

江苏省盐城市 2018 年中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. -2018 的相反数是（ ）

- A. 2018 B. -2018 C. $\frac{1}{2018}$ D. $-\frac{1}{2018}$

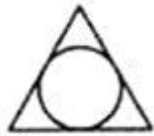
2. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



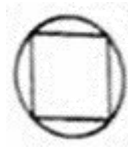
A.



B.



C.



D.

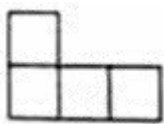
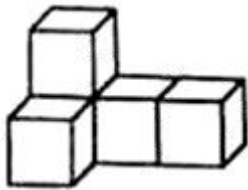
3. 下列运算正确的是（ ）

- A. $a^2 + a^2 = a^4$ B. $a^3 \div a = a^3$ C. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ D. $(a^2)^4 = a^6$

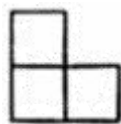
4. 盐通铁路沿线水网密布，河渠纵横，将建设特大桥梁 6 座，桥梁的总长度约为 146000 米，将数据 146000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 1.46×10^5 B. 0.146×10^6 C. 1.46×10^6 D. 146×10^3

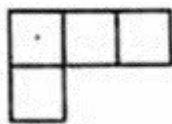
5. 如图是由 5 个大小相同的小正方体组成的几何体，则它的左视图是（ ）



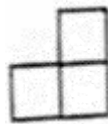
A.



B.



C.

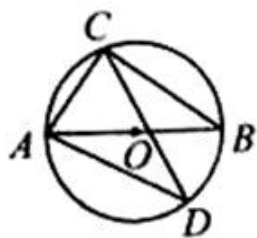


D.

6. 一组数据 2, 4, 6, 4, 8 的中位数为（ ）

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

7. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， CD 是 $\odot O$ 的弦， $\angle ADC = 35^\circ$ ，则 $\angle CAB$ 的度数为（ ）



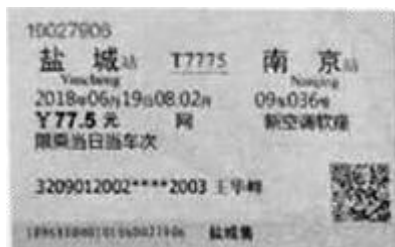
- A. 35° B. 45° C. 55° D. 65°

8. 已知一元二次方程 $x^2 + kx - 3 = 0$ 有一个根为 1, 则 k 的值为 ()

- A. -2 B. 2 C. -4 D. 4

二、填空题 (本大题共有 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 不需写出解答过程, 请将答案直接写在答题卡相应位置上)

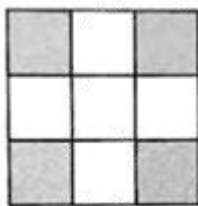
9. 根据如图所示的车票信息, 车票的价格为_____元.



10. 要使分式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

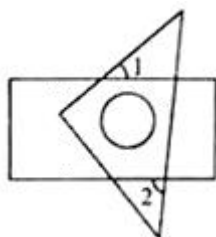
11. 分解因式: $x^2 - 2x + 1 =$ _____.

12. 一只蚂蚁在如图所示的方格地板上随机爬行, 每个小方格形状大小完全相同, 当蚂蚁停下时, 停在地板中阴影部分的概率为_____.

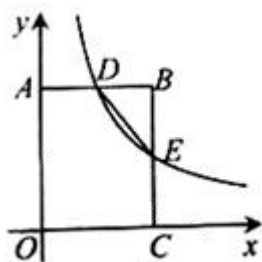


13. 将一个含有 45° 角的直角三角板摆放在矩形上, 如图所示, 若 $\angle 1 = 40^\circ$, 则

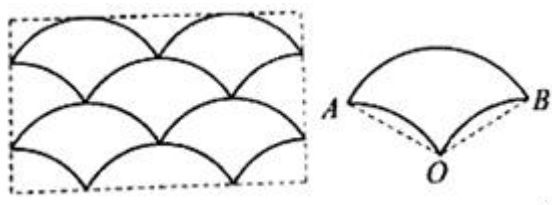
$\angle 2 =$ _____.



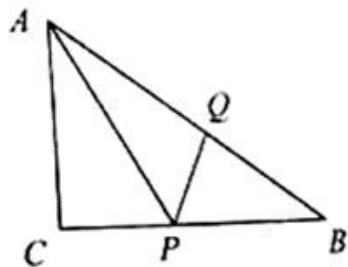
- 14.如图,点 D 为矩形 $OABC$ 的 AB 边的中点,反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过点 D ,交 BC 边于点 E .若 $\triangle BDE$ 的面积为1,则 $k =$ _____.



- 15.如图,左图是由若干个相同的图形(右图)组成的美丽图案的一部分.右图中,图形的相关数据:半径 $OA = 2\text{cm}$, $\angle AOB = 120^\circ$.则右图的周长为_____ cm (结果保留 π).



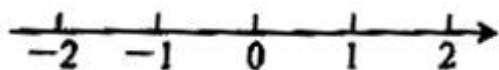
- 16.如图,在直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 8$, P 、 Q 分别为边 BC 、 AB 上的两个动点,若要使 $\triangle APQ$ 是等腰三角形且 $\triangle BPQ$ 是直角三角形,则 $AQ =$ _____.



三、解答题 (本大题共有 11 小题, 共 102 分.请在答题卡指定区域内作答, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.计算: $\pi^0 - (\frac{1}{2})^{-1} + \sqrt[3]{8}$.

- 18.解不等式: $3x - 1 \geq 2(x - 1)$, 并把它的解集在数轴上表示出来.



