABCD$ 的面积等于_____.

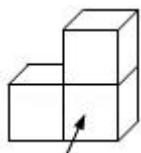


二、选择题 (本大题共有 5 小题, 每小题 3 分, 共计 15 分. 在每小题所给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求.)

13. (3 分) 0.000182 用科学记数法表示应为 ()

- A. 0.182×10^{-3} B. 1.82×10^{-4} C. 1.82×10^{-5} D. 18.2×10^{-4}

14. (3 分) 如图是由 3 个大小相同的小正方体组成的几何体, 它的左视图是 ()



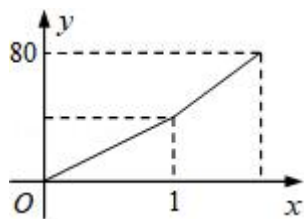
- A. B. C. D.

15. (3 分) 小明将如图所示的转盘分成 n (n 是正整数) 个扇形, 并使得各个扇形的面积都相等, 然后他在这些扇形区域内分别标连接偶数数字 2, 4, 6, $\dots$, $2n$ (每个区域内标注 1 个数字, 且各区域内标注的数字互不相同), 转动转盘 1 次, 当转盘停止转动时, 若事件“指针所落区域标注的数字大于 8”的概率是 $\frac{5}{6}$, 则 n 的取值为 ()



- A. 36 B. 30 C. 24 D. 18

16. (3 分) 甲、乙两地相距 80km, 一辆汽车上午 9: 00 从甲地出发驶往乙地, 匀速行驶了一半的路程后将速度提高了 20km/h, 并继续匀速行驶至乙地, 汽车行驶的路程 y (km) 与时间 x (h) 之间的函数关系如图所示, 该车到达乙地的时间是当天上午 ()

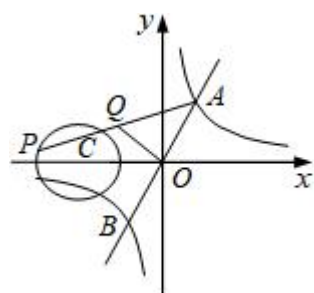


A. 10: 35 B. 10: 40 C. 10: 45 D. 10: 50

17. (3分) 如图, 一次函数 $y=2x$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0$) 的图象交于 A, B 两点, 点 P

在以 C (-2, 0) 为圆心, 1 为半径的 $\odot C$ 上, Q 是 AP 的中点, 已知 OQ 长的最大值为 $\frac{3}{2}$,

则 k 的值为 ()



A. $\frac{49}{32}$ B. $\frac{25}{18}$ C. $\frac{32}{25}$ D. $\frac{9}{8}$

三、解答题 (本大题共有 11 小题, 共计 81 分, 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.)

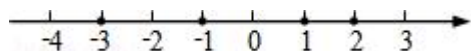
18. (8分) (1) 计算: $2^{-1} + (2018 - \pi)^0 - \sin 30^\circ$

(2) 化简: $(a+1)^2 - a(a+1) - 1$.

19. (10分) (1) 解方程: $\frac{x}{x+2} - \frac{2}{x-1} + 1$.

(2) 解不等式组: $\begin{cases} 2x-4 > 0 \\ x+1 \leq 4(x-2) \end{cases}$

20. (6分) 如图, 数轴上的点 A, B, C, D 表示的数分别为 -3, -1, 1, 2, 从 A, B, C, D 四点中任意取两点, 求所取两点之间的距离为 2 的概率.



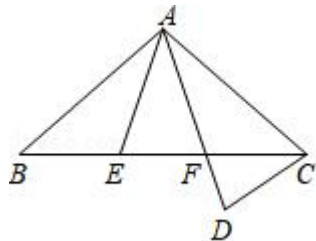
21. (6分) 小李读一本名著, 星期六读了 36 页, 第二天读了剩余部分的 $\frac{1}{4}$, 这两天共读了整本书的 $\frac{3}{8}$, 这本名著共有多少页?

22. (6分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 E, F 在边 BC 上, $BE=CF$, 点 D 在 AF 的延长线

上, $AD=AC$.

(1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle ACF$;

(2) 若 $\angle BAE=30^\circ$, 则 $\angle ADC=$ _____ $^\circ$.



23. (6分) 某班 50 名学生的身高如下 (单位: cm):

160 163 152 161 167 154 158 171 156 168

178 151 156 154 165 160 168 155 162 173

158 167 157 153 164 172 153 159 154 155

169 163 158 150 177 155 166 161 159 164

171 154 157 165 152 167 157 162 155 160

(1) 小丽用简单随机抽样的方法从这 50 个数据中抽取一个容量为 5 的样本: 161, 155, 174, 163, 152, 请你计算小丽所抽取的这个样本的平均数;

(2) 小丽将这 50 个数据按身高相差 4cm 分组, 并制作了如下的表格:

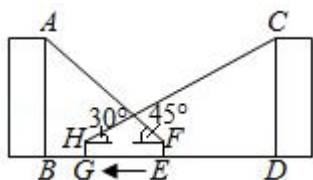
身高	频数	频率
147.5 ~ 151.5	_____	0.06
151.5 ~ 155.5	_____	_____
155.5 ~ 159.5	11	m
159.5 ~ 163.5	_____	0.18
163.5 ~ 167.5	8	0.16
167.5 ~ 171.5	4	_____
171.5 ~ 175.5	n	0.06
175.5 ~ 179.5	2	_____
合计	50	1

① $m=$ _____, $n=$ _____;

② 这 50 名学生身高的中位数落在哪个身高段内? 身高在哪一段的学生数最多?

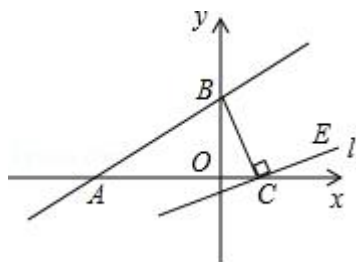
24. (6分) 如图, 校园内有两幢高度相同的教学楼 AB, CD, 大楼的底部 B, D 在同一平面

上，两幢楼之间的距离 BD 长为 24 米，小明在点 E (B, E, D 在一条直线上) 处测得教学楼 AB 顶部的仰角为 45° ，然后沿 EB 方向前进 8 米到达点 G 处，测得教学楼 CD 顶部的仰角为 30° 。已知小明的两个观测点 F, H 距离地面的高度均为 1.6 米，求教学楼 AB 的高度 AB 长。(精确到 0.1 米) 参考值: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$.



