

2018 年江苏省泰州市中考数学试卷

一、选择题（本大题共有 6 小题，每小题 3 分，共 18 分．在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂再答题卡相应位置上）

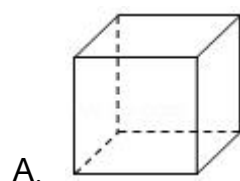
1. (3 分) $-(-2)$ 等于 ()

A. -2 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. ± 2

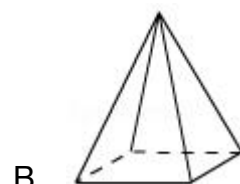
2. (3 分) 下列运算正确的是 ()

A. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$ B. $\sqrt{18}=2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{5}$ D. $\sqrt{2}\div\sqrt{\frac{1}{2}}=2$

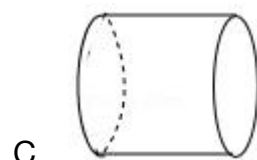
3. (3 分) 下列几何体中，主视图与俯视图不相同的是 ()



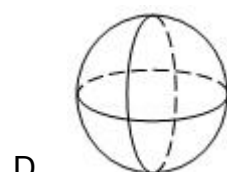
正方体



四棱锥



圆柱



球

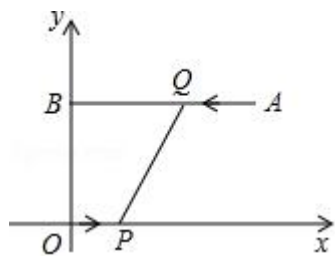
4. (3分) 小亮是一名职业足球队员, 根据以往比赛数据统计, 小亮进球率为10%, 他明天将参加一场比赛, 下面几种说法正确的是 ()

- A. 小亮明天的进球率为10%
- B. 小亮明天每射球10次必进球1次
- C. 小亮明天有可能进球
- D. 小亮明天肯定进球

5. (3分) 已知 x_1 、 x_2 是关于 x 的方程 $x^2 - ax - 2 = 0$ 的两根, 下列结论一定正确的是 ()

- A. $x_1 \neq x_2$ B. $x_1 + x_2 > 0$ C. $x_1 \cdot x_2 > 0$ D. $x_1 < 0, x_2 < 0$

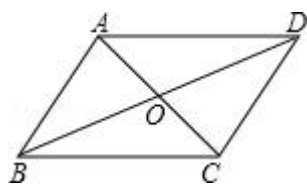
6. (3分) 如图, 平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 的坐标为 $(9, 6)$, $AB \perp y$ 轴, 垂足为 B , 点 P 从原点 O 出发向 x 轴正方向运动, 同时, 点 Q 从点 A 出发向点 B 运动, 当点 Q 到达点 B 时, 点 P 、 Q 同时停止运动, 若点 P 与点 Q 的速度之比为 $1:2$, 则下列说法正确的是 ()



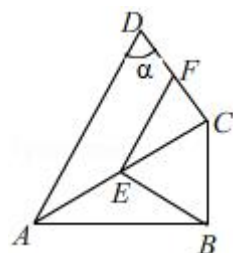
- A. 线段 PQ 始终经过点 $(2, 3)$
- B. 线段 PQ 始终经过点 $(3, 2)$
- C. 线段 PQ 始终经过点 $(2, 2)$
- D. 线段 PQ 不可能始终经过某一定点

二、填空题 (本大题共有 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 请把答案直接填写再答题卡相应位置上)

7. (3分) 8 的立方根等于_____.
8. (3分) 亚洲陆地面积约为 4400 万平方千米, 将 44000000 用科学记数法表示为_____.
9. (3分) 计算: $\frac{1}{2}x \cdot (-2x^2)^3 =$ _____.
10. (3分) 分解因式: $a^3 - a =$ _____.
11. (3分) 某鞋厂调查了商场一个月内不同尺码男鞋的销量, 在平均数、中位数、众数和方差等数个统计量中, 该鞋厂最关注的是_____.
12. (3分) 已知三角形两边的长分别为 1、5, 第三边长为整数, 则第三边的长为_____.
13. (3分) 如图, $\square ABCD$ 中, AC 、 BD 相交于点 O , 若 $AD=6$, $AC+BD=16$, 则 $\triangle BOC$ 的周长为_____.

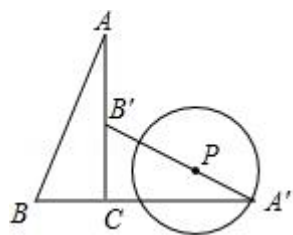


14. (3分) 如图, 四边形 $ABCD$ 中, AC 平分 $\angle BAD$, $\angle ACD = \angle ABC = 90^\circ$, E 、 F 分别为 AC 、 CD 的中点, $\angle D = \alpha$, 则 $\angle BEF$ 的度数为_____ (用含 α 的式子表示).



15. (3分) 已知 $3x - y = 3a^2 - 6a + 9$, $x + y = a^2 + 6a - 9$, 若 $x \leq y$, 则实数 a 的值为_____.
16. (3分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\sin A = \frac{5}{13}$, $AC = 12$, 将 $\triangle ABC$ 绕

点 C 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A'B'C$, P 为线段 $A'B'$ 上的动点, 以点 P 为圆心, PA' 长为半径作 $\odot P$, 当 $\odot P$ 与 $\triangle ABC$ 的边相切时, $\odot P$ 的半径为_____.

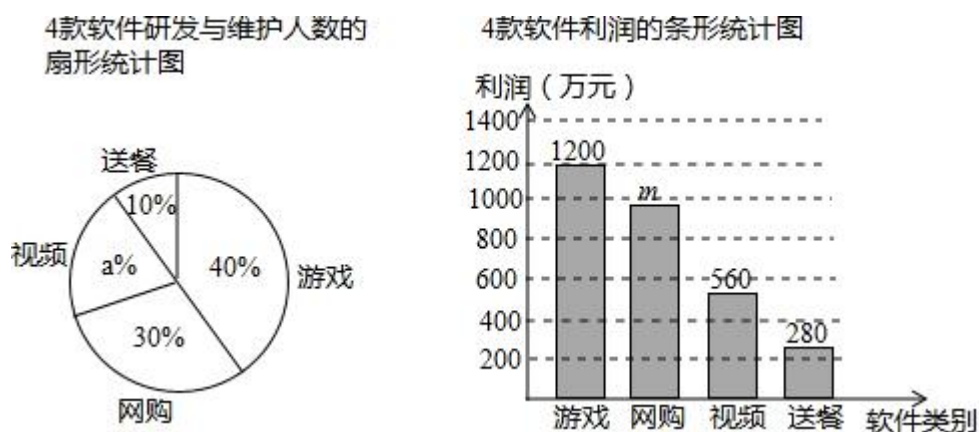


三、解答题 (本大题共有 10 题, 共 102 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (12 分) (1) 计算: $\pi^0 + 2\cos 30^\circ - |2 - \sqrt{3}| - (\frac{1}{2})^{-2}$;

(2) 化简: $(2 - \frac{x-1}{x+1}) \div \frac{x^2+6x+9}{x^2-1}$.

18. (8 分) 某软件科技公司 20 人负责研发与维护游戏、网购、视频和送餐共 4 款软件. 投入市场后, 游戏软件的利润占这 4 款软件总利润的 40%. 如图是这 4 款软件研发与维护人数的扇形统计图和利润的条形统计图.



