

2018 年 江 苏 省 无 锡 市 中 考 数 学 试 卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的，请用 2B 铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑）

1. (3 分) 下列等式正确的是 ()

A. $(\sqrt{3})^2=3$ B. $\sqrt{(-3)^2}=-3$ C. $\sqrt{3^3}=3$ D. $(-\sqrt{3})^2=-3$

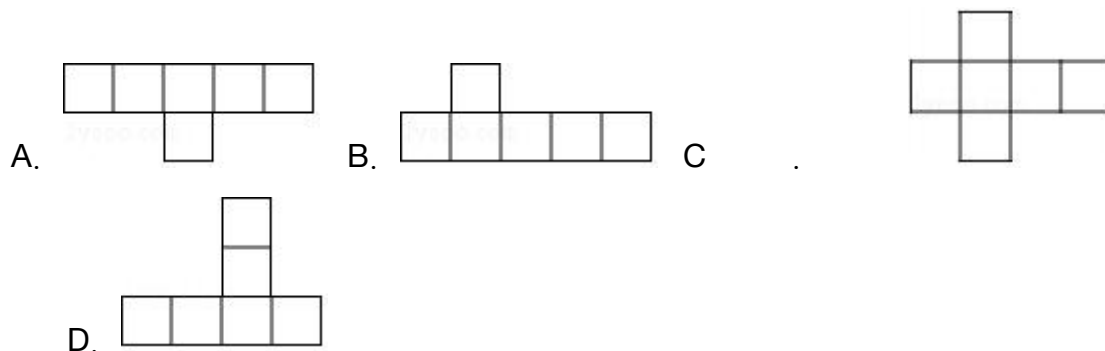
2. (3 分) 函数 $y=\frac{2x}{4-x}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x \neq -4$ B. $x \neq 4$ C. $x \leq -4$ D. $x \leq 4$

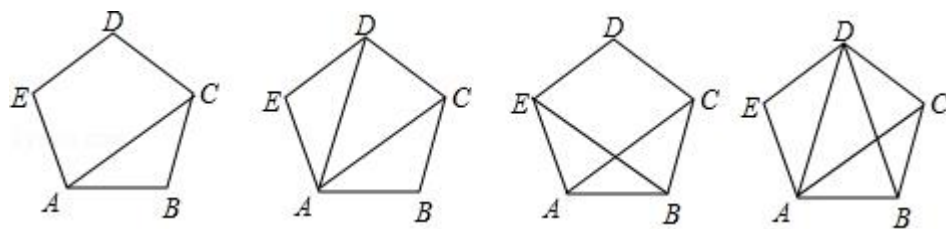
3. (3 分) 下列运算正确的是 ()

A. $a^2+a^3=a^5$ B. $(a^2)^3=a^5$ C. $a^4-a^3=a$ D. $a^4 \div a^3=a$

4. (3 分) 下面每个图形都是由 6 个边长相同的正方形拼成的图形，其中能折叠成正方体的是 ()



5. (3 分) 下列图形中的五边形 ABCDE 都是正五边形，则这些图形中的轴对称图形有 ()



A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

6. (3分) 已知点 $P(a, m)$, $Q(b, n)$ 都在反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上, 且 $a < 0 < b$, 则下列结论一定正确的是 ()

A. $m+n < 0$ B. $m+n > 0$ C. $m < n$ D. $m > n$

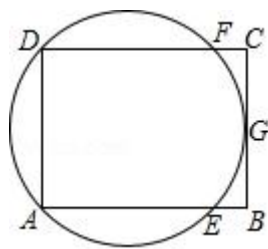
7. (3分) 某商场为了解产品 A 的销售情况, 在上个月的销售记录中, 随机抽取了 5 天 A 产品的销售记录, 其售价 x (元/件) 与对应销量 y (件) 的全部数据如下表:

售价 x (元/件)	90	95	100	105	110
销量 y (件)	110	100	80	60	50

则这 5 天中, A 产品平均每件的售价为 ()

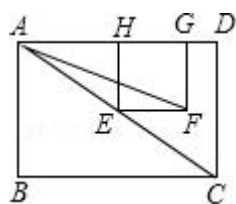
A. 100 元 B. 95 元 C. 98 元 D. 97.5 元

8. (3分) 如图, 矩形 ABCD 中, G 是 BC 的中点, 过 A、D、G 三点的圆 O 与边 AB、CD 分别交于点 E、点 F, 给出下列说法: (1) AC 与 BD 的交点是圆 O 的圆心; (2) AF 与 DE 的交点是圆 O 的圆心; (3) BC 与圆 O 相切, 其中正确说法的个数是 ()



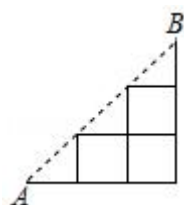
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

9. (3分) 如图, 已知点 E 是矩形 ABCD 的对角线 AC 上的一动点, 正方形 EFGH 的顶点 G、H 都在边 AD 上, 若 $AB=3$, $BC=4$, 则 $\tan \angle AFE$ 的值 ()



- A. 等于 $\frac{3}{7}$ B. 等于 $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 C. 等于 $\frac{3}{4}$ D. 随点 E 位置的变化而变化

10. (3 分) 如图是一个沿 3×3 正方形方格纸的对角线 AB 剪下的图形，一质点 P 由 A 点出发，沿格点线每次向右或向上运动 1 个单位长度，则点 P 由 A 点运动到 B 点的不同路径共有 ()



- A. 4 条 B. 5 条 C. 6 条 D. 7 条

二、填空题 (本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分。不需写出解答过程，只需把答案直接填写在答题卡上相应的位置)

11. (2 分) -2 的相反数的值等于_____.

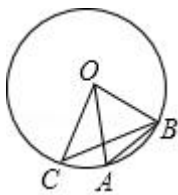
12. (2 分) 今年“五一”节日期间，我市四个旅游景区共接待游客约 303000 多人，这个数据用科学记数法可记为_____.

13. (2 分) 方程 $\frac{x-3}{x} = \frac{x}{x+1}$ 的解是_____.

14. (2 分) 方程组 $\begin{cases} x-y=2 \\ x+2y=5 \end{cases}$ 的解是_____.

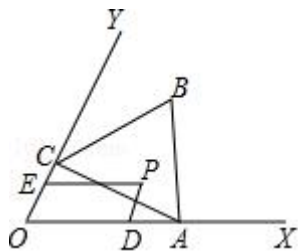
15. (2 分) 命题“四边相等的四边形是菱形”的逆命题是_____.

16. (2 分) 如图，点 A、B、C 都在 $\odot O$ 上， $OC \perp OB$ ，点 A 在劣弧 $\widehat{BC}$ 上，且 $OA=AB$ ，则 $\angle ABC=$ _____.



17. (2分) 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=10$, $AC=2\sqrt{7}$, $\angle B=30^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 的面积等于_____.

18. (2分) 如图, 已知 $\angle XOY=60^\circ$, 点A在边OX上, $OA=2$. 过点A作 $AC \perp OY$ 于点C, 以AC为一边在 $\angle XOY$ 内作等边三角形ABC, 点P是 $\triangle ABC$ 围成的区域(包括各边)内的一点, 过点P作 $PD \parallel OY$ 交OX于点D, 作 $PE \parallel OX$ 交OY于点E. 设 $OD=a$, $OE=b$, 则 $a+2b$ 的取值范围是_____.