19.先化简, 再求值: $(1 - \frac{1}{x+1}) \div \frac{x}{x^2-1}$, 其中 $x = \sqrt{2} + 1$.

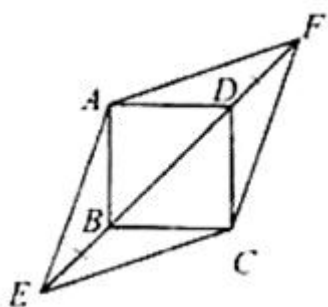
- 20.端午节是我国传统佳节.小峰同学带了 4 个粽子 (除粽馅不同外, 其它均相同), 其中有两个肉馅粽子、一个红枣馅粽子和一个豆沙馅粽子, 准备从中任意拿出两个送给他的好朋友小

悦.

(1) 用树状图或列表的方法列出小悦拿到两个粽子的所有可能结果;

(2) 请你计算小悦拿到的两个粽子都是肉馅的概率.

21. 在正方形 $ABCD$ 中, 对角线 BD 所在的直线上有两点 E 、 F 满足 $BE = DF$, 连接 AE 、 AF 、 CE 、 CF , 如图所示.



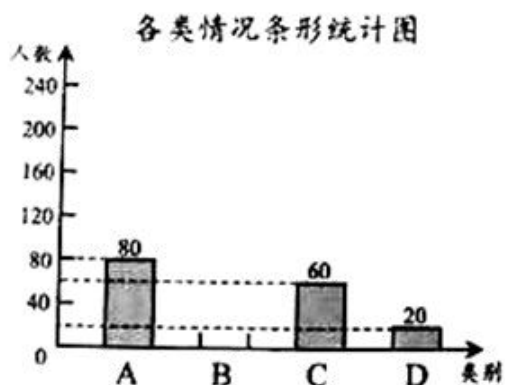
(1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle ADF$;

(2) 试判断四边形 $AECF$ 的形状, 并说明理由.

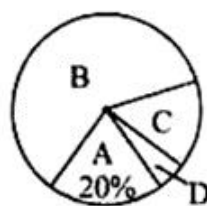
22. “安全教育平台”是中国教育学会为方便学长和学生参与安全知识活动、接受安全提醒的一种应用软件. 某校为了了解家长和学生参与“防溺水教育”的情况, 在本校学生中随机抽取部分学生作调查, 把收集的数据分为以下 4 类情形:

A. 仅学生自己参与; B. 家长和学生一起参与;

C. 仅家长自己参与; D. 家长和学生都未参与.



各类情况扇形统计图



请根据图中提供的信息, 解答下列问题:

(1) 在这次抽样调查中, 共调查了_____名学生;

(2) 补全条形统计图, 并在扇形统计图中计算 C 类所对应扇形的圆心角的度数;

(3) 根据抽样调查结果, 估计该校 2000 名学生中“家长和学生都未参与”的人数.

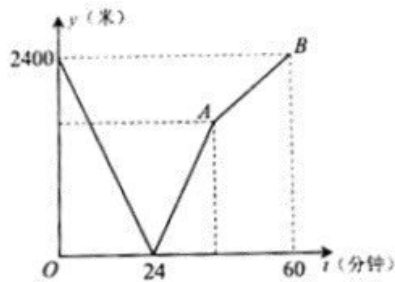
23. 一商店销售某种商品, 平均每天可售出 20 件, 每件盈利 40 元. 为了扩大销售、增加盈利, 该店采取了降价措施, 在每件盈利不少于 25 元的前提下, 经过一段时间销售, 发现销售单

价每降低 1 元，平均每天可多售出 2 件.

(1) 若降价 3 元，则平均每天销售数量为_____件；

(2) 当每件商品降价多少元时，该商店每天销售利润为 1200 元？

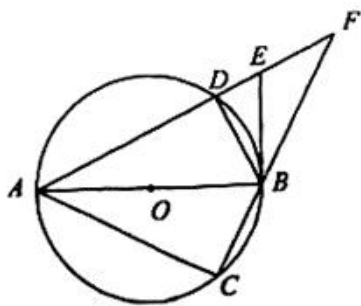
24. 学校与图书馆在同一条笔直道路上，甲从学校去图书馆，乙从图书馆回学校，甲、乙两人都匀速步行且同时出发，乙先到达目的地. 两人之间的距离 y (米) 与时间 (分钟) 之间的函数关系如图所示.



(1) 根据图象信息，当 $t =$ _____ 分钟时甲乙两人相遇，甲的速度为 _____ 米/分钟；

(2) 求出线段 AB 所表示的函数表达式.

25. 如图，在以线段 AB 为直径的 $\odot O$ 上取一点，连接 AC 、 BC . 将 $\triangle ABC$ 沿 AB 翻折后得到 $\triangle ABD$.

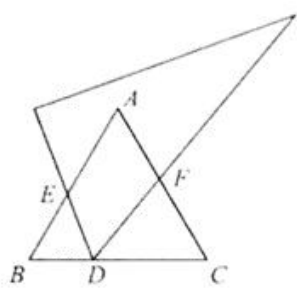


(1) 试说明点 D 在 $\odot O$ 上；

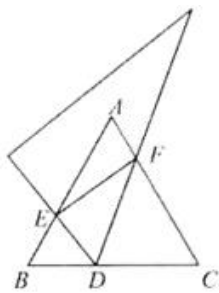
(2) 在线段 AD 的延长线上取一点 E ，使 $AB^2 = AC \cdot AE$. 求证： BE 为 $\odot O$ 的切线；

(3) 在 (2) 的条件下，分别延长线段 AE 、 CB 相交于点 F ，若 $BC = 2$ ， $AC = 4$ ，求线段 EF 的长.

