

江苏省连云港市 2018 年中考数学真题试题

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. （2018 年江苏省连云港市） -8 的相反数是（ ）

- A. -8 B. $\frac{1}{8}$ C. 8 D. $-\frac{1}{8}$

【分析】根据相反数的概念：只有符号不同的两个数叫做互为相反数可得答案.

【解答】解： -8 的相反数是 8 ,

故选：C.

【点评】此题主要考查了相反数，关键是掌握相反数的定义.

2. （2018 年江苏省连云港市）下列运算正确的是（ ）

- A. $x - 2x = -x$ B. $2x - y = xy$ C. $x^2 + x^2 = x^4$ D. $(x - 1)^2 = x^2 - 1$

【分析】根据整式的运算法则即可求出答案.

【解答】解：(B) 原式 $= 2x - y$ ，故 B 错误；

(C) 原式 $= 2x^2$ ，故 C 错误；

(D) 原式 $= x^2 - 2x + 1$ ，故 D 错误；

故选：A.

【点评】本题考查整式的运算法则，解题的关键是熟练运用整式的运算法则，本题属于基础题型.

3. （2018 年江苏省连云港市）地球上陆地的面积约为 $150\,000\,000\text{km}^2$. 把“ $150\,000\,000$ ”用科学记数法表示为（ ）

- A. 1.5×10^8 B. 1.5×10^7 C. 1.5×10^9 D. 1.5×10^6

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解： $150\,000\,000 = 1.5 \times 10^8$,

故选：A.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 1

$\leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (2018 年江苏省连云港市) 一组数据 2, 1, 2, 5, 3, 2 的众数是 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 5

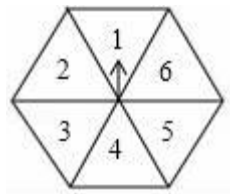
【分析】根据众数的定义即一组数据中出现次数最多的数, 即可得出答案.

【解答】解: 在数据 2, 1, 2, 5, 3, 2 中 2 出现 3 次, 次数最多,
所以众数为 2,

故选: B.

【点评】此题考查了众数, 众数是一组数据中出现次数最多的数.

5. (2018 年江苏省连云港市) 如图, 任意转动正六边形转盘一次, 当转盘停止转动时, 指针指向大于 3 的数的概率是 ()



A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

【分析】根据概率的求法, 找准两点: ①全部情况的总数; ②符合条件的情况数目; 二者的比值就是其发生的概率.

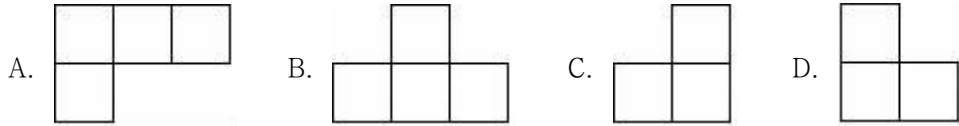
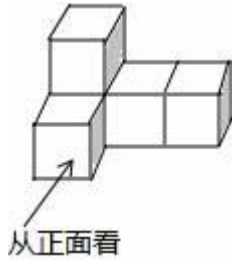
【解答】解: $\because$ 共 6 个数, 大于 3 的有 3 个,

$$\therefore P(\text{大于 } 3) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2};$$

故选: D.

【点评】本题考查概率的求法: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

6. (2018 年江苏省连云港市) 如图是由 5 个大小相同的正方体搭成的几何体, 这个几何体的俯视图是 ()



【分析】根据从上面看得到的图形是俯视图，可得答案.

【解答】解：从上面看第一列是两个小正方形，第二列是一个小正方形，第三列是一个小正方形，

故选：A.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图，从上面看得到的图形是俯视图.

7. (2018 年江苏省连云港市) 已知学校航模组设计制作的火箭的升空高度 h (m) 与飞行时间 t (s) 满足函数表达式 $h = -t^2 + 24t + 1$. 则下列说法中正确的是 ()

- A. 点火后 9s 和点火后 13s 的升空高度相同
- B. 点火后 24s 火箭落于地面
- C. 点火后 10s 的升空高度为 139m
- D. 火箭升空的最大高度为 145m

【分析】分别求出 $t=9$ 、13、24、10 时 h 的值可判断 A、B、C 三个选项，将解析式配方成顶点式可判断 D 选项.

【解答】解：A、当 $t=9$ 时， $h=136$ ；当 $t=13$ 时， $h=144$ ；所以点火后 9s 和点火后 13s 的升空高度不相同，此选项错误；

B、当 $t=24$ 时 $h=1 \neq 0$ ，所以点火后 24s 火箭离地面的高度为 1m，此选项错误；

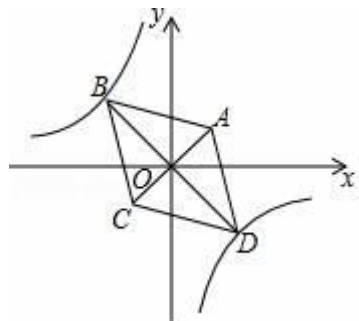
C、当 $t=10$ 时 $h=141$ m，此选项错误；

D、由 $h = -t^2 + 24t + 1 = -(t - 12)^2 + 145$ 知火箭升空的最大高度为 145m，此选项正确；

故选：D.

【点评】本题主要考查二次函数的应用，解题的关键是熟练掌握二次函数的性质.

8. (2018 年江苏省连云港市) 如图, 菱形 ABCD 的两个顶点 B、D 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, 对角线 AC 与 BD 的交点恰好是坐标原点 O, 已知点 A (1, 1), $\angle ABC = 60^\circ$, 则 k 的值是 ()



A. -5 B. -4 C. -3 D. -2

【分析】根据题意可以求得点 B 的坐标, 从而可以求得 k 的值.

【解答】解: $\because$ 四边形 ABCD 是菱形,

$$\therefore BA=BC, AC \perp BD,$$

$$\therefore \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 是等边三角形},$$

$$\therefore \text{点 A (1, 1),}$$

$$\therefore OA = \sqrt{2},$$

$$\therefore BO = \frac{OA}{\tan 30^\circ} = \sqrt{6},$$

$$\therefore \text{直线 AC 的解析式为 } y=x,$$

$$\therefore \text{直线 BD 的解析式为 } y=-x,$$

$$\therefore OB = \sqrt{6},$$

$$\therefore \text{点 B 的坐标为 } (-\sqrt{3}, \sqrt{3}),$$

$$\therefore \text{点 B 在反比例函数 } y = \frac{k}{x} \text{ 的图象上},$$

$$\therefore \sqrt{3} = \frac{k}{-\sqrt{3}},$$

$$\text{解得, } k = -3,$$

故选: C.

