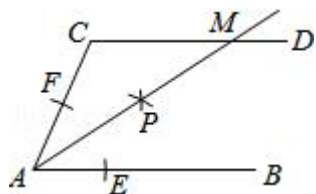


2018 年江苏省南通市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. (3 分) (2018•南通) $\sqrt{4}$ 的值是 ()
A. 4 B. 2 C. ± 2 D. -2
2. (3 分) (2018•南通) 下列计算中，正确的是 ()
A. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ B. $(a^2)^3 = a^8$ C. $a^3 + a^2 = a^5$ D. $a^8 \div a^4 = a^2$
3. (3 分) (2018•南通) 若 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 ()
A. $x \geq 3$ B. $x < 3$ C. $x \leq 3$ D. $x > 3$
4. (3 分) (2018•南通) 函数 $y = -x$ 的图象与函数 $y = x + 1$ 的图象的交点在 ()
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
5. (3 分) (2018•南通) 下列说法中，正确的是 ()
A. 一个游戏中奖的概率是 $\frac{1}{10}$ ，则做 10 次这样的游戏一定会中奖
B. 为了了解一批炮弹的杀伤半径，应采用全面调查的方式
C. 一组数据 8, 8, 7, 10, 6, 8, 9 的众数是 8
D. 若甲组数据的方差是 0.1，乙组数据的方差是 0.2，则乙组数据比甲组数据波动小
6. (3 分) (2018•南通) 篮球比赛规定：胜一场得 3 分，负一场得 1 分，某篮球队共进行了 6 场比赛，得了 12 分，该队获胜的场数是 ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
7. (3 分) (2018•南通) 如图， $AB \parallel CD$ ，以点 A 为圆心，小于 AC 长为半径作

圆弧，分别交 AB ， AC 于点 E 、 F ，再分别以 E 、 F 为圆心，大于 $\frac{1}{2}EF$ 的同样长为半径作圆弧，两弧交于点 P ，作射线 AP ，交 CD 于点 M ，若 $\angle ACD=110^\circ$ ，则 $\angle CMA$ 的度数为 ()

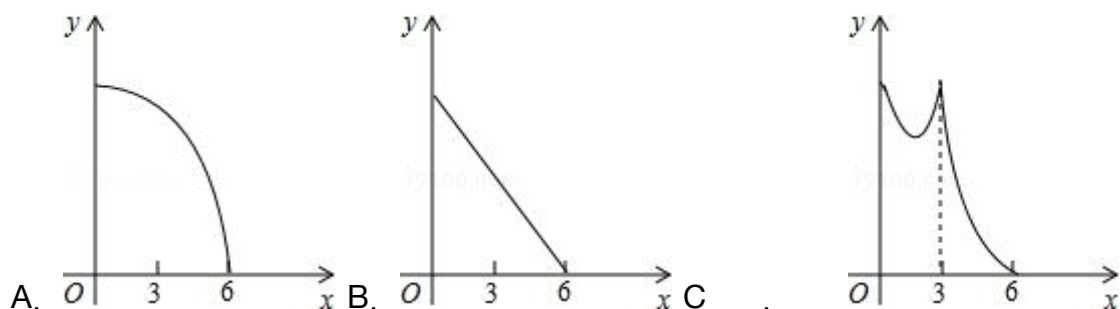
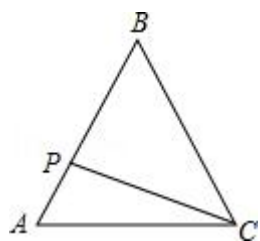


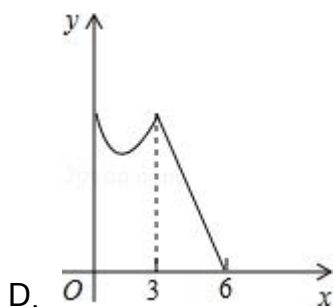
A. 30° B. 35° C. 70° D. 45°

8. (3分) (2018•南通) 一个空间几何体的主视图和左视图都是边长为 2cm 的正三角形，俯视图是一个圆，那么这个几何体的表面积是 ()

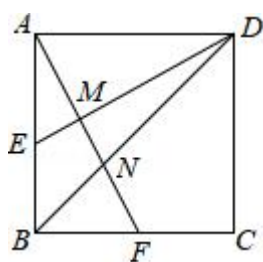
A. $\frac{3}{2}\pi\text{cm}^2$ B. $3\pi\text{cm}^2$ C. $\frac{5}{2}\pi\text{cm}^2$ D. $5\pi\text{cm}^2$

9. (3分) (2018•南通) 如图，等边 $\triangle ABC$ 的边长为 3cm ，动点 P 从点 A 出发，以每秒 1cm 的速度，沿 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 的方向运动，到达点 C 时停止，设运动时间为 x (s)， $y=PC^2$ ，则 y 关于 x 的函数的图象大致为 ()