26. 【发现】如图①，已知等边 $\triangle ABC$ ，将直角三角形的 60° 角顶点 D 任意放在 BC 边上 (点 D 不与点 B 、 C 重合)，使两边分别交线段 AB 、 AC 于点 E 、 F .



图①



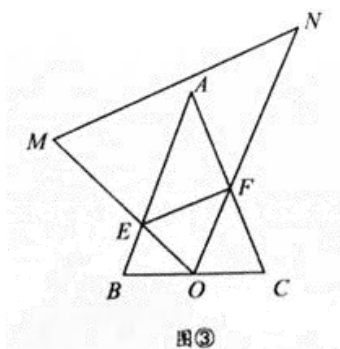
图②

(1) 若 $AB = 6$, $AE = 4$, $BD = 2$, 则 $CF =$ _____;

(2) 求证: $\triangle EBD \sim \triangle DCF$.

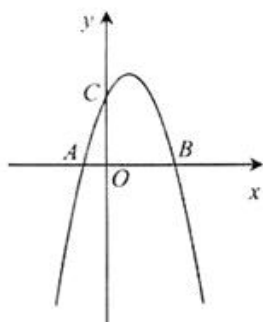
【思考】若将图①中的三角板的顶点 D 在 BC 边上移动, 保持三角板与 AB 、 AC 的两个交点 E 、 F 都存在, 连接 EF , 如图②所示. 问点 D 是否存在某一位置, 使 ED 平分 $\angle BEF$ 且 FD 平分 $\angle CFE$? 若存在, 求出 $\frac{BD}{BC}$ 的值; 若不存在, 请说明理由.

【探索】如图③, 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 O 为 BC 边的中点, 将三角形透明纸板的一个顶点放在点 O 处 (其中 $\angle MON = \angle B$), 使两条边分别交边 AB 、 AC 于点 E 、 F (点 E 、 F 均不与 $\triangle ABC$ 的顶点重合), 连接 EF . 设 $\angle B = \alpha$, 则 $\triangle AEF$ 与 $\triangle ABC$ 的周长之比为 _____ (用含 α 的表达式表示).

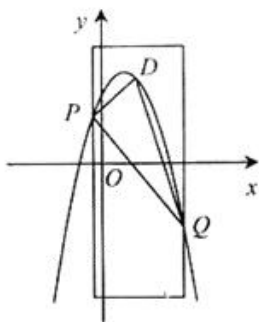


图③

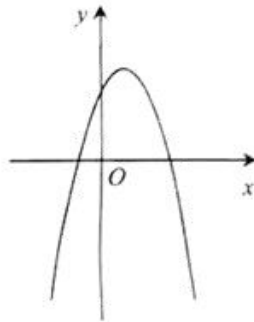
27. 如图①, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 经过点 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 两点, 且与 y 轴交于点 C .



图①



图②



备用图

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 如图②, 用宽为 4 个单位长度的直尺垂直于 x 轴, 并沿 x 轴左右平移, 直尺的左右两边所在的直线与抛物线相交于 P 、 Q 两点 (点 P 在点 Q 的左侧), 连接 PQ , 在线段 PQ 上方抛物线上有一动点 D , 连接 DP 、 DQ .

(I) 若点 P 的横坐标为 $-\frac{1}{2}$, 求 $\triangle DPQ$ 面积的最大值, 并求此时点 D 的坐标;

(II) 直尺在平移过程中, $\triangle DPQ$ 面积是否有最大值? 若有, 求出面积的最大值; 若没有, 请说明理由.

答案解析部分

一、选择题

1. 【答案】A

【考点】相反数及有理数的相反数

【解析】【解答】解: -2018 的相反数是 2018. 故答案为 A

【分析】负数的相反数是它的绝对值; -2018 只要去掉负号就是它的相反数

2. 【答案】D

【考点】轴对称图形, 中心对称及中心对称图形

【解析】【解答】解: A、既不是轴对称图形, 也不是中心对称图形, 故 A 不符合题意; B、是轴对称图形, 但不是中心对称图形, 故 B 不符合题意;

C、是轴对称图形, 但不是中心对称图形, 故 C 不符合题意;

D、是轴对称图形, 但不是中心对称图形, 故 D 符合题意;

故答案为：D

【分析】轴对称图形：沿着一条线折叠能够完全重合的图形；中心对称图形：绕着某一点旋转 180° 能够与自身重合的图形；根据定义逐个判断即可。

3. 【答案】C

【考点】同底数幂的乘法，幂的乘方与积的乘方，同底数幂的除法，合并同类项法则及应用

【解析】【解答】解：A、 $a^2 + a^2 = 2a^2$ ，故 A 不符合题意；B、 $a^3 \div a = a^2$ ，故 B 不符合题意；

C、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故 C 符合题意；

D、 $(a^2)^4 = a^8$ ，故 D 不符合题意；

故答案为：C

【分析】根据合并同类项法则、同底数幂的乘除法则即可。

4. 【答案】A

【考点】科学记数法—表示绝对值较大的数

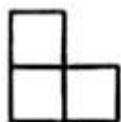
【解析】【解答】解： $146000 = 1.46 \times 100000 = 1.46 \times 10^5$ 故答案为：A

【分析】用科学记数法表示绝对值较大的数，即表示为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，且 n 为正整数。

5. 【答案】B

【考点】简单几何体的三视图

【解析】【解答】解：从左面看到的图形是



故答案为：B

【分析】在侧投影面上的正投影叫做左视图；观察的方法是：从左面看几何体得到的平面图形。

6. 【答案】B

【考点】中位数

【解析】【解答】这组数据从小到大排列为：2,4,4,5,8，最中间的数是第 3 个是 4，故答案为：

B

【分析】中位数是一组数中最中间的一个数（数据是奇数个）或是最中间两个数的平均数（数据是偶数个）；这组数据一共有 5 个，是奇数个，那么把这组数据从小到大排列，第 $\frac{n+1}{2}$ 个数就是中位数。