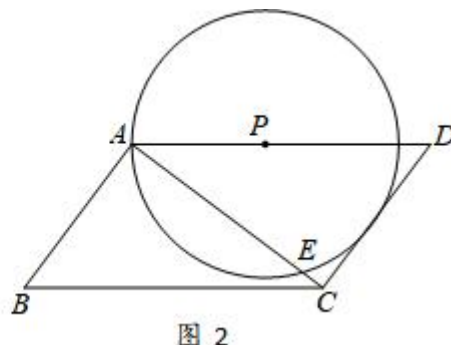
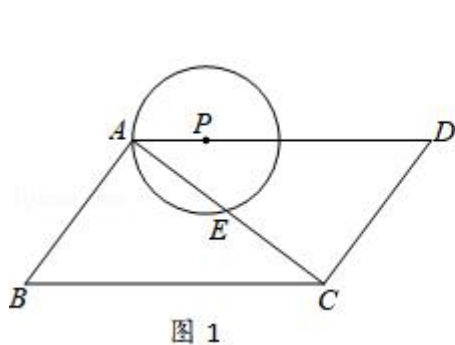
25. (6 分) 如图，一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 的图象与 x 轴， y 轴分别交于 A ($-9, 0$), B ($0, 6$) 两点，过点 C ($2, 0$) 作直线 l 与 BC 垂直，点 E 在直线 l 位于 x 轴上方的部分.

- (1) 求一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 的表达式;
- (2) 若 $\triangle ACE$ 的面积为 11, 求点 E 的坐标;
- (3) 当 $\angle CBE = \angle ABO$ 时, 点 E 的坐标为_____.



26. (8 分) 如图 1, 平行四边形 ABCD 中, $AB \perp AC$, $AB=6$, $AD=10$, 点 P 在边 AD 上运动, 以 P 为圆心, PA 为半径的 $\odot P$ 与对角线 AC 交于 A, E 两点.

- (1) 如图 2, 当 $\odot P$ 与边 CD 相切于点 F 时, 求 AP 的长;
- (2) 不难发现, 当 $\odot P$ 与边 CD 相切时, $\odot P$ 与平行四边形 ABCD 的边有三个公共点, 随着 AP 的变化, $\odot P$ 与平行四边形 ABCD 的边的公共点的个数也在变化, 若公共点的个数为 4, 直接写出相对应的 AP 的值的取值范围_____.



27. (9 分) (1) 如图 1, 将矩形 ABCD 折叠, 使 BC 落在对角线 BD 上, 折痕为 BE, 点 C

落在点 C' 处，若 $\angle ADB=46^\circ$ ，则 $\angle DBE$ 的度数为_____°.

(2) 小明手中有一张矩形纸片 $ABCD$ ， $AB=4$ ， $AD=9$.

【画一画】

如图 2，点 E 在这张矩形纸片的边 AD 上，将纸片折叠，使 AB 落在 CE 所在直线上，折痕设为 MN (点 M ， N 分别在边 AD ， BC 上)，利用直尺和圆规画出折痕 MN (不写作法，保留作图痕迹，并用黑色水笔把线段描清楚)；

【算一算】

如图 3，点 F 在这张矩形纸片的边 BC 上，将纸片折叠，使 FB 落在射线 FD 上，折痕为 GF ，点 A ， B 分别落在点 A' ， B' 处，若 $AG=\frac{7}{3}$ ，求 $B'D$ 的长；

【验一验】

如图 4，点 K 在这张矩形纸片的边 AD 上， $DK=3$ ，将纸片折叠，使 AB 落在 CK 所在直线上，折痕为 HI ，点 A ， B 分别落在点 A' ， B' 处，小明认为 $B'I$ 所在直线恰好经过点 D ，他的判断是否正确，请说明理由.

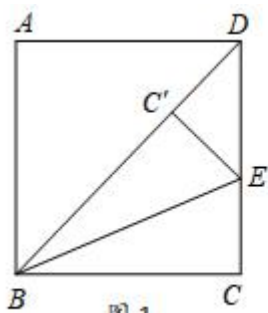


图 1

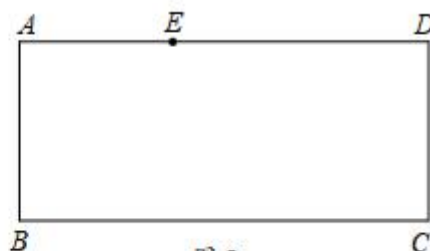


图 2

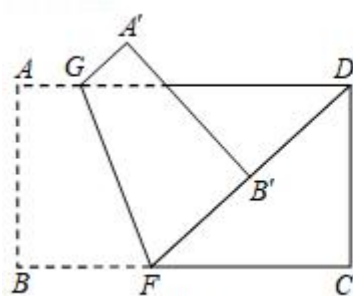


图 3

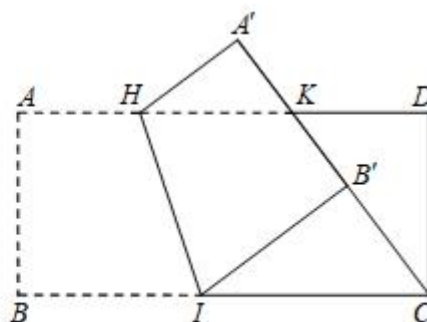


图 4

28. (10 分) 如图，二次函数 $y=x^2-3x$ 的图象经过 $O(0, 0)$ ， $A(4, 4)$ ， $B(3, 0)$ 三点，以点 O 为位似中心，在 y 轴的右侧将 $\triangle OAB$ 按相似比 $2:1$ 放大，得到 $\triangle OA'B'$ ，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象经过 O ， A' ， B' 三点.

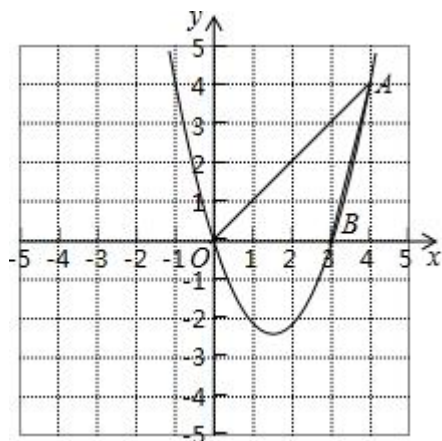
(1) 画出 $\triangle OA'B'$ ，试求二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的表达式；

(2) 点 $P(m, n)$ 在二次函数 $y=x^2-3x$ 的图象上， $m \neq 0$ ，直线 OP 与二次函数 $y=ax^2+bx+c$

($a \neq 0$) 的图象交于点 Q (异于点 O).

①连接 AP, 若 $2AP > OQ$, 求 m 的取值范围;

②当点 Q 在第一象限内, 过点 Q 作 QQ' 平行于 x 轴, 与二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象交于另一点 Q' , 与二次函数 $y=x^2-3x$ 的图象交于点 M, N (M 在 N 的左侧), 直线 OQ' 与二次函数 $y=x^2-3x$ 的图象交于点 P' . $\triangle Q'P'M \sim \triangle QB'N$, 则线段 NQ 的长度等于_____.



2018 年江苏省镇江市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、填空题 (本大题共有 12 小题, 每小题 2 分, 共计 24 分.)

1. (2 分) -8 的绝对值是 8.

【解答】解: -8 的绝对值是 8.

2. (2 分) 一组数据 2, 3, 3, 1, 5 的众数是 3.

【解答】解: 数据 2, 3, 3, 1, 5 的众数为 3.

故答案为 3.

3. (2 分) 计算: $(a^2)^3 = a^6$.

【解答】解: $(a^2)^3 = a^6$.

故答案为: a^6 .

4. (2 分) 分解因式: $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$.

