

2018 年江苏省淮安市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，在每小题给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的）

1. (3 分) -3 的相反数是 ()

A. -3 B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 3

2. (3 分) 地球与太阳的平均距离大约为 1500000000km . 将 1500000000 用科学记数法表示应为 ()

A. 15×10^7 B. 1.5×10^8 C. 1.5×10^9 D. 0.15×10^9

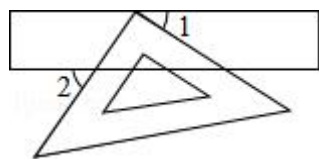
3. (3 分) 若一组数据 $3, 4, 5, x, 6, 7$ 的平均数是 5 , 则 x 的值是 ()

A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

4. (3 分) 若点 $A(-2, 3)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, 则 k 的值是 ()

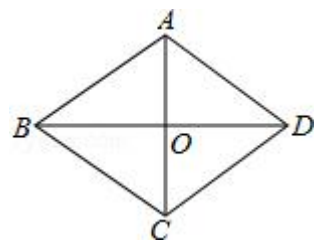
A. -6 B. -2 C. 2 D. 6

5. (3 分) 如图, 三角板的直角顶点落在矩形纸片的一边上. 若 $\angle 1 = 35^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是 ()



A. 35° B. 45° C. 55° D. 65°

6. (3 分) 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 的长分别为 6 和 8 , 则这个菱形的周长是 ()

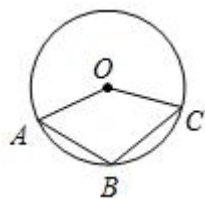


A. 20 B. 24 C. 40 D. 48

7. (3分) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x - k + 1 = 0$ 有两个相等的实数根, 则 k 的值是 ()

A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

8. (3分) 如图, 点 A 、 B 、 C 都在 $\odot O$ 上, 若 $\angle AOC = 140^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数是 ()



A. 70° B. 80° C. 110° D. 140°

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分, 不需写出解答过程, 请把正确答案直接写在答题卡相应位置上)

9. (3分) $(a^2)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. (3分) 一元二次方程 $x^2 - x = 0$ 的根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. (3分) 某射手在相同条件下进行射击训练, 结果如下:

射击次数 n	10	20	40	50	100	200	500	1000
击中靶心的 频数 m	9	19	37	45	89	181	449	901
击中靶心的 频率 $\frac{m}{n}$	0.90	0.950	0.925	0.900	0.890	0.905	0.898	0.901

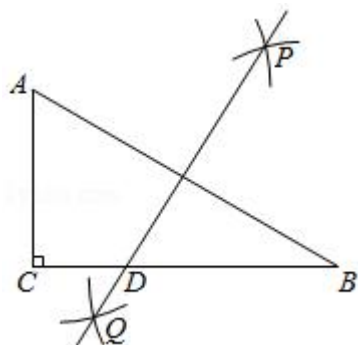
该射手击中靶心的概率的估计值是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (精确到 0.01).

12. (3分) 若关于 x 、 y 的二元一次方程 $3x - ay = 1$ 有一个解是 $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

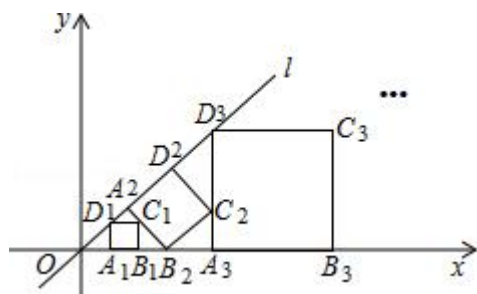
13. (3分) 若一个等腰三角形的顶角等于 50° , 则它的底角等于 $\underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

14. (3 分) 将二次函数 $y=x^2-1$ 的图象向上平移 3 个单位长度，得到的图象所对应的函数表达式是_____.

15. (3 分) 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=3$ ， $BC=5$ ，分别以点 A、B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径画弧，两弧交点分别为点 P、Q，过 P、Q 两点作直线交 BC 于点 D，则 CD 的长是_____.



16. (3 分) 如图，在平面直角坐标系中，直线 l 为正比例函数 $y=x$ 的图象，点 A_1 的坐标为 $(1, 0)$ ，过点 A_1 作 x 轴的垂线交直线 l 于点 D_1 ，以 A_1D_1 为边作正方形 $A_1B_1C_1D_1$ ；过点 C_1 作直线 l 的垂线，垂足为 A_2 ，交 x 轴于点 B_2 ，以 A_2B_2 为边作正方形 $A_2B_2C_2D_2$ ；过点 C_2 作 x 轴的垂线，垂足为 A_3 ，交直线 l 于点 D_3 ，以 A_3D_3 为边作正方形 $A_3B_3C_3D_3$ ，...，按此规律操作下所得到的正方形 $A_nB_nC_nD_n$ 的面积是_____.



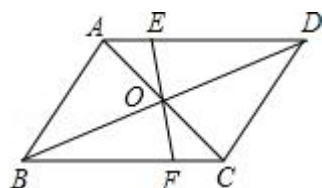
三、解答题 (本大题共 11 小题，共 102 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (10 分) (1) 计算： $2\sin 45^\circ + (\pi - 1)^0 - \sqrt{18} + |-2\sqrt{2}|$;

(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} 3x-5 < x+1 \\ 2x-1 \geq \frac{3x-1}{2} \end{cases}$$

18. (8分) 先化简, 再求值: $(1 - \frac{1}{a+1}) \div \frac{2a}{a^2-1}$, 其中 $a = -3$.

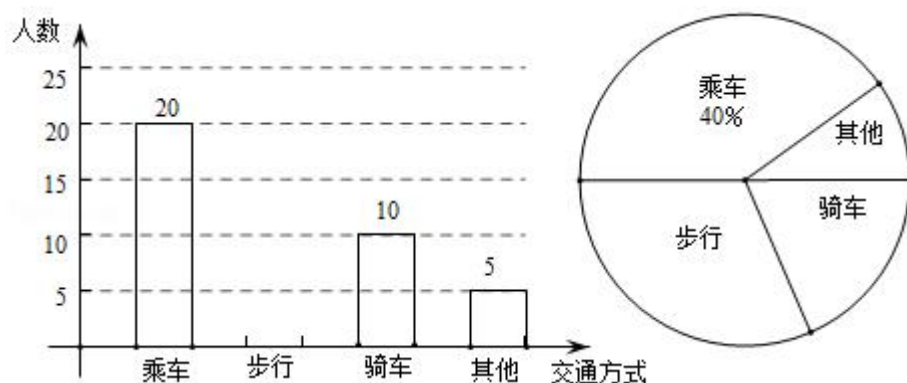
19. (8分) 已知: 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 过点 O 的直线分别与 AD 、 BC 相交于点 E 、 F . 求证: $AE=CF$.



20. (8分) 某学校为了解学生上学的交通方式, 现从全校学生中随机抽取了部分学生进行“我上学的交通方式”问卷调查, 规定每人必须并且只能在“乘车”、“步行”、“骑车”和“其他”四项中选择一项, 并将统计结果绘制了如下两幅不完整的统计图.

请解答下列问题:

- (1) 在这次调查中, 该学校一共抽样调查了_____名学生;
- (2) 补全条形统计图;
- (3) 若该学校共有 1500 名学生, 试估计该学校学生中选择“步行”方式的人数.