7. 【答案】 C

【考点】 圆周角定理

【解析】 【解答】 解： $\because \angle ADC = 35^\circ$ ， $\angle ADC$ 与 $\angle B$ 所对的弧相同， $\therefore \angle B = \angle ADC = 35^\circ$ ，
 $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，
 $\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle CAB = 90^\circ - \angle B = 55^\circ$ ，

故答案为： C

【分析】 由同弧所对的圆周角相等可知 $\angle B = \angle ADC = 35^\circ$ ；而由圆周角的推论不难得知 $\angle ACB = 90^\circ$ ，则由 $\angle CAB = 90^\circ - \angle B$ 即可求得。

8. 【答案】 B

【考点】 一元二次方程的根

【解析】 【解答】 解：把 $x=1$ 代入方程可得 $1+k-3=0$ ，解得 $k=2$ 。故答案为： B

【分析】 将 $x=1$ 代入原方程可得关于 k 的一元一次方程，解之即可得 k 的值。

二、填空题

9. 【答案】 77.5

【考点】 有理数及其分类

【解析】 【解答】 解：车票上有“¥ 77.5 元”，那么车票的价格是 77.5 元。故答案为： 77.5

【分析】 根据车票信息中的价格信息可知。

10. 【答案】 $x \neq 2$

【考点】 分式有意义的条件

【解析】 【解答】 解：要使分式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义，即分母 $x-2 \neq 0$ ，则 $x \neq 2$ 。故答案为： $x \neq 2$

【分析】 分式有意义的条件是分母不为 0：令分母的式子不为 0，求出取值范围即可。

11. 【答案】 $(x-1)^2$

【考点】 因式分解 - 运用公式法

【解析】 【解答】 解：根据完全平方公式可得 $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$ 故答案为： $(x-1)^2$

【分析】 考查用公式法分解因式；完全平方公式： $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

12. 【答案】 $\frac{4}{9}$

【考点】 几何概率

【解析】【解答】解：一共有 9 个小方格，阴影部分的小方格有 4 个，则 $P = \frac{4}{9}$

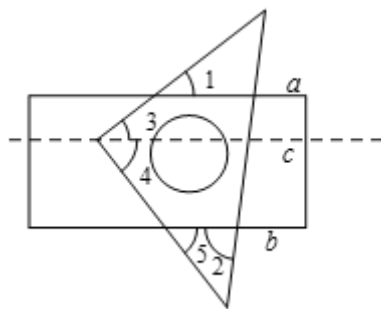
故答案为： $\frac{4}{9}$

【分析】根据概率公式 $P = \frac{m}{n}$ ，找出所有结果数 n ，符合事件的结果数 m ，代入求值即可。

13. 【答案】 85°

【考点】 平行线的性质

【解析】【解答】如图，作直线 $c // a$,



则 $a // b // c$,

$$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle 5 = \angle 4 = 90^\circ - \angle 3 = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 5 - 45^\circ = 85^\circ$$

故答案为： 85°

【分析】过三角形的顶点作直线 $c // a$ ，根据平行线的性质即可打开思路。

14. 【答案】 4

【考点】 反比例函数系数 k 的几何意义

【解析】【解答】解： $\because$ 点 D 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上， $\therefore$ 设点 $D (a, \frac{k}{a})$ ， $\because$ 点 D 是 AB 的中点，

$$\therefore B (2a, \frac{k}{a}),$$

$\because$ 点 E 与 B 的纵坐标相同，且点 E 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，

$$\therefore \text{点 } E (2a, \frac{k}{2a})$$

$$\text{则 } BD = a, BE = \frac{k}{2a},$$

$$\therefore S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} BD \cdot BE = \frac{1}{2} a \cdot \frac{k}{2a} = \frac{k}{4} = 1,$$

则 $k = 4$

故答案为：4

【分析】由 $\triangle BDE$ 的面积为 1，构造方程的思路，可设点 D $(a, \frac{k}{a})$ ，在后面的计算过程中 a 将被消掉；所以在解反比例函数中的 k 时设另外的未知数时依然能解出 k 的值。

15. 【答案】 $\frac{8\pi}{3}$

【考点】弧长的计算

【解析】【解答】解：由第一张图可知弧 OA 与弧 OB 的长度和与弧 AB 的长度相等，则周长为 $2 \times \frac{120\pi \times 2}{180} = \frac{8\pi}{3}$ cm

故答案为： $\frac{8\pi}{3}$

【分析】仔细观察第一张图，可发现单个图的左右两条小弧的长度之和是弧 AB 的度，则根据弧长公式 $l = \frac{n\pi r}{180}$ 即可求得。

16. 【答案】 $\frac{15}{4}$ 或 $\frac{30}{7}$

【考点】等腰三角形的判定与性质，相似三角形的判定与性质

【解析】【解答】解：当 $\triangle BPQ$ 是直角三角形时，有两种情况： $\angle BPQ=90^\circ$ 度， $\angle BQP=90^\circ$ 度。在直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=6$ ， $BC=8$ ，则 $AB=10$ ， $AC:BC:AB=3:4:5$ 。(1)

当 $\angle BPQ=90^\circ$ 度，则 $\triangle BPQ \sim \triangle BCA$ ，则 $PQ:BP:BQ=AC:BC:AB=3:4:5$ ，