【点评】本题考查反比例函数图象上点的坐标特征、菱形的性质, 解答本题的关键是明确题意, 利用反比例函数的性质解答.

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，不需要写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上）

9. （2018 年江苏省连云港市）使 $\sqrt{x-2}$ 有意义的 x 的取值范围是 $x \geq 2$.

【分析】当被开方数 $x-2$ 为非负数时，二次根式才有意义，列不等式求解.

【解答】解：根据二次根式的意义，得

$x-2 \geq 0$ ，解得 $x \geq 2$.

【点评】主要考查了二次根式的意义和性质. 概念：式子 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 叫二次根式. 性质：二次根式中的被开方数必须是非负数，否则二次根式无意义.

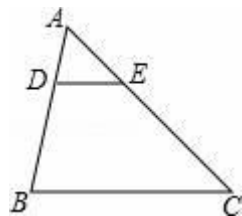
10. （2018 年江苏省连云港市）分解因式： $16-x^2=$ $(4+x)(4-x)$.

【分析】16 和 x^2 都可写成平方形式，且它们符号相反，符合平方差公式特点，利用平方差公式进行因式分解即可.

【解答】解： $16-x^2=(4+x)(4-x)$.

【点评】本题考查利用平方差公式分解因式，熟记公式结构是解题的关键.

11. （2018 年江苏省连云港市）如图， $\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别在 AB、AC 上， $DE \parallel BC$ ， $AD:DB=1:2$ ，则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比为 1:9.



【分析】根据 $DE \parallel BC$ 得到 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，再结合相似比是 $AD:AB=1:3$ ，因而面积的比是 $1:9$ ，问题得解.

【解答】解： $\because DE \parallel BC$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$,

$\because AD:DB=1:2$,

$\therefore AD:AB=1:3$,

$\therefore S_{\triangle ADE}:S_{\triangle ABC}$ 是 $1:9$.

故答案为：1:9.

【点评】本题考查的是相似三角形的判定与性质，熟知相似三角形面积的比等于相似比的平

方是解答此题的关键.

12. (2018 年江苏省连云港市) 已知 $A(-4, y_1)$, $B(-1, y_2)$ 是反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ 图象上的两个点, 则 y_1 与 y_2 的大小关系为 $y_1 < y_2$.

【分析】根据反比例函数的性质和题目中的函数解析式可以判断 y_1 与 y_2 的大小, 从而可以解答本题.

【解答】解: $\because$ 反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$, $-4 < 0$,

$\therefore$ 在每个象限内, y 随 x 的增大而增大,

$\because A(-4, y_1)$, $B(-1, y_2)$ 是反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ 图象上的两个点, $-4 < -1$,

$\therefore y_1 < y_2$,

故答案为: $y_1 < y_2$.

【点评】本题考查反比例函数图象上点的坐标特征, 解答本题的关键是明确反比例函数的性质, 利用函数的思想解答.

13. (2018 年江苏省连云港市) 一个扇形的圆心角是 120° . 它的半径是 3cm . 则扇形的弧长为 2π cm.

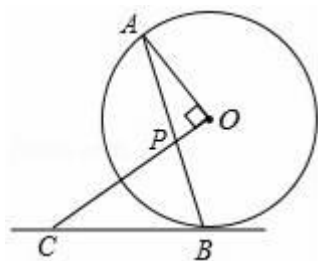
【分析】根据弧长公式可得结论.

【解答】解: 根据题意, 扇形的弧长为 $\frac{120\pi \times 3}{180} = 2\pi$,

故答案为: 2π

【点评】本题主要考查弧长的计算, 熟练掌握弧长公式是解题的关键.

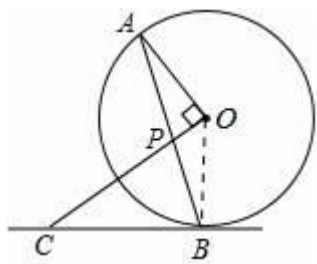
14. (2018 年江苏省连云港市) 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, 点 C 在过点 B 的切线上, 且 $OC \perp OA$, OC 交 AB 于点 P , 已知 $\angle OAB = 22^\circ$, 则 $\angle OCB = 44^\circ$.



【分析】首先连接 OB , 由点 C 在过点 B 的切线上, 且 $OC \perp OA$, 根据等角的余角相等, 易

证得 $\angle CBP = \angle CPB$ ，利用等腰三角形的性质解答即可．

【解答】解：连接 OB ，



$\because BC$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore OB \perp BC$ ，

$\therefore \angle OBA + \angle CBP = 90^\circ$ ，

$\because OC \perp OA$ ，

$\therefore \angle A + \angle APO = 90^\circ$ ，

$\because OA = OB$ ， $\angle OAB = 22^\circ$ ，

$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 22^\circ$ ，

$\therefore \angle APO = \angle CBP = 68^\circ$ ，

$\therefore \angle APO = \angle CPB$ ，

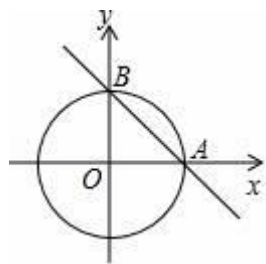
$\therefore \angle CPB = \angle ABP = 68^\circ$ ，

$\therefore \angle OCB = 180^\circ - 68^\circ - 68^\circ = 44^\circ$ ，

故答案为： 44°

【点评】此题考查了切线的性质．此题难度适中，注意掌握辅助线的作法，注意掌握数形结合思想与方程思想的应用．

15. (2018 年江苏省连云港市) 如图，一次函数 $y=kx+b$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别相交于 A 、 B 两点， $\odot O$ 经过 A 、 B 两点，已知 $AB=2$ ，则 $\frac{k}{b}$ 的值为 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ．