21. (8分) 一只不透明袋子中装有三只大小、质地都相同的小球, 球面上分别标有数字 1、-2、3, 搅匀后先从中任意摸出一个小球 (不放回), 记下数字作为点 A 的横坐标, 再从余下的两个小球中任意摸出一个小球, 记下数字作为点 A

的纵坐标.

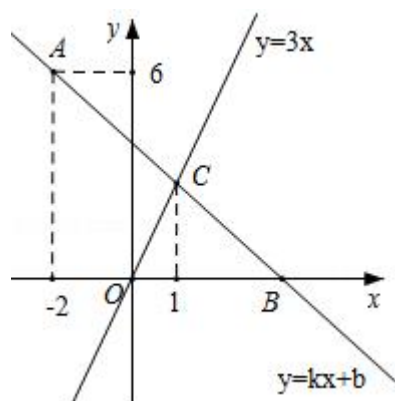
(1) 用画树状图或列表等方法列出所有可能出现的结果;

(2) 求点 A 落在第四象限的概率.

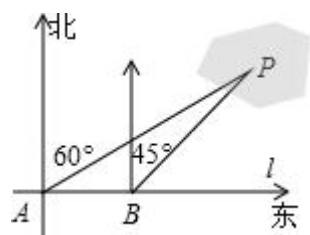
22. (8 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 A (-2, 6), 且与 x 轴相交于点 B, 与正比例函数 $y=3x$ 的图象相交于点 C, 点 C 的横坐标为 1.

(1) 求 k、b 的值;

(2) 若点 D 在 y 轴负半轴上, 且满足 $S_{\triangle COD} = \frac{1}{3} S_{\triangle BOC}$, 求点 D 的坐标.



23. (8 分) 为了计算湖中小岛上凉亭 P 到岸边公路 l 的距离, 某数学兴趣小组在公路 l 上的点 A 处, 测得凉亭 P 在北偏东 60° 的方向上; 从 A 处向正东方向行走 200 米, 到达公路 l 上的点 B 处, 再次测得凉亭 P 在北偏东 45° 的方向上, 如图所示. 求凉亭 P 到公路 l 的距离. (结果保留整数, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$)

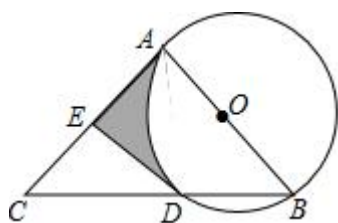


24. (10 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 是 $\odot O$ 的切线, 切点为 A, BC 交 $\odot$

O 于点 D, 点 E 是 AC 的中点.

(1) 试判断直线 DE 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 2, $\angle B=50^\circ$, $AC=4.8$, 求图中阴影部分的面积.



25. (10 分) 某景区商店销售一种纪念品, 每件的进货价为 40 元. 经市场调研, 当该纪念品每件的销售价为 50 元时, 每天可销售 200 件; 当每件的销售价每增加 1 元, 每天的销售数量将减少 10 件.

(1) 当每件的销售价为 52 元时, 该纪念品每天的销售数量为_____件;

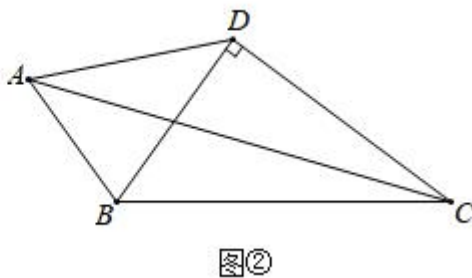
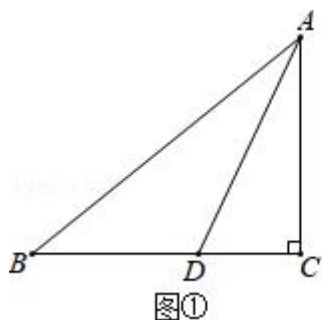
(2) 当每件的销售价 x 为多少时, 销售该纪念品每天获得的利润 y 最大? 并求出最大利润.

26. (12 分) 如果三角形的两个内角 α 与 β 满足 $2\alpha+\beta=90^\circ$, 那么我们称这样的三角形为“准互余三角形”.

(1) 若 $\triangle ABC$ 是“准互余三角形”, $\angle C > 90^\circ$, $\angle A=60^\circ$, 则 $\angle B=_____^\circ$;

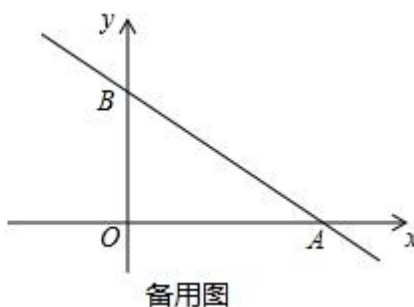
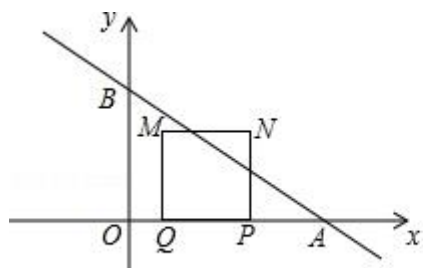
(2) 如图①, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=4$, $BC=5$. 若 AD 是 $\angle BAC$ 的平分线, 不难证明 $\triangle ABD$ 是“准互余三角形”. 试问在边 BC 上是否存在点 E (异于点 D), 使得 $\triangle ABE$ 也是“准互余三角形”? 若存在, 请求出 BE 的长; 若不存在, 请说明理由.

(3) 如图②, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB=7$, $CD=12$, $BD \perp CD$, $\angle ABD=2\angle BCD$, 且 $\triangle ABC$ 是“准互余三角形”, 求对角线 AC 的长.



27. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y = -\frac{2}{3}x + 4$ 的图象与 x 轴和 y 轴分别相交于 A 、 B 两点. 动点 P 从点 A 出发, 在线段 AO 上以每秒 3 个单位长度的速度向点 O 作匀速运动, 到达点 O 停止运动, 点 A 关于点 P 的对称点为点 Q , 以线段 PQ 为边向上作正方形 $PQMN$. 设运动时间为 t 秒.

- (1) 当 $t = \frac{1}{3}$ 秒时, 点 Q 的坐标是_____;
- (2) 在运动过程中, 设正方形 $PQMN$ 与 $\triangle AOB$ 重叠部分的面积为 S , 求 S 与 t 的函数表达式;
- (3) 若正方形 $PQMN$ 对角线的交点为 T , 请直接写出在运动过程中 $OT + PT$ 的最小值.



2018 年江苏省淮安市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，在每小题给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的）

1. (3 分) -3 的相反数是 ()

A. -3 B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 3

【分析】根据只有符号不同的两个数互为相反数解答.

【解答】解: -3 的相反数是 3 .

故选: D.

【点评】本题考查了相反数的定义, 是基础题, 熟记概念是解题的关键.

2. (3 分) 地球与太阳的平均距离大约为 1500000000km . 将 1500000000 用科学记数法表示应为 ()

A. 15×10^7 B. 1.5×10^8 C. 1.5×10^9 D. 0.15×10^9

【分析】根据科学记数法的表示方法可以将题目中的数据用科学记数法表示, 本题得以解决.

【解答】解: $1500000000=1.5 \times 10^9$,

故选: B.