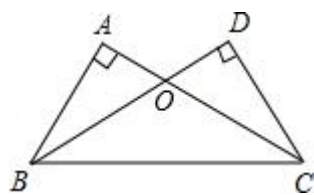
根据以上信息, 网答下列问题

- (1) 直接写出图中 a , m 的值;
- (2) 分别求网购与视频软件的人均利润;
- (3) 在总人数和各款软件人均利润都保持不变的情况下, 能否只调整网购与视

频软件的研发与维护人数，使总利润增加 60 万元？如果能，写出调整方案；如果不能，请说明理由.

19. (8 分) 泰州具有丰富的旅游资源，小明利用周日来泰州游玩，上午从 A、B 两个景点中任意选择一个游玩，下午从 C、D、E 三个景点中任意选择一个游玩. 用列表或画树状图的方法列出所有等可能的结果，并求小明恰好选中景点 B 和 C 的概率.

20. (8 分) 如图， $\angle A = \angle D = 90^\circ$ ， $AC = DB$ ，AC、DB 相交于点 O. 求证：OB = OC.

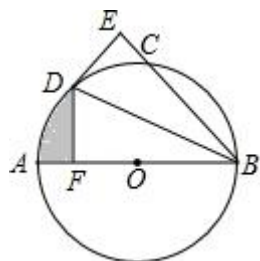


21. (10 分) 为了改善生态环境，某乡村计划植树 4000 棵. 由于志愿者的支援，实际工作效率提高了 20%，结果比原计划提前 3 天完成，并且多植树 80 棵，原计划植树多少天？

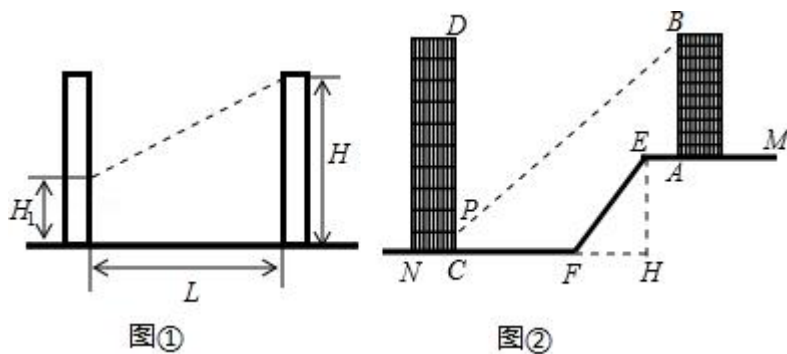
22. (10 分) 如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，C 为 $\odot O$ 上一点， $\angle ABC$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D， $DE \perp BC$ 于点 E.

(1) 试判断 DE 与 $\odot O$ 的位置关系，并说明理由；

(2) 过点 D 作 $DF \perp AB$ 于点 F，若 $BE = 3\sqrt{3}$ ， $DF = 3$ ，求图中阴影部分的面积.



23. (10 分) 日照间距系数反映了房屋日照情况. 如图①，当前后房屋都朝向正南时，日照间距系数 = $L : (H - H_1)$ ，其中 L 为楼间水平距离，H 为南侧楼房高度， H_1 为北侧楼房底层窗台至地面高度.

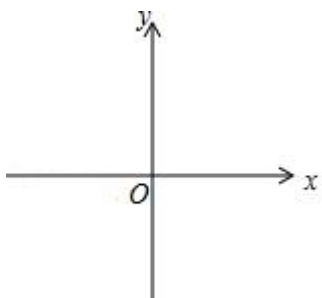


如图②，山坡 EF 朝北，EF 长为 15m，坡度为 $i=1:0.75$ ，山坡顶部平地 EM 上有一高为 22.5m 的楼房 AB，底部 A 到 E 点的距离为 4m.

- (1) 求山坡 EF 的水平宽度 FH;
- (2) 欲在 AB 楼正北侧山脚的平地 FN 上建一楼房 CD，已知该楼底层窗台 P 处至地面 C 处的高度为 0.9m，要使该楼的日照间距系数不低于 1.25，底部 C 距 F 处至少多远?

24. (10 分) 平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y=x^2-2mx+m^2+2m+2$ 的图象与 x 轴有两个交点.

- (1) 当 $m=-2$ 时，求二次函数的图象与 x 轴交点的坐标;
- (2) 过点 $P(0, m-1)$ 作直线 $l \perp y$ 轴，二次函数图象的顶点 A 在直线 l 与 x 轴之间 (不包含点 A 在直线 l 上)，求 m 的范围;
- (3) 在 (2) 的条件下，设二次函数图象的对称轴与直线 l 相交于点 B，求 $\triangle ABO$ 的面积最大时 m 的值.



25. (12 分) 对给定的一张矩形纸片 ABCD 进行如下操作：先沿 CE 折叠，使点

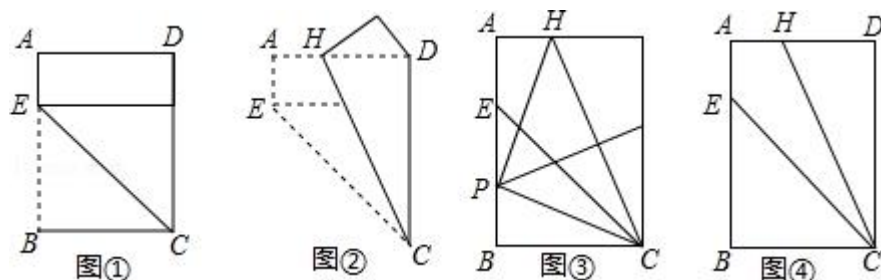
B 落在 CD 边上 (如图①), 再沿 CH 折叠, 这时发现点 E 恰好与点 D 重合 (如图②)

(1) 根据以上操作和发现, 求 $\frac{CD}{AD}$ 的值;

(2) 将该矩形纸片展开.

①如图③, 折叠该矩形纸片, 使点 C 与点 H 重合, 折痕与 AB 相交于点 P, 再将该矩形纸片展开. 求证: $\angle HPC=90^\circ$;

②不借助工具, 利用图④探索一种新的折叠方法, 找出与图③中位置相同的 P 点, 要求只有一条折痕, 且点 P 在折痕上, 请简要说明折叠方法. (不需说明理由)



26. (14 分) 平面直角坐标系 xOy 中, 横坐标为 a 的点 A 在反比例函数 $y_1 = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上, 点 A' 与点 A 关于点 O 对称, 一次函数 $y_2 = mx + n$ 的图象经过点 A'.

(1) 设 $a=2$, 点 B (4, 2) 在函数 y_1 、 y_2 的图象上.

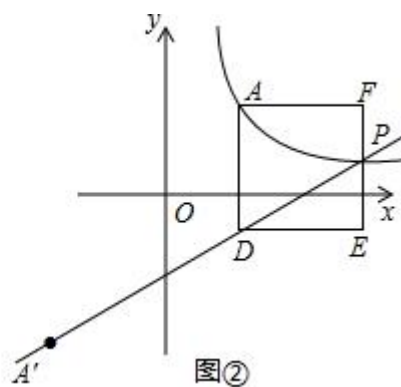
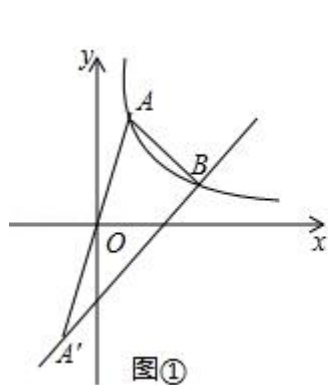
①分别求函数 y_1 、 y_2 的表达式;

②直接写出使 $y_1 > y_2 > 0$ 成立的 x 的范围;

(2) 如图①, 设函数 y_1 、 y_2 的图象相交于点 B, 点 B 的横坐标为 $3a$, $\triangle AA'B$ 的面积为 16, 求 k 的值;

(3) 设 $m = \frac{1}{2}$, 如图②, 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴, 与函数 y_2 的图象相交于点 D, 以 AD 为一边向右侧作正方形 ADEF, 试说明函数 y_2 的图象与线段 EF 的交点 P 一

定在函数 y_1 的图象上.