【解答】解： $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$.

故答案为： $(x+1)(x-1)$.

5. (2分) 若分式 $\frac{5}{x-3}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是 $x \neq 3$.

【解答】解：由题意，得

$$x - 3 \neq 0,$$

解得 $x \neq 3$,

故答案为： $x \neq 3$.

6. (2分) 计算： $\sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{8} = \underline{2}$.

【解答】解：原式 $= \sqrt{\frac{1}{2} \times 8}$

$$= \sqrt{4}$$

$$= 2.$$

故答案为： 2

7. (2分) 圆锥底面圆的半径为 1，侧面积等于 3π ，则它的母线长为 3.

【解答】解：设它的母线长为 l ,

根据题意得 $\frac{1}{2} \times 2\pi \times 1 \times l = 3\pi$,

解得 $l = 3$,

即它的母线长为 3.

故答案为 3.

8. (2分) 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 A (-2, 4)，则在每一个象限内， y 随 x

的增大而 增大. (填“增大”或“减小”)

【解答】解： $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 (-2, 4),

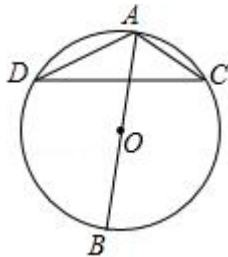
$$\therefore 4 = \frac{k}{-2},$$

解得 $k = -8 < 0$,

∴函数图象在每个象限内 y 随 x 的增大而增大.

故答案为: 增大.

9. (2 分) 如图, AD 为 $\triangle ABC$ 的外接圆 $\odot O$ 的直径, 若 $\angle BAD = 50^\circ$, 则 $\angle ACB = \underline{40}^\circ$.



【解答】解: 连接 BD, 如图,

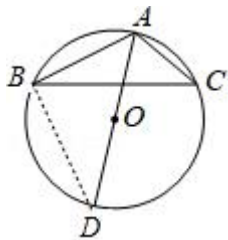
∵AD 为 $\triangle ABC$ 的外接圆 $\odot O$ 的直径,

∴ $\angle ABD = 90^\circ$,

∴ $\angle D = 90^\circ - \angle BAD = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$,

∴ $\angle ACB = \angle D = 40^\circ$.

故答案为 40.



10. (2 分) 已知二次函数 $y = x^2 - 4x + k$ 的图象的顶点在 x 轴下方, 则实数 k 的取值范围是 $\underline{k \leq 4}$.

【解答】解: ∵二次函数 $y = x^2 - 4x + k$ 中 $a = 1 > 0$, 图象的开口向上,

又∵二次函数 $y = x^2 - 4x + k$ 的图象的顶点在 x 轴下方,

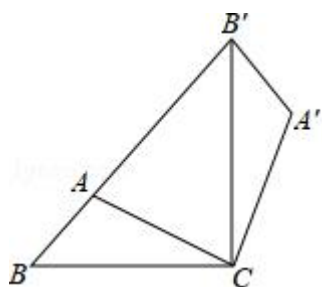
∴ $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times k > 0$,

解得: $k < 4$,

故答案为: $k < 4$.

11. (2 分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC > 90^\circ$, $BC = 5$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转 90° ,

点 B 对应点 B' 落在 BA 的延长线上. 若 $\sin \angle B'AC = \frac{9}{10}$, 则 $AC = \frac{25\sqrt{2}}{9}$.



【解答】解：作 $CD \perp BB'$ 于 D，如图，

$\because \triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转 90° ，点 B 对应点 B' 落在 BA 的延长线上，

$\therefore CB = CB' = 5$ ， $\angle BCB' = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle BCB'$ 为等腰直角三角形，

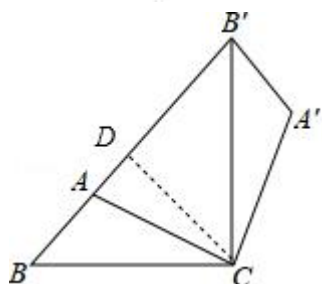
$\therefore BB' = \sqrt{2}BC = 5\sqrt{2}$ ，

$\therefore CD = \frac{1}{2}BB' = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ ，

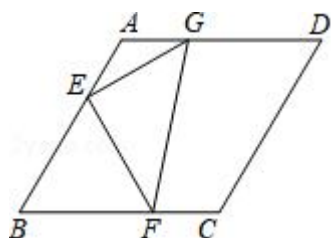
在 $Rt\triangle ACD$ 中， $\because \sin \angle DAC = \frac{CD}{AC} = \frac{9}{10}$ ，

$\therefore AC = \frac{5\sqrt{2}}{2} \times \frac{10}{9} = \frac{25\sqrt{2}}{9}$ 。

故答案为 $\frac{25\sqrt{2}}{9}$ 。

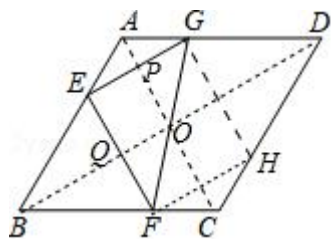


12. (2 分) 如图，点 E、F、G 分别在菱形 ABCD 的边 AB，BC，AD 上， $AE = \frac{1}{3}AB$ ， $CF = \frac{1}{3}CB$ ， $AG = \frac{1}{3}AD$ 。已知 $\triangle EFG$ 的面积等于 6，则菱形 ABCD 的面积等于 27。



【解答】解：在 CD 上截取一点 H，使得 $CH = \frac{1}{3}CD$ 。连接 AC 交 BD 于 O，BD 交 EF 于 Q，

EG 交 AC 于 P。



$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{AG}{AD},$$

$\therefore EG \parallel BD$ ，同法可证： $FH \parallel BD$ ，

$\therefore EG \parallel FH$ ，同法可证 $EF \parallel GF$ ，

$\therefore$ 四边形 EFGH 是平行四边形，

$\because$ 四边形 ABCD 是菱形，

$\therefore AC \perp BD$ ，

$\therefore EF \perp EG$ ，

$\therefore$ 四边形 EFGH 是矩形，易证点 O 在线段 FG 上，四边形 EQOP 是矩形，

$$\therefore S_{\triangle EFG} = 6,$$

$$\therefore S_{\text{矩形 EQOP}} = 3, \text{ 即 } OP \cdot OQ = 3,$$

$$\therefore OP : OA = BE : AB = 2 : 3,$$

$$\therefore OA = \frac{3}{2}OP, \text{ 同法可证 } OB = 3OQ,$$

$$\therefore S_{\text{菱形 ABCD}} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 3OP \times 6OQ = 9OP \times OQ = 27.$$

故答案为 27.

二、选择题 (本大题共有 5 小题，每小题 3 分，共计 15 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一项符合题目要求.)

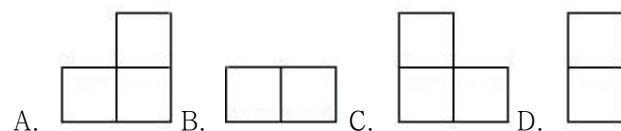
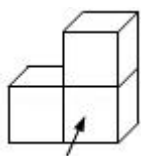
13. (3 分) 0.000182 用科学记数法表示应为 ()

A. 0182×10^{-3} B. 1.82×10^{-4} C. 1.82×10^{-5} D. 18.2×10^{-4}

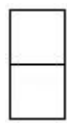
【解答】解： $0.000182 = 1.82 \times 10^{-4}$.