10. (3分) (2018•南通) 正方形 $ABCD$ 的边长 $AB=2$, E 为 AB 的中点, F 为 BC 的中点, AF 分别与 DE 、 BD 相交于点 M , N , 则 MN 的长为 ()



- A. $\frac{5\sqrt{5}}{6}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{3} - 1$ C. $\frac{4\sqrt{5}}{15}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 不需写出解答过程, 请把最终结果直接填写在答题卡相应位置上)

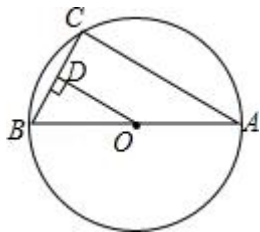
11. (3分) (2018•南通) “辽宁舰”最大排水量为 67500 吨, 将 67500 用科学记数法表示为_____.

12. (3分) (2018•南通) 分解因式: $a^3 - 2a^2b + ab^2 =$ _____.

13. (3分) (2018•南通) 已知正 n 边形的每一个内角为 135° , 则 $n =$ _____.

14. (3分) (2018•南通) 某厂一月份生产某机器 100 台, 计划三月份生产 160 台. 设二、三月份每月的平均增长率为 x , 根据题意列出的方程是_____.

15. (3分) (2018•南通) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 是 $\odot O$ 上的一点, 若 $BC=3$, $AB=5$, $OD \perp BC$ 于点 D , 则 OD 的长为_____.



16. (3 分) (2018•南通) 下面是“作一个 30° 角”的尺规作图过程.

已知：平面内一点 A.

求作： $\angle A$ ，使得 $\angle A = 30^\circ$.

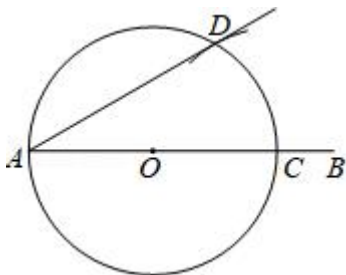
作图：如图，

(1) 作射线 AB；

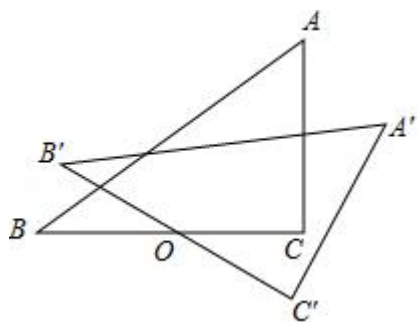
(2) 在射线 AB 上取一点 O，以 O 为圆心，OA 为半径作圆，与射线 AB 相交于点 C；

(3) 以 C 为圆心，OC 为半径作弧，与 $\odot O$ 交于点 D，作射线 AD， $\angle DAB$ 即为所求的角.

请回答：该尺规作图的依据是_____.



17. (3 分) (2018•南通) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 3$ ， $BC = 4$ ，点 O 是 BC 中点，将 $\triangle ABC$ 绕点 O 旋转得 $\triangle A'B'C$ ，则在旋转过程中点 A、C' 两点间的最大距离是_____.



18. (3 分) (2018•南通) 在平面直角坐标系 xOy 中, 过点 $A(3, 0)$ 作垂直于 x 轴的直线 AB , 直线 $y = -x + b$ 与双曲线 $y = \frac{1}{x}$ 交于点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$, 与直线 AB 交于点 $R(x_3, y_3)$, 若 $y_1 > y_2 > y_3$ 时, 则 b 的取值范围是_____.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 96 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

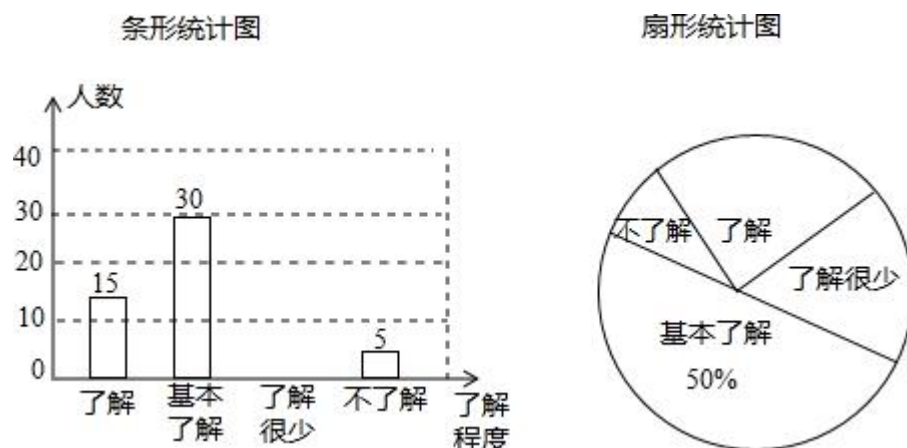
19. (10 分) (2018•南通) (1) 计算: $|\sqrt{3} - 2| + 2013^0 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} + 3\tan 30^\circ$;

(2) 解方程: $\frac{1}{x-2} = \frac{1-x}{2-x} - 3$.