设 $PQ=3x$ ，则 $BP=4x$ ， $BQ=5x$ ， $AQ=AB-BQ=10-5x$ ，

此时 $\angle AQP$ 为钝角，则当 $\triangle APQ$ 是等腰三角形时，只有 $AQ=PQ$ ，

则 $10-5x=3x$ ，解得 $x=\frac{5}{4}$ ，

则 $AQ=10-5x=\frac{15}{4}$ ；

(2) 当 $\angle BQP=90^\circ$ 度，则 $\triangle BQP \sim \triangle BCA$ ，则 $PQ:BQ:BP=AC:BC:AB=3:4:5$ ，

设 $PQ=3x$ ，则 $BQ=4x$ ， $BP=5x$ ， $AQ=AB-BQ=10-4x$ ，

此时 $\angle AQP$ 为直角，则当 $\triangle APQ$ 是等腰三角形时，只有 $AQ=PQ$ ，

则 $10-4x=3x$ ，解得 $x=\frac{10}{7}$ ，

则 $AQ=10-4x=\frac{30}{7}$ ；

故答案为： $\frac{15}{4}$ 或 $\frac{30}{7}$

【分析】要同时使 $\triangle APQ$ 是等腰三角形且 $\triangle BPQ$ 是直角三角形，要先找突破口，可先确

定当 $\triangle APQ$ 是等腰三角形时，再讨论 $\triangle BPQ$ 是直角三角形可能的情况；或者先确定 $\triangle BPQ$ 是直角三角形，再讨论 $\triangle APQ$ 是等腰三角形的情况；此题先确定 $\triangle BPQ$ 是直角三角形容易一些： $\triangle BPQ$ 是直角三角形有两种情况，根据相似的判定和性质可得到 $\triangle BQP$ 与 $\triangle BCA$ 相似，可得到 $\triangle BQP$ 三边之比，设出未知数表示出三边的长度，再讨论 $\triangle APQ$ 是等腰三角形时，是哪两条相等，构造方程解出未知数即可，最后求出 AQ 。

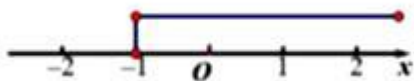
三、解答题

17. 【答案】原式 $=1-2+2=0$

【考点】实数的运算

【解析】【分析】任何非零数的0次幂结果为1；负整数次幂法则： $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ， n 为正整数。

18. 【答案】解：解： $3x-1 \geq 2(x-1)$ ，去括号得 $3x-1 \geq 2x-2$ ，移项得 $3x-2x \geq -2+1$ ，合并同类项得 $x \geq -1$ ，在数轴上表示如图：



【考点】在数轴上表示不等式（组）的解集，解一元一次不等式

【解析】【分析】按照解不等式的一般步骤解答即可，并在数轴上表示出解集。

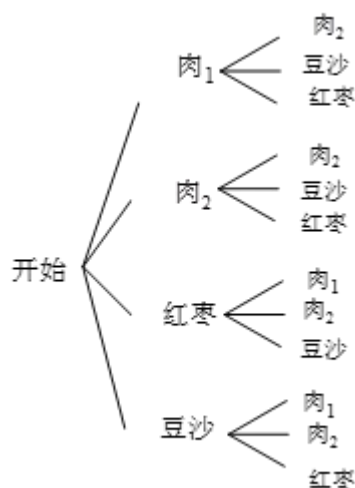
19. 【答案】原式 $= \frac{x+1-1}{x+1} \times \frac{x^2-1}{x} = \frac{x}{x+1} \times \frac{(x+1)(x-1)}{x} = x-1$ ，当 $x = \sqrt{2} + 1$ 时，

原式 $= \sqrt{2}$ 。

【考点】利用分式运算化简求值

【解析】【分析】根据分式的加减乘除法则计算即可；在做分式乘除法时，分子或分母的因式能分解因式的要分解因式可帮助简便计算。

20. 【答案】(1) 解：如树状图，



所有可能的结果是：(肉₁，肉₂)，(肉₁，豆沙)，(肉₁，红枣)，(肉₂，肉₁)，(肉₂，豆沙)，(肉₂，红枣)，(红枣，肉₁)，(红枣，肉₂)，(红枣，豆沙)，(豆沙，肉₁)，(豆沙，肉₂)，(豆沙，红枣)。

(2) 解：由 (1) 可得所有等可能的结果有 12 种，拿到的两个是肉粽的有 2 种结果，则 $P = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ 。

【考点】列表法与树状图法，概率公式

【解析】【分析】(1) 列树状图从开始，列出第一次所有可能拿到的粽子，再列出第二次除第一次拿到的外所有可能拿到的粽子，注意用线连好；列表格：将每次可能拿到的粽子分别写在列或行中，再列举出所有可能，注意不能重复拿同一种的；(2) 由 (1) 可得出所有可能的结果数，再找出其中是两个都是肉的结果数，利用概率公式求得。

21. 【答案】(1) 解：证明：在正方形 ABCD 中，AB=AD，∠ABD=∠ADB=45°，则∠ABE=∠ADF=135°，又∵BE=DF，

∴△ABE≌△ADF。

(2) 解：解：四边形 AECF 是菱形。理由如下：由 (1) 得∴△ABE≌△ADF，∴AE=AF。

在正方形 ABCD 中，CB=CD，∠CBD=∠CDB=45°，则∠CBE=∠CDF=135°，

双∵BE=DF，

∴△CBE≌△CDF。

∴CE=CF。

∵BE=BE，∠CBE=∠ABE=135°，CB=AB，

$\therefore \triangle CBE \cong \triangle ABE$ 。

$\therefore CE = AE$,

$\therefore CE = AE = AF = CF$,

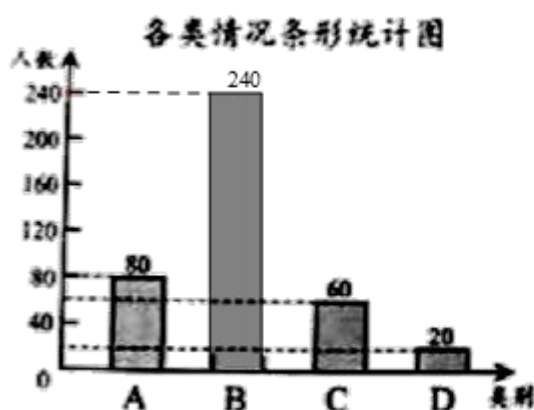
$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是菱形。