三、解答题(本大题共 10 小题, 共 84 分。请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (8分) 计算:

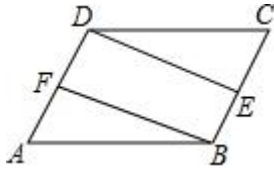
(1) $(-2)^2 \times |-3| - (\sqrt{6})^0$

(2) $(x+1)^2 - (x^2 - x)$

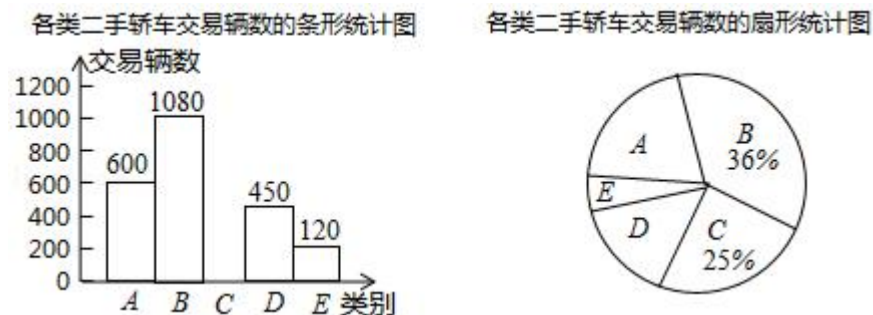
20. (8分) (1) 分解因式: $3x^3 - 27x$

(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x+1 > x-1 \cdots \textcircled{1} \\ x-1 \leq \frac{1}{3}(2x-1) \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

21. (8分) 如图, 平行四边形ABCD中, E、F分别是边BC、AD的中点, 求证: $\angle ABF = \angle CDE$.



22. (6 分) 某汽车交易市场为了解二手轿车的交易情况, 将本市场去年成交的二手轿车的全部数据, 以二手轿车交易前的使用时间为标准分为 A、B、C、D、E 五类, 并根据这些数据由甲, 乙两人分别绘制了下面的两幅统计图 (图都不完整).

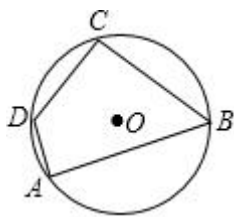


请根据以上信息, 解答下列问题:

- (1) 该汽车交易市场去年共交易二手轿车_____辆.
- (2) 把这幅条形统计图补充完整. (画图后请标注相应的数据)
- (3) 在扇形统计图中, D 类二手轿车交易辆数所对应扇形的圆心角为_____度.

23. (8 分) 某校组织一项公益知识竞赛, 比赛规定: 每个班级由 2 名男生、2 名女生及 1 名班主任老师组成代表队. 但参赛时, 每班只能有 3 名队员上场参赛, 班主任老师必须参加, 另外 2 名队员分别在 2 名男生和 2 名女生中各随机抽出 1 名. 初三 (1) 班由甲、乙 2 名男生和丙、丁 2 名女生及 1 名班主任组成了代表队, 求恰好抽到由男生甲、女生丙和这位班主任一起上场参赛的概率. (请用“画树状图”或“列表”或“列举”等方法给出分析过程)

24. (8 分) 如图, 四边形 ABCD 内接于 $\odot O$, $AB=17$, $CD=10$, $\angle A=90^\circ$, $\cos B=\frac{3}{5}$, 求 AD 的长.



25. (8 分) 一水果店是 A 酒店某种水果的唯一供货商, 水果店根据该酒店以往每月的需求情况, 本月初专门为他们准备了 2600kg 的这种水果. 已知水果店每售出 1kg 该水果可获利润 10 元, 未售出的部分每 1kg 将亏损 6 元, 以 x (单位: kg, $2000 \leq x \leq 3000$) 表示 A 酒店本月对这种水果的需求量, y (元) 表示水果店销售这批水果所获得的利润.

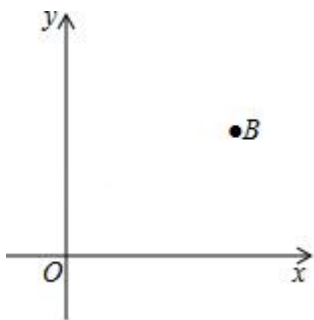
(1) 求 y 关于 x 的函数表达式;

(2) 问: 当 A 酒店本月对这种水果的需求量如何时, 该水果店销售这批水果所获的利润不少于 22000 元?

26. (10 分) 如图, 平面直角坐标系中, 已知点 B 的坐标为 (6, 4).

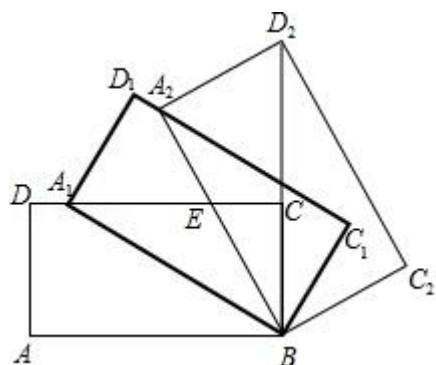
(1) 请用直尺 (不带刻度) 和圆规作一条直线 AC, 它与 x 轴和 y 轴的正半轴分别交于点 A 和点 C, 且使 $\angle ABC = 90^\circ$, $\triangle ABC$ 与 $\triangle AOC$ 的面积相等. (作图不必写作法, 但要保留作图痕迹.)

(2) 问: (1) 中这样的直线 AC 是否唯一? 若唯一, 请说明理由; 若不唯一, 请在图中画出所有这样的直线 AC, 并写出与之对应的函数表达式.



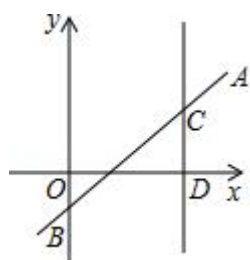
27. (10 分) 如图, 矩形 ABCD 中, $AB = m$, $BC = n$, 将此矩形绕点 B 顺时针方向旋转 θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) 得到矩形 $A_1BC_1D_1$, 点 A_1 在边 CD 上.

- (1) 若 $m=2$, $n=1$, 求在旋转过程中, 点 D 到点 D_1 所经过路径的长度;
- (2) 将矩形 $A_1BC_1D_1$ 继续绕点 B 顺时针方向旋转得到矩形 $A_2BC_2D_2$, 点 D_2 在 BC 的延长线上, 设边 A_2B 与 CD 交于点 E , 若 $\frac{A_1E}{EC} = \sqrt{6} - 1$, 求 $\frac{n}{m}$ 的值.



28. (10 分) 已知: 如图, 一次函数 $y=kx-1$ 的图象经过点 $A(3\sqrt{5}, m)$ ($m > 0$), 与 y 轴交于点 B . 点 C 在线段 AB 上, 且 $BC=2AC$, 过点 C 作 x 轴的垂线, 垂足为点 D . 若 $AC=CD$.

- (1) 求这个一次函数的表达式;
- (2) 已知一开口向下、以直线 CD 为对称轴的抛物线经过点 A , 它的顶点为 P , 若过点 P 且垂直于 AP 的直线与 x 轴的交点为 $Q(-\frac{4\sqrt{5}}{5}, 0)$, 求这条抛物线的函数表达式.



2018 年江苏省无锡市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的，请用 2B 铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑）

1. (3 分) 下列等式正确的是 ()

A. $(\sqrt{3})^2=3$ B. $\sqrt{(-3)^2}=-3$ C. $\sqrt{3^3}=3$ D. $(-\sqrt{3})^2=-3$

【分析】根据二次根式的性质把各个二次根式化简，判断即可.