【分析】由图形可知： $\triangle OAB$ 是等腰直角三角形， $AB=2$ ，可得 A 、 B 两点坐标，利用待定系数法可求 k 和 b 的值，进而得到答案．

【解答】解：由图形可知：△OAB 是等腰直角三角形，OA=OB

$$\because AB=2, OA^2+OB^2=AB^2$$

$$\therefore OA=OB=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore A \text{ 点坐标是 } (\frac{\sqrt{2}}{2}, 0), B \text{ 点坐标是 } (0, \frac{\sqrt{2}}{2})$$

$\therefore$ 一次函数 $y=kx+b$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别相交于 A、B 两点

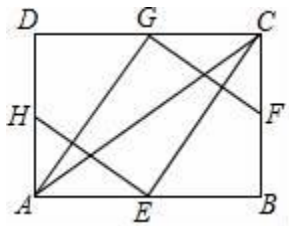
$$\therefore \text{将 A, B 两点坐标代入 } y=kx+b, \text{ 得 } k=-1, b=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore \frac{k}{b} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{故答案为: } -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

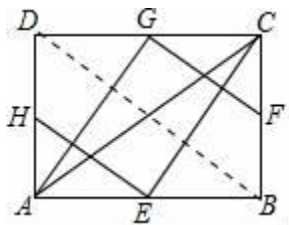
【点评】本题主要考查图形的分析运用和待定系数法求解析，找出 A、B 两点的坐标对解题是关键之举。

16. (2018 年江苏省连云港市) 如图，E、F、G、H 分别为矩形 ABCD 的边 AB、BC、CD、DA 的中点，连接 AC、HE、EC、GA、GF. 已知 $AG \perp GF$ ， $AC=\sqrt{6}$ ，则 AB 的长为 2。



【分析】如图，连接 BD. 由 $\triangle ADG \sim \triangle GCF$ ，设 $CF=BF=a$ ， $CG=DG=b$ ，可得 $\frac{AD}{GC} = \frac{DG}{CF}$ ，推出 $\frac{2a}{b} = \frac{b}{a}$ ，可得 $b=\sqrt{2}a$ ，在 $Rt\triangle GCF$ 中，利用勾股定理求出 b ，即可解决问题；

【解答】解：如图，连接 BD.



$\because$ 四边形 ABCD 是矩形，

$$\therefore \angle ADC = \angle DCB = 90^\circ, AC = BD = \sqrt{6},$$

$$\therefore CG = DG, CF = FB,$$

$$\therefore GF = \frac{1}{2}BD = \frac{\sqrt{6}}{2},$$

$$\therefore AG \perp FG,$$

$$\therefore \angle AGF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAG + \angle AGD = 90^\circ, \quad \angle AGD + \angle CGF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAG = \angle CGF,$$

$$\therefore \triangle ADG \sim \triangle GCF, \text{ 设 } CF = BF = a, \quad CG = DG = b,$$

$$\therefore \frac{AD}{GC} = \frac{DG}{CF},$$

$$\therefore \frac{2a}{b} = \frac{b}{a},$$

$$\therefore b^2 = 2a^2,$$

$$\therefore a > 0, \quad b > 0,$$

$$\therefore b = \sqrt{2}a,$$

$$\text{在 Rt}\triangle GCF \text{ 中, } 3a^2 = \frac{6}{4},$$

$$\therefore a = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore AB = 2b = 2.$$

故答案为 2.

【点评】本题考查中点四边形、矩形的性质、相似三角形的判定和性质、勾股定理等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

三、解答题（本大题共 11 小题，共 102 分.请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

17. （2018 年江苏省连云港市）计算： $(-2)^2 + 2018^0 - \sqrt{36}$

【分析】首先计算乘方、零次幂和开平方，然后再计算加减即可.

【解答】解：原式 $= 4 + 1 - 6 = -1$.

【点评】此题主要考查了实数的运算，关键是掌握乘方的意义、零次幂计算公式和二次根式的性质.

18. （2018 年江苏省连云港市）解方程： $\frac{3}{x-1} - \frac{2}{x} = 0$

【分析】根据分式的性质，可得整式方程，根据解整式方程，可得答案.

【解答】解：两边乘 $x(x-1)$ ，得

$$3x - 2(x-1) = 0,$$

解得 $x=2$,

经检验： $x=2$ 是原分式方程的解.

【点评】本题考查了解分式方程，利用等式的性质将分式方程转化成整式方程是解题关键，要检验方程的根.

19. (2018 年江苏省连云港市) 解不等式组:
$$\begin{cases} 3x-2 < 4 \\ 2(x-1) \leq 3x+1 \end{cases}$$

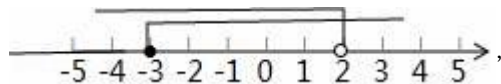
【分析】根据不等式组的解集的表示方法：大小小大中间找，可得答案.

【解答】解:
$$\begin{cases} 3x-2 < 4 \text{ ①} \\ 2(x-1) \leq 3x+1 \text{ ②} \end{cases}$$

解不等式①，得 $x < 2$,

解不等式②，得 $x \geq -3$,

不等式①，不等式②的解集在数轴上表示，如图



原不等式组的解集为 $-3 \leq x < 2$.

【点评】本题考查了解一元一次不等式组，利用不等式组的解集的表示方法是解题关键.

20. (2018 年江苏省连云港市) 随着我国经济社会的发展，人民对于美好生活的追求越来越高. 某社区为了了解家庭对于文化教育的消费情况，随机抽取部分家庭，对每户家庭的文化教育年消费金额进行问卷调查，根据调查结果绘制成两幅不完整的统计图表.

请你根据统计图表提供的信息，解答下列问题:

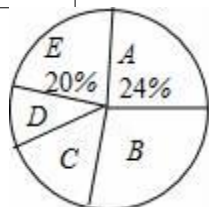
(1) 本次被调查的家庭有 150 户，表中 $m = \underline{42}$;

(2) 本次调查数据的中位数出现在 B 组. 扇形统计图中，D 组所在扇形的圆心角是 36 度;

(3) 这个社区有 2500 户家庭，请你估计家庭年文化教育消费 10000 元以上的家庭有多少户?