【考点】 全等三角形的判定与性质，菱形的判定，正方形的性质

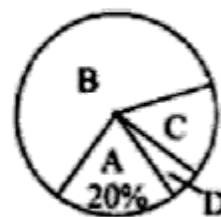
【解析】 【分析】 (1) 由正方形 $ABCD$ 的性质可得 $AB = AD$, $\angle ABD = \angle ADB = 45^\circ$, 由等角的补角相等可得 $\angle ABE = \angle ADF = 135^\circ$, 又由已知 $BE = DF$, 根据“SAS”可判定全等; (2) 由 (1) 的全等可得 $AE = AF$, 则可猜测四边形 $AECF$ 是菱形; 由 (1) 的思路可证明 $\triangle CBE \cong \triangle ABE$, 得到 $CE = AE$; 不难证明 $\triangle CBE \cong \triangle ABE$, 可得 $CE = AE$, 则可根据“四条边相等的四边形是菱形”来判定即可。

22. **【答案】** (1) 400

(2) 解: 解: B 类家长和学生有: $400 - 80 - 60 - 20 = 240$ (人), 补全如图;



各类情况扇形统计图



C 类所对应扇形的圆心角的度数: $360^\circ \times \frac{60}{400} = 54^\circ$ 。

(3) 解: 解: $2000 \times \frac{20}{400} = 100$ (人)。答: 该校 2000 名学生中“家长和学生都未参与”有 100 人。

【考点】 扇形统计图，条形统计图

【解析】 【解答】 解: (1) 一共调查家长和学生: $80 \div 20\% = 400$ (人)。【分析】 (1) 有 A 类学生的人数除以其所占的百分比即可得到; (2) 由 (1) 求得的总人数, 分别减去其他类的人数就是 B 类的人数; C 类所占扇形的圆心角度数: 由 C 类人数和总人数求出 C 类所占的百分比, 而 C 类在扇形占的部分是就是这个百分比, 用它乘以 360° 即可得答案; (3) 用“家长和学生都未参与”在调查中的百分比看成占 2000 人的百分比计算即可。

23. 【答案】(1) 26

(2) 解：解：设每件商品降价 x 元时，该商店每天销售利润为 1200 元，则平均每天销售数量为 $(20+2x)$ 件，每件盈利为 $(40-x)$ 元，且 $40-x \geq 25$ ，即 $x \leq 15$ 。根据题意可得 $(40-x)$

$$(20+2x) = 1200,$$

整理得 $x^2 - 30x + 200 = 0$,

解得 $x_1 = 10, x_2 = 20$ (舍去),

答：每件商品降价 10 元时，该商店每天销售利润为 1200 元。

【考点】一元二次方程的实际应用-销售问题

【解析】【分析】(1) 根据等量关系“原销售件数+2×降价数=降价后的销售件数”计算；(2) 根据等量关系“每件盈利×销量=利润”，可设降价 x 元，则销量根据 (1) 的等量关系可得为 $(20+2x)$ 件，而每件盈利为 $(40-x)$ 元，利润为 1200 元，代入等量关系解答即可。

24. 【答案】(1) 24; 40

(2) 解：乙的速度： $2400 \div 24 = 100$ (米/分钟)，则乙一共用的时间： $2400 \div 100 = 24$ 分钟，此时甲、乙两人相距 $y = 40 \times (60 + 40) - 2400 = 1600$ (米)，

则点 A (40,1600)，又点 B (60,2400)，

设线段 AB 的表达式为： $y = kt + b$,

$$\text{则 } \begin{cases} 40k + b = 1600 \\ 60k + b = 2400 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = 40 \\ b = 0 \end{cases},$$

则线段 AB 的表达式为： $y = 40t$ ($40 \leq t \leq 60$)

【考点】一次函数的实际应用

【解析】【解答】解：(1) 当甲、乙两人相遇时，则他们的距离 $y = 0$ ，由图象可得此时 $t = 24$ 分钟； $t = 60$ 分钟时， $y = 2400$ 即表示甲到达图书馆，则甲的速度为 $2400 \div 24 = 100$ (米/分钟)。故答案为：24; 40

【分析】(1) 从题目中 y 关于 t 的图象出发， t 表示时间， y 表示甲乙两人的距离，而当 $y = 0$ 时的实际意义就是甲、乙两人相遇，可得此时的时间；当 $t = 0$ 时， $y = 2400$ 米就表示甲、乙两人都还没出发，表示学校和图书馆相距 2400 米，由图象可得在 A 点时乙先到达学校 (题中也提到了乙先到止的地)，则甲 60 分钟行完 2400 米，可求得速度；(2) 线段 AB 是一次函数的图象的一部分，由待定系数法可知要求点 A 的坐标，即需要求出点 A 时的时间和甲、乙两人的距离：因为点 A 是乙到达目的地的位置，所以可先求乙的速度，由开始到相遇，共用了 24 分钟，甲的速度和一共行驶的路程 2400 米可求得乙的速度，再求点 A 位置的时