【解答】解： $(\sqrt{3})^2=3$ ，A 正确；

$\sqrt{(-3)^2}=3$ ，B 错误；

$\sqrt{3^3}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$ ，C 错误；

$(-\sqrt{3})^2=3$ ，D 错误；

故选：A.

【点评】本题考查的是二次根式的化简，掌握二次根式的性质： $\sqrt{a^2}=|a|$ 是解题的关键.

2. (3 分) 函数 $y=\frac{2x}{4-x}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x \neq -4$ B. $x \neq 4$ C. $x \leq -4$ D. $x \leq 4$

【分析】根据分母不等于 0 列式计算即可得解.

【解答】解：由题意得， $4-x \neq 0$ ，

解得 $x \neq 4$.

故选：B.

【点评】本题考查了函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：(1) 当函数表达

式是整式时，自变量可取全体实数；(2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；(3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

3. (3 分) 下列运算正确的是 ()

A. $a^2 + a^3 = a^5$ B. $(a^2)^3 = a^5$ C. $a^4 - a^3 = a$ D. $a^4 \div a^3 = a$

【分析】 根据合并同类项法则，把同类项的系数相加，所得结果作为系数，字母和字母的指数不变；幂的乘方，底数不变指数相乘；同底数幂相除，底数不变指数相减，对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】 解：A、 a^2 、 a^3 不是同类项不能合并，故 A 错误；

B、 $(a^2)^3 = a^6$ $x^5 \cdot x^5 = x^{10}$ ，故 B 错误；

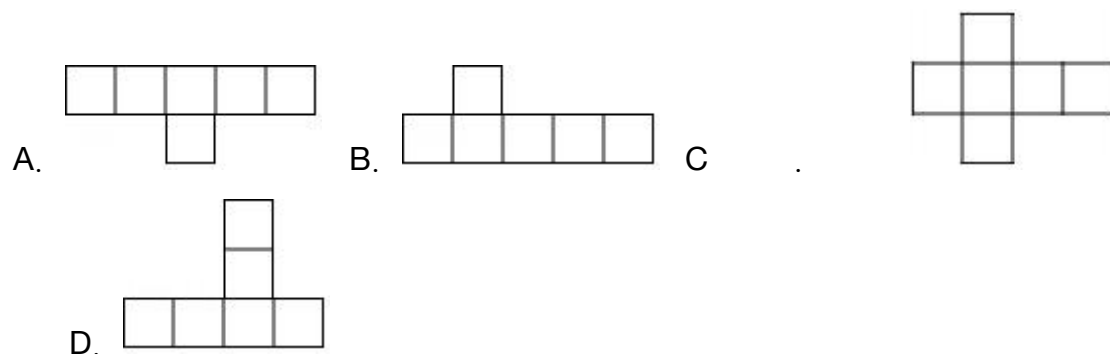
C、 a^4 、 a^3 不是同类项不能合并，故 C 错误；

D、 $a^4 \div a^3 = a$ ，故 D 正确.

故选：D.

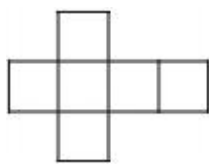
【点评】 本题考查合并同类项、幂的乘方、同底数幂的除法，熟练掌握运算性质和法则是解题的关键.

4. (3 分) 下面每个图形都是由 6 个边长相同的正方形拼成的图形，其中能折叠成正方体的是 ()



【分析】 利用正方体及其表面展开图的特点解题. 能组成正方体的“一，四，一”“三，三”“二，二，二”“一，三，二”的基本形态要记牢.

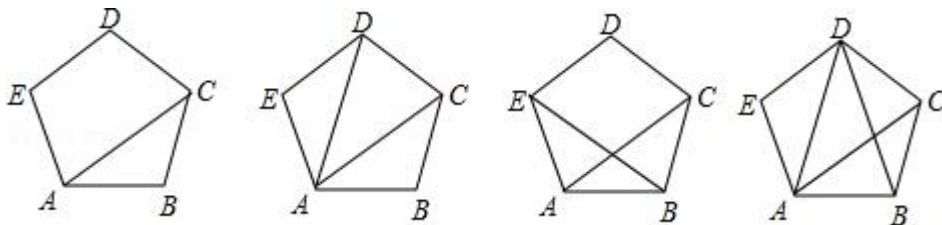
【解答】解：能折叠成正方体的是



故选：C.

【点评】本题主要考查展开图折叠成几何体的知识点，熟练正方体的展开图是解题的关键.

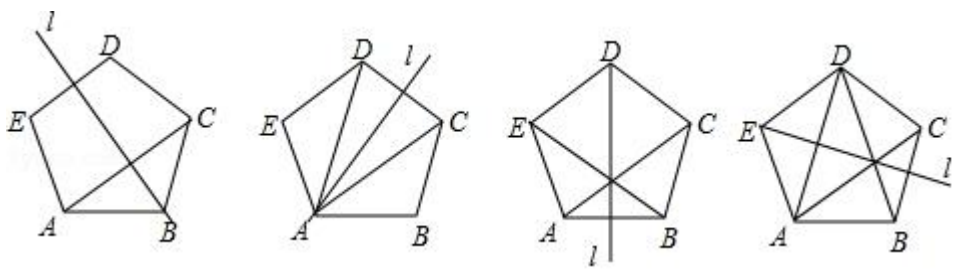
5. (3分) 下列图形中的五边形 $ABCDE$ 都是正五边形，则这些图形中的轴对称图形有 ()



A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【分析】直接利用轴对称图形的性质画出对称轴得出答案.

【解答】解：如图所示：直线 l 即为各图形的对称轴.



故选：D.

【点评】此题主要考查了轴对称图形，正确把握轴对称图形的定义是解题关键.

6. (3分) 已知点 $P(a, m)$, $Q(b, n)$ 都在反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上，且 $a < 0 < b$ ，则下列结论一定正确的是 ()

A. $m+n < 0$ B. $m+n > 0$ C. $m < n$ D. $m > n$

【分析】根据反比例函数的性质，可得答案.

【解答】解： $y = -\frac{2}{x}$ 的 $k = -2 < 0$ ，图象位于二四象限，

$\therefore a < 0$,

$\therefore P(a, m)$ 在第二象限，

$\therefore m > 0$;

$\therefore b > 0$,

$\therefore Q(b, n)$ 在第四象限，

$\therefore n < 0$.

$\therefore n < 0 < m$,

即 $m > n$,

故 D 正确;

故选：D.

【点评】本题考查了反比例函数的性质，利用反比例函数的性质： $k < 0$ 时，图象位于二四象限是解题关键.

7. (3 分) 某商场为了解产品 A 的销售情况，在上个月的销售记录中，随机抽取了 5 天 A 产品的销售记录，其售价 x (元/件) 与对应销量 y (件) 的全部数据如下表:

售价 x (元/件)	90	95	100	105	110
销量 y (件)	110	100	80	60	50

则这 5 天中，A 产品平均每件的售价为 ()

A. 100 元 B. 95 元 C. 98 元 D. 97.5 元

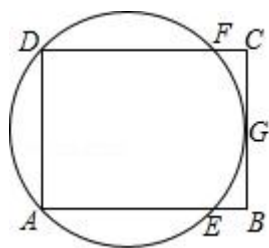
【分析】根据加权平均数列式计算可得.

【解答】解：由表可知，这5天中，A产品平均每件的售价为 $\frac{90 \times 110 + 95 \times 100 + 100 \times 80 + 105 \times 60 + 110 \times 50}{110 + 100 + 80 + 60 + 50} = 98$ (元/件)，

故选：C.