【点评】本题考查科学记数法 - 表示较大的数, 解答本题的关键是明确科学记数法的表示方法.

3. (3 分) 若一组数据 $3, 4, 5, x, 6, 7$ 的平均数是 5 , 则 x 的值是 ()

A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

【分析】根据平均数的定义计算即可；

【解答】解：由题意 $\frac{1}{6} (3+4+5+x+6+7) = 5$,

解得 $x=5$,

故选：B.

【点评】本题考查平均数的定义，解题的关键是根据平均数的定义构建方程解决问题，属于中考基础题.

4. (3分) 若点 A (-2, 3) 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，则 k 的值是 ()

A. -6 B. -2 C. 2 D. 6

【分析】根据待定系数法，可得答案.

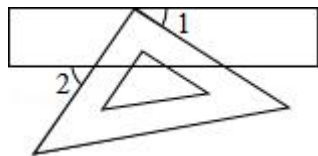
【解答】解：将 A (-2, 3) 代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ，得

$k = -2 \times 3 = -6$,

故选：A.

【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，利用函数图象上点的坐标满足函数解析式是解题关键.

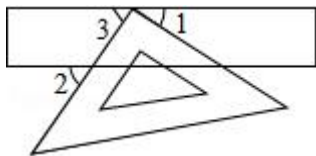
5. (3分) 如图，三角板的直角顶点落在矩形纸片的一边上. 若 $\angle 1=35^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是 ()



A. 35° B. 45° C. 55° D. 65°

【分析】求出 $\angle 3$ 即可解决问题；

【解答】解：



$$\because \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ, \quad \angle 1 = 35^\circ,$$

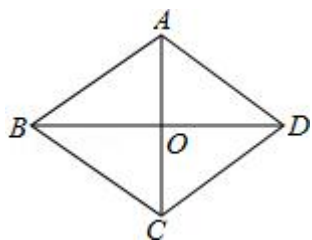
$$\therefore \angle 3 = 55^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 55^\circ,$$

故选：C.

【点评】此题考查了平行线的性质. 两直线平行，同位角相等的应用是解此题的关键.

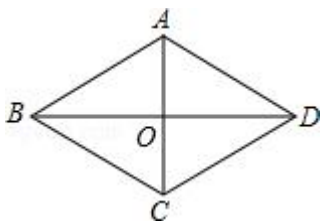
6. (3 分) 如图，菱形 ABCD 的对角线 AC、BD 的长分别为 6 和 8，则这个菱形的周长是 ()



A. 20 B. 24 C. 40 D. 48

【分析】由菱形对角线的性质，相互垂直平分即可得出菱形的边长，菱形四边相等即可得出周长.

【解答】解：由菱形对角线性质知， $AO = \frac{1}{2}AC = 3$ ， $BO = \frac{1}{2}BD = 4$ ，且 $AO \perp BO$ ，



$$\text{则 } AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = 5,$$

故这个菱形的周长 $L = 4AB = 20$.

故选：A.

【点评】 本题考查了菱形面积的计算，考查了勾股定理在直角三角形中的运用，考查了菱形各边长相等的性质，本题中根据勾股定理计算AB的长是解题的关键，难度一般.

7. (3分) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x - k + 1 = 0$ 有两个相等的实数根，则 k 的值是 ()

A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

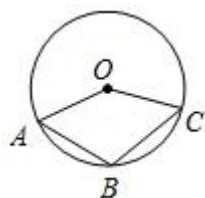
【分析】 根据判别式的意义得到 $\Delta = (-2)^2 - 4(-k+1) = 0$ ，然后解一次方程即可.

【解答】 解：根据题意得 $\Delta = (-2)^2 - 4(-k+1) = 0$ ，
解得 $k=0$.

故选：B.

【点评】 本题考查了根的判别式：一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系：当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根.

8. (3分) 如图，点 A、B、C 都在 $\odot O$ 上，若 $\angle AOC = 140^\circ$ ，则 $\angle B$ 的度数是 ()



A. 70° B. 80° C. 110° D. 140°

【分析】 作 $\widehat{AC}$ 对的圆周角 $\angle APC$ ，如图，利用圆内接四边形的性质得到 $\angle P = 40^\circ$ ，然后根据圆周角定理求 $\angle AOC$ 的度数.

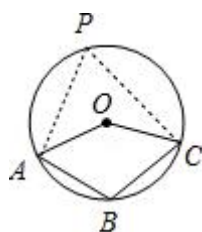
【解答】解：作 $\widehat{AC}$ 对的圆周角 $\angle APC$ ，如图，

$$\therefore \angle P = \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} \times 140^\circ = 70^\circ$$

$$\therefore \angle P + \angle B = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ,$$

故选：C.



【点评】本题考查了圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半.

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，不需写出解答过程，请把正确答案直接写在答题卡相应位置上）

9. (3 分) $(a^2)^3 = \underline{a^6}$.

【分析】直接根据幂的乘方法则运算即可.

【解答】解：原式= a^6 .

故答案为 a^6 .

【点评】本题考查了幂的乘方与积的乘法： $(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 是正整数)； $(ab)^n = a^n b^n$ (n 是正整数).

10. (3 分) 一元二次方程 $x^2 - x = 0$ 的根是 $\underline{x_1=0, x_2=1}$.

【分析】方程左边分解因式后，利用两数相乘积为 0，两因式中至少有一个为 0 转化为两个一元一次方程来求解.

【解答】解：方程变形得： $x(x-1) = 0$,

可得 $x=0$ 或 $x-1=0$,

解得: $x_1=0$, $x_2=1$.

故答案为: $x_1=0$, $x_2=1$.

【点评】此题考查了解一元二次方程 - 因式分解法, 熟练掌握方程的解法是解本题的关键.

11. (3 分) 某射手在相同条件下进行射击训练, 结果如下:

射击次数 n	10	20	40	50	100	200	500	1000
击中靶心的 频数 m	9	19	37	45	89	181	449	901
击中靶心的 频率 $\frac{m}{n}$	0.90	0.950	0.925	0.900	0.890	0.905	0.898	0.901

该射手击中靶心的概率的估计值是 0.90 (精确到 0.01).

【分析】根据表格中实验的频率, 然后根据频率即可估计概率.

【解答】解: 由击中靶心频率都在 0.90 上下波动,

所以该射手击中靶心的概率的估计值是 0.90,

故答案为: 0.90.

【点评】本题考查了利用频率估计概率的思想, 解题的关键是求出每一次事件的频率, 然后即可估计概率解决问题.

12. (3 分) 若关于 x 、 y 的二元一次方程 $3x - ay = 1$ 有一个解是 $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$, 则 $a = \underline{4}$.

【分析】把 x 与 y 的值代入方程计算即可求出 a 的值.

【解答】解: 把 $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$ 代入方程得: $9 - 2a = 1$,

解得: $a = 4$,

故答案为：4.

【点评】此题考查了二元一次方程的解，方程的解即为能使方程左右两边相等的未知数的值.

13. (3 分) 若一个等腰三角形的顶角等于 50° ，则它的底角等于 65° .

【分析】利用等腰三角形的性质及三角形内角和定理直接求得答案.

【解答】解： $\because$ 等腰三角形的顶角等于 50° ,

又 $\because$ 等腰三角形的底角相等,

$\therefore$ 底角等于 $(180^\circ - 50^\circ) \times \frac{1}{2} = 65^\circ$.

故答案为：65.