则 $EF = \frac{5}{3}$

【考点】点与圆的位置关系，切线的判定，相似三角形的判定与性质

【解析】【分析】(1) 要证明点 D 在 $\odot O$ 上，则需要证明点 D 到圆心的距离 OD 要等于半径，由折叠易知 $OD=OC$ ；(2) 证明 BE 为 $\odot O$ 切线，由切线判定定理可得需要证明 $\angle ABE=90^\circ$ ；易知 $\angle ADB=90^\circ$ ，由公共角 $\angle BAE=\angle DAB$ ，则需要 $\triangle ABE \sim \triangle ADB$ ，由 $AB^2=AC \cdot AE$ 和 $AC=AD$ 可证明；(3) 易知 $\angle BDF=\angle ADB=90^\circ$ ，则 $\triangle BDF$ 是一个直角三角形，由勾股定理可得 $BD^2+DF^2=BF^2$ ，而 $BD=BC=2$ ， $DF=DE+EF$ ，EF 就是要求的，不妨先设 $EF=x$ ，看能否求出 DE 或都 BF，求不出的话可用 x 表示出来，再代入 $BD^2+DF^2=BF^2$ 解得即可。

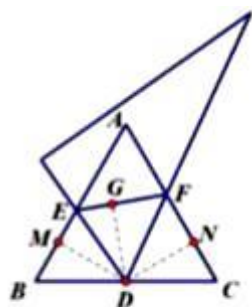
26. 【答案】(1) 解：4；证明： $\because \angle EDF=60^\circ$ ， $\angle B=160^\circ \therefore \angle CDF+\angle BDE=120^\circ$ ， $\angle BED+\angle BDE=120^\circ$ ，

$\therefore \angle BED=\angle CDF$ ，

又 $\because \angle B=\angle C$ ，

$\therefore \triangle EBD \sim \triangle DCF$

(2) 解：解：存在。如图，作 $DM \perp BE$ ， $DG \perp EF$ ， $DN \perp CF$ ，垂足分别为 M，G，N，



图⑩

$\because ED$ 平分 $\angle BEF$ 且 FD 平分 $\angle CFE$ ，

$\therefore DM=DG=DN$ ，

又 $\because \angle B=\angle C=60^\circ$ ， $\angle BMD=\angle CND=90^\circ$ ，

$\therefore \triangle BDM \cong \triangle CDN$ ，

$\therefore BD=CD$ ，

即点 D 是 BC 的中点，

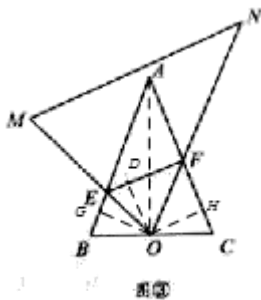
$\therefore \frac{BD}{CD} = 1$ 。

(3) $1-\cos \alpha$

【考点】全等三角形的判定与性质，角平分线的性质，等腰三角形的性质，等边三角形的判定与性质，相似三角形的判定与性质

【解析】【解答】(1) ① $\because \triangle ABC$ 是等边三角形， $\therefore AB=BC=AC=6$ ， $\angle B=\angle C=60^\circ$ ， $\because AE=4$ ， $\therefore BE=2$ ，则 $BE=BD$ ， $\therefore \triangle BDE$ 是等边三角形， $\therefore \angle BDE=60^\circ$ ，又 $\because \angle EDF=60^\circ$ ， $\therefore \angle CDF=180^\circ-\angle EDF-\angle B=60^\circ$ ，则 $\angle CDF=\angle C=60^\circ$ ， $\therefore \triangle CDF$ 是等边三角形， $\therefore CF=CD=BC-BD=6-2=4$ 。

(3) 连结 AO ，作 $OG \perp BE$ ， $OD \perp EF$ ， $OH \perp CF$ ，垂足分别为 G ， D ， H ，



则 $\angle BGO=\angle CHO=90^\circ$ ，

$\because AB=AC$ ， O 是 BC 的中点

$\therefore \angle B=\angle C$ ， $OB=OC$ ，

$\therefore \triangle OBG \cong \triangle OCH$ ，

$\therefore OG=OH$ ， $GB=CH$ ， $\angle BOG=\angle COH=90^\circ-\alpha$ ，

则 $\angle GOH=180^\circ-(\angle BOG+\angle COH)=2\alpha$ ，

$\therefore \angle EOF=\angle B=\alpha$ ，

则 $\angle GOH=2\angle EOF=2\alpha$ ，

由 (2) 题可猜想应用 $EF=ED+DF=EG+FH$ (可通过半角旋转证明)，

则 $C_{\triangle AEF}=AE+EF+AF=AE+EG+FH+AF=AG+AH=2AG$ ，

设 $AB=m$ ，则 $OB=m\cos\alpha$ ， $GB=m\cos^2\alpha$ ，

$$\frac{C_{\triangle AEF}}{C_{\triangle ABC}} = \frac{2AG}{2(AB+OB)} = \frac{AG}{AB+OB} = \frac{m-m\cos^2\alpha}{m+m\cos\alpha} = 1-\cos\alpha$$

【分析】(1) ① 先求出 BE 的长度后发现 $BE=BD$ 的，又 $\angle B=60^\circ$ ，可知 $\triangle BDE$ 是等边三角形，可得 $\angle BDE=60^\circ$ ，另外 $\angle EDF=60^\circ$ ，可证得 $\triangle CDF$ 是等边三角形，从而 $CF=CD=BC-BD$ ；