【点评】本题主要考查加权平均数，解题的关键是掌握加权平均数的定义及其计算公式.

8. (3分) 如图，矩形ABCD中，G是BC的中点，过A、D、G三点的圆O与边AB、CD分别交于点E、点F，给出下列说法：(1) AC与BD的交点是圆O的圆心；(2) AF与DE的交点是圆O的圆心；(3) BC与圆O相切，其中正确说法的个数是 ()



A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【分析】连接 DG、AG，作 $GH \perp AD$ 于 H，连接 OD，如图，先确定 $AG=DG$ ，则 GH 垂直平分 AD，则可判断点 O 在 HG 上，再根据 $HG \perp BC$ 可判定 BC 与圆 O 相切；接着利用 $OG=OG$ 可判断圆心 O 不是 AC 与 BD 的交点；然后根据四边形 AEFD 为 $\odot O$ 的内接矩形可判断 AF 与 DE 的交点是圆 O 的圆心.

【解答】解：连接 DG、AG，作 $GH \perp AD$ 于 H，连接 OD，如图，

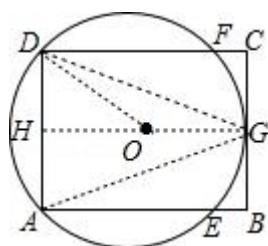
$\because$ G 是 BC 的中点，

$\therefore AG=DG$ ，

$\therefore$ GH 垂直平分 AD，

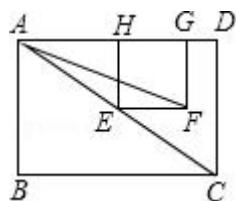
$\therefore$ 点 O 在 HG 上,
 $\therefore AD \parallel BC$,
 $\therefore HG \perp BC$,
 $\therefore BC$ 与圆 O 相切;
 $\therefore OG = OH$,
 $\therefore$ 点 O 不是 HG 的中点,
 $\therefore$ 圆心 O 不是 AC 与 BD 的交点;
 而四边形 $AEFD$ 为 $\odot O$ 的内接矩形,
 $\therefore AF$ 与 DE 的交点是圆 O 的圆心;
 $\therefore$ (1) 错误, (2) (3) 正确.

故选: C.



【点评】 本题考查了三角形内切圆与内心: 三角形的内心到三角形三边的距离相等; 三角形的内心与三角形顶点的连线平分这个内角. 也考查了矩形的性质.

9. (3 分) 如图, 已知点 E 是矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 上的一动点, 正方形 $EFGH$ 的顶点 G 、 H 都在边 AD 上, 若 $AB=3$, $BC=4$, 则 $\tan \angle AFE$ 的值 ()



A. 等于 $\frac{3}{7}$ B. 等于 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. 等于 $\frac{3}{4}$ D. 随点 E 位置的变化而变化

【分析】根据题意推知 $EF \parallel AD$ ，由该平行线的性质推知 $\triangle AEH \sim \triangle ACD$ ，结合该相似三角形的对应边成比例和锐角三角函数的定义解答.

【解答】解： $\because EF \parallel AD$,

$$\therefore \angle AFE = \angle FAG,$$

$$\therefore \triangle AEH \sim \triangle ACD,$$

$$\therefore \frac{EH}{AH} = \frac{CD}{AD} = \frac{3}{4}.$$

设 $EH = 3x$, $AH = 4x$,

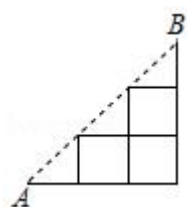
$$\therefore HG = GF = 3x,$$

$$\therefore \tan \angle AFE = \tan \angle FAG = \frac{GF}{AG} = \frac{3x}{3x+4x} = \frac{3}{7}.$$

故选：A.

【点评】考查了正方形的性质，矩形的性质以及解直角三角形，此题将求 $\angle AFE$ 的正切值转化为求 $\angle FAG$ 的正切值来解答的.

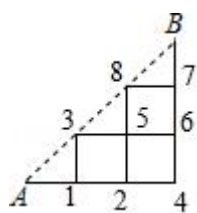
10. (3 分) 如图是一个沿 3×3 正方形方格纸的对角线 AB 剪下的图形，一质点 P 由 A 点出发，沿格点线每次向右或向上运动 1 个单位长度，则点 P 由 A 点运动到 B 点的不同路径共有 ()



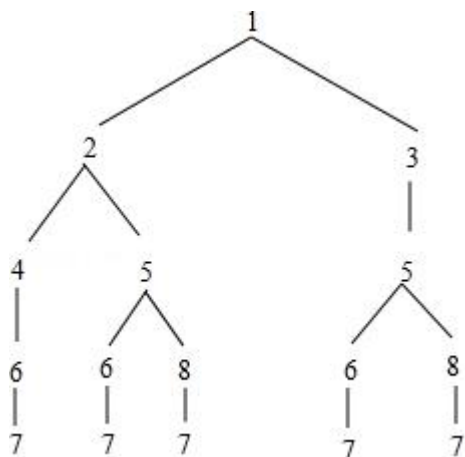
A. 4 条 B. 5 条 C. 6 条 D. 7 条

【分析】将各格点分别记为 1、2、3、4、5、6、7，利用树状图可得所有路径.

【解答】解：如图，将各格点分别记为 1、2、3、4、5、6、7，



画树状图如下：



由树状图可知点 P 由 A 点运动到 B 点的不同路径共有 5 种，

故选：B.

【点评】 本题主要考查列表法与树状图，列举法（树形图法）求概率的关键在于列举出所有可能的结果，列表法是一种，但当一个事件涉及三个或更多元素时，为不重不漏地列出所有可能的结果，通常采用树形图.

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分。不需写出解答过程，只需把答案直接填写在答题卡上相应的位置）

11. (2 分) -2 的相反数的值等于 2.

【分析】 根据相反数的定义作答.

【解答】 解： -2 的相反数的值等于 2.

故答案是：2.

【点评】 考查了相反数的概念：只有符号不同的两个数叫做互为相反数.

12. (2 分) 今年“五一”节日期间，我市四个旅游景区共接待游客约 303000 多人

次，这个数据用科学记数法可记为 3.03×10^5 .

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值是易错点，由于 303000 有 6 位整数，所以可以确定 $n=6-1=5$.

【解答】解： $303000=3.03 \times 10^5$ ，
故答案为： 3.03×10^5 .

【点评】此题考查科学记数法表示较大的数的方法，准确确定 a 与 n 的值是解题的关键.

13. (2 分) 方程 $\frac{x-3}{x} = \frac{x}{x+1}$ 的解是 $x = -\frac{3}{2}$.

【分析】方程两边都乘以 $x(x+1)$ 化分式方程为整式方程，解整式方程得出 x 的值，再检验即可得出方程的解.

【解答】解：方程两边都乘以 $x(x+1)$ ，得： $(x-3)(x+1) = x^2$ ，
解得： $x = -\frac{3}{2}$ ，
检验： $x = -\frac{3}{2}$ 时， $x(x+1) = \frac{3}{4} \neq 0$ ，
所以分式方程的解为 $x = -\frac{3}{2}$ ，
故答案为： $x = -\frac{3}{2}$.

【点评】本题主要考查解分式方程，解题的关键是掌握解分式方程的步骤：①去分母；②求出整式方程的解；③检验；④得出结论.

14. (2 分) 方程组 $\begin{cases} x-y=2 \\ x+2y=5 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$.

【分析】利用加减消元法求解可得.