2018 年江苏省泰州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共有 6 小题，每小题 3 分，共 18 分．在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂再答题卡相应位置上）

1. (3 分) $-(-2)$ 等于 ()

A. -2 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. ± 2

【分析】根据只有符号不同的两个数互为相反数，可得一个数的相反数．

【解答】解： $-(-2)=2$ ，

故选：B．

【点评】本题考查了相反数，在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数．

2. (3 分) 下列运算正确的是 ()

A. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$ B. $\sqrt{18}=2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{5}$ D. $\sqrt{2}\div\sqrt{\frac{1}{2}}=2$

【分析】利用二次根式的加减法对 A 进行判断；根据二次根式的性质对 B 进行判断；根据二次根式的乘法法则对 C 进行判断；根据二次根式的除法法则对 D 进行判断．

【解答】解：A、 $\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3}$ 不能合并，所以 A 选项错误；

B、原式= $3\sqrt{2}$ ，所以 B 选项错误；

C、原式= $\sqrt{2\times 3}=\sqrt{6}$ ，所以 C 选项错误；

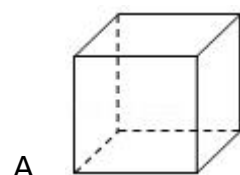
D、原式= $\sqrt{2\times 2}=2$ ，所以 D 选项正确．

故选：D．

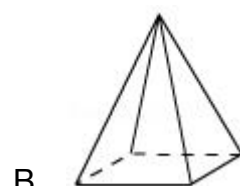
【点评】本题考查了二次根式的混合运算：先把二次根式化为最简二次根式，然

后进行二次根式的乘除运算，再合并即可．在二次根式的混合运算中，如能结合题目特点，灵活运用二次根式的性质，选择恰当的解题途径，往往能事半功倍．

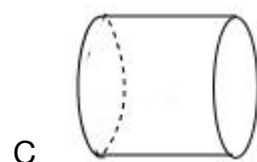
3. (3分) 下列几何体中，主视图与俯视图不相同的是 ()



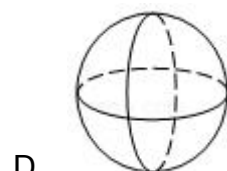
正方体



四棱锥



圆柱



球

【分析】 根据主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的图形进行分析．

【解答】 解：四棱锥的主视图与俯视图不同．

故选：B．

【点评】 本题考查了几何体的三种视图，掌握定义是关键．注意所有的看到的棱都应表现在三视图中．

4. (3 分) 小亮是一名职业足球队员, 根据以往比赛数据统计, 小亮进球率为 10%, 他明天将参加一场比赛, 下面几种说法正确的是 ()

- A. 小亮明天的进球率为 10%
- B. 小亮明天每射球 10 次必进球 1 次
- C. 小亮明天有可能进球
- D. 小亮明天肯定进球

【分析】直接利用概率的意义分析得出答案.

【解答】解: 根据以往比赛数据统计, 小亮进球率为 10%, 他明天将参加一场比赛小亮明天有可能进球.

故选: C.

【点评】此题主要考查了概率的意义, 正确理解概率的意义是解题关键.

5. (3 分) 已知 x_1 、 x_2 是关于 x 的方程 $x^2 - ax - 2 = 0$ 的两根, 下列结论一定正确的是 ()

- A. $x_1 \neq x_2$
- B. $x_1 + x_2 > 0$
- C. $x_1 \cdot x_2 > 0$
- D. $x_1 < 0, x_2 < 0$

【分析】A、根据方程的系数结合根的判别式, 可得出 $\Delta > 0$, 由此即可得出 $x_1 \neq x_2$, 结论 A 正确;

B、根据根与系数的关系可得出 $x_1 + x_2 = a$, 结合 a 的值不确定, 可得出 B 结论不一定正确;

C、根据根与系数的关系可得出 $x_1 \cdot x_2 = -2$, 结论 C 错误;

D、由 $x_1 \cdot x_2 = -2$, 可得出 $x_1 < 0, x_2 > 0$, 结论 D 错误.

综上所述即可得出结论.

【解答】解: A $\because \Delta = (-a)^2 - 4 \times 1 \times (-2) = a^2 + 8 > 0$,

$\therefore x_1 \neq x_2$, 结论 A 正确;

B、 $\because x_1, x_2$ 是关于 x 的方程 $x^2 - ax - 2 = 0$ 的两根，

$$\therefore x_1 + x_2 = a,$$

$\therefore a$ 的值不确定，

$\therefore B$ 结论不一定正确；

C、 $\because x_1, x_2$ 是关于 x 的方程 $x^2 - ax - 2 = 0$ 的两根，

$$\therefore x_1 \cdot x_2 = -2, \text{ 结论 C 错误；}$$

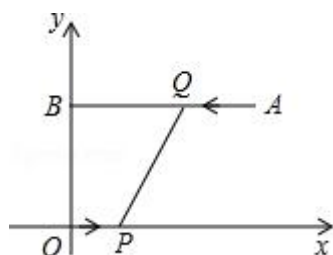
D、 $\because x_1 \cdot x_2 = -2$,

$$\therefore x_1 < 0, x_2 > 0, \text{ 结论 D 错误.}$$

故选：A.

【点评】 本题考查了根的判别式以及根与系数的关系，牢记“当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根”是解题的关键.

6. (3 分) 如图，平面直角坐标系 xOy 中，点 A 的坐标为 $(9, 6)$ ， $AB \perp y$ 轴，垂足为 B ，点 P 从原点 O 出发向 x 轴正方向运动，同时，点 Q 从点 A 出发向点 B 运动，当点 Q 到达点 B 时，点 P 、 Q 同时停止运动，若点 P 与点 Q 的速度之比为 $1:2$ ，则下列说法正确的是 ()



A. 线段 PQ 始终经过点 $(2, 3)$

B. 线段 PQ 始终经过点 $(3, 2)$

C. 线段 PQ 始终经过点 $(2, 2)$

D. 线段 PQ 不可能始终经过某一定点

【分析】 当 $OP=t$ 时, 点 P 的坐标为 $(t, 0)$, 点 Q 的坐标为 $(9-2t, 6)$. 设直线 PQ 的解析式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$), 利用待定系数法求出 PQ 的解析式即可判断;

【解答】 解: 当 $OP=t$ 时, 点 P 的坐标为 $(t, 0)$, 点 Q 的坐标为 $(9-2t, 6)$. 设直线 PQ 的解析式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$),

将 P $(t, 0)$ 、Q $(9-2t, 6)$ 代入 $y=kx+b$,

$$\begin{cases} kt+b=0 \\ (9-2t)k+b=6 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k=\frac{2}{3-t} \\ b=\frac{2t}{t-3} \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 PQ 的解析式为 $y=\frac{2}{3-t}x+\frac{2t}{t-3}$.

$\therefore x=3$ 时, $y=2$,

$\therefore$ 直线 PQ 始终经过 $(3, 2)$,

故选: B.

【点评】 本题考查一次函数图象上的点的特征、待定系数法等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.