20. (8 分) (2018•南通) 解不等式组 $\begin{cases} x - \frac{3}{2}(2x - 1) \leq 4 \textcircled{1} \\ \frac{1+3x}{2} > 2x - 1 \textcircled{2} \end{cases}$, 并写出 x 的所有

整数解.

21. (8 分) (2018•南通) “校园安全”受到全社会的广泛关注, 某中学对部分学生就校园安全知识的了解程度, 采用随机抽样调查的方式, 并根据收集到的信息进行统计, 绘制了下面两幅尚不完整的统计图, 请根据统计图中所提供的信息解答下列问题:



(1) 接受问卷调查的学生共有_____人，扇形统计图中“了解”部分所对应扇形的圆心角为_____度；

(2) 请补全条形统计；

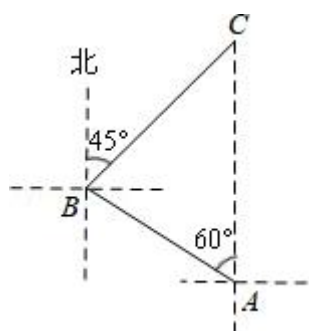
(3) 若该中学共有学生 1200 人，估计该中学学生对校园安全知识达到“了解”和“基本了解”程度的总人数.

22. (8 分) (2018•南通) 四张扑克牌的点数分别是 2, 3, 4, 8, 除点数不同外, 其余都相同, 将它们洗匀后背面朝上放在桌上.

(1) 从中随机抽取一张牌, 求这张牌的点数是偶数的概率;

(2) 随机抽取一张牌不放回, 接着再抽取一张牌, 求这两张牌的点数都是偶数的概率.

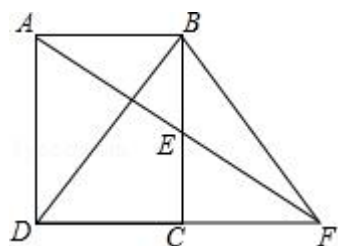
23. (8 分) (2018•南通) 如图, 小明一家自驾到古镇 C 游玩, 到达 A 地后, 导航显示车辆应沿北偏西 60° 方向行驶 12 千米至 B 地, 再沿北偏东 45° 方向行驶一段距离到达古镇 C, 小明发现古镇 C 恰好在 A 地的正北方向, 求 B, C 两地的距离. (结果保留根号)



24. (8分) (2018•南通) 如图, $\square ABCD$ 中, 点 E 是 BC 的中点, 连接 AE 并延长交 DC 延长线于点 F .

(1) 求证: $CF=AB$;

(2) 连接 BD 、 BF , 当 $\angle BCD=90^\circ$ 时, 求证: $BD=BF$.

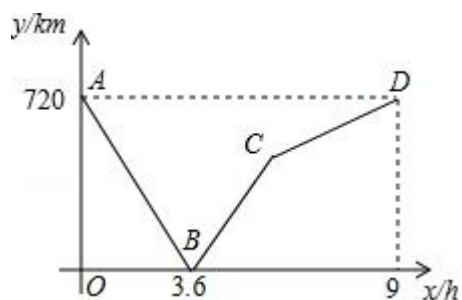


25. (8分) (2018•南通) 一列快车从甲地匀速驶往乙地, 一列慢车从乙地匀速驶往甲地. 设先发车辆行驶的时间为 x h, 两车之间的距离为 y km, 图中的折线表示 y 与 x 之间的函数关系, 根据图象解决以下问题:

(1) 慢车的速度为_____km/h, 快车的速度为_____km/h;

(2) 解释图中点 C 的实际意义并求出点 C 的坐标;

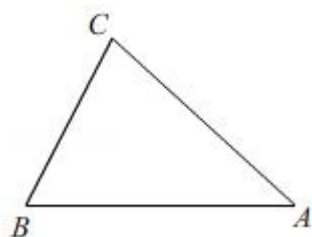
(3) 求当 x 为多少时, 两车之间的距离为 500km.