【解答】解： $\begin{cases} x-y=2 & \text{①} \\ x+2y=5 & \text{②} \end{cases}$ ，

② - ①，得： $3y=3$ ，

解得： $y=1$ ，

将 $y=1$ 代入①，得： $x-1=2$ ，

解得： $x=3$ ，

所以方程组的解为 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$ ，

故答案为： $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$ 。

【点评】此题主要考查了解二元一次方程组的方法，要熟练掌握，注意代入法和加减法的应用。

15. (2分) 命题“四边相等的四边形是菱形”的逆命题是 菱形的四条边相等。

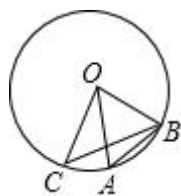
【分析】把一个命题的条件和结论互换就得到它的逆命题。

【解答】解：命题“四边相等的四边形是菱形”的逆命题是菱形的四条边相等，

故答案为：菱形的四条边相等。

【点评】本题考查的是命题和定理，两个命题中，如果第一个命题的条件是第二个命题的结论，而第一个命题的结论又是第二个命题的条件，那么这两个命题叫做互逆命题。其中一个命题称为另一个命题的逆命题。

16. (2分) 如图，点 A、B、C 都在 $\odot O$ 上， $OC \perp OB$ ，点 A 在劣弧 $\widehat{BC}$ 上，且 $OA=AB$ ，则 $\angle ABC=$ 15° 。



【分析】根据等边三角形的判定和性质，再利用圆周角定理解答即可。

【解答】解： $\because OA=OB$ ， $OA=AB$ ，

$\therefore OA=OB=AB$ ，

即 $\triangle OAB$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle AOB = 60^\circ,$$

$$\therefore OC \perp OB,$$

$$\therefore \angle COB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle COA = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 15^\circ,$$

故答案为： 15°

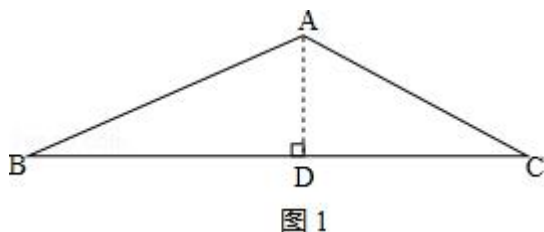
【点评】 本题考查的是圆周角定理，熟知在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半是解答此题的关键.

17. (2分) 已知 $\triangle ABC$ 中， $AB=10$ ， $AC=2\sqrt{7}$ ， $\angle B=30^\circ$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积等于 $15\sqrt{3}$ 或 $10\sqrt{3}$.

【分析】 作 $AD \perp BC$ 交 BC (或 BC 延长线) 于点 D ，分 AB 、 AC 位于 AD 异侧和同侧两种情况，先在 $Rt\triangle ABD$ 中求得 AD 、 BD 的值，再在 $Rt\triangle ACD$ 中利用勾股定理求得 CD 的长，继而就两种情况分别求出 BC 的长，根据三角形的面积公式求解可得.

【解答】 解：作 $AD \perp BC$ 交 BC (或 BC 延长线) 于点 D ,

①如图1，当 AB 、 AC 位于 AD 异侧时，



在 $Rt\triangle ABD$ 中， $\therefore \angle B=30^\circ$ ， $AB=10$ ，

$$\therefore AD=AB\sin B=5, \quad BD=AB\cos B=5\sqrt{3},$$

在 $Rt\triangle ACD$ 中， $\therefore AC=2\sqrt{7}$ ，

$$\therefore CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{(2\sqrt{7})^2 - 5^2} = \sqrt{3},$$

$$\text{则 } BC = BD + CD = 6\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 5 = 15\sqrt{3};$$

②如图 2，当 AB、AC 在 AD 的同侧时，

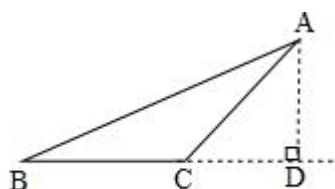


图 2

$$\text{由①知, } BD = 5\sqrt{3}, \quad CD = \sqrt{3},$$

$$\text{则 } BC = BD - CD = 4\sqrt{3},$$

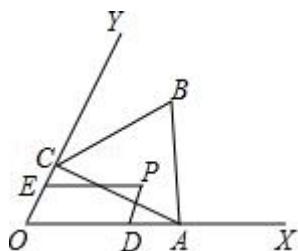
$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 5 = 10\sqrt{3}.$$

综上， $\triangle ABC$ 的面积是 $15\sqrt{3}$ 或 $10\sqrt{3}$ ，

故答案为 $15\sqrt{3}$ 或 $10\sqrt{3}$ 。

【点评】 本题主要考查解直角三角形，解题的关键是熟练掌握三角函数的运用、分类讨论思想的运算及勾股定理。

18. (2 分) 如图，已知 $\angle XOY = 60^\circ$ ，点 A 在边 OX 上，OA=2. 过点 A 作 $AC \perp OY$ 于点 C，以 AC 为一边在 $\angle XOY$ 内作等边三角形 ABC，点 P 是 $\triangle ABC$ 围成的区域（包括各边）内的一点，过点 P 作 $PD \parallel OY$ 交 OX 于点 D，作 $PE \parallel OX$ 交 OY 于点 E. 设 $OD=a$ ， $OE=b$ ，则 $a+2b$ 的取值范围是 $2 \leq a+2b \leq 5$ 。



【分析】 作辅助线，构建 30 度的直角三角形，先证明四边形 EODP 是平行四边

形, 得 $EP=OD=a$, 在 $\text{Rt}\triangle HEP$ 中, $\angle EPH=30^\circ$, 可得 EH 的长, 计算 $a+2b=2OH$, 确认 OH 最大和最小值的位置, 可得结论.

【解答】 解: 过 P 作 $PH\perp OY$ 交于点 H ,

$\therefore PD\parallel OY$, $PE\parallel OX$,

$\therefore$ 四边形 $EODP$ 是平行四边形, $\angle HEP=\angle XOY=60^\circ$,

$\therefore EP=OD=a$,

$\text{Rt}\triangle HEP$ 中, $\angle EPH=30^\circ$,

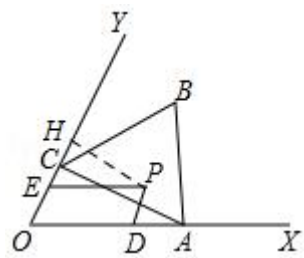
$$\therefore EH=\frac{1}{2}EP=\frac{1}{2}a,$$

$$\therefore a+2b=2\left(\frac{1}{2}a+b\right)=2(EH+EO)=2OH,$$

当 P 在 AC 边上时, H 与 C 重合, 此时 OH 的最小值 $=OC=\frac{1}{2}OA=1$, 即 $a+2b$ 的最小值是 2;

当 P 在点 B 时, OH 的最大值是: $1+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$, 即 $(a+2b)$ 的最大值是 5,

$$\therefore 2\leq a+2b\leq 5.$$



【点评】 本题考查了等边三角形的性质、直角三角形 30° 度角的性质、平行四边形的判定和性质, 有难度, 掌握确认 $a+2b$ 的最值就是确认 OH 最值的范围.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 84 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (8 分) 计算:

$$(1) (-2)^2 \times |-3| - (\sqrt{6})^0$$

$$(2) (x+1)^2 - (x^2 - x)$$

【分析】 (1) 本题涉及零指数幂、乘方、绝对值 3 个考点. 在计算时, 需要针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

(2) 根据完全平方公式和去括号法则计算, 再合并同类项即可求解.