二、填空题 (本大题共有 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 请把答案直接填写再答题卡相应位置上)

7. (3 分) 8 的立方根等于 2.

【分析】 根据立方根的定义得出 $\sqrt[3]{8}$, 求出即可.

【解答】 解: 8 的立方根是 $\sqrt[3]{8}=2$,

故答案为: 2.

【点评】 本题考查了对立方根的应用, 注意: a 的立方根是 $\sqrt[3]{a}$, 其中 a 可以为正数、负数和 0.

8. (3分) 亚洲陆地面积约为 4400 万平方千米, 将 44000000 用科学记数法表示为 4.4×10^7 .

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: $44000000 = 4.4 \times 10^7$,
故答案为: 4.4×10^7 .

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

9. (3分) 计算: $\frac{1}{2}x \cdot (-2x^2)^3 =$ $-4x^7$.

【分析】直接利用积的乘方运算法则化简, 再利用单项式乘以单项式计算得出答案.

【解答】解: $\frac{1}{2}x \cdot (-2x^2)^3$
 $= \frac{1}{2}x \cdot (-8x^6)$
 $= -4x^7$.

故答案为: $-4x^7$.

【点评】此题主要考查了积的乘方运算、单项式乘以单项式, 正确掌握运算法则是解题关键.

10. (3分) 分解因式: $a^3 - a =$ $a(a+1)(a-1)$.

【分析】先提取公因式 a , 再对余下的多项式利用平方差公式继续分解.

【解答】解： $a^3 - a$,

$$=a(a^2 - 1),$$

$$=a(a+1)(a-1).$$

故答案为： $a(a+1)(a-1)$.

【点评】 本题考查了提公因式法，公式法分解因式，提取公因式后利用平方差公式进行二次分解，注意要分解彻底.

11. (3 分) 某鞋厂调查了商场一个月内不同尺码男鞋的销量，在平均数、中位数、众数和方差等数个统计量中，该鞋厂最关注的是众数.

【分析】 鞋厂最感兴趣的是各种鞋号的鞋的销售量，特别是销售量最多的即这组数据的众数.

【解答】 解： 由于众数是数据中出现最多的数，故鞋厂最感兴趣的销量最多的鞋号即这组数据的众数.

故答案为： 众数.

【点评】 本题主要考查了学生对统计量的意义的理解与运用，要求学生对统计量进行合理的选择和恰当的运用，比较简单.

12. (3 分) 已知三角形两边的长分别为 1、5，第三边长为整数，则第三边的长为5.

【分析】 根据三角形的三边关系“任意两边之和 $>$ 第三边，任意两边之差 $<$ 第三边”，求得第三边的取值范围，再进一步根据第三边是整数求解.

【解答】 解： 根据三角形的三边关系，得

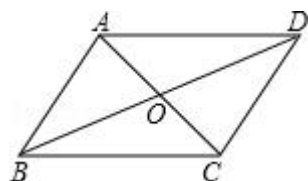
第三边 > 4 ，而 < 6 .

又第三条边长为整数，

则第三边是 5.

【点评】 此题主要是考查了三角形的三边关系，同时注意整数这一条件.

13. (3分) 如图, $\square ABCD$ 中, AC 、 BD 相交于点 O , 若 $AD=6$, $AC+BD=16$, 则 $\triangle BOC$ 的周长为 14.



【分析】根据平行四边形的性质, 三角形周长的定义即可解决问题;

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD=BC=6, OA=OC, OB=OD,$$

$$\therefore AC+BD=16,$$

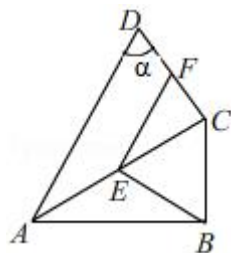
$$\therefore OB+OC=8,$$

$$\therefore \triangle BOC \text{ 的周长} = BC+OB+OC=6+8=14,$$

故答案为 14.

【点评】本题考查平行四边形的性质. 三角形的周长等知识, 解题的关键是熟练掌握基本知识, 属于中考常考题型.

14. (3分) 如图, 四边形 $ABCD$ 中, AC 平分 $\angle BAD$, $\angle ACD=\angle ABC=90^\circ$, E 、 F 分别为 AC 、 CD 的中点, $\angle D=\alpha$, 则 $\angle BEF$ 的度数为 $270^\circ - 3\alpha$ (用含 α 的式子表示).



【分析】根据直角三角形的性质得到 $\angle DAC=90^\circ - \alpha$, 根据角平分线的定义、三角形的外角的性质得到 $\angle CEB=180^\circ - 2\alpha$, 根据三角形中位线定理、平行线的性

质得到 $\angle CEF = \angle D = \alpha$ ，结合图形计算即可.

【解答】解： $\because \angle ACD = 90^\circ$ ， $\angle D = \alpha$ ，

$$\therefore \angle DAC = 90^\circ - \alpha,$$

$\because AC$ 平分 $\angle BAD$ ，

$$\therefore \angle DAC = \angle BAC = 90^\circ - \alpha,$$

$\because \angle ABC = 90^\circ$ ， EAC 的中点，

$$\therefore BE = AE = EC,$$

$$\therefore \angle EAB = \angle EBA = 90^\circ - \alpha,$$

$$\therefore \angle CEB = 180^\circ - 2\alpha,$$

$\because E$ 、 F 分别为 AC 、 CD 的中点，

$$\therefore EF \parallel AD,$$

$$\therefore \angle CEF = \angle D = \alpha,$$

$$\therefore \angle BEF = 180^\circ - 2\alpha + 90^\circ - \alpha = 270^\circ - 3\alpha,$$

故答案为： $270^\circ - 3\alpha$.

【点评】 本题考查的是三角形中位线定理、直角三角形的性质、角平分线的定义，掌握三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半是解题的关键.

15. (3 分) 已知 $3x - y = 3a^2 - 6a + 9$ ， $x + y = a^2 + 6a - 9$ ， 若 $x \leq y$ ， 则实数 a 的值为 3.

【分析】 根据题意列出关于 x 、 y 的方程组， 然后求得 x 、 y 的值， 结合已知条件 $x \leq y$ 来求 a 的取值.

【解答】 解： 依题意得：
$$\begin{cases} 3x - y = 3a^2 - 6a + 9 \\ x + y = a^2 + 6a - 9 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x=a^2 \\ y=6a-9 \end{cases}$$

$$\therefore x \leq y,$$

$$\therefore a^2 \leq 6a - 9,$$

$$\text{整理, 得 } (a-3)^2 \leq 0,$$

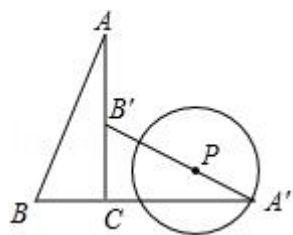
$$\text{故 } a-3=0,$$

$$\text{解得 } a=3.$$

故答案是: 3.

【点评】考查了配方法的应用, 非负数的性质以及解二元一次方程组. 配方法的理论依据是公式 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$.

16. (3分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\sin A = \frac{5}{13}$, $AC=12$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A'B'C$, P 为线段 $A'B'$ 上的动点, 以点 P 为圆心, PA' 长为半径作 $\odot P$, 当 $\odot P$ 与 $\triangle ABC$ 的边相切时, $\odot P$ 的半径为 $\frac{156}{25}$ 或 $\frac{102}{13}$.