组别	家庭年文化教育消费金额 x (元)	户数
A	$x \leq 5000$	36

B	$5000 < x \leq 10000$	m
C	$10000 < x \leq 15000$	27
D	$15000 < x \leq 20000$	15
E	$x > 20000$	30



【分析】（1）依据 A 组或 E 组数据，即可得到样本容量，进而得出 m 的值；

（2）依据中位数为第 75 和 76 个数据的平均数，即可得到中位数的位置，利用圆心角计算公式，即可得到 D 组所在扇形的圆心角；

（3）依据家庭年文化教育消费 10000 元以上的家庭所占的比例，即可得到家庭年文化教育消费 10000 元以上的家庭的数量.

【解答】解：（1）样本容量为： $36 \div 24\% = 150$,

$$m = 150 - 36 - 27 - 15 - 30 = 42,$$

故答案为：150，42；

（2）中位数为第 75 和 76 个数据的平均数，而 $36 + 42 = 78 > 76$,

$\therefore$ 中位数落在 B 组，

$$D \text{ 组所在扇形的圆心角为 } 360^\circ \times \frac{15}{150} = 36^\circ,$$

故答案为：B，36；

（3）家庭年文化教育消费 10000 元以上的家庭有 $2500 \times \frac{27+15+30}{150} = 1200$ （户）.

【点评】本题考查扇形统计图、用样本估计总体以及中位数的运用，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用数形结合的思想解答问题.

21. （2018 年江苏省连云港市）汤姆斯杯世界男子羽毛球团体赛小组赛比赛规则：两队之间进行五局比赛，其中三局单打，两局双打，五局比赛必须全部打完，赢得三局及以上的队获胜. 假如甲，乙两队每局获胜的机会相同.

(1) 若前四局双方战成 2: 2, 那么甲队最终获胜的概率是 $\frac{1}{2}$;

(2) 现甲队在前两周比赛中已取得 2: 0 的领先, 那么甲队最终获胜的概率是多少?

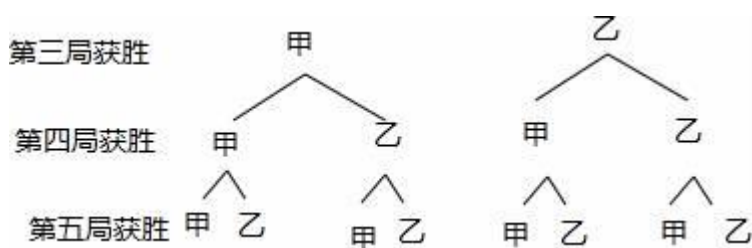
【分析】(1) 直接利用概率公式求解;

(2) 画树状图展示所有 8 种等可能的结果数, 再找出甲至少胜一局的结果数, 然后根据概率公式求.

【解答】解: (1) 甲队最终获胜的概率是 $\frac{1}{2}$;

故答案为 $\frac{1}{2}$;

(2) 画树状图为:



共有 8 种等可能的结果数, 其中甲至少胜一局的结果数为 7,

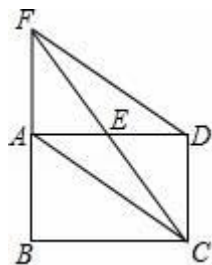
所以甲队最终获胜的概率 $= \frac{7}{8}$.

【点评】本题考查了列表法与树状图法: 利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 然后利用概率公式计算事件 A 或事件 B 的概率.

22. (2018 年江苏省连云港市) 如图, 矩形 ABCD 中, E 是 AD 的中点, 延长 CE, BA 交于点 F, 连接 AC, DF.

(1) 求证: 四边形 ACDF 是平行四边形;

(2) 当 CF 平分 $\angle BCD$ 时, 写出 BC 与 CD 的数量关系, 并说明理由.



【分析】(1) 利用矩形的性质, 即可判定 $\triangle FAE \cong \triangle CDE$, 即可得到 $CD=FA$, 再根据 $CD \parallel AF$, 即可得出四边形 ACDF 是平行四边形;

(2) 先判定 $\triangle CDE$ 是等腰直角三角形, 可得 $CD=DE$, 再根据 E 是 AD 的中点, 可得 $AD=2CD$,

依据 $AD=BC$ ，即可得到 $BC=2CD$ 。

【解答】解：（1） $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle FAE = \angle CDE$ ，

$\because E$ 是 AD 的中点，

$\therefore AE = DE$ ，

又 $\because \angle FEA = \angle CED$ ，

$\therefore \triangle FAE \cong \triangle CDE$ ，

$\therefore CD = FA$ ，

又 $\because CD \parallel AF$ ，

$\therefore$ 四边形 $ACDF$ 是平行四边形；

（2） $BC=2CD$ 。

证明： $\because CF$ 平分 $\angle BCD$ ，

$\therefore \angle DCE = 45^\circ$ ，

$\because \angle CDE = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle CDE$ 是等腰直角三角形，

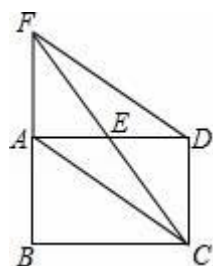
$\therefore CD = DE$ ，

$\because E$ 是 AD 的中点，

$\therefore AD = 2CD$ ，

$\because AD = BC$ ，

$\therefore BC = 2CD$ 。



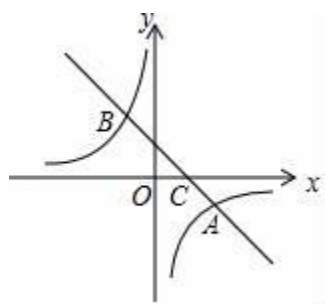
【点评】本题主要考查了矩形的性质以及平行四边形的判定与性质，要证明两直线平行和两线段相等、两角相等，可考虑将要证的直线、线段、角、分别置于一个四边形的对边或对角的位置上，通过证明四边形是平行四边形达到上述目的。

23. (2018 年江苏省连云港市) 如图, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y=k_1x+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$ 的图象交于 A (4, -2)、B (-2, n) 两点, 与 x 轴交于点 C.

(1) 求 k_2 , n 的值;

(2) 请直接写出不等式 $k_1x+b < \frac{k_2}{x}$ 的解集;

(3) 将 x 轴下方的图象沿 x 轴翻折, 点 A 落在点 A' 处, 连接 A' B, A' C, 求 $\triangle A' BC$ 的面积.