【解答】 解: (1) $(-2)^2 \times |-3| - (\sqrt{6})^0$

$$= 4 \times 3 - 1$$

$$= 12 - 1$$

$$= 11;$$

$$(2) (x+1)^2 - (x^2 - x)$$

$$= x^2 + 2x + 1 - x^2 + x$$

$$= 3x + 1.$$

【点评】 本题主要考查了实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握零指数幂、乘方、绝对值、完全平方公式、去括号法则、合并同类项等考点的运算.

20. (8 分) (1) 分解因式: $3x^3 - 27x$

(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x+1 > x-1 \cdots \textcircled{1} \\ x-1 \leq \frac{1}{3}(2x-1) \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

【分析】 (1) 先提取公因式 $3x$, 再利用平方差公式分解可得;

(2) 分别求出各不等式的解集, 再求出其公共解集.

【解答】 解: (1) 原式 $= 3x(x^2 - 9)$

$$= 3x(x+3)(x-3);$$

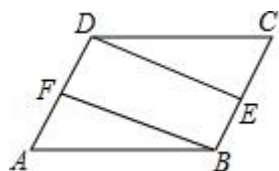
(2) 解不等式①，得： $x > -2$ ，

解不等式②，得： $x \leq 2$ ，

则不等式组的解集为 $-2 < x \leq 3$ 。

【点评】 本题考查的是因式分解和解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键。

21. (8 分) 如图，平行四边形 $ABCD$ 中， E 、 F 分别是边 BC 、 AD 的中点，求证： $\angle ABF = \angle CDE$ 。



【分析】 根据平行四边形的性质以及全等三角形的性质即可求出答案。

【解答】 解：在 $\square ABCD$ 中，

$AD = BC$ ， $\angle A = \angle C$ ，

$\because E$ 、 F 分别是边 BC 、 AD 的中点，

$\therefore AF = CE$ ，

在 $\triangle ABF$ 与 $\triangle CDE$ 中，

$$\begin{cases} AB = CD \\ \angle A = \angle C \\ AF = CE \end{cases}$$

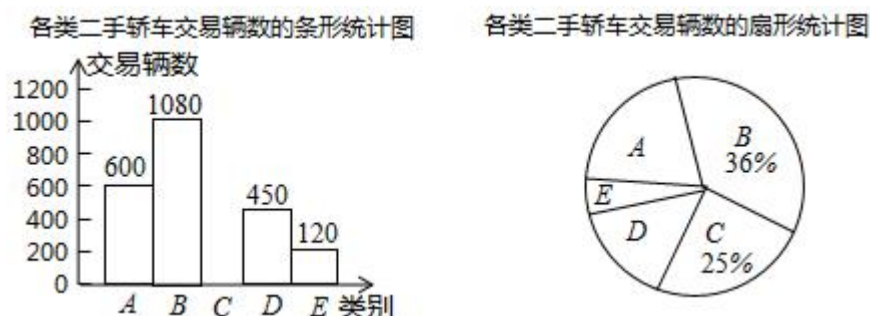
$\therefore \triangle ABF \cong \triangle CDE$ (SAS)

$\therefore \angle ABF = \angle CDE$

【点评】 本题考查平行四边形的性质，解题的关键是熟练运用平行四边形的性质以及全等三角形，本题属于中等题型

22. (6 分) 某汽车交易市场为了解二手轿车的交易情况，将本市场去年成交的

二手轿车的全部数据，以二手轿车交易前的使用时间为标准分为 A、B、C、D、E 五类，并根据这些数据由甲，乙两人分别绘制了下面的两幅统计图（图都不完整）。



请根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 该汽车交易市场去年共交易二手轿车 3000 辆。
- (2) 把这幅条形统计图补充完整。（画图后请标注相应的数据）
- (3) 在扇形统计图中，D 类二手轿车交易辆数所对应扇形的圆心角为 54 度。

【分析】 (1) 根据 B 类别车辆的数量及其所占百分比可得总数量；

(2) 用总数量乘以 C 类别的百分比求得其数量，据此即可补全条形图；

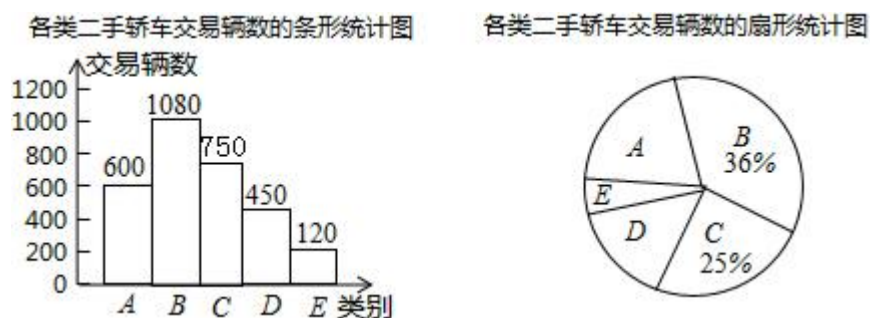
(3) 用 360° 乘以 D 类车辆占总数量的比例即可得出答案。

【解答】 解：(1) 该汽车交易市场去年共交易二手轿车 $1080 \div 36\% = 3000$ 辆，

故答案为：3000；

(2) C 类别车辆人数为 $3000 \times 25\% = 750$ 辆，

补全条形统计图如下：



(3) 在扇形统计图中, D 类二手轿车交易辆数所对应扇形的圆心角为 $360^{\circ} \times \frac{450}{3000} = 54^{\circ}$,

故答案为: 54.

【点评】 本题主要考查了条形统计图和扇形统计图, 解题时注意: 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据, 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

23. (8 分) 某校组织一项公益知识竞赛, 比赛规定: 每个班级由 2 名男生、2 名女生及 1 名班主任老师组成代表队. 但参赛时, 每班只能有 3 名队员上场参赛, 班主任老师必须参加, 另外 2 名队员分别在 2 名男生和 2 名女生中各随机抽出 1 名. 初三 (1) 班由甲、乙 2 名男生和丙、丁 2 名女生及 1 名班主任组成了代表队, 求恰好抽到由男生甲、女生丙和这位班主任一起上场参赛的概率. (请用“画树状图”或“列表”或“列举”等方法给出分析过程)

【分析】 列表得出所有等可能的情况数, 找出抽到由男生甲、女生丙和这位班主任一起上场参赛的情况数, 即可求出所求的概率.

【解答】 设男同学标记为 A、B; 女学生标记为 1、2, 可能出现的所有结果列表如下:

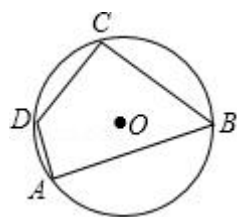
	甲	乙	丙	丁
甲	/	(乙, 甲)	(丙, 甲)	(丁, 甲)
乙	(甲, 乙)	/	(丙, 乙)	(丁, 乙)
丙	(甲, 丙)	(乙, 丙)	/	(丁, 丙)
丁	(甲, 丁)	(乙, 丁)	(丙, 丁)	/

共有 12 种可能的结果, 且每种的可能性相同, 其中恰好抽到由男生甲、女生丙和这位班主任一起上场参赛的结果有 2 种,

所以恰好抽到由男生甲、女生丙和这位班主任一起上场参赛的概率为 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

【点评】 此题考查了列表法或树状图法求概率. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

24. (8 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, $AB=17$, $CD=10$, $\angle A=90^\circ$, $\cos B=\frac{3}{5}$, 求 AD 的长.