【点评】本题考查了三角形内角和定理和等腰三角形的性质，熟记等腰三角形的性质是解题的关键.

14. (3 分) 将二次函数 $y=x^2-1$ 的图象向上平移 3 个单位长度，得到的图象所对应的函数表达式是 $y=x^2+2$.

【分析】先确定二次函数 $y=x^2-1$ 的顶点坐标为 $(0, -1)$ ，再根据点平移的规律得到点 $(0, -1)$ 平移后所得对应点的坐标为 $(0, 2)$ ，然后根据顶点式写出平移后的抛物线解析式.

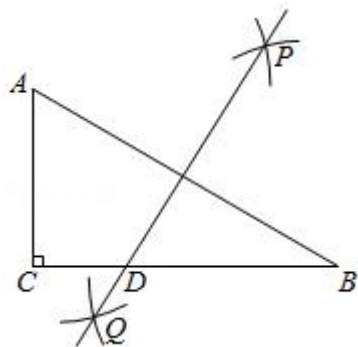
【解答】解：二次函数 $y=x^2-1$ 的顶点坐标为 $(0, -1)$ ，把点 $(0, -1)$ 向上平移 3 个单位长度所得对应点的坐标为 $(0, 2)$ ，所以平移后的抛物线解析式为 $y=x^2+2$.

故答案为： $y=x^2+2$.

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换：由于抛物线平移后的形状不变，故 a 不变，所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法：一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标，利用待定系数法求出解析式；二是只考虑平移后的

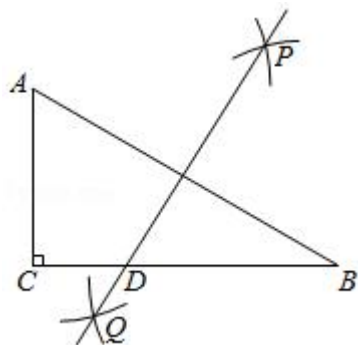
顶点坐标，即可求出解析式.

15. (3分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=3$ ， $BC=5$ ，分别以点 A、B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径画弧，两弧交点分别为点 P、Q，过 P、Q 两点作直线交 BC 于点 D，则 CD 的长是 $\frac{8}{5}$.



【分析】 连接 AD 由 PQ 垂直平分线段 AB，推出 $DA=DB$ ，设 $DA=DB=x$ ，在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，根据 $AD^2=AC^2+CD^2$ 构建方程即可解决问题；

【解答】 解：连接 AD.



$\therefore$ PQ 垂直平分线段 AB,

$\therefore DA=DB$ ，设 $DA=DB=x$,

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AD^2=AC^2+CD^2$,

$$\therefore x^2=3^2+(5-x)^2,$$

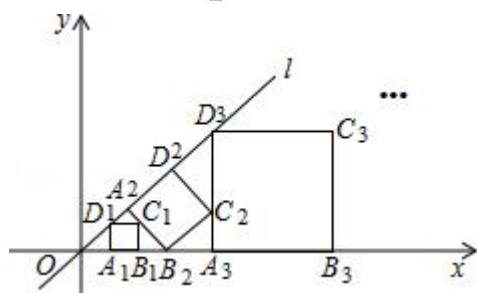
$$\text{解得 } x=\frac{17}{5},$$

$$\therefore CD=BC-DB=5-\frac{17-8}{5},$$

故答案为 $\frac{8}{5}$.

【点评】 本题考查基本作图，线段的垂直平分线的性质，勾股定理等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造直角三角形解决问题.

16. (3分) 如图，在平面直角坐标系中，直线 l 为正比例函数 $y=x$ 的图象，点 A_1 的坐标为 $(1, 0)$ ，过点 A_1 作 x 轴的垂线交直线 l 于点 D_1 ，以 A_1D_1 为边作正方形 $A_1B_1C_1D_1$ ；过点 C_1 作直线 l 的垂线，垂足为 A_2 ，交 x 轴于点 B_2 ，以 A_2B_2 为边作正方形 $A_2B_2C_2D_2$ ；过点 C_2 作 x 轴的垂线，垂足为 A_3 ，交直线 l 于点 D_3 ，以 A_3D_3 为边作正方形 $A_3B_3C_3D_3$ ，...，按此规律操作下所得到的正方形 $A_nB_nC_nD_n$ 的面积是 $\frac{(\frac{9}{2})^{n-1}}{2}$.



【分析】 根据正比例函数的性质得到 $\angle D_1OA_1=45^\circ$ ，分别求出正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的面积、正方形 $A_2B_2C_2D_2$ 的面积，总结规律解答.

【解答】 解： $\because$ 直线 l 为正比例函数 $y=x$ 的图象，

$$\therefore \angle D_1OA_1=45^\circ,$$

$$\therefore D_1A_1=OA_1=1,$$

$$\therefore \text{正方形 } A_1B_1C_1D_1 \text{ 的面积} = 1 = \left(\frac{9}{2}\right)^{1-1},$$

$$\text{由勾股定理得, } OD_1=\sqrt{2}, D_1A_2=\frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore A_2B_2=A_2O=\frac{3\sqrt{2}}{2},$$

∴ 正方形 $A_2B_2C_2D_2$ 的面积 $= \frac{9}{2} = \left(\frac{9}{2}\right)^{2-1}$,

同理, $A_3D_3=OA_3=\frac{9}{2}$,

∴ 正方形 $A_3B_3C_3D_3$ 的面积 $= \frac{81}{4} = \left(\frac{9}{2}\right)^{3-1}$,

...

由规律可知, 正方形 $A_nB_nC_nD_n$ 的面积 $= \left(\frac{9}{2}\right)^{n-1}$,

故答案为: $\left(\frac{9}{2}\right)^{n-1}$.

【点评】 本题考查的是正方形的性质、一次函数图象上点的坐标特征, 根据一次函数解析式得到 $\angle D_1OA_1=45^\circ$, 正确找出规律是解题的关键.

三、解答题 (本大题共 11 小题, 共 102 分, 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (10 分) (1) 计算: $2\sin 45^\circ + (\pi - 1)^0 - \sqrt{18} + |-2\sqrt{2}|$;

(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} 3x-5 < x+1 \\ 2x-1 \geq \frac{3x-1}{2} \end{cases}$$

【分析】 (1) 先代入三角函数值、计算零指数幂、化简二次根式、去绝对值符号, 再计算乘法和加减运算可得;

(2) 先求出各不等式的解集, 再求其公共解集即可.

【解答】 解: (1) 原式 $= 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$
 $= \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2}$
 $= 1$;

(2) 解不等式 $3x - 5 < x + 1$, 得: $x < 3$,

解不等式 $2x - 1 \geq \frac{3x-1}{2}$, 得: $x \geq 1$,

则不等式组的解集为 $1 \leq x < 3$.

【点评】 本题主要考查解一元一次不等式组和实数的运算，解题的关键是掌握解不等式组应遵循的原则：同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了及实数的混合运算顺序和运算法则.

18. (8分) 先化简，再求值： $(1 - \frac{1}{a+1}) \div \frac{2a}{a^2-1}$ ，其中 $a = -3$.

【分析】 原式利用分式混合运算顺序和运算法则化简，再将 a 的值代入计算可得.