故选： B.

14. (3分) 如图是由3个大小相同的小正方体组成的几何体，它的左视图是 ()



【解答】解：如图所示：它的左视图是：



故选：D.

15. (3分) 小明将如图所示的转盘分成 n (n 是正整数) 个扇形，并使得各个扇形的面积都相等，然后他在这些扇形区域内分别标连接偶数数字 2, 4, 6, $\dots$, $2n$ (每个区域内标注 1 个数字，且各区域内标注的数字互不相同)，转动转盘 1 次，当转盘停止转动时，若事件“指针所落区域标注的数字大于 8”的概率是 $\frac{5}{6}$ ，则 n 的取值为 ()



A. 36 B. 30 C. 24 D. 18

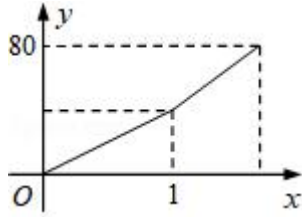
【解答】解： $\because$ “指针所落区域标注的数字大于 8” 的概率是 $\frac{5}{6}$,

$$\therefore \frac{n-4}{n} = \frac{5}{6},$$

解得： $n=24$,

故选：C.

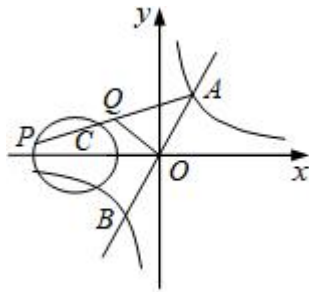
16. (3分) 甲、乙两地相距 80km，一辆汽车上午 9:00 从甲地出发驶往乙地，匀速行驶了一半的路程后将速度提高了 20km/h，并继续匀速行驶至乙地，汽车行驶的路程 y (km) 与时间 x (h) 之间的函数关系如图所示，该车到达乙地的时间是当天上午 ()



A. 10: 35 B. 10: 40 C. 10: 45 D. 10: 50

【解答】解：因为匀速行驶了一半的路程后将速度提高了 20km/h，
所以 1 小时后的路程为 40km，速度为 40km/h，
所以以后的速度为 $20+40=60\text{km/h}$ ，时间为 $\frac{40}{60} \times 60 = 40$ 分钟，
故该车到达乙地的时间是当天上午 10: 40；
故选：B.

17. (3 分) 如图，一次函数 $y=2x$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0$) 的图象交于 A, B 两点，点 P 在以 C (-2, 0) 为圆心，1 为半径的 $\odot C$ 上，Q 是 AP 的中点，已知 OQ 长的最大值为 $\frac{3}{2}$ ，则 k 的值为 ()



A. $\frac{49}{32}$ B. $\frac{25}{18}$ C. $\frac{32}{25}$ D. $\frac{9}{8}$

【解答】解：连接 BP，
由对称性得：OA=OB，
 $\because$ Q 是 AP 的中点，
 $\therefore OQ = \frac{1}{2}BP$ ，
 $\because$ OQ 长的最大值为 $\frac{3}{2}$ ，
 $\therefore$ BP 长的最大值为 $\frac{3}{2} \times 2 = 3$ ，
如图，当 BP 过圆心 C 时，BP 最长，过 B 作 $BD \perp x$ 轴于 D，
 $\because CP=1$ ，

$$\therefore BC=2,$$

$\because B$ 在直线 $y=2x$ 上,

设 $B(t, 2t)$, 则 $CD=t - (-2) = t+2$, $BD = -2t$,

在 $Rt\triangle BCD$ 中, 由勾股定理得: $BC^2 = CD^2 + BD^2$,

$$\therefore 2^2 = (t+2)^2 + (-2t)^2,$$

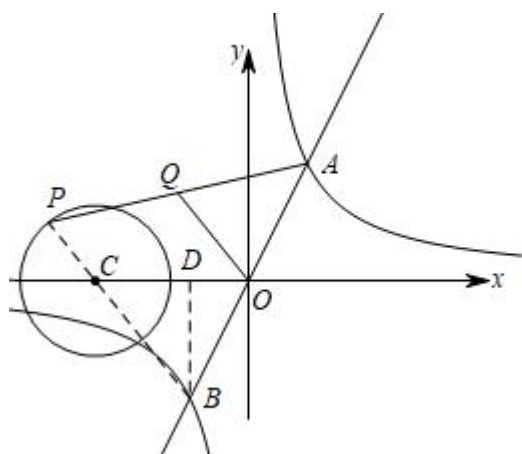
$$t=0 \text{ (舍)} \text{ 或 } -\frac{4}{5},$$

$$\therefore B\left(-\frac{4}{5}, -\frac{8}{5}\right),$$

$\therefore$ 点 B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象上,

$$\therefore k = -\frac{4}{5} \times \left(-\frac{8}{5}\right) = \frac{32}{25};$$

故选: C.



三、解答题 (本大题共有 11 小题, 共计 81 分, 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.)

18. (8 分) (1) 计算: $2^{-1} + (2018 - \pi)^0 - \sin 30^\circ$

(2) 化简: $(a+1)^2 - a(a+1) - 1$.

【解答】 解: (1) 原式 $= \frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{2} = 1$;

(2) 原式 $= a^2 + 2a + 1 - a^2 - a - 1 = a$.

19. (10 分) (1) 解方程: $\frac{x}{x+2} = \frac{2}{x-1} + 1$.

(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x-4>0 \\ x+1\leq 4(x-2) \end{cases}$$

【解答】解: (1) 两边都乘以 $(x-1)(x+2)$, 得: $x(x-1)=2(x+2)+(x-1)(x+2)$,
解得: $x=-\frac{1}{2}$,

当 $x=-\frac{1}{2}$ 时, $(x-1)(x+2)\neq 0$,

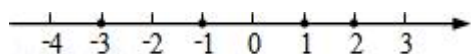
$\therefore$ 分式方程的解为 $x=-\frac{1}{2}$;

(2) 解不等式 $2x-4>0$, 得: $x>2$,

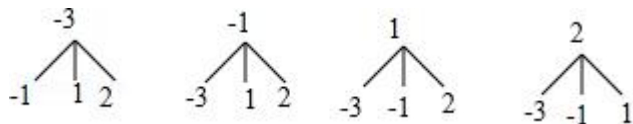
解不等式 $x+1\leq 4(x-2)$, 得: $x\geq 3$,

则不等式组的解集为 $x\geq 3$.

20. (6分) 如图, 数轴上的点 A, B, C, D 表示的数分别为 -3, -1, 1, 2, 从 A, B, C, D 四点中任意取两点, 求所取两点之间的距离为 2 的概率.



【解答】解: 画树状图为:



共有 12 种等可能的结果数, 其中所取两点之间的距离为 2 的结果数为 4,

所以所取两点之间的距离为 2 的概率 $=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.