【分析】 根据圆内接四边形的对角互补得出 $\angle C=90^\circ$, $\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$. 作 $AE \perp BC$ 于 E , $DF \perp AE$ 于 F , 则 $CDFE$ 是矩形, $EF=CD=10$. 解 $\text{Rt}\triangle AEB$, 得出 $BE=AB \cdot \cos \angle ABE=\frac{51}{5}$, $AE=\sqrt{AB^2-BE^2}=\frac{68}{5}$, 那么 $AF=AE-EF=\frac{18}{5}$. 再证明 $\angle ABC+\angle ADF=90^\circ$, 根据互余角的互余函数相等得出 $\sin \angle ADF=\cos \angle ABC=\frac{3}{5}$. 解 $\text{Rt}\triangle ADF$, 即可求出 $AD=\frac{AF}{\sin \angle ADF}=6$.

【解答】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, $\angle A=90^\circ$,

$$\therefore \angle C=180^\circ-\angle A=90^\circ, \angle ABC+\angle ADC=180^\circ.$$

作 $AE \perp BC$ 于 E , $DF \perp AE$ 于 F , 则 $CDFE$ 是矩形, $EF=CD=10$.

在 $\text{Rt}\triangle AEB$ 中, $\because \angle AEB=90^\circ$, $AB=17$, $\cos \angle ABC=\frac{3}{5}$,

$$\therefore BE=AB \cdot \cos \angle ABE=\frac{51}{5},$$

$$\therefore AE=\sqrt{AB^2-BE^2}=\frac{68}{5},$$

$$\therefore AF=AE-EF=\frac{68}{5}-10=\frac{18}{5}.$$

$$\because \angle ABC+\angle ADC=180^\circ, \angle CDF=90^\circ,$$

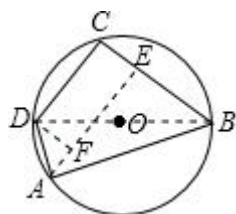
$$\therefore \angle ABC+\angle ADF=90^\circ,$$

$$\therefore \cos \angle ABC = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \sin \angle ADF = \cos \angle ABC = \frac{3}{5}.$$

在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中, $\because \angle AFD = 90^\circ$, $\sin \angle ADF = \frac{3}{5}$,

$$\therefore AD = \frac{AF}{\sin \angle ADF} = \frac{\frac{18}{5}}{\frac{3}{5}} = 6.$$



【点评】 本题考查了圆内接四边形的性质, 矩形的判定与性质, 勾股定理, 解直角三角形, 求出 $AF = \frac{18}{5}$ 以及 $\sin \angle ADF = \frac{3}{5}$ 是解题的关键.

25. (8 分) 一水果店是 A 酒店某种水果的唯一供货商, 水果店根据该酒店以往每月的需求情况, 本月初专门为他们准备了 2600kg 的这种水果. 已知水果店每售出 1kg 该水果可获利润 10 元, 未售出的部分每 1kg 将亏损 6 元, 以 x (单位: kg, $2000 \leq x \leq 3000$) 表示 A 酒店本月对这种水果的需求量, y (元) 表示水果店销售这批水果所获得的利润.

(1) 求 y 关于 x 的函数表达式;

(2) 问: 当 A 酒店本月对这种水果的需求量如何时, 该水果店销售这批水果所获的利润不少于 22000 元?

【分析】 (1) 列函数解析式时注意在获得的利润里减去未出售的亏损部分;

(2) 由 (1) $y \geq 22000$ 即可.

【解答】 解: (1) 由题意:

当 $2000 \leq x \leq 2600$ 时, $y = 10x - 6(2600 - x) = 16x - 15600$;

当 $2\,600 < x \leq 3\,000$ 时, $y = 2600 \times 10 = 26000$

(2) 由题意得:

$$16x - 15600 \geq 22000$$

解得: $x \geq 2350$

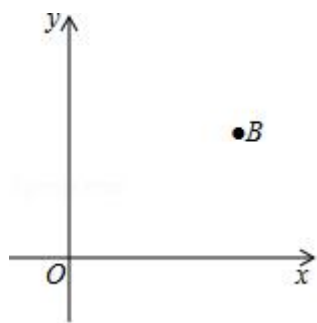
$\therefore$ 当 A 酒店本月对这种水果的需求量小于等于 3000, 不少于 2350kg 时, 该水果店销售这批水果所获的利润不少于 22000 元.

【点评】 本题考查一次函数和一元一次不等式, 求函数关系式和列不等式时, 要注意理解题意.

26. (10 分) 如图, 平面直角坐标系中, 已知点 B 的坐标为 (6, 4).

(1) 请用直尺 (不带刻度) 和圆规作一条直线 AC, 它与 x 轴和 y 轴的正半轴分别交于点 A 和点 C, 且使 $\angle ABC = 90^\circ$, $\triangle ABC$ 与 $\triangle AOC$ 的面积相等. (作图不必写作法, 但要保留作图痕迹.)

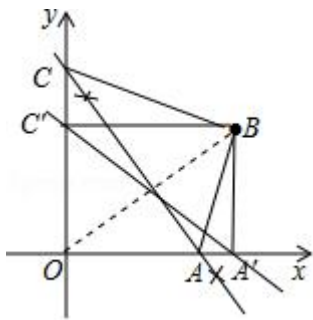
(2) 问: (1) 中这样的直线 AC 是否唯一? 若唯一, 请说明理由; 若不唯一, 请在图中画出所有这样的直线 AC, 并写出与之对应的函数表达式.



【分析】 (1) ①作线段 OB 的垂直平分线 AC, 满足条件, ②作矩形 OA'BC', 直线 A'C', 满足条件;

(2) 分两种情形分别求解即可解决问题;

【解答】 (1) 解: 如图 $\triangle ABC$ 即为所求;



(2) 解：这样的直线不唯一.

①作线段 OB 的垂直平分线 AC ，满足条件，此时直线的解析式为 $y = -\frac{3}{2}x + \frac{13}{2}$.

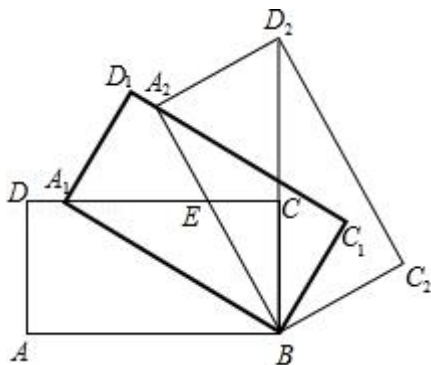
②作矩形 $OA'BC'$ ，直线 $A'C'$ ，满足条件，此时直线 $A'C'$ 的解析式为 $y = -\frac{2}{3}x + 4$.

【点评】 本题考查作图 - 复杂作图，待定系数法等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

27. (10 分) 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB=m$ ， $BC=n$ ，将此矩形绕点 B 顺时针方向旋转 θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) 得到矩形 $A_1BC_1D_1$ ，点 A_1 在边 CD 上.

(1) 若 $m=2$ ， $n=1$ ，求在旋转过程中，点 D 到点 D_1 所经过路径的长度；

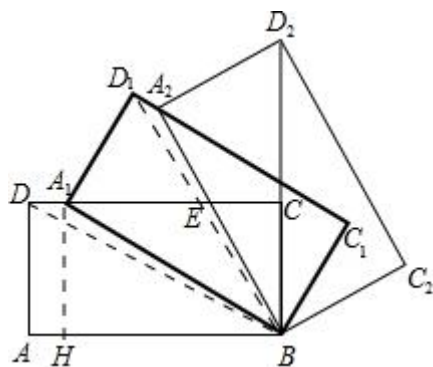
(2) 将矩形 $A_1BC_1D_1$ 继续绕点 B 顺时针方向旋转得到矩形 $A_2BC_2D_2$ ，点 D_2 在 BC 的延长线上，设边 A_2B 与 CD 交于点 E ，若 $\frac{A_1E}{EC} = \sqrt{6} - 1$ ，求 $\frac{n}{m}$ 的值.