【解答】 解：原式 = $(\frac{a+1}{a+1} - \frac{1}{a+1}) \div \frac{2a}{(a+1)(a-1)}$

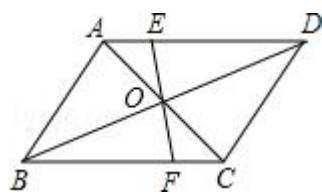
$$= \frac{a}{a+1} \cdot \frac{(a+1)(a-1)}{2a}$$
$$= \frac{a-1}{2},$$

当 $a = -3$ 时，

$$\text{原式} = \frac{-3-1}{2} = -2.$$

【点评】 本题主要考查分式的化简求值，解题的关键是熟练掌握分式混合运算顺序和运算法则.

19. (8分) 已知：如图， $\square ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ，过点 O 的直线分别与 AD 、 BC 相交于点 E 、 F . 求证： $AE = CF$.



【分析】 利用平行四边形的性质得出 $AO = CO$ ， $AD \parallel BC$ ，进而得出 $\angle EAC = \angle FCO$ ，再利用 ASA 求出 $\triangle AOE \cong \triangle COF$ ，即可得出答案.

【解答】 证明： $\because \square ABCD$ 的对角线 AC ， BD 交于点 O ，

$$\therefore AO = CO, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle FCO,$$

在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle COF$ 中

$$\begin{cases} \angle EAO = \angle FCO \\ AO = CO \\ \angle AOE = \angle COF \end{cases},$$

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF$ (ASA),

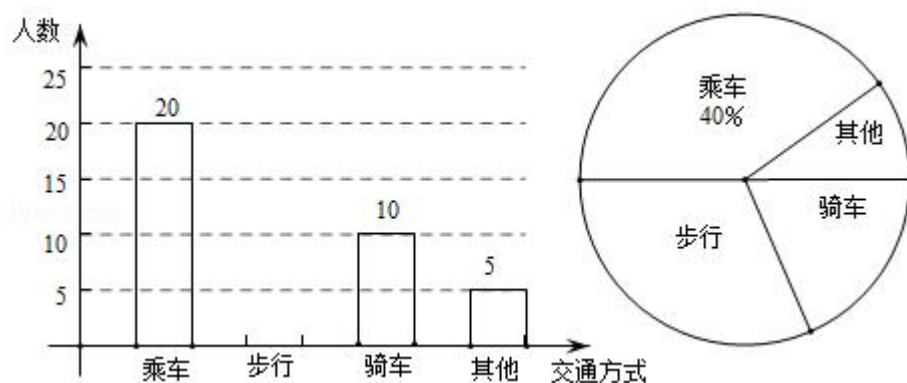
$\therefore AE = CF$.

【点评】此题主要考查了全等三角形的判定与性质以及平行四边形的性质，熟练掌握全等三角形的判定方法是解题关键.

20. (8分) 某学校为了解学生上学的交通方式，现从全校学生中随机抽取了部分学生进行“我上学的交通方式”问卷调查，规定每人必须并且只能在“乘车”、“步行”、“骑车”和“其他”四项中选择一项，并将统计结果绘制了如下两幅不完整的统计图.

请解答下列问题:

- (1) 在这次调查中，该学校一共抽样调查了 50 名学生;
- (2) 补全条形统计图;
- (3) 若该学校共有 1500 名学生，试估计该学校学生中选择“步行”方式的人数.



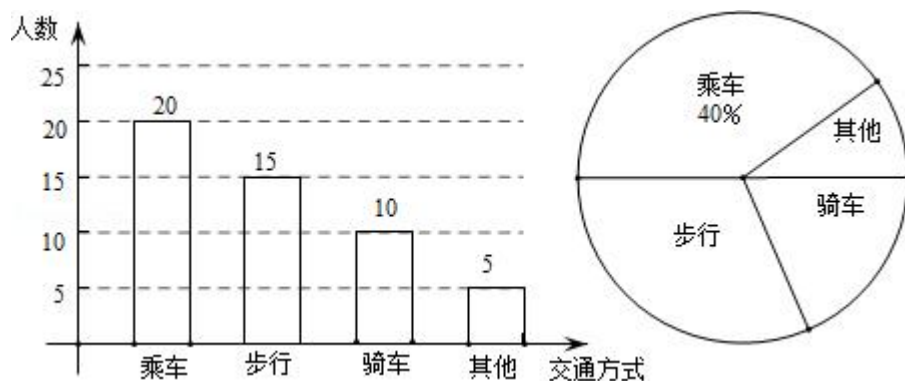
- 【分析】**
- (1) 根据乘车的人数及其所占百分比可得总人数;
 - (2) 根据各种交通方式的人数之和等于总人数求得步行人数，据此可得;
 - (3) 用总人数乘以样本中步行人数所占比例可得.

【解答】解：（1）本次调查中，该学校调查的学生人数为 $20 \div 40\% = 50$ 人，

故答案为：50；

（2）步行的人数为 $50 - (20 + 10 + 5) = 15$ 人，

补全图形如下：



（3）估计该学校学生中选择“步行”方式的人数为 $1500 \times \frac{15}{50} = 450$ 人。

【点评】此题主要考查了条形统计图、扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据.

21. （8分）一只不透明袋子中装有三只大小、质地都相同的小球，球面上分别标有数字1、-2、3，搅匀后先从中任意摸出一个小球（不放回），记下数字作为点A的横坐标，再从余下的两个小球中任意摸出一个小球，记下数字作为点A的纵坐标.

（1）用画树状图或列表等方法列出所有可能出现的结果；

（2）求点A落在第四象限的概率.

【分析】（1）首先根据题意列出表格，然后根据表格即可求得点A的坐标的所有可能的结果；

(2) 从表格中找到点 A 落在第四象限的结果数，利用概率公式计算可得.

【解答】解：(1) 列表得：

	1	-2	3
1		(1, -2)	(1, 3)
2	(-2, 1)		(-2, 3)
3	(3, 1)	(3, -2)	

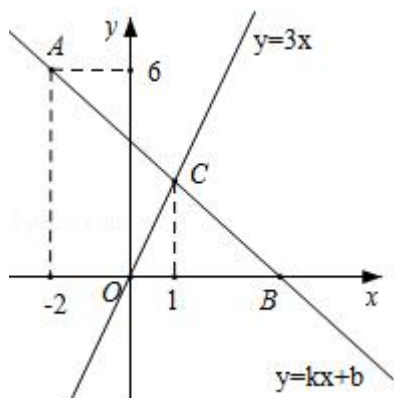
(2) 由表可知，共有 6 种等可能结果，其中点 A 落在第四象限的有 2 种结果，所以点 A 落在第四象限的概率为 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

【点评】此题考查了列表法或树状图法求概率的知识. 此题难度不大，注意列表法或树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件；树状图法适合两步或两步以上完成的事件；注意概率=所求情况数与总情况数之比.

22. (8 分) 如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 A (-2, 6)，且与 x 轴相交于点 B，与正比例函数 $y=3x$ 的图象相交于点 C，点 C 的横坐标为 1.

(1) 求 k、b 的值；

(2) 若点 D 在 y 轴负半轴上，且满足 $S_{\triangle COD} = \frac{1}{3} S_{\triangle BOC}$ ，求点 D 的坐标.