【分析】(1) 将 A 点坐标代入 $y=\frac{k_2}{x}$

(2) 用函数的观点将不等式问题转化为函数图象问题;

(3) 求出对称点坐标, 求面积.

【解答】解: (1) 将 A (4, -2) 代入 $y=\frac{k_2}{x}$, 得 $k_2=-8$.

$$\therefore y = -\frac{8}{x}$$

将 (-2, n) 代入 $y = -\frac{8}{x}$

$$n=4.$$

$$\therefore k_2=-8, n=4$$

(2) 根据函数图象可知:

$$-2 < x < 0 \text{ 或 } x > 4$$

(3) 将 A (4, -2), B (-2, 4) 代入 $y=k_1x+b$, 得 $k_1=-1$, $b=2$

$$\therefore \text{一次函数的关系式为 } y = -x+2$$

与 x 轴交于点 C (2, 0)

$\therefore$ 图象沿 x 轴翻折后, 得 A' (4, 2),

$$S_{\triangle A'BC} = (4+2) \times (4+2) \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 8$$

∴ $\triangle A'BC$ 的面积为 8.

【点评】本题是一次函数和反比例函数综合题，使用的待定系数法，考查用函数的观点解决不等式问题.

24. (2018 年江苏省连云港市) 某村在推进美丽乡村活动中，决定建设幸福广场，计划铺设相同大小规格的红色和蓝色地砖. 经过调查，获取信息如下：

	购买数量低于 5000 块	购买数量不低于 5000 块
红色地砖	原价销售	以八折销售
蓝色地砖	原价销售	以九折销售

如果购买红色地砖 4000 块，蓝色地砖 6000 块，需付款 86000 元；如果购买红色地砖 10000 块，蓝色地砖 3500 块，需付款 99000 元.

(1) 红色地砖与蓝色地砖的单价各多少元？

(2) 经过测算，需要购置地砖 12000 块，其中蓝色地砖的数量不少于红色地砖的一半，并且不超过 6000 块，如何购买付款最少？请说明理由.

【分析】(1) 根据题意结合表格中数据，购买红色地砖 4000 块，蓝色地砖 6000 块，需付款 86000 元；购买红色地砖 10000 块，蓝色地砖 3500 块，需付款 99000 元，分别得出方程得出答案；

(2) 利用已知得出 x 的取值范围，再利用一次函数增减性得出答案.

【解答】解：(1) 设红色地砖每块 a 元，蓝色地砖每块 b 元，由题意可得：

$$\begin{cases} 4000a + 6000b \times 0.9 = 86000 \\ 10000a \times 0.8 + 3500b = 99000 \end{cases}$$

解得： $\begin{cases} a=8 \\ b=10 \end{cases}$

答：红色地砖每块 8 元，蓝色地砖每块 10 元；

(2) 设购置蓝色地砖 x 块，则购置红色地砖 $(12000 - x)$ 块，所需的总费用为 y 元，

由题意可得： $x \geq \frac{1}{2}(12000 - x)$ ，

解得： $x \geq 4000$ ，

又 $x \leq 6000$ ，

所以蓝砖块数 x 的取值范围： $4000 \leq x \leq 6000$ ，

当 $4000 \leq x < 5000$ 时,

$$y = 10x + 0.8(12000 - x)$$

$$= 76800 + 3.6x,$$

所以 $x = 4000$ 时, y 有最小值 91200,

$$\text{当 } 5000 \leq x \leq 6000 \text{ 时, } y = 0.9 \times 10x + 8 \times 0.8(1200 - x) = 2.6x + 76800,$$

所以 $x = 5000$ 时, y 有最小值 89800,

$$\therefore 89800 < 91200,$$

$\therefore$ 购买蓝色地砖 5000 块, 红色地砖 7000 块, 费用最少, 最少费用为 89800 元.

【点评】此题主要考查了一次函数的应用以及二元一次方程组的应用, 正确得出函数关系式是解题关键.

25. (2018 年江苏省连云港市) 如图 1, 水坝的横截面是梯形 ABCD, $\angle ABC = 37^\circ$, 坝顶 $DC = 3\text{m}$, 背水坡 AD 的坡度 i (即 $\tan \angle DAB$) 为 1: 0.5, 坝底 $AB = 14\text{m}$.

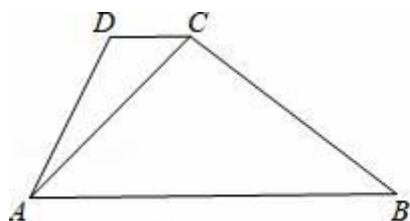


图1

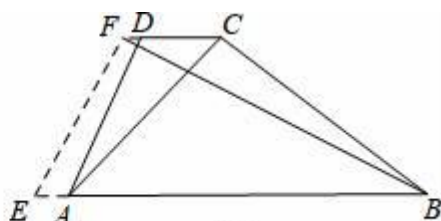


图2

(1) 求坝高;

(2) 如图 2, 为了提高堤坝的防洪抗洪能力, 防汛指挥部决定在背水坡将坝顶和坝底间时拓宽加固, 使得 $AE = 2DF$, $EF \perp BF$, 求 DF 的长. (参考数据: $\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\cos 37^\circ \approx \frac{4}{5}$, $\tan 37^\circ \approx \frac{3}{4}$)

【分析】(1) 作 $DM \perp AB$ 于 M, $CN \perp AN$ 于 N. 由题意: $\tan \angle DAB = \frac{DM}{AM} = 2$, 设 $AM = x$, 则 $DM = 2x$, 在 $\text{Rt} \triangle BCN$ 中, 求出 BN, 构建方程即可解决问题;

(2) 作 $FH \perp AB$ 于 H. 设 $DF = y$, 设 $DF = y$, 则 $AE = 2y$, $EH = 3 + 2y - y = 3 + y$, $BH = 14 + 2y - (3 + y) = 11 + y$, 由 $\triangle EFH \sim \triangle FBH$, 可得 $\frac{HF}{HB} = \frac{EH}{FH}$, 即 $\frac{6}{11+y} = \frac{3+y}{6}$, 求出 y 即可;

【解答】解: (1) 作 $DM \perp AB$ 于 M, $CN \perp AN$ 于 N.