21. (6分) 小李读一本名著, 星期六读了 36 页, 第二天读了剩余部分的 $\frac{1}{4}$, 这两天共读了整本书的 $\frac{3}{8}$, 这本名著共有多少页?

【解答】解: 设这本名著共有 x 页,

根据题意得: $36+\frac{1}{4}(x-36)=\frac{3}{8}x$,

解得: $x=216$.

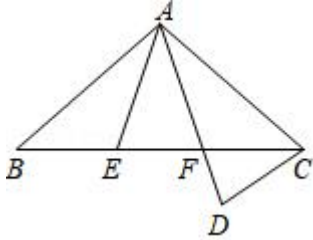
答: 这本名著共有 216 页.

22. (6分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 E, F 在边 BC 上, $BE=CF$, 点 D 在 AF 的延长线

上, $AD=AC$.

(1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle ACF$;

(2) 若 $\angle BAE=30^\circ$, 则 $\angle ADC=$ 75 $^\circ$.



【解答】(1) 证明: $\because AB=AC$,

$\therefore \angle B=\angle ACF$,

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACF$ 中,

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle B=\angle ACF, \\ BE=CF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACF$ (SAS);

(2) $\because \triangle ABE \cong \triangle ACF$, $\angle BAE=30^\circ$,

$\therefore \angle BAE=\angle CAF=30^\circ$,

$\because AD=AC$,

$\therefore \angle ADC=\angle ACD$,

$$\therefore \angle ADC=\frac{180^\circ-30^\circ}{2}=75^\circ,$$

故答案为: 75.

23. (6分) 某班 50 名学生的身高如下 (单位: cm):

160 163 152 161 167 154 158 171 156 168

178 151 156 154 165 160 168 155 162 173

158 167 157 153 164 172 153 159 154 155

169 163 158 150 177 155 166 161 159 164

171 154 157 165 152 167 157 162 155 160

(1) 小丽用简单随机抽样的方法从这 50 个数据中抽取一个容量为 5 的样本: 161, 155, 174, 163, 152, 请你计算小丽所抽取的这个样本的平均数;

(2) 小丽将这 50 个数据按身高相差 4cm 分组, 并制作了如下的表格:

身高	频数	频率
147.5 ~ 151.5	<u>3</u>	0.06
151.5 ~ 155.5	<u>10</u>	<u>0.20</u>
155.5 ~ 159.5	11	m
159.5 ~ 163.5	<u>9</u>	0.18
163.5 ~ 167.5	8	0.16
167.5 ~ 171.5	4	<u>0.08</u>
171.5 ~ 175.5	n	0.06
175.5 ~ 179.5	2	<u>0.04</u>
合计	50	1

① $m = \underline{0.22}$, $n = \underline{3}$;

② 这 50 名学生身高的中位数落在哪个身高段内? 身高在哪一段的学生数最多?

【解答】 解: (1) $\bar{x} = \frac{1}{5} (161+155+174+163+152) = 161$;

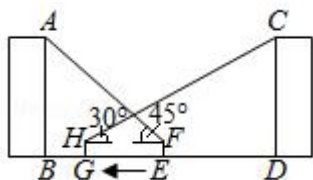
(2) ① 如表可知, $m = 0.22$, $n = 3$,

故答案为: 0.22; 3;

② 这 50 名学生身高的中位数落在 159.5 ~ 163.5,

身高在 151.5 ~ 155.5 的学生数最多.

24. (6 分) 如图, 校园内有两幢高度相同的教学楼 AB, CD, 大楼的底部 B, D 在同一平面上, 两幢楼之间的距离 BD 长为 24 米, 小明在点 E (B, E, D 在一条直线上) 处测得教学楼 AB 顶部的仰角为 45° , 然后沿 EB 方向前进 8 米到达点 G 处, 测得教学楼 CD 顶部的仰角为 30° . 已知小明的两个观测点 F, H 距离地面的高度均为 1.6 米, 求教学楼 AB 的高度 AB 长. (精确到 0.1 米) 参考值: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$.



【解答】 解: 延长 HF 交 CD 于点 N, 延长 FH 交 AB 于点 M, 如右图所示,

由题意可得, $MB = HG = FE = ND = 1.6\text{m}$, $HF = GE = 8\text{m}$, $MF = BE$, $HN = GD$, $MN = BD = 24\text{m}$,

设 $AM = xm$, 则 $CN = xm$,

在 Rt△AFM 中, $MF = \frac{AM}{\tan 45^\circ} = \frac{x}{1} = x$,

在 Rt△CNH 中, $HN = \frac{CN}{\tan 30^\circ} = \frac{x}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{3}x$,

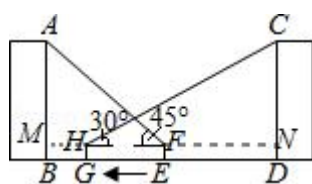
$\therefore HF = MF + HN - MN = x + \sqrt{3}x - 24$,

即 $8 = x + \sqrt{3}x - 24$,

解得, $x \approx 11.7$,

$\therefore AB = 11.7 + 1.6 = 13.3\text{m}$,

答: 教学楼 AB 的高度 AB 长 13.3m.

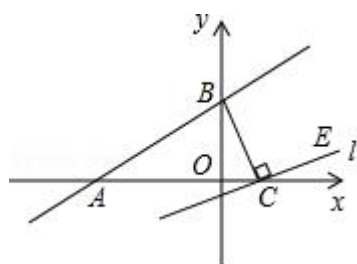


25. (6分) 如图, 一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 的图象与 x 轴, y 轴分别交于 $A(-9, 0)$, $B(0, 6)$ 两点, 过点 $C(2, 0)$ 作直线 l 与 BC 垂直, 点 E 在直线 l 位于 x 轴上方的部分.

(1) 求一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 的表达式;

(2) 若 $\triangle ACE$ 的面积为 11, 求点 E 的坐标;

(3) 当 $\angle CBE = \angle ABO$ 时, 点 E 的坐标为 (11, 3).



【解答】 解: (1) $\because$ 一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 的图象与 x 轴, y 轴分别交于 $A(-9, 0)$, $B(0, 6)$ 两点,

$$\therefore \begin{cases} -9k+b=0 \\ b=6 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k=\frac{2}{3} \\ b=6 \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数 $y=kx+b$ 的表达式为 $y=\frac{2}{3}x-6$;