【分析】 (1) 利用一次函数图象上点的坐标特征可求出点 C 的坐标, 根据点 A、C 的坐标, 利用待定系数法即可求出 k、b 的值;

(2) 利用一次函数图象上点的坐标特征可求出点 B 的坐标, 设点 D 的坐标为 (0, m) ($m < 0$), 根据三角形的面积公式结合 $S_{\triangle COD} = \frac{1}{3}S_{\triangle BOC}$, 即可得出关于 m 的一元一次方程, 解之即可得出 m 的值, 进而可得出点 D 的坐标.

【解答】 解: (1) 当 $x=1$ 时, $y=3x=3$,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 (1, 3).

将 A (-2, 6)、C (1, 3) 代入 $y=kx+b$,

$$\text{得: } \begin{cases} -2k+b=6 \\ k+b=3 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=-1 \\ b=4 \end{cases}.$$

(2) 当 $y=0$ 时, 有 $-x+4=0$,

解得: $x=4$,

$\therefore$ 点 B 的坐标为 (4, 0).

设点 D 的坐标为 (0, m) ($m < 0$),

$$\therefore S_{\triangle COD} = \frac{1}{3}S_{\triangle BOC}, \text{ 即 } -\frac{1}{2}m = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 4 \times 3,$$

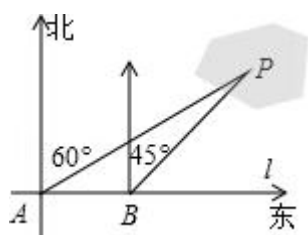
解得: $m=4$,

$\therefore$ 点 D 的坐标为 (0, 4).

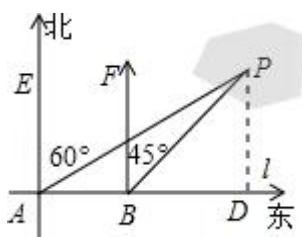
【点评】 本题考查了两条直线相交或平行问题、一次函数图象上点的坐标特征、待定系数法求一次函数解析式以及三角形的面积, 解题的关键是: (1) 根据点的坐标, 利用待定系数法求出 k、b 的值; (2) 利用三角形的面积公式结合 $S_{\triangle COD} = \frac{1}{3}S_{\triangle BOC}$, 找出关于 m 的一元一次方程.

23. (8 分) 为了计算湖中小岛上凉亭 P 到岸边公路 l 的距离, 某数学兴趣小组

在公路 l 上的点 A 处，测得凉亭 P 在北偏东 60° 的方向上；从 A 处向正东方向行走 200 米，到达公路 l 上的点 B 处，再次测得凉亭 P 在北偏东 45° 的方向上，如图所示．求凉亭 P 到公路 l 的距离．（结果保留整数，参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ）



【分析】 作 $PD \perp AB$ 于 D ，构造出 $Rt\triangle APD$ 与 $Rt\triangle BPD$ ，根据 AB 的长度，利用特殊角的三角函数值求解．



【解答】 解：作 $PD \perp AB$ 于 D ．

设 $BD=x$ ，则 $AD=x+200$ ．

$$\because \angle EAP=60^\circ,$$

$$\therefore \angle PAB=90^\circ - 60^\circ=30^\circ.$$

在 $Rt\triangle BPD$ 中，

$$\because \angle FBP=45^\circ,$$

$$\therefore \angle PBD=\angle BPD=45^\circ,$$

$$\therefore PD=DB=x.$$

在 $Rt\triangle APD$ 中，

$$\because \angle PAB=30^\circ,$$

$$\therefore CD=\tan 30^\circ \cdot AD,$$

$$\text{即 } DB=CD=\tan 30^{\circ} \cdot AD=x=\frac{\sqrt{3}}{3}(200+x),$$

解得: $x \approx 273.2$,

$$\therefore CD=273.2.$$

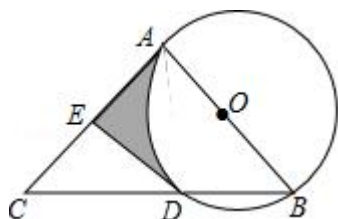
答: 凉亭 P 到公路 l 的距离为 273.2m.

【点评】此题考查的是直角三角形的性质, 解答此题的关键是构造出两个特殊角度的直角三角形, 再利用特殊角的三角函数值解答.

24. (10 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 是 $\odot O$ 的切线, 切点为 A, BC 交 $\odot O$ 于点 D, 点 E 是 AC 的中点.

(1) 试判断直线 DE 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 2, $\angle B=50^{\circ}$, $AC=4.8$, 求图中阴影部分的面积.



【分析】(1) 连接 OE、OD, 如图, 根据切线的性质得 $\angle OAC=90^{\circ}$, 再证明 $\triangle AOE \cong \triangle DOE$ 得到 $\angle ODE=\angle OAE=90^{\circ}$, 然后根据切线的判定定理得到 DE 为 $\odot O$ 的切线;

(2) 先计算出 $\angle AOD=2\angle B=100^{\circ}$, 利用四边形的面积减去扇形的面积计算图中阴影部分的面积.

【解答】解: (1) 直线 DE 与 $\odot O$ 相切. 理由如下:

连接 OE、OD, 如图,

$\because AC$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore AB \perp AC$,

$$\therefore \angle OAC = 90^\circ,$$

$\because$ 点 E 是 AC 的中点, O 点为 AB 的中点,

$$\therefore OE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle B, \quad \angle 2 = \angle 3,$$

$$\because OB = OD,$$

$$\therefore \angle B = \angle 3,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle DOE$ 中

$$\begin{cases} OA = OD \\ \angle 1 = \angle 2, \\ OE = OE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle DOE,$$

$$\therefore \angle ODE = \angle OAE = 90^\circ,$$

$$\therefore OA \perp AE,$$

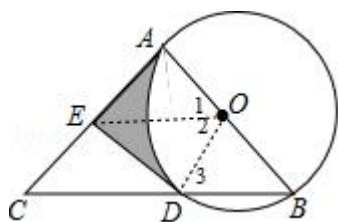
$\therefore DE$ 为 $\odot O$ 的切线;

(2) $\because$ 点 E 是 AC 的中点,

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AC = 2.4,$$

$$\because \angle AOD = 2\angle B = 2 \times 50^\circ = 100^\circ,$$

$$\therefore \text{图中阴影部分的面积} = 2 \cdot \frac{1}{2} \times 2 \times 2.4 - \frac{100 \cdot \pi \cdot 2^2}{360} = 4.8 - \frac{10}{9}\pi.$$



【点评】 本题考查了切线的性质: 圆的切线垂直于经过切点的半径. 若出现圆的切线, 必连过切点的半径, 构造定理图, 得出垂直关系. 也考查了圆周角定理和

扇形的面积公式.

25. (10 分) 某景区商店销售一种纪念品, 每件的进货价为 40 元. 经市场调研, 当该纪念品每件的销售价为 50 元时, 每天可销售 200 件; 当每件的销售价每增加 1 元, 每天的销售数量将减少 10 件.

(1) 当每件的销售价为 52 元时, 该纪念品每天的销售数量为 180 件;

(2) 当每件的销售价 x 为多少时, 销售该纪念品每天获得的利润 y 最大? 并求出最大利润.

【分析】 (1) 根据“当每件的销售价每增加 1 元, 每天的销售数量将减少 10 件”, 即可解答;

(2) 根据等量关系“利润 = (售价 - 进价) $\times$ 销量”列出函数关系式, 根据二次函数的性质, 即可解答.