由题意: $\tan \angle DAB = \frac{DM}{AM} = 2$, 设 $AM = x$, 则 $DM = 2x$,

$\therefore$ 四边形 DMNC 是矩形,

$$\therefore DM=CN=2x,$$

$$\text{在 Rt}\triangle NBC \text{ 中, } \tan 37^\circ = \frac{CN}{BN} = \frac{2x}{BN} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore BN = \frac{8}{3}x,$$

$$\therefore x + 3 + \frac{8}{3}x = 14,$$

$$\therefore x = 3,$$

$$\therefore DM = 6,$$

答: 坝高为 6m.

(2) 作 $FH \perp AB$ 于 H . 设 $DF=y$, 设 $DF=y$, 则 $AE=2y$, $EH=3+2y-y=3+y$, $BH=14+2y-(3+y)=11+y$,

由 $\triangle EFH \sim \triangle FBH$, 可得 $\frac{HF}{HB} = \frac{EH}{FH}$,

$$\text{即 } \frac{6}{11+y} = \frac{3+y}{6},$$

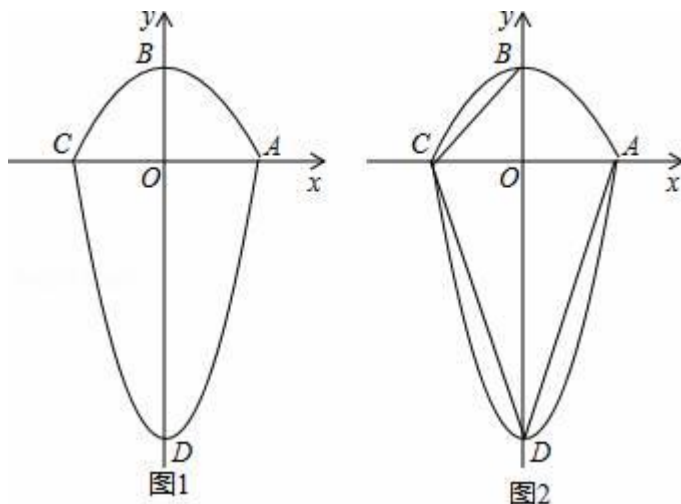
解得 $y = -7 + 2\sqrt{13}$ 或 $-7 - 2\sqrt{13}$ (舍弃),

$$\therefore DF = 2\sqrt{13} - 7,$$

答: DF 的长为 $(2\sqrt{13} - 7)$ m.

【点评】 本题考查了坡度坡角的求解, 考查了特殊角的三角函数值, 考查了三角函数在直角三角形中运用, 解题的关键是学会理由参数构建方程解决问题.

26. (2018 年江苏省连云港市) 如图 1, 图形 $ABCD$ 是由两个二次函数 $y_1=kx^2+m$ ($k < 0$) 与 $y_2=ax^2+b$ ($a > 0$) 的部分图象围成的封闭图形. 已知 $A(1, 0)$ 、 $B(0, 1)$ 、 $D(0, -3)$.



(1) 直接写出这两个二次函数的表达式；

(2) 判断图形 ABCD 是否存在内接正方形（正方形的四个顶点在图形 ABCD 上），并说明理由；

(3) 如图 2，连接 BC，CD，AD，在坐标平面内，求使得 $\triangle BDC$ 与 $\triangle ADE$ 相似（其中点 C 与点 E 是对应顶点）的点 E 的坐标

【分析】(1) 利用待定系数法即可得出结论；

(2) 先确定出 $MM' = (1 - m^2) - (3m^2 - 3) = 4 - 4m^2$ ，进而建立方程 $2m = 4 - 4m^2$ ，即可得出结论；

(3) 先利用勾股定理求出 $AD = \sqrt{10}$ ，同理： $CD = \sqrt{10}$ ， $BC = \sqrt{2}$ ，再分两种情况：

①如图 1，当 $\triangle DBC \sim \triangle DAE$ 时，得出 $\frac{DB}{DA} = \frac{DC}{DE}$ ，进而求出 $DE = \frac{5}{2}$ ，即可得出 $E(0, -\frac{1}{2})$ ，再判断出 $\triangle DEF \sim \triangle DAO$ ，得出 $\frac{DE}{DA} = \frac{DF}{DO} = \frac{EF}{AO}$ ，求出 $DF = \frac{3\sqrt{10}}{4}$ ， $EF = \frac{\sqrt{10}}{4}$ ，再用面积法求出 $E'M = \frac{3}{2}$ ，即可得出结论；

②如图 2，当 $\triangle DBC \sim \triangle ADE$ 时，得出 $\frac{DB}{AD} = \frac{DC}{AE}$ ，求出 $AE = \frac{5}{2}$ ，

当 E 在直线 AD 左侧时，先利用勾股定理求出 $PA = \frac{5}{3}$ ， $PO = \frac{4}{3}$ ，进而得出 $PE = \frac{5}{6}$ ，再判断出 $\frac{AP}{PE} = \frac{AO}{OQ}$ 即可得出点 E 坐标，当 E' 在直线 DA 右侧时，即可得出结论。

【解答】解：(1) $\because$ 点 A (1, 0)，B (0, 1) 在二次函数 $y_1 = kx^2 + m$ ($k < 0$) 的图象上，

$$\therefore \begin{cases} k+m=0 \\ m=1 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k=-1 \\ m=1 \end{cases},$$

∴二次函数解析式为 $y_1 = -x^2 + 1$,

∵点 A (1, 0), D (0, -3) 在二次函数 $y_2 = ax^2 + b$ ($a > 0$) 的图象上,

$$\therefore \begin{cases} a+b=0 \\ b=-3 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} a=3 \\ b=-3 \end{cases},$$

∴二次函数 $y_2 = 3x^2 - 3$;