(2) 如图, 记直线 l 与 y 轴的交点为 D ,

$$\because BC \perp l,$$

$$\therefore \angle BCD = 90^\circ = \angle BOC,$$

$$\therefore \angle OBC + \angle OCB = \angle OCD + \angle OCB,$$

$$\therefore \angle OBC = \angle OCD,$$

$$\because \angle BOC = \angle COD,$$

$$\therefore \triangle OBC \sim \triangle OCD,$$

$$\therefore \frac{OB}{OC} = \frac{OC}{OD},$$

$$\because B(0, 6), C(2, 0),$$

$$\therefore OB = 6, OC = 2,$$

$$\therefore \frac{6}{2} = \frac{2}{OD},$$

$$\therefore OD = \frac{2}{3},$$

$$\therefore D(0, -\frac{2}{3}),$$

$$\because C(2, 0),$$

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 的解析式为 } y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3},$$

$$\text{设 } E(t, \frac{1}{3}t - \frac{2}{3}),$$

$$\because A(-9, 0), C(2, 0),$$

$$\therefore S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2}AC \times y_E = \frac{1}{2} \times 11 \times (\frac{1}{3}t - \frac{2}{3}) = 11,$$

$$\therefore t = 8,$$

$$\therefore E(8, 2);$$

(3) 如图, 过点 E 作 $EF \perp x$ 轴于 F ,

$$\because \angle ABO = \angle CBE, \angle AOB = \angle BCE = 90^\circ$$

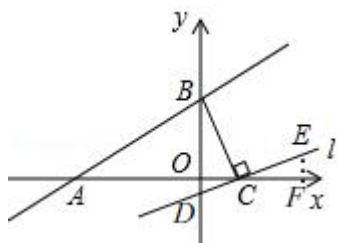
$$\therefore \triangle ABO \sim \triangle EBC,$$

$$\therefore \frac{BC}{CE} = \frac{BO}{AO} = \frac{2}{3},$$

$$\because \angle BCE = 90^\circ = \angle BOC,$$

$$\therefore \angle BCO + \angle CBO = \angle BCO + \angle ECF,$$

$\therefore \angle CBO = \angle ECF$,
 $\because \angle BOC = \angle EFC = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle BOC \sim \triangle CFE$,
 $\therefore \frac{BO}{CF} = \frac{OC}{EF} = \frac{BC}{CE} = \frac{2}{3}$,
 $\therefore \frac{6}{CF} = \frac{2}{EF} = \frac{2}{3}$,
 $\therefore CF = 9, EF = 3$,
 $\therefore OF = 11$,
 $\therefore E(11, 3)$.
 故答案为 $(11, 3)$.



26. (8分) 如图1, 平行四边形ABCD中, $AB \perp AC$, $AB=6$, $AD=10$, 点P在边AD上运动, 以P为圆心, PA为半径的 $\odot P$ 与对角线AC交于A, E两点.

(1) 如图2, 当 $\odot P$ 与边CD相切于点F时, 求AP的长;

(2) 不难发现, 当 $\odot P$ 与边CD相切时, $\odot P$ 与平行四边形ABCD的边有三个公共点, 随着AP的变化, $\odot P$ 与平行四边形ABCD的边的公共点的个数也在变化, 若公共点的个数为4, 直接写出相对应的AP的值的取值范围 $\frac{40}{9} < AP < \frac{24}{5}$ 或 $AP=5$.

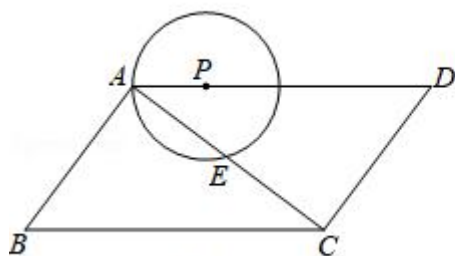


图 1

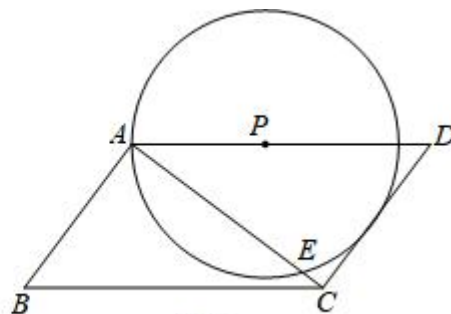


图 2

【解答】 解: (1) 如图2所示, 连接PF,

在 $Rt\triangle ABC$ 中, 由勾股定理得: $AC = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$,

设 $AP=x$, 则 $DP=10-x$, $PF=x$,

$\because \odot P$ 与边 CD 相切于点 F ,

$\therefore PF \perp CD$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD$,

$\because AB \perp AC$,

$\therefore AC \perp CD$,

$\therefore AC \parallel PF$,

$\therefore \triangle DPF \sim \triangle DAC$,

$$\therefore \frac{PF}{AC} = \frac{PD}{AD},$$

$$\therefore \frac{x}{8} = \frac{10-x}{10},$$

$$\therefore x = \frac{40}{9}, \quad AP = \frac{40}{9};$$

(2) 当 $\odot P$ 与 BC 相切时, 设切点为 G , 如图 3,

$$S_{\square ABCD} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times 2 = 10PG,$$

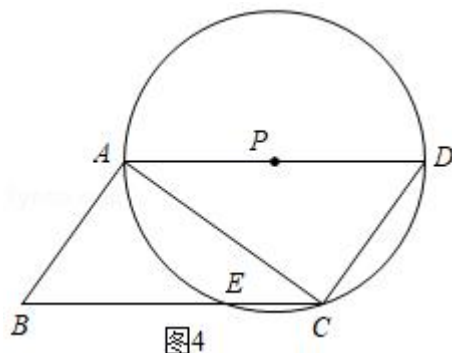
$$PG = \frac{24}{5},$$

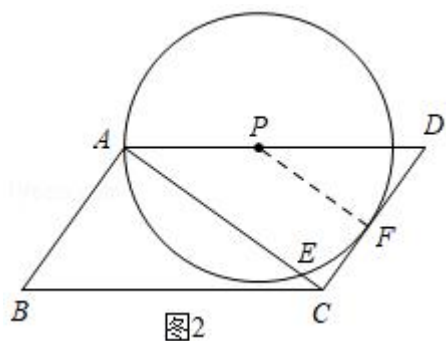
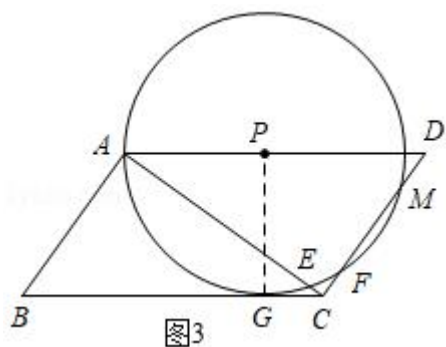
①当 $\odot P$ 与边 AD 、 CD 分别有两个公共点时, $\frac{40}{9} < AP < \frac{24}{5}$, 即此时 $\odot P$ 与平行四边形 $ABCD$ 的边的公共点的个数为 4,

② $\odot P$ 过点 A 、 C 、 D 三点., 如图 4, $\odot P$ 与平行四边形 $ABCD$ 的边的公共点的个数为 4, 此时 $AP=5$,

综上所述, AP 的值的取值范围是: $\frac{40}{9} < AP < \frac{24}{5}$ 或 $AP=5$.

故答案为: $\frac{40}{9} < AP < \frac{24}{5}$ 或 $AP=5$.





27. (9分) (1) 如图 1, 将矩形 ABCD 折叠, 使 BC 落在对角线 BD 上, 折痕为 BE, 点 C 落在点 C' 处, 若 $\angle ADB = 46^\circ$, 则 $\angle DBE$ 的度数为 23 $^\circ$.