【分析】分两种情形分别求解: 如图 1 中, 当 $\odot P$ 与直线 AC 相切于点 Q 时, 如图 2 中, 当 $\odot P$ 与 AB 相切于点 T 时,

【解答】解: 如图 1 中, 当 $\odot P$ 与直线 AC 相切于点 Q 时, 连接 PQ .

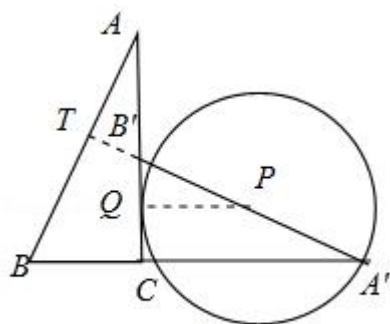


图1

设 $PQ=PA'=r$,

$\therefore PQ \parallel CA'$,

$$\therefore \frac{PQ}{CA'} = \frac{PB'}{A'B'},$$

$$\therefore \frac{r}{12} = \frac{13-r}{13},$$

$$\therefore r = \frac{156}{25}.$$

如图 2 中, 当 $\odot P$ 与 AB 相切于点 T 时, 易证 A' 、 B' 、 T 共线,

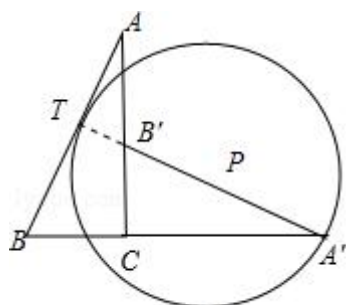


图2

$\therefore \triangle A'BT \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{A'T}{AC} = \frac{A'B}{AB},$$

$$\therefore \frac{A'T}{12} = \frac{17}{13},$$

$$\therefore A'T = \frac{204}{13},$$

$$\therefore r = \frac{1}{2}A'T = \frac{102}{13}.$$

综上所述, $\odot P$ 的半径为 $\frac{156}{25}$ 或 $\frac{102}{13}$.

【点评】 本题考查切线的性质、勾股定理、锐角三角函数、相似三角形的判定和性质、平行线分线段成比例定理等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造直角三角形解决问题.

三、解答题 (本大题共有 10 题，共 102 分. 请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (12 分) (1) 计算: $\pi^0 + 2\cos 30^\circ - |2 - \sqrt{3}| - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$;

(2) 化简: $\left(2 - \frac{x-1}{x+1}\right) \div \frac{x^2+6x+9}{x^2-1}$.

【分析】 (1) 先计算零指数幂、代入三角函数值，去绝对值符号、计算负整数指数幂，再计算乘法和加减可得;

(2) 根据分式的混合运算顺序和运算法则计算可得.

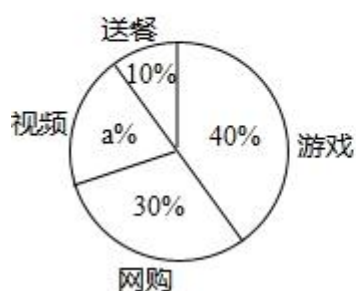
【解答】 解: (1) 原式 $= 1 + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - (2 - \sqrt{3}) - 4$
 $= 1 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3} - 4$
 $= 2\sqrt{3} - 5;$

(2) 原式 $= \left(\frac{2x+2}{x+1} - \frac{x-1}{x+1}\right) \div \frac{(x+3)^2}{(x+1)(x-1)}$
 $= \frac{x+3}{x+1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{(x+3)^2}$
 $= \frac{x-1}{x+3}.$

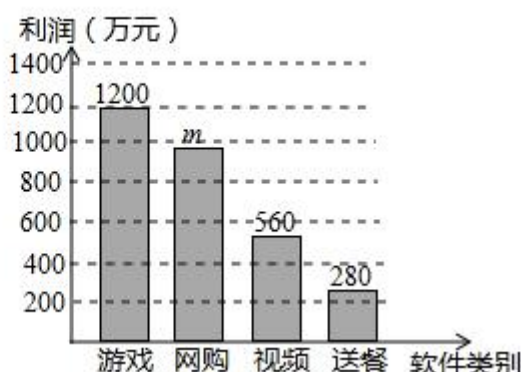
【点评】 本题主要考查分式和实数的混合运算，解题的关键是掌握零指数幂、三角函数值、绝对值性质、负整数指数幂及分式的混合运算顺序和运算法则.

18. (8 分) 某软件科技公司 20 人负责研发与维护游戏、网购、视频和送餐共 4 款软件. 投入市场后，游戏软件的利润占这 4 款软件总利润的 40%. 如图是这 4 款软件研发与维护人数的扇形统计图和利润的条形统计图.

4款软件研发与维护人数的扇形统计图



4款软件利润的条形统计图



根据以上信息，网答下列问题

- (1) 直接写出图中 a , m 的值;
- (2) 分别求网购与视频软件的人均利润;
- (3) 在总人数和各款软件人均利润都保持不变的情况下，能否只调整网购与视频软件的研发与维护人数，使总利润增加 60 万元？如果能，写出调整方案；如果不能，请说明理由.

【分析】 (1) 根据各类别百分比之和为 1 可得 a 的值，由游戏的利润及其所占百分比可得总利润;

(2) 用网购与视频软件的利润除以其对应人数即可得;

(3) 设调整后网购的人数为 x 、视频的人数为 $(10 - x)$ 人，根据“调整后四个类别的利润相加=原总利润+60”列出方程，解之即可作出判断.

【解答】 解：(1) $a = 100 - (10 + 40 + 30) = 20$,

$\therefore$ 软件总利润为 $1200 \div 40\% = 3000$,

$\therefore m = 3000 - (1200 + 560 + 280) = 960$;

(2) 网购软件的人均利润为 $\frac{960}{20 \times 30\%} = 160$ 元/人,

视频软件的人均利润 $\frac{560}{20 \times 20\%} = 140$ 元/人;

(3) 设调整后网购的人数为 x 、视频的人数为 $(10 - x)$ 人,

根据题意, 得: $1200+280+160x+140(10 - x) = 3000+60$,

解得: $x=9$,

即安排 9 人负责网购、安排 1 人负责视频可以使总利润增加 60 万元.

【点评】 本题考查条形统计图、扇形统计图, 解题的关键是明确题意, 找出所求问题需要的条件.

19. (8 分) 泰州具有丰富的旅游资源, 小明利用周日来泰州游玩, 上午从 A、B 两个景点中任意选择一个游玩, 下午从 C、D、E 三个景点中任意选择一个游玩. 用列表或画树状图的方法列出所有等可能的结果, 并求小明恰好选中景点 B 和 C 的概率.

【分析】 通过列表展示所有 6 种等可能的结果数, 找出小名恰好选中 B 和 C 这两处的结果数, 然后根据概率公式求解.

【解答】 解: 列表如下:

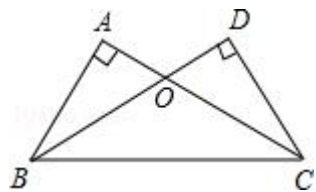
	A	B
C	AC	BC
D	AD	BD
E	AE	BE

由表可知共有 6 种等可能的结果数, 其中小明恰好选中景点 B 和 C 的结果有 1 种,

所以小明恰好选中景点 B 和 C 的概率为 $\frac{1}{6}$.

【点评】 此题主要考查了列表法与树状图法求概率, 列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 适合于两步完成的事件; 树状图法适用于两步或两步以上完成的事件; 解题时还要注意是放回实验还是不放回实验. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

20. (8 分) 如图, $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $AC = DB$, AC 、 DB 相交于点 O . 求证: $OB = OC$.