② 证明 $\triangle EBD \sim \triangle DCF$ ，这个模型可称为“一线三等角·相似模型”，根据“AA”判定相似；

(2) 【思考】由平分线可联系到角平分线的性质“角平分线上的点到角两边的距离相等”，可

过 D 作 $DM \perp BE$, $DG \perp EF$, $DN \perp CF$, 则 $DM=DN$, 从而通过证明 $\triangle BDM \cong \triangle CDN$ 可得 $BD=CD$; (3) 【探索】由已知不难求得 $C_{\triangle ABC} = AB + BC + AC = 2AB + 2OB = 2(m + m\cos\alpha)$, 则需要用 m 和 α 的三角函数表示出 $C_{\triangle AEF}$, $C_{\triangle AEF} = AE + EF + AF$; 题中直接已知 O 是 BC 的中点, 应用 (2) 题的方法和结论, 作 $OG \perp BE$, $OD \perp EF$, $OH \perp CF$, 可得 $EG=ED$, $FH=DF$, 则 $C_{\triangle AEF} = AE + EF + AF = AG + AH = 2AG$, 而 $AG = AB - OB$, 从而可求得。

27. 【答案】(1) 解: $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 经过点 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 两点, $\therefore$

$$\begin{cases} a - b + 3 = 0 \\ 9a + 3b + 3 = 0 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$

(2) 解: (I) $\because$ 点 P 的横坐标是 $-\frac{1}{2}$, 当 $x = -\frac{1}{2}$ 时, $y = -\frac{1}{4} - 1 + 3 = \frac{7}{4}$, 则点 $P(-\frac{1}{2}, \frac{7}{4})$,

$\because$ 直尺的宽度为 4 个单位长度,

$\therefore$ 点 Q 的横坐标为 $-\frac{1}{2} + 4 = \frac{7}{2}$, 则当 $x = \frac{7}{2}$ 时, $y = -\frac{49}{4} + 7 + 3 = -\frac{9}{4}$,

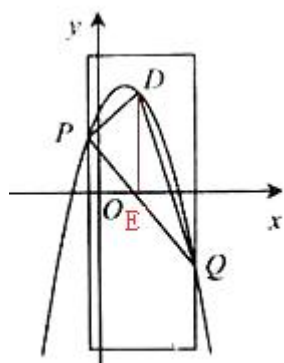
$\therefore$ 点 $Q(\frac{7}{2}, -\frac{9}{4})$,

设直线 PQ 的表达式为: $y = kx + c$, 由 $P(-\frac{1}{2}, \frac{7}{4})$, $Q(\frac{7}{2}, -\frac{9}{4})$, 可得

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}k + c = \frac{7}{4} \\ \frac{7}{2}k + c = -\frac{9}{4} \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k = -1 \\ b = \frac{5}{4} \end{cases}, \text{ 则直线 } PQ \text{ 的表达式为: } y = -x + \frac{5}{4},$$

如图②, 过点 D 作直线 DE 垂直于 x 轴, 交 PQ 于点 E , 设 $D(m, -m^2 + 2m + 3)$, 则 E

$(m, -m + \frac{5}{4})$,



图②

$$\begin{aligned} \text{则 } S_{\triangle PQD} &= S_{\triangle PDE} + S_{\triangle QDE} = \frac{1}{2} \times |x_Q - x_P| \times DE = \\ &= \frac{1}{2} \times \left(\frac{7}{2} + \frac{1}{2} \right) \times \left[-m^2 + 2m + 3 - \left(-m + \frac{5}{4} \right) \right] = -2m^2 + 6m + \frac{7}{2} = -2\left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + 8, \end{aligned}$$

$\therefore -\frac{1}{2} < m < \frac{7}{2}$ 即当 $m = \frac{3}{2}$ 时, $S_{\triangle PQD} = 8$ 最大, 此时点 $D \left(\frac{3}{2}, \frac{15}{4} \right)$ 。

(II) 设 $P(n, -n^2 + 2n + 3)$, 则 $Q(n+4, -(n+4)^2 + 2(n+4) + 3)$, 即 $Q(n+4, -n^2 - 6n - 5)$, 而直线 PQ 的表达式为: $y = (-2n - 2)x + n^2 + 4n + 3$,

设 $D(t, -t^2 + 2t + 3)$, 则 $E(t, -n^2 + 4n + 3 - 2nt - 2t)$

$$\begin{aligned} \therefore S_{\triangle PQD} &= \frac{1}{2} \times |x_Q - x_P| \times DE = 2(-t^2 + 2t + 3 - n^2 - 4n - 3 + 2nt + 2t) \\ &= 2[-t^2 + 2(n+2)t - n^2 - 4n] \\ &= -2(t - n - 2)^2 + 8 \leq 8 \end{aligned}$$

当 $t = n + 2$ 时, $S_{\triangle PQD} = 8$ 。

$\therefore \triangle PQD$ 面积的最大值为 8

【考点】二次函数的最值, 待定系数法求二次函数解析式, 三角形的面积

【解析】【分析】(1) 将两点 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 坐标代入 $y = ax^2 + bx + 3$, 可得方程组, 解之即可; (2) (I) 在遇到几何或代数求最大值, 可联系到二次函数求最大值的应用, 即将 $\triangle PQD$ 的面积用代数式的形式表示出来, 因为它的面积随着点 D 的位置改变而改变, 所以可设点 D 的坐标为 $(m, -m^2 + 2m + 3)$, 过点 D 作直线 DE 垂直于 x 轴, 交 PQ 于点 E , 则需要用 m 表示出点 E 的坐标, 而点 E 在线段 PQ 上, 求出 PQ 的坐标及直线 PQ 的表达式即可解答;

(II) 可设 $P(n, -n^2 + 2n + 3)$, 则 $Q(n+4, -(n+4)^2 + 2(n+4) + 3)$, 作法与 (I) 一样, 表示出 $\triangle PQD$ 的面积, 运用二次函数求最值。