【解答】 解: (1) 由题意得: $200 - 10 \times (52 - 50) = 200 - 20 = 180$ (件),
故答案为: 180;

(2) 由题意得:

$$y = (x - 40) [200 - 10(x - 50)]$$

$$= -10x^2 + 1100x - 28000$$

$$= -10(x - 55)^2 + 2250$$

$\therefore$ 每件销售价为 55 元时, 获得最大利润; 最大利润为 2250 元.

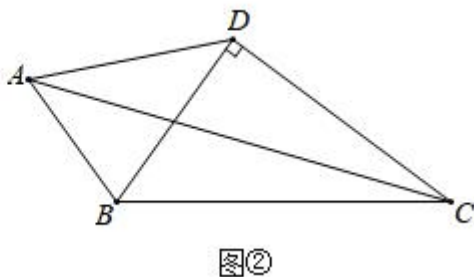
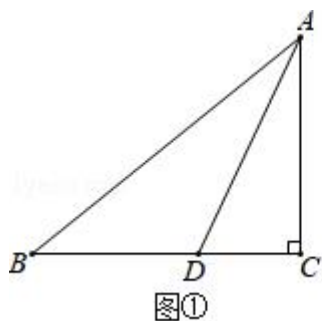
【点评】 此题主要考查了二次函数的应用, 根据已知得出二次函数的最值是中考中考查重点, 同学们应重点掌握.

26. (12 分) 如果三角形的两个内角 α 与 β 满足 $2\alpha + \beta = 90^\circ$, 那么我们称这样的三角形为“准互余三角形”.

(1) 若 $\triangle ABC$ 是“准互余三角形”， $\angle C > 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，则 $\angle B = \underline{15}^\circ$ ；

(2) 如图①，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 5$ ．若 AD 是 $\angle BAC$ 的平分线，不难证明 $\triangle ABD$ 是“准互余三角形”．试问在边 BC 上是否存在点 E （异于点 D ），使得 $\triangle ABE$ 也是“准互余三角形”？若存在，请求出 BE 的长；若不存在，请说明理由．

(3) 如图②，在四边形 $ABCD$ 中， $AB = 7$ ， $CD = 12$ ， $BD \perp CD$ ， $\angle ABD = 2\angle BCD$ ，且 $\triangle ABC$ 是“准互余三角形”，求对角线 AC 的长．



【分析】 (1) 根据“准互余三角形”的定义构建方程即可解决问题；

(2) 只要证明 $\triangle CAE \sim \triangle CBA$ ，可得 $CA^2 = CE \cdot CB$ ，由此即可解决问题；

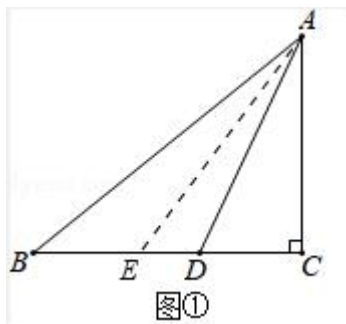
(3) 如图②中，将 $\triangle BCD$ 沿 BC 翻折得到 $\triangle BCF$ ．只要证明 $\triangle FCB \sim \triangle FAC$ ，可得 $CF^2 = FB \cdot FA$ ，设 $FB = x$ ，则有： $x(x+7) = 12^2$ ，推出 $x = 9$ 或 -16 （舍弃），再利用勾股定理求出 AC 即可；

【解答】 解：(1) $\because \triangle ABC$ 是“准互余三角形”， $\angle C > 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，
 $\therefore 2\angle B + \angle A = 60^\circ$ ，

解得， $\angle B = 15^\circ$ ，

故答案为： 15° ；

(2) 如图①中，



在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\because \angle B + \angle BAC = 90^\circ$, $\angle BAC = 2\angle BAD$,

$$\therefore \angle B + 2\angle BAD = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle ABD$ 是“准互余三角形”,

$\therefore \triangle ABE$ 也是“准互余三角形”,

$$\therefore \text{只有 } 2\angle A + \angle BAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle BAE + \angle EAC = 90^\circ,$$

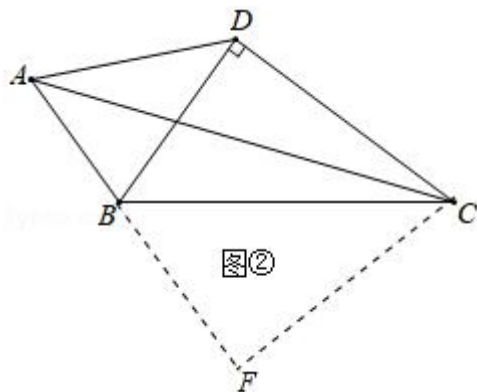
$$\therefore \angle CAE = \angle B, \because \angle C = \angle C = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle CAE \sim \triangle CBA$, 可得 $CA^2 = CE \cdot CB$,

$$\therefore CE = \frac{16}{5},$$

$$\therefore BE = 5 - \frac{16}{5} = \frac{9}{5}.$$

(3) 如图②中, 将 $\triangle BCD$ 沿 BC 翻折得到 $\triangle BCF$.



$$\therefore CF = CD = 12, \angle BCF = \angle BCD, \angle CBF = \angle CBD,$$

$$\therefore \angle ABD = 2\angle BCD, \quad \angle BCD + \angle CBD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD + \angle DBC + \angle CBF = 180^\circ,$$

$\therefore A、B、F$ 共线,

$$\therefore \angle A + \angle ACF = 90^\circ$$

$$\therefore 2\angle ACB + \angle CAB \neq 90^\circ,$$

$$\therefore \text{只有 } 2\angle BAC + \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FCB = \angle FAC, \quad \therefore \angle F = \angle F,$$

$$\therefore \triangle FCB \sim \triangle FAC,$$

$$\therefore CF^2 = FB \cdot FA, \quad \text{设 } FB = x,$$

$$\text{则有: } x(x+7) = 12^2,$$

$$\therefore x = 9 \text{ 或 } -16 \text{ (舍弃)},$$

$$\therefore AF = 7+9=16,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ACF \text{ 中, } AC = \sqrt{AF^2 + CF^2} = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20.$$

【点评】 本题考查四边形综合题、相似三角形的判定和性质、“准互余三角形”的定义等知识，解题的关键是理解题意，学会利用翻折变换添加辅助线，构造相似三角形解决问题，学会利用已知模型构建辅助线解决问题，属于中考压轴题。

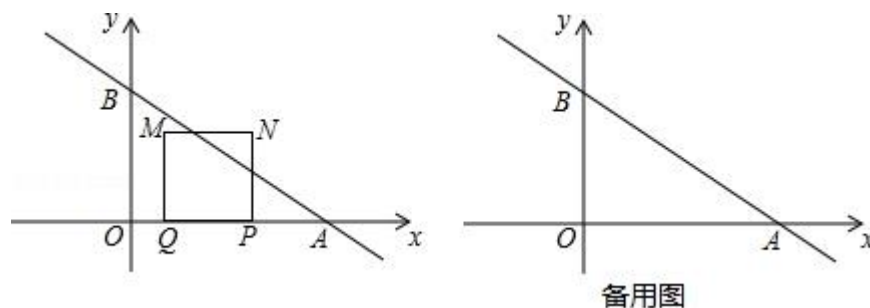
27. (12 分) 如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y = -\frac{2}{3}x + 4$ 的图象与 x 轴和 y 轴分别相交于 $A、B$ 两点。动点 P 从点 A 出发，在线段 AO 上以每秒 3 个单位长度的速度向点 O 作匀速运动，到达点 O 停止运动，点 A 关于点 P 的对称点为点 Q ，以线段 PQ 为边向上作正方形 $PQMN$ 。设运动时间为 t 秒。

(1) 当 $t = \frac{1}{3}$ 秒时，点 Q 的坐标是 (4, 0)；

(2) 在运动过程中，设正方形 $PQMN$ 与 $\triangle AOB$ 重叠部分的面积为 S ，求 S 与

t 的函数表达式;

(3) 若正方形 PQMN 对角线的交点为 T, 请直接写出在运动过程中 OT+PT 的最小值.