【分析】因为 $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $AC = BD$, $BC = BC$, 知 $\text{Rt}\triangle BAC \cong \text{Rt}\triangle CDB$ (HL), 所以 $AB = CD$, 证明 $\triangle ABO$ 与 $\triangle CDO$ 全等, 所以有 $OB = OC$.

【解答】证明: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle DCB$ 中

$$\begin{cases} BD = AC \\ CB = BC \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle DCB$ (HL),

$\therefore \angle OBC = \angle OCB$,

$\therefore BO = CO$.

【点评】此题主要考查了全等三角形的判定, 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具.

21. (10 分) 为了改善生态环境, 某乡村计划植树 4000 棵. 由于志愿者的支援, 实际工作效率提高了 20%, 结果比原计划提前 3 天完成, 并且多植树 80 棵, 原计划植树多少天?

【分析】设原计划每天种 x 棵树, 则实际每天种 $(1+20\%)x$ 棵, 根据题意可得等量关系: 原计划完成的天数 - 实际完成的天数 = 3, 列方程即可.

【解答】解: 设原计划每天种 x 棵树, 则实际每天种 $(1+20\%)x$ 棵,

依题意得: $\frac{4000}{x} - \frac{4000+80}{(1+20\%)x} = 3$

解得 $x = 200$,

经检验得出: $x = 200$ 是原方程的解.

所以 $\frac{4000}{200}=20$.

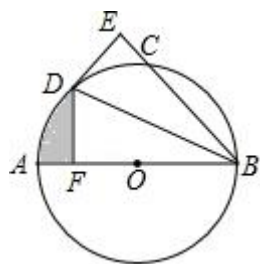
答：原计划植树 20 天.

【点评】 此题主要考查了分式方程的应用，正确理解题意，找出题目中的等量关系，列出方程是解题关键.

22. (10 分) 如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，C 为 $\odot O$ 上一点， $\angle ABC$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D， $DE \perp BC$ 于点 E.

(1) 试判断 DE 与 $\odot O$ 的位置关系，并说明理由；

(2) 过点 D 作 $DF \perp AB$ 于点 F，若 $BE=3\sqrt{3}$ ， $DF=3$ ，求图中阴影部分的面积.



【分析】 (1) 直接利用角平分线的定义结合平行线的判定与性质得出 $\angle DEB = \angle EDO = 90^\circ$ ，进而得出答案；

(2) 利用勾股定理结合扇形面积求法分别分析得出答案.

【解答】 解：(1) DE 与 $\odot O$ 相切，

理由：连接 DO，

$$\because DO=BO,$$

$$\therefore \angle ODB = \angle OBD,$$

$$\because \angle ABC \text{ 的平分线交 } \odot O \text{ 于点 } D,$$

$$\therefore \angle EBD = \angle DBO,$$

$$\therefore \angle EBD = \angle BDO,$$

$\therefore DO \parallel BE$,

$\therefore DE \perp BC$,

$\therefore \angle DEB = \angle EDO = 90^\circ$,

$\therefore DE$ 与 $\odot O$ 相切;

(2) $\because \angle ABC$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D , $DE \perp BE$, $DF \perp AB$,

$\therefore DE = DF = 3$,

$\therefore BE = 3\sqrt{3}$,

$\therefore BD = \sqrt{3^2 + (3\sqrt{3})^2} = 6$,

$\therefore \sin \angle DBF = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$,

$\therefore \angle DBA = 30^\circ$,

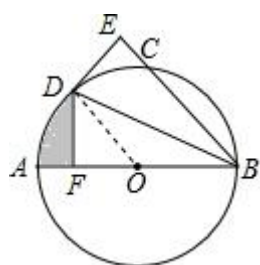
$\therefore \angle DOF = 60^\circ$,

$\therefore \sin 60^\circ = \frac{DF}{DO} = \frac{3}{DO} = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore DO = 2\sqrt{3}$,

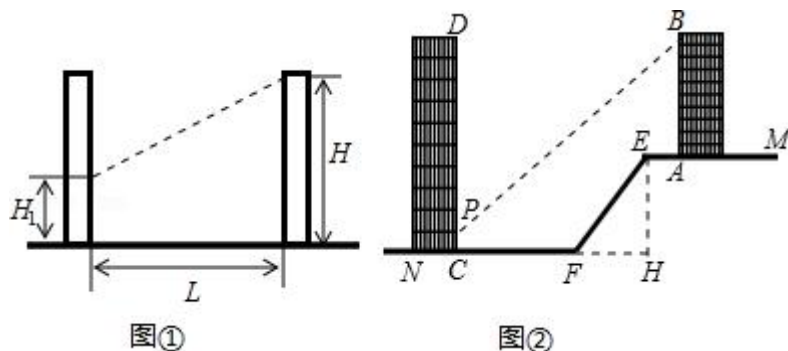
则 $FO = \sqrt{3}$,

故图中阴影部分的面积为: $\frac{60\pi \times (2\sqrt{3})^2}{360} - \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 3 = 2\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}$.



【点评】 此题主要考查了切线的判定方法以及扇形面积求法等知识，正确得出 DO 的长是解题关键.

23. (10 分) 日照间距系数反映了房屋日照情况. 如图①, 当前后房屋都朝向正南时, 日照间距系数= $L:(H-H_1)$, 其中 L 为楼间水平距离, H 为南侧楼房高度, H_1 为北侧楼房底层窗台至地面高度.



如图②, 山坡 EF 朝北, EF 长为 15m, 坡度为 $i=1:0.75$, 山坡顶部平地 EM 上有一高为 22.5m 的楼房 AB , 底部 A 到 E 点的距离为 4m.

(1) 求山坡 EF 的水平宽度 FH ;

(2) 欲在 AB 楼正北侧山脚的平地 FN 上建一楼房 CD , 已知该楼底层窗台 P 处至地面 C 处的高度为 0.9m, 要使该楼的日照间距系数不低于 1.25, 底部 C 距 F 处至少多远?

【分析】 (1) 在 $Rt\triangle EFH$ 中, 根据坡度的定义得出 $\tan \angle EFH = i = 1:0.75 = \frac{4}{3} = \frac{EH}{FH}$, 设 $EH=4x$, 则 $FH=3x$, 由勾股定理求出 $EF = \sqrt{EH^2 + FH^2} = 5x$, 那么 $5x=15$, 求出 $x=3$, 即可得到山坡 EF 的水平宽度 FH 为 9m;

(2) 根据该楼的日照间距系数不低于 1.25, 列出不等式 $\frac{CF+13}{33.6} \geq 1.25$, 解不等式即可.