(2) 设 M ($m, -m^2 + 1$) 为第一象限内的图形 ABCD 上一点, M' ($m, 3m^2 - 3$) 为第四象限的图形上一点,

$$\therefore MM' = (1 - m^2) - (3m^2 - 3) = 4 - 4m^2,$$

由抛物线的对称性知, 若有内接正方形,

$$\therefore 2m = 4 - 4m^2,$$

$$\therefore m = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} \text{ 或 } m = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4} \text{ (舍)},$$

$$\therefore 0 < \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} < 1,$$

$$\therefore \text{存在内接正方形, 此时其边长为 } \frac{-1 + \sqrt{17}}{4};$$

(3) 在 Rt△AOD 中, OA=1, OD=3,

$$\therefore AD = \sqrt{OA^2 + OD^2} = \sqrt{10},$$

$$\text{同理: } CD = \sqrt{10},$$

在 Rt△BOC 中, OB=OC=1,

$$\therefore BC = \sqrt{OC^2 + OB^2} = \sqrt{2}.$$

①如图 1, 当 $\triangle DBC \sim \triangle DAE$ 时,

$$\therefore \angle CDB = \angle ADO,$$

$$\therefore \text{在 } y \text{ 轴上存在 } E, \text{ 由 } \frac{DB}{DA} = \frac{DC}{DE},$$

$$\therefore \frac{4}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{DE},$$

$$\therefore DE = \frac{5}{2},$$

$$\therefore D (0, -3),$$

$$\therefore E \left(0, -\frac{1}{2} \right),$$

由对称性知，在直线 DA 右侧还存在一点 E' 使得 $\triangle DBC \sim \triangle DAE'$,

连接 EE' 交 DA 于 F 点，作 $E'M \perp OD$ 于 M，连接 E'D,

$\because E, E'$ 关于 DA 对称,

$\therefore DF$ 垂直平分线 EE',

$\therefore \triangle DEF \sim \triangle DAO$,

$$\therefore \frac{DE}{DA} = \frac{DF}{DO} = \frac{EF}{AO},$$

$$\therefore \frac{2.5}{\sqrt{10}} = \frac{DF}{3} = \frac{EF}{1},$$

$$\therefore DF = \frac{3\sqrt{10}}{4}, EF = \frac{\sqrt{10}}{4},$$

$$\therefore S_{\triangle DEE'} = \frac{1}{2} DE \cdot E'M = EF \times DF = \frac{15}{8},$$

$$\therefore E'M = \frac{3}{2},$$

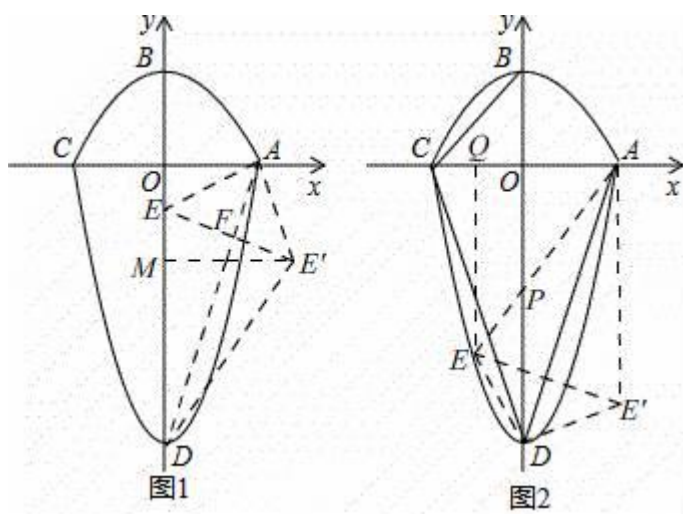
$$\therefore DE' = DE = \frac{5}{2},$$

在 $Rt\triangle DE'M$ 中, $DM = \sqrt{DE'^2 - E'M^2} = 2$,

$\therefore OM = 1$,

$$\therefore E' \left(\frac{3}{2}, -1 \right),$$

②如图 2,



当 $\triangle DBC \sim \triangle ADE$ 时, 有 $\angle BDC = \angle DAE$, $\frac{DB}{AD} = \frac{DC}{AE}$,

$$\therefore \frac{4}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{AE},$$

$$\therefore AE = \frac{5}{2},$$

当 E 在直线 AD 左侧时, 设 AE 交 y 轴于 P, 作 EQ ⊥ AC 于 Q,

$$\therefore \angle BDC = \angle DAE = \angle ODA,$$

$$\therefore PD = PA,$$

设 PD = n,

$$\therefore PO = 3 - n, \quad PA = n,$$

在 Rt△AOP 中, $PA^2 = OA^2 + OP^2$,

$$\therefore n^2 = (3 - n)^2 + 1,$$

$$\therefore n = \frac{5}{3},$$

$$\therefore PA = \frac{5}{3}, \quad PO = \frac{4}{3},$$

$$\therefore AE = \frac{5}{2},$$

$$\therefore PE = \frac{5}{6},$$

在 AEQ 中, OP // EQ,

$$\therefore \frac{AP}{PE} = \frac{AO}{OQ},$$

$$\therefore OQ = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{OP}{PE} = \frac{AP}{AE} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore QE = 2,$$

$$\therefore E \left(-\frac{1}{2}, -2 \right),$$

当 E' 在直线 DA 右侧时,

$$\text{根据勾股定理得, } AE = \sqrt{AQ^2 + QE^2} = \frac{5}{2},$$

$$\therefore AE' = \frac{5}{2}$$

$$\therefore \angle DAE' = \angle BDC, \quad \angle BDC = \angle BDA,$$

$$\therefore \angle BDA = \angle DAE',$$

$$\therefore AE' // OD,$$

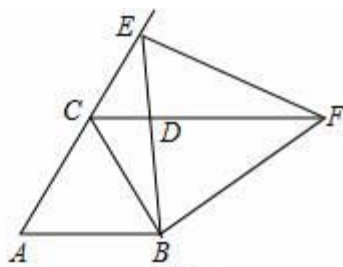
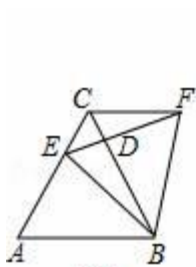
$$\therefore E' (1, -\frac{5}{2}),$$

综上, 使得 $\triangle BDC$ 与 $\triangle ADE$ 相似(其中点C与E是对应顶点)的点E的坐标有4个,

$$\text{即: } (0, -\frac{1}{2}) \text{ 或 } (\frac{3}{2}, -1) \text{ 或 } (1, -\frac{5}{2}) \text{ 或 } (-\frac{1}{2}, -2).$$

【点评】此题是二次函数综合题, 主要考查了待定系数法, 勾股定理, 相似三角形的判定和性质, 对称性, 正确作出辅助线和用分类讨论的思想是解本题的关键.