(2) 小明手中有一张矩形纸片 ABCD, $AB = 4$, $AD = 9$.

【画一画】

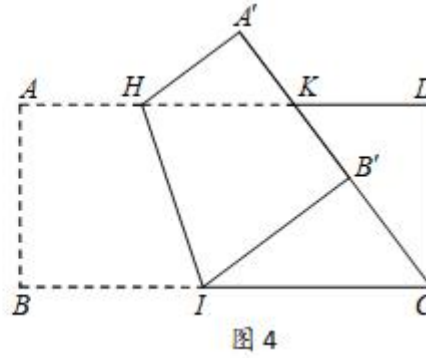
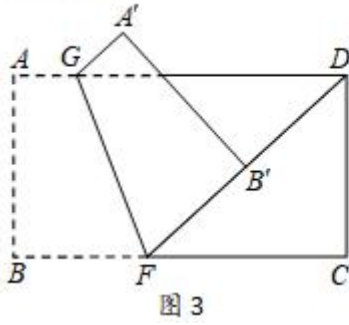
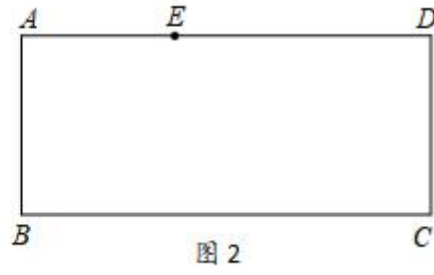
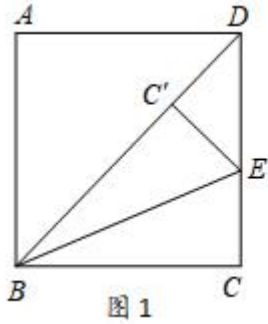
如图 2, 点 E 在这张矩形纸片的边 AD 上, 将纸片折叠, 使 AB 落在 CE 所在直线上, 折痕设为 MN (点 M, N 分别在边 AD, BC 上), 利用直尺和圆规画出折痕 MN (不写作法, 保留作图痕迹, 并用黑色水笔把线段描清楚);

【算一算】

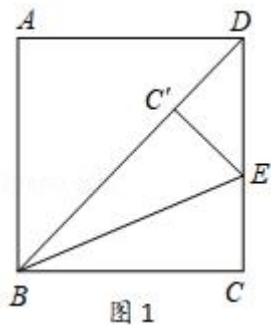
如图 3, 点 F 在这张矩形纸片的边 BC 上, 将纸片折叠, 使 FB 落在射线 FD 上, 折痕为 GF, 点 A, B 分别落在点 A' , B' 处, 若 $AG = \frac{7}{3}$, 求 $B'D$ 的长;

【验一验】

如图 4, 点 K 在这张矩形纸片的边 AD 上, $DK = 3$, 将纸片折叠, 使 AB 落在 CK 所在直线上, 折痕为 HI, 点 A, B 分别落在点 A' , B' 处, 小明认为 $B'I$ 所在直线恰好经过点 D, 他的判断是否正确, 请说明理由.



【解答】解：（1）如图 1 中，



∵ 四边形 ABCD 是矩形，

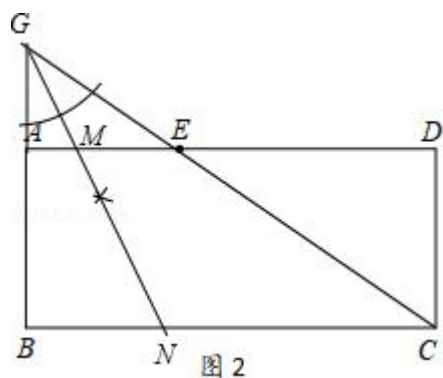
∴ $AD \parallel BC$ ，

∴ $\angle ADB = \angle DBC = 46^\circ$ ，

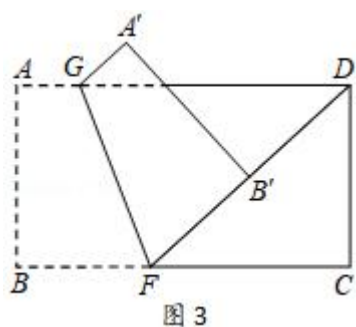
由翻折不变性可知， $\angle DBE = \angle EBC = \frac{1}{2} \angle DBC = 23^\circ$ ，

故答案为 23.

（2）【画一画】，如图 2 中，



【算一算】如图 3 中,



$$\therefore AG = \frac{7}{3}, \quad AD = 9,$$

$$\therefore GD = 9 - \frac{7}{3} = \frac{20}{3},$$

$\therefore$ 四边形 ABCD 是矩形,

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DGF = \angle BFG,$$

由翻折不变性可知, $\angle BFG = \angle DFG$,

$$\therefore \angle DFG = \angle DGF,$$

$$\therefore DF = DG = \frac{20}{3},$$

$$\therefore CD = AB = 4, \quad \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle CDF \text{ 中, } CF = \sqrt{DF^2 - CD^2} = \frac{16}{3},$$

$$\therefore BF = BC - CF = \frac{11}{3},$$

$$\text{由翻折不变性可知, } FB = FB' = \frac{11}{3},$$

$$\therefore DB' = DF - FB' = \frac{20}{3} - \frac{11}{3} = 3.$$

【验一验】如图 4 中，小明的判断不正确.

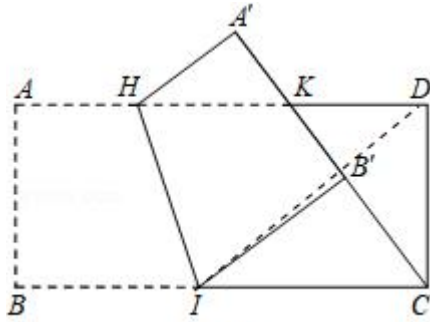


图 4

理由：连接 ID，在 $\text{Rt}\triangle CDK$ 中， $\because DK=3$ ， $CD=4$ ，

$$\therefore CK = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DKC = \angle ICK,$$

由折叠可知， $\angle A' B' I = \angle B = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle IB' C = 90^\circ = \angle D,$$

$$\therefore \triangle CDK \sim \triangle IB' C,$$

$$\therefore \frac{CD}{IB'} = \frac{DK}{B' C} = \frac{CK}{IC}, \text{ 即 } \frac{4}{IB'} = \frac{3}{B' C} = \frac{5}{IC},$$

设 $CB' = 3k$ ， $IB' = 4k$ ， $IC = 5k$ ，

由折叠可知， $IB = IB' = 4k$ ，

$$\therefore BC = BI + IC = 4k + 5k = 9,$$

$$\therefore k = 1,$$

$$\therefore IC = 5, IB' = 4, B' C = 3,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ICB' \text{ 中, } \tan \angle B' IC = \frac{CB'}{IB'} = \frac{3}{4},$$

$$\text{连接 ID, 在 } \text{Rt}\triangle ICD \text{ 中, } \tan \angle DIC = \frac{DC}{IC} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore \tan \angle B' IC \neq \tan \angle DIC,$$

$\therefore B' I$ 所在的直线不经过点 D.