【解答】 解: (1) 在 $Rt\triangle EFH$ 中, $\because \angle H=90^\circ$,
 $\therefore \tan \angle EFH = i = 1:0.75 = \frac{4}{3} = \frac{EH}{FH}$,
 设 $EH=4x$, 则 $FH=3x$,
 $\therefore EF = \sqrt{EH^2 + FH^2} = 5x$,

$$\therefore EF=15,$$

$$\therefore 5x=15, \quad x=3,$$

$$\therefore FH=3x=9.$$

即山坡 EF 的水平宽度 FH 为 9m;

$$(2) \therefore L=CF+FH+EA=CF+9+4=CF+13,$$

$$H=AB+EH=22.5+12=34.5, \quad H_1=0.9,$$

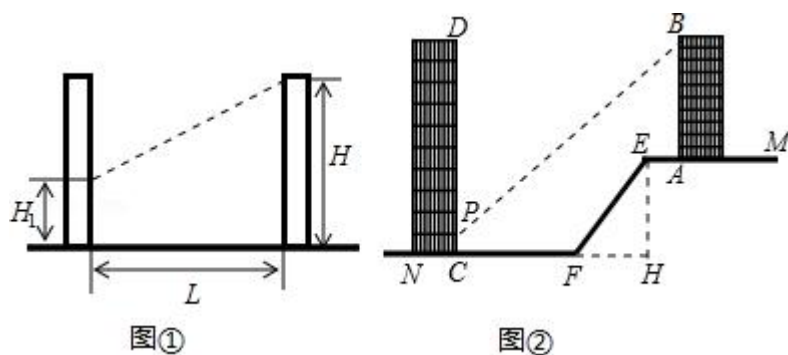
$$\therefore \text{日照间距系数}=L: (H-H_1) = \frac{CF+13}{34.5-0.9} = \frac{CF+13}{33.6},$$

$\therefore$ 该楼的日照间距系数不低于 1.25,

$$\therefore \frac{CF+13}{33.6} \geq 1.25,$$

$$\therefore CF \geq 29.$$

答: 要使该楼的日照间距系数不低于 1.25, 底部 C 距 F 处 29m 远.



【点评】 本题考查了解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题, 勾股定理, 将实际问题转化为数学问题是解题的关键.

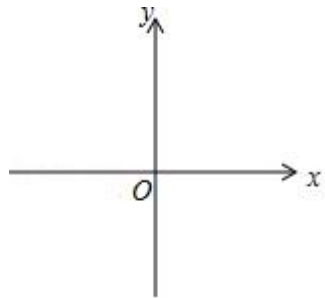
24. (10 分) 平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y=x^2-2mx+m^2+2m+2$ 的图象与 x 轴有两个交点.

(1) 当 $m=-2$ 时, 求二次函数的图象与 x 轴交点的坐标;

(2) 过点 $P(0, m-1)$ 作直线 $l \perp y$ 轴, 二次函数图象的顶点 A 在直线 l 与 x

轴之间 (不包含点 A 在直线 l 上), 求 m 的范围;

(3) 在 (2) 的条件下, 设二次函数图象的对称轴与直线 l 相交于点 B, 求 $\triangle ABO$ 的面积最大时 m 的值.



【分析】 (1) 与 x 轴相交令 $y=0$, 解一元二次方程求解;

(2) 应用配方法得到顶点 A 坐标, 讨论点 A 与直线 l 以及 x 轴之间位置关系, 确定 m 取值范围.

(3) 在 (2) 的基础上表示 $\triangle ABO$ 的面积, 根据二次函数性质求 m.

【解答】 解: (1) 当 $m=-2$ 时, 抛物线解析式为: $y=x^2+4x+2$

令 $y=0$, 则 $x^2+4x+2=0$

解得 $x_1=-2+\sqrt{2}$, $x_2=-2-\sqrt{2}$

抛物线与 x 轴交点坐标为: $(-2+\sqrt{2}, 0)$ $(-2-\sqrt{2}, 0)$

(2) $\therefore y=x^2-2mx+m^2+2m+2=(x-m)^2+2m+2$

$\therefore$ 抛物线顶点坐标为 A $(m, 2m+2)$

$\therefore$ 二次函数图象的顶点 A 在直线 l 与 x 轴之间 (不包含点 A 在直线 l 上)

$\therefore$ 当直线 l 在 x 轴上方时

$$\begin{cases} 2m+2 < m-1 \\ m-1 > 0 \\ 2m+2 > 0 \end{cases}$$

不等式无解

当直线 1 在 x 轴下方时

$$\begin{cases} 2m+2 > m-1 \\ 2m+2 < 0 \\ m-1 < 0 \end{cases}$$

解得 $-3 < m < -1$

(3) 由 (1)

点 A 在点 B 上方, 则 $AB = (2m+2) - (m-1) = m+3$

$$\triangle ABO \text{ 的面积 } S = \frac{1}{2} (m+3) (-m) = -\frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{2}m$$

$$\therefore -\frac{1}{2} < 0$$

$$\therefore \text{当 } m = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2} \text{ 时, } S_{\text{最大}} = \frac{9}{8}$$

【点评】 本题以含有字母系数 m 的二次函数为背景, 考查了二次函数图象性质以及分类讨论、数形结合的数学思想.

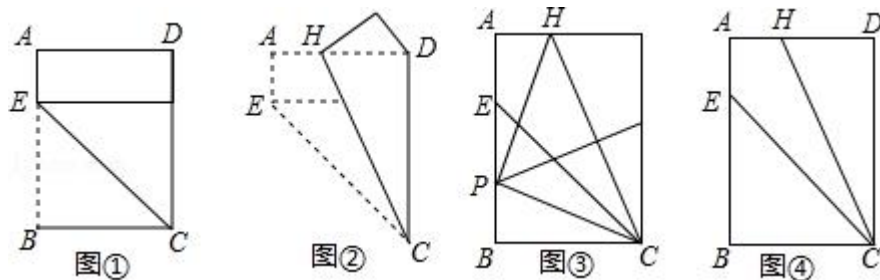
25. (12 分) 对给定的一张矩形纸片 $ABCD$ 进行如下操作: 先沿 CE 折叠, 使点 B 落在 CD 边上 (如图①), 再沿 CH 折叠, 这时发现点 E 恰好与点 D 重合 (如图②)

(1) 根据以上操作和发现, 求 $\frac{CD}{AD}$ 的值;

(2) 将该矩形纸片展开.

①如图③, 折叠该矩形纸片, 使点 C 与点 H 重合, 折痕与 AB 相交于点 P , 再将该矩形纸片展开. 求证: $\angle HPC = 90^\circ$;

②不借助工具, 利用图④探索一种新的折叠方法, 找出与图③中位置相同的 P 点, 要求只有一条折痕, 且点 P 在折痕上, 请简要说明折叠方法. (不需说明理由)



【分析】(1) 依据 $\triangle BCE$ 是等腰直角三角形，即可得到 $CE=\sqrt{2}BC$ ，由图②，可得 $CE=CD$ ，而 $AD=BC$ ，即可得到 $CD=\sqrt{2}AD$ ，即 $\frac{CD}{AD}=\sqrt{2}$ ；

(2) ①由翻折可得， $PH=PC$ ，即 $PH^2=PC^2$ ，依据勾股定理可得 $AH^2+AP^2=BP^2+BC^2$ ，进而得出 $AP=BC$ ，再根据 $PH=CP$ ， $\angle A=\angle B=90^\circ$ ，即可得到 $\text{Rt}\triangle APH\cong\text{Rt}\triangle BCP$ (HL)，进而得到 $\angle CPH=90^\circ$ ；

②由 $AP=BC=AD$ ，可得 $\triangle ADP$ 是等腰直角三角形， PD 平分 $\angle ADC$ ，故沿着过 D 的直线翻折，使点 A 落在 CD 边上，此时折痕与 AB 的交点即为 P ；由 $\angle BCE=\angle PCH=45^\circ$ ，可得 $\angle BCP=\angle ECH$ ，由 $\angle DCE=\angle PCH=45^\circ$ ，可得 $\angle PCE=\angle DCH$ ，进而得到 CP 平分 $\angle BCE$ ，故沿着过点 C 的直线折叠，使点 B 落在 CE 上，此时，折痕与 AB 的交点即为 P 。