【分析】(1) 先确定出点 A 的坐标, 进而求出 AP, 利用对称性即可得出结论;

(2) 分三种情况, ①利用正方形的面积减去三角形的面积, ②利用矩形的面积减去三角形的面积, ③利用梯形的面积, 即可得出结论;

(3) 先确定出点 T 的运动轨迹, 进而找出 OT+PT 最小时的点 T 的位置, 即可得出结论.

【解答】解: (1) 令 $y=0$,

$$\therefore -\frac{2}{3}x+4=0,$$

$$\therefore x=6,$$

$$\therefore A(6, 0),$$

$$\text{当 } t=\frac{1}{3} \text{ 秒时, } AP=3 \times \frac{1}{3}=1,$$

$$\therefore OP=OA-AP=5,$$

$$\therefore P(5, 0),$$

由对称性得, $Q(4, 0)$;

故答案为 $(4, 0)$;

(2) 当点 Q 在原点 O 时, $OQ=6$,

$$\therefore AP = \frac{1}{2}OQ = 3,$$

$$\therefore t = 3 \div 3 = 1,$$

①当 $0 < t \leq 1$ 时, 如图 1, 令 $x=0$,

$$\therefore y=4,$$

$$\therefore B(0, 4),$$

$$\therefore OB=4,$$

$$\therefore A(6, 0),$$

$$\therefore OA=6,$$

$$\text{在 Rt}\triangle AOB \text{ 中, } \tan \angle OAB = \frac{OB}{OA} = \frac{2}{3},$$

由运动知, $AP=3t$,

$$\therefore P(6-3t, 0),$$

$$\therefore Q(6-6t, 0),$$

$$\therefore PQ=AP=3t,$$

$\therefore$ 四边形 PQMN 是正方形,

$$\therefore MN \parallel OA, \quad PN=PQ=3t,$$

$$\text{在 Rt}\triangle APD \text{ 中, } \tan \angle OAB = \frac{PD}{AP} = \frac{PD}{3t} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore PD=2t,$$

$$\therefore DN=t,$$

$$\therefore MN \parallel OA$$

$$\therefore \angle DCN = \angle OAB,$$

$$\therefore \tan \angle DCN = \frac{DN}{CN} = \frac{t}{CN} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore CN = \frac{3}{2}t,$$

$$\therefore S = S_{\text{正方形 PQMN}} - S_{\triangle CDN} = (3t)^2 - \frac{1}{2}t \times \frac{3}{2}t = \frac{33}{4}t^2;$$

②当 $1 < t \leq \frac{4}{3}$ 时, 如图 2, 同①的方法得, $DN=t$, $CN=\frac{3}{2}t$,

$$\therefore S = S_{\text{矩形 OENP}} - S_{\triangle CDN} = 3t \times (6-3t) - \frac{1}{2}t \times \frac{3}{2}t = -\frac{39}{4}t^2 + 18t;$$

③当 $\frac{4}{3} < t \leq 2$ 时, 如图 3, $S = S_{\text{梯形 OBDP}} = \frac{1}{2}(2t+4)(6-3t) = -3t^2 + 12$;

(3) 如图 4, 由运动知, $P(6-3t, 0)$, $Q(6-6t, 0)$,

$\therefore M(6-6t, 3t)$,

$\therefore T$ 是正方形 PQMN 的对角线交点,

$\therefore T(6-\frac{9}{2}t, \frac{3}{2}t)$

$\therefore$ 点 T 是直线 $y = -\frac{1}{3}x + 2$ 上的一段线段, ($-3 \leq x < 6$),

作出点 O 关于直线 $y = -\frac{1}{3}x + 2$ 的对称点 O' 交此直线于 G, 过点 O' 作 $O'F \perp x$ 轴,

则 O'F 就是 OT+PT 的最小值,

由对称知, $OO' = 2OG$,

易知, $OH = 2$,

$$\therefore OA = 6, AH = \sqrt{OH^2 + OA^2} = 2\sqrt{10},$$

$$\therefore S_{\triangle AOH} = \frac{1}{2}OH \times OA = \frac{1}{2}AH \times OG,$$

$$\therefore OG = \frac{3\sqrt{10}}{5},$$

$$\therefore OO' = \frac{6\sqrt{10}}{5}$$

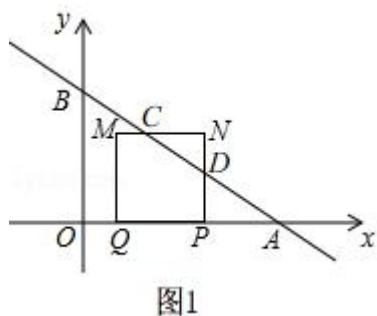
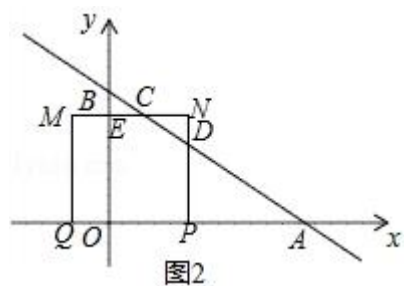
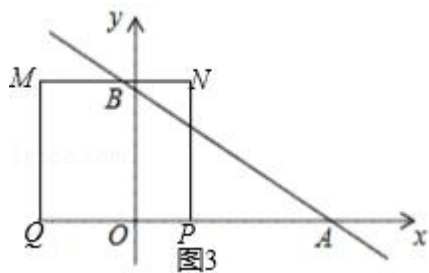
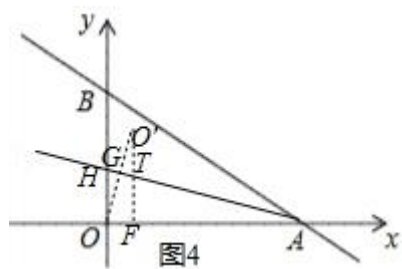
$$\text{在 Rt}\triangle AOH \text{ 中, } \sin \angle OHA = \frac{OA}{AH} = \frac{6}{2\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10},$$

$$\therefore \angle HOG + \angle AOG = 90^\circ, \angle HOG + \angle OHA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOG = \angle OHA,$$

$$\text{在 Rt}\triangle OFO' \text{ 中, } O'F = OO' \sin \angle O'OF = \frac{6\sqrt{10}}{5} \times \frac{3\sqrt{10}}{10} = \frac{18}{5},$$

即: OT+PT 的最小值为 $\frac{18}{5}$.



【点评】此题是一次函数综合题，主要考查了正方形的面积，梯形，三角形的面积公式，正方形的性质，勾股定理，锐角三角函数，用分类讨论的思想解决问题是解本题的关键，找出点 T 的位置是解本题 (3) 的难点.