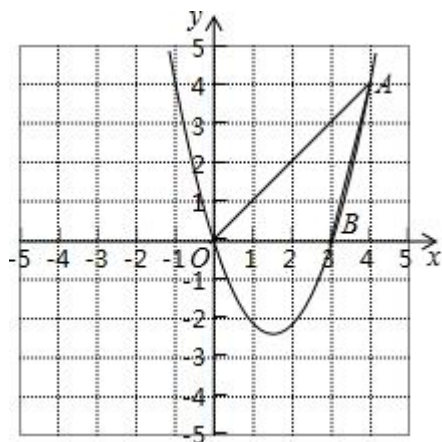
28. (10 分) 如图，二次函数 $y = x^2 - 3x$ 的图象经过 $O(0, 0)$ ， $A(4, 4)$ ， $B(3, 0)$ 三点，以点 O 为位似中心，在 y 轴的右侧将 $\triangle OAB$ 按相似比 2:1 放大，得到 $\triangle OA' B'$ ，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象经过 O ， A' ， B' 三点.

(1) 画出 $\triangle OA'B'$ ，试求二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的表达式；

(2) 点 $P(m, n)$ 在二次函数 $y=x^2-3x$ 的图象上， $m \neq 0$ ，直线 OP 与二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象交于点 Q (异于点 O)。

①连接 AP ，若 $2AP > OQ$ ，求 m 的取值范围；

②当点 Q 在第一象限内，过点 Q 作 QQ' 平行于 x 轴，与二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象交于另一点 Q' ，与二次函数 $y=x^2-3x$ 的图象交于点 M, N (M 在 N 的左侧)，直线 OQ' 与二次函数 $y=x^2-3x$ 的图象交于点 P' 。 $\triangle Q'P'M \sim \triangle QB'N$ ，则线段 NQ 的长度等于 6。



【解答】解：(1) 由以点 O 为位似中心，在 y 轴的右侧将 $\triangle OAB$ 按相似比 $2:1$ 放大，得

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore A(4, 4), B(3, 0)$$

$$\therefore A'(8, 8), B'(6, 0)$$

将 $O(0, 0)$, $A'(8, 8)$, $B'(6, 0)$ 代入 $y=ax^2+bx+c$

$$\text{得} \begin{cases} c=0 \\ 36a+6b=0 \\ 64a+8b=0 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-3 \\ c=0 \end{cases}$$

$$\therefore \text{二次函数的解析式为 } y=\frac{1}{2}x^2-3x;$$

(2) ① $\because P(m, n)$ 在二次函数 $y=x^2-3x$ 的图象上

$$\therefore n=m^2-3m$$

$$\therefore P(m, m^2-3m)$$

设直线 OP 的解析式为 $y=kx$ ，将点 P (m, m^2-3m) 代入函数解析式，

$$\text{得 } mk=m^2-3m$$

$$\therefore k=m-3$$

$$\therefore \text{OP 的解析是为 } y=(m-3)x$$

$$\because \text{OP 与 } y=\frac{1}{2}x^2-3x \text{ 交于 Q 点}$$

$$\therefore \begin{cases} y=(m-3)x \\ y=\frac{1}{2}x^2-3x \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \text{ (不符合题意舍去)} \quad \begin{cases} x=2m \\ y=2m^2-6m \end{cases}$$

$\therefore Q(2m, 2m^2-6m)$ 过点 P 作 $PC \perp x$ 轴于点 C，过点 Q 作 $QD \perp x$ 轴于点 D

$$\text{则 } OC=|m|, PC=|m^2-3m|, OD=|2m|, QD=|2m^2-6m|$$

$$\therefore \frac{OD}{OC} = \frac{OQ}{OP} = 2$$

$$\therefore \triangle OCP \sim \triangle ODQ$$

$$\therefore OQ=2OP$$

$$\therefore 2AP > OQ$$

$$\therefore 2AP > 2OP, \text{ 即 } AP > OP$$

$$\therefore \sqrt{(m-4)^2 + (m^2-3m-4)^2} > \sqrt{m^2 + (m-3m)^2}$$

化简，得 $m^2-2m-4 < 0$ ，解得 $1-\sqrt{5} < m < 1+\sqrt{5}$ ，且 $m \neq 0$ ；

$$\textcircled{2} P(m, m^2-3m), Q(2m, 2m^2-6m)$$

$\because$ 点 Q 在第一象限，

$$\therefore \begin{cases} 2m > 0 \\ 2m^2-6m > 0 \end{cases}, \text{ 解得 } m > 3$$

由 $Q(2m, 2m^2-6m)$ ，得 QQ' 的表达式是 $y=2m^2-6m$

$$\because QQ' \text{ 交 } y=\frac{1}{2}x^2-3x \text{ 交于点 } Q'$$

$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x^2-3x \\ y=2m^2-6m \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x=2m \\ y=2m^2-6m \end{cases} \text{ (不符合题意, 舍)} \quad \begin{cases} x=6-2m \\ y=2m^2-6m \end{cases}$$

$$\therefore Q' (6-2m, 2m^2-6m)$$

设 OQ' 的解析是为 $y=kx$, $(6-2m)k=2m^2-6m$

解得 $k=-m$, OQ' 的解析式为 $y=-m$

$\therefore OQ'$ 与 $y=x^2-3x$ 交于点 P'

$$\therefore -mx=x^2-3x$$

解得 $x_1=0$ (舍), $x_2=3-m$

$$\therefore P' (3-m, m^2-3m)$$

$\therefore QQ'$ 与 $y=x^2-3x$ 交于点 P'

$$\therefore -mx=x^2-3x$$

解得 $x_1=0$ (舍去), $x_2=3-m$

$$\therefore P' (3-m, m^2-3m)$$

$\therefore QQ'$ 与 $y=x^2-3x$ 交于点 M 、 N

$$\therefore x^2-3x=2m^2-6m$$

$$\text{解得 } x_1=\frac{3+\sqrt{8m^2-24m+9}}{2}, x_2=\frac{3-\sqrt{8m^2-24m+9}}{2}$$

$\therefore M$ 在 N 左侧

$$\therefore M \left(\frac{3+\sqrt{8m^2-24m+9}}{2}, 2m^2-6m \right)$$

$$N \left(\frac{3-\sqrt{8m^2-24m+9}}{2}, 2m^2-6m \right)$$

$\therefore \triangle Q'P'M \sim \triangle QBN$

$$\therefore \frac{P'Q'}{QB'} = \frac{QM}{QN}$$

$$\therefore \left(\frac{P'Q}{QB} \right)^2 = \frac{(3-m)^2 + (m^2-3m)^2}{(2m-6)^2 + (2m^2-6m)^2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{即 } \frac{3-\sqrt{8m^2-24m+9}-(6-2m)}{2m-\frac{3+\sqrt{8m^2-24m+9}}{2}} = \frac{1}{2}$$

化简得

$$m^2-12m+27=0$$

解得:

$$m_1=3 \text{ (舍)}, m_2=9$$

$$\therefore N(12, 108), Q(8, 108)$$

$$\therefore QN=6$$

故答案为：6