27. (12018年江苏省连云港市) 在数学兴趣小组活动中, 小亮进行数学探究活动. $\triangle ABC$ 是边长为2的等边三角形, E是AC上一点, 小亮以BE为边向BE的右侧作等边三角形BEF, 连接CF.



(1) 如图1, 当点E在线段AC上时, EF、BC相交于点D, 小亮发现有两个三角形全等, 请你找出来, 并证明.

(2) 当点E在线段上运动时, 点F也随着运动, 若四边形ABFC的面积为 $\frac{7}{4}\sqrt{3}$, 求AE的长.

(3) 如图2, 当点E在AC的延长线上运动时, CF、BE相交于点D, 请你探求 $\triangle ECD$ 的面积 S_1 与 $\triangle DBF$ 的面积 S_2 之间的数量关系. 并说明理由.

(4) 如图2, 当 $\triangle ECD$ 的面积 $S_1 = \frac{\sqrt{3}}{6}$ 时, 求AE的长.

【分析】(1) 结论: $\triangle ABE \cong \triangle CBF$. 理由等边三角形的性质, 根据SAS即可证明;

(2) 由 $\triangle ABE \cong \triangle CBF$, 推出 $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle CBF}$, 推出 $S_{\text{四边形} BECF} = S_{\triangle BEC} + S_{\triangle BCF} = S_{\triangle BEC} + S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ABC} = \sqrt{3}$. 由 $S_{\text{四边形} ABFC} = \frac{7\sqrt{3}}{4}$, 推出 $S_{\triangle ABE} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$, 再利用三角形的面积公式求出AE即可;

(3) 结论: $S_2 - S_1 = \sqrt{3}$. 利用全等三角形的性质即可证明;

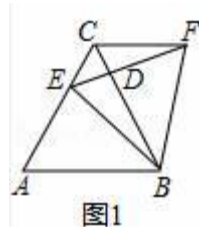
(4) 首先求出 $\triangle BDF$ 的面积, 由 $CF \parallel AB$, 则 $\triangle BDF$ 的BF边上的高为 $\sqrt{3}$, 可得 $DF = \frac{7}{3}$,

设 $CE=x$, 则 $2+x=CD+DF=CD+\frac{7}{3}$, 推出 $CD=x-\frac{1}{3}$, 由 $CD\parallel AB$, 可得 $\frac{CD}{AB}=\frac{CE}{AE}$, 即 $\frac{x-\frac{1}{3}}{2}=\frac{x}{x+2}$,

求出 x 即可;

【解答】解: (1) 结论: $\triangle ABE\cong\triangle CBF$.

理由: 如图 1 中,



$\therefore \triangle ABC, \triangle BEF$ 都是等边三角形,

$\therefore BA=BC, BE=BF, \angle ABC=\angle EBF$,

$\therefore \angle ABE=\angle CBF$,

$\therefore \triangle ABE\cong\triangle CBF$.

(2) 如图 1 中, $\therefore \triangle ABE\cong\triangle CBF$,

$\therefore S_{\triangle ABE}=S_{\triangle BCF}$,

$\therefore S_{\text{四边形 BECF}}=S_{\triangle BEC}+S_{\triangle BCF}=S_{\triangle BCE}+S_{\triangle ABE}=S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}$.

$\therefore S_{\text{四边形 ABCF}}=\frac{7\sqrt{3}}{4}$,

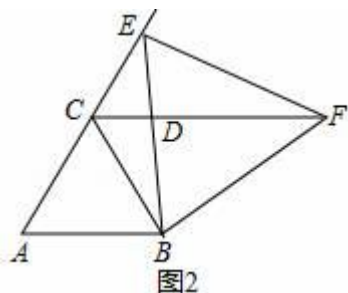
$\therefore S_{\triangle ABE}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$,

$\therefore \frac{1}{2}\cdot AE\cdot AB\cdot \sin 60^\circ =\frac{3\sqrt{3}}{4}$,

$\therefore AE=\frac{3}{2}$.

(3) 结论: $S_2-S_1=\sqrt{3}$.

理由: 如图 2 中,



$\because \triangle ABC, \triangle BEF$ 都是等边三角形,

$\therefore BA=BC, BE=BF, \angle ABC=\angle EBF,$

$\therefore \angle ABE=\angle CBF,$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBF,$

$\therefore S_{\triangle ABE}=S_{\triangle BCF},$

$\because S_{\triangle BCF} - S_{\triangle BCE}=S_2 - S_1,$

$\therefore S_2 - S_1=S_{\triangle ABE} - S_{\triangle BCE}=S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}.$

(4) 由 (3) 可知: $S_{\triangle BDF} - S_{\triangle ECD}=\sqrt{3}, \therefore S_{\triangle ECD}=\frac{\sqrt{3}}{6},$

$\therefore S_{\triangle BDF}=\frac{7\sqrt{3}}{6},$

$\because \triangle ABE \cong \triangle CBF,$

$\therefore AE=CF, \angle BAE=\angle BCF=60^\circ,$

$\therefore \angle ABC=\angle DCB,$

$\therefore CF \parallel AB,$ 则 $\triangle BDF$ 的 BF 边上的高为 $\sqrt{3}$, 可得 $DF=\frac{7}{3}$, 设 $CE=x$, 则 $2+x=CD+DF=CD+\frac{7}{3},$

$\therefore CD=x - \frac{1}{3},$

$\because CD \parallel AB,$

$\therefore \frac{CD}{AB}=\frac{CE}{AE},$ 即 $\frac{x - \frac{1}{3}}{2}=\frac{x}{x+2},$

化简得: $3x^2 - x - 2=0,$

解得 $x=1$ 或 $-\frac{2}{3}$ (舍弃),

$\therefore CE=1, AE=3.$

【点评】 本题考查四边形综合题、全等三角形的判定和性质、平行线等分线段定理、解直角三角形等知识, 解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题, 学会理由参数构建方程解决问

题, 属于中考压轴题.