【分析】 (1) 作 $A_1H \perp AB$ 于 H ，连接 BD ， BD_1 ，则四边形 ADA_1H 是矩形. 解直角三角形，求出 $\angle ABA_1$ ，得到旋转角即可解决问题；

(2) 由 $\triangle BCE \sim \triangle BA_2D_2$, 推出 $\frac{CE}{CB} = \frac{A_2B_2}{A_2B} = \frac{n}{m}$, 可得 $CE = \frac{n^2}{m}$ 由 $\frac{EA_1}{EC} = \sqrt{6} - 1$ 推出 $\frac{AC}{EC} = \sqrt{6}$, 推出 $AC = \sqrt{6} \cdot \frac{n^2}{m}$, 推出 $BH = AC = \sqrt{m^2 - n^2} = \sqrt{6} \cdot \frac{n^2}{m}$, 可得 $m^2 - n^2 = 6 \cdot \frac{n^4}{m^2}$, 可得 $1 - \frac{n^2}{m^2} = 6 \cdot \frac{n^4}{m^4}$, 由此解方程即可解决问题;

【解答】解: (1) 作 $A_1H \perp AB$ 于 H , 连接 BD , BD_1 , 则四边形 ADA_1H 是矩形.



$$\therefore AD = HA_1 = n = 1,$$

在 $Rt\triangle A_1HB$ 中, $\therefore BA_1 = BA = m = 2$,

$$\therefore BA_1 = 2HA_1,$$

$$\therefore \angle ABA_1 = 30^\circ,$$

$\therefore$ 旋转角为 30° ,

$$\therefore BD = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5},$$

$$\therefore D \text{ 到点 } D_1 \text{ 所经过路径的长度} = \frac{30 \cdot \pi \cdot \sqrt{5}}{180} = \frac{\sqrt{5}}{6} \pi.$$

(2) $\therefore \triangle BCE \sim \triangle BA_2D_2$,

$$\therefore \frac{CE}{CB} = \frac{A_2B_2}{A_2B} = \frac{n}{m},$$

$$\therefore CE = \frac{n^2}{m}$$

$$\therefore \frac{EA_1}{EC} = \sqrt{6} - 1$$

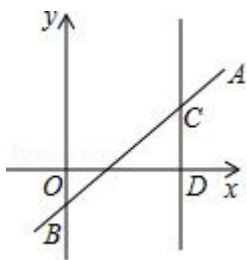
$$\begin{aligned}
&\therefore \frac{AC}{EC} = \sqrt{6}, \\
&\therefore AC = \sqrt{6} \cdot \frac{n^2}{m}, \\
&\therefore BH = AC = \sqrt{m^2 - n^2} = \sqrt{6} \cdot \frac{n^2}{m}, \\
&\therefore m^2 - n^2 = 6 \cdot \frac{n^4}{m^2}, \\
&\therefore m^4 - m^2 n^2 = 6n^4, \\
&1 - \frac{n^2}{m^2} = 6 \cdot \frac{n^4}{m^4}, \\
&\therefore \frac{n}{m} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (\text{负根已经舍弃}).
\end{aligned}$$

【点评】 本题考查轨迹，旋转变换、解直角三角形、弧长公式等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

28. (10 分) 已知：如图，一次函数 $y=kx-1$ 的图象经过点 $A(3\sqrt{5}, m)$ ($m>0$)，与 y 轴交于点 B . 点 C 在线段 AB 上，且 $BC=2AC$ ，过点 C 作 x 轴的垂线，垂足为点 D . 若 $AC=CD$.

(1) 求这个一次函数的表达式；

(2) 已知一开口向下、以直线 CD 为对称轴的抛物线经过点 A ，它的顶点为 P ，若过点 P 且垂直于 AP 的直线与 x 轴的交点为 $Q(-\frac{4\sqrt{5}}{5}, 0)$ ，求这条抛物线的函数表达式.

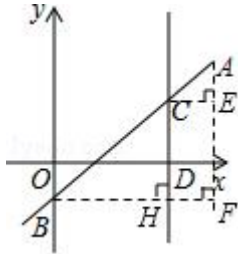


【分析】 (1) 利用三角形相似和勾股定理构造方程，求 AC 和 m

(2) 由 $\angle APQ=90^\circ$ ，构造 $\triangle PQD \sim \triangle APE$ 构造方程求点 P 坐标可求二次函数

解析式.

【解答】解：(1) 过点 A 作 $AF \perp x$ 轴，过点 B 作 $BF \perp CD$ 于 H，交 AF 于点 F，
过点 C 作 $CE \perp AF$ 于点 E



设 $AC=n$ ，则 $CD=n$

$\therefore$ 点 B 坐标为 $(0, -1)$

$\therefore CD=n+1$ ， $AF=m+1$

$\therefore CH \parallel AF$ ， $BC=2AC$

$$\therefore \frac{CH}{AF} = \frac{BC}{AB} = \frac{2}{3}$$

$$\text{即: } \frac{n+1}{m+1} = \frac{2}{3}$$

整理得:

$$n = \frac{2m-1}{3}$$

Rt $\triangle AEC$ 中,

$$CE^2 + AE^2 = AC^2$$

$$\therefore 5 + (m-n)^2 = n^2$$

把 $n = \frac{2m-1}{3}$ 代入

$$5 + \left(m - \frac{2m-1}{3}\right)^2 = \left(\frac{2m-1}{3}\right)^2$$

解得 $m_1=2$ ， $m_2=-3$ (舍去)

$$\therefore n=1$$

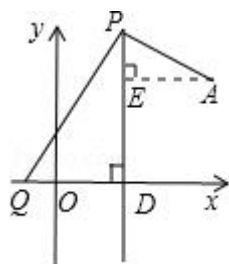
$\therefore$ 把 A $(3\sqrt{5}, 2)$ 代入 $y=kx-1$ 得

$$k = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{5}}{5}x - 1$$

(2) 如图，过点 A 作 $AE \perp CD$ 于点 E

设点 P 坐标为 $(2\sqrt{5}, n)$ ，由已知 $n > 0$



由已知， $PD \perp x$ 轴

$$\therefore \triangle PQD \sim \triangle APE$$

$$\therefore \frac{QD}{PD} = \frac{PE}{AE}$$

$$\therefore \frac{3\sqrt{5}}{n} = \frac{n-2}{\sqrt{5}}$$

解得 $n_1 = 5$, $n_2 = -3$ (舍去)

设抛物线解析式为 $y = a(x - h)^2 + k$

$$\therefore y = a(x - 2\sqrt{5})^2 + 5$$

把 A $(3\sqrt{5}, 2)$ 代入 $y = a(x - 2\sqrt{5})^2 + 5$

$$\text{解得 } a = -\frac{3}{5}$$

$$\therefore \text{抛物线解析式为: } y = -\frac{3}{5}x^2 + \frac{12\sqrt{5}}{5}x + 7$$

【点评】 本题综合考查二次函数和一次函数性质. 在解答过程中，应注意利用三角形相似和勾股定理构造方程，求出未知量.