【解答】解：(1) 由图①，可得 $\angle BCE=\frac{1}{2}\angle BCD=45^\circ$ ，

又 $\because \angle B=90^\circ$ ，

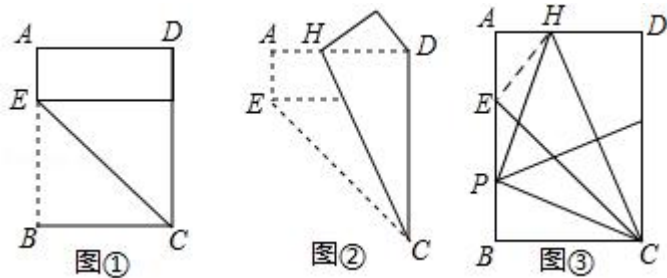
$\therefore \triangle BCE$ 是等腰直角三角形，

$$\therefore \frac{BC}{EC}=\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ 即 } CE=\sqrt{2}BC,$$

由图②，可得 $CE=CD$ ，而 $AD=BC$ ，

$$\therefore CD=\sqrt{2}AD,$$

$$\therefore \frac{CD}{AD}=\sqrt{2};$$



(2) ①设 $AD=BC=a$, 则 $AB=CD=\sqrt{2}a$, $BE=a$,

$$\therefore AE = (\sqrt{2} - 1)a,$$

如图③, 连接 EH , 则 $\angle CEH = \angle CDH = 90^\circ$,

$$\therefore \angle BEC = 45^\circ, \angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEH = 45^\circ = \angle AHE,$$

$$\therefore AH = AE = (\sqrt{2} - 1)a,$$

设 $AP = x$, 则 $BP = \sqrt{2}a - x$, 由翻折可得, $PH = PC$, 即 $PH^2 = PC^2$,

$$\therefore AH^2 + AP^2 = BP^2 + BC^2,$$

$$\text{即} [(\sqrt{2} - 1)a]^2 + x^2 = (\sqrt{2}a - x)^2 + a^2,$$

解得 $x = a$, 即 $AP = BC$,

又 $\therefore PH = CP$, $\angle A = \angle B = 90^\circ$,

$$\therefore \text{Rt}\triangle APH \cong \text{Rt}\triangle BCP \text{ (HL)},$$

$$\therefore \angle APH = \angle BCP,$$

又 $\therefore \text{Rt}\triangle BCP$ 中, $\angle BCP + \angle BPC = 90^\circ$,

$$\therefore \angle APH + \angle BPC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CPH = 90^\circ;$$

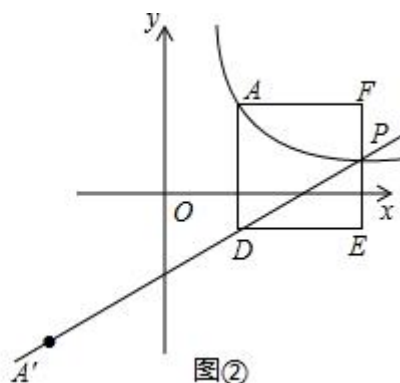
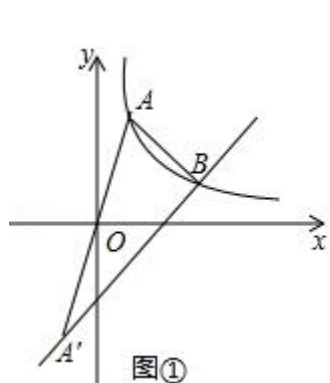
②折法: 如图, 由 $AP = BC = AD$, 可得 $\triangle ADP$ 是等腰直角三角形, PD 平分 $\angle ADC$,

故沿着过 D 的直线翻折, 使点 A 落在 CD 边上, 此时折痕与 AB 的交点即为 P ;

②直接写出使 $y_1 > y_2 > 0$ 成立的 x 的范围；

(2) 如图①，设函数 y_1 、 y_2 的图象相交于点 B，点 B 的横坐标为 $3a$ ， $\triangle AA'B$ 的面积为 16，求 k 的值；

(3) 设 $m = \frac{1}{2}$ ，如图②，过点 A 作 $AD \perp x$ 轴，与函数 y_2 的图象相交于点 D，以 AD 为一边向右侧作正方形 ADEF，试说明函数 y_2 的图象与线段 EF 的交点 P 一定在函数 y_1 的图象上.



【分析】(1) 由已知代入点坐标即可；

(2) 面积问题可以转化为 $\triangle AOB$ 面积，用 a 、 k 表示面积问题可解；

(3) 设出点 A、A' 坐标，依次表示 AD、AF 及点 P 坐标.

【解答】解：(1) ①由已知，点 B (4, 2) 在 $y_1 = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上

$$\therefore k=8$$

$$\therefore y_1 = \frac{8}{x}$$

$$\therefore a=2$$

$$\therefore \text{点 A 坐标为 } (2, 4), \text{ A' 坐标为 } (-2, -4)$$

把 B (4, 2)，A (-2, -4) 代入 $y_2 = mx + n$

$$\begin{cases} 2 = m + n \\ -4 = -2m + n \end{cases}$$

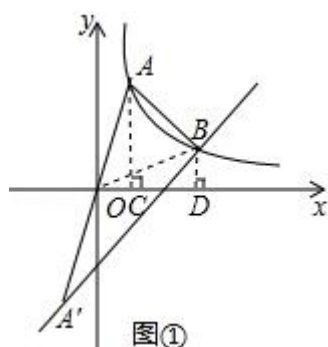
$$\text{解得} \begin{cases} m = 1 \\ n = -2 \end{cases}$$

$$\therefore y_2 = x - 2$$

②当 $y_1 > y_2 > 0$ 时, $y_1 = \frac{8}{x}$ 图象在 $y_2 = x - 2$ 图象上方, 且两函数图象在 x 轴上方

$\therefore$ 由图象得: $2 < x < 4$

(2) 分别过点 A、B 作 $AC \perp x$ 轴于点 C, $BD \perp x$ 轴于点 D, 连 BO



$\therefore O$ 为 AA' 中点

$$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} S_{\triangle AOA'} = 8$$

$\therefore$ 点 A、B 在双曲线上

$$\therefore S_{\triangle AOC} = S_{\triangle BOD}$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\text{四边形 ACDB}} = 8$$

由已知点 A、B 坐标都表示为 $(a, \frac{k}{a})$ $(3a, \frac{k}{3a})$

$$\therefore \frac{1}{2} \times (\frac{k}{3a} + \frac{k}{a}) \times 2a = 8$$

解得 $k=6$

(3) 由已知 A $(a, \frac{k}{a})$, 则 A' 为 $(-a, -\frac{k}{a})$

把 A' 代入到 $y = \frac{1}{2}x + n$

$$-\frac{k}{a} = -\frac{1}{2}a + n$$

$$\therefore n = \frac{1}{2}a - \frac{k}{a}$$

$$\therefore A'B \text{ 解析式为 } y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}a - \frac{k}{a}$$

当 $x=a$ 时, 点 D 纵坐标为 $a-\frac{k}{a}$

$$\therefore AD = \frac{2k}{a} - a$$

$$\therefore AD = AF,$$

$$\therefore \text{点 F 和点 P 横坐标为 } a + \frac{2k}{a} - a = \frac{2k}{a}$$

$$\therefore \text{点 P 纵坐标为 } \frac{1}{2} \times \frac{2k}{a} + \frac{1}{2} a - \frac{k}{a} = \frac{1}{2} a$$

$$\therefore \text{点 P 在 } y_1 = \frac{k}{x} \ (x > 0) \text{ 的图象上}$$

【点评】 本题综合考查反比例函数、一次函数图象及其性质, 解答过程中, 涉及到了面积转化方法、待定系数法和数形结合思想.