26. (12分) (2018•南通) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=6$ cm, $AC=4\sqrt{2}$ cm, $BC=2\sqrt{5}$ cm,

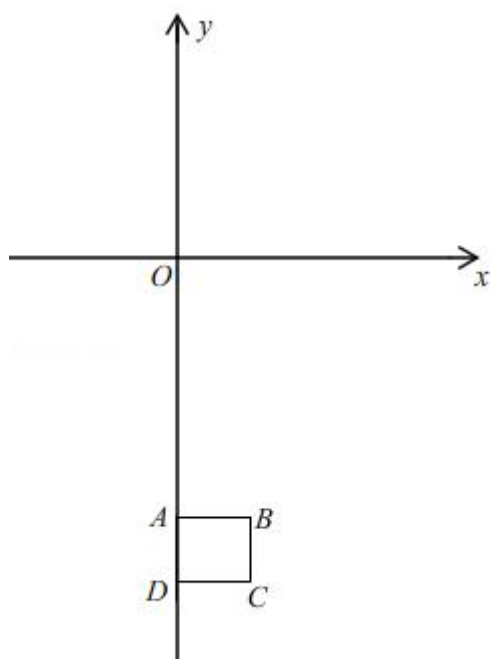
点 P 以 1cm/s 的速度从点 B 出发沿边 $BA \rightarrow AC$ 运动到点 C 停止, 运动时间为 $t\text{s}$, 点 Q 是线段 BP 的中点.

- (1) 若 $CP \perp AB$ 时, 求 t 的值;
- (2) 若 $\triangle BCQ$ 是直角三角形时, 求 t 的值;
- (3) 设 $\triangle CPQ$ 的面积为 S , 求 S 与 t 的关系式, 并写出 t 的取值范围.



27. (12 分) (2018•南通) 已知, 正方形 $ABCD$, $A(0, -4)$, $B(1, -4)$, $C(1, -5)$, $D(0, -5)$, 抛物线 $y=x^2+mx-2m-4$ (m 为常数), 顶点为 M .

- (1) 抛物线经过定点坐标是_____, 顶点 M 的坐标 (用 m 的代数式表示) 是_____;
- (2) 若抛物线 $y=x^2+mx-2m-4$ (m 为常数) 与正方形 $ABCD$ 的边有交点, 求 m 的取值范围;
- (3) 若 $\angle ABM=45^\circ$ 时, 求 m 的值.

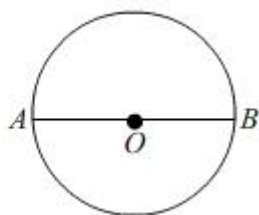
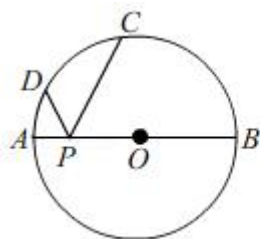


28. (14 分) (2018•南通) 如图, $\odot O$ 的直径 $AB=26$, P 是 AB 上 (不与点 A 、 B 重合) 的任一点, 点 C 、 D 为 $\odot O$ 上的两点, 若 $\angle APD = \angle BPC$, 则称 $\angle CPD$ 为直径 AB 的“回旋角”.

(1) 若 $\angle BPC = \angle DPC = 60^\circ$, 则 $\angle CPD$ 是直径 AB 的“回旋角”吗? 并说明理由;

(2) 若 $\widehat{CD}$ 的长为 $\frac{13}{4}\pi$, 求“回旋角” $\angle CPD$ 的度数;

(3) 若直径 AB 的“回旋角”为 120° , 且 $\triangle PCD$ 的周长为 $24+13\sqrt{3}$, 直接写出 AP 的长.



2018 年江苏省南通市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. (3 分) (2018•南通) $\sqrt{4}$ 的值是 ()

A. 4 B. 2 C. ± 2 D. -2

【考点】22: 算术平方根.

【专题】1 : 常规题型.

【分析】根据算术平方根解答即可.

【解答】解: $\sqrt{4}=2$,

故选: B.

【点评】此题考查算术平方根问题, 关键是根据 4 的算术平方根是 2 解答.

2. (3 分) (2018•南通) 下列计算中, 正确的是 ()

A. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ B. $(a^2)^3 = a^8$ C. $a^3 + a^2 = a^5$ D. $a^8 \div a^4 = a^2$

【考点】48: 同底数幂的除法; 35: 合并同类项; 46: 同底数幂的乘法; 47: 幂的乘方与积的乘方.

【专题】11 : 计算题; 512: 整式.

【分析】根据同底数幂的乘法、幂的乘方、合并同类项法则及同底数幂的除法逐一计算可得.

【解答】解: A、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$, 此选项正确;

B、 $(a^2)^3 = a^6$, 此选项错误;

C、 a^3 、 a^2 不能合并，此选项错误；

D、 $a^8 \div a^4 = a^4$ ，此选项错误；

故选：A.

【点评】 本题主要考查整式的运算，解题的关键是掌握同底数幂的乘法、幂的乘方、合并同类项法则及同底数幂的除法.

3. (3分) (2018•南通) 若 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 ()

A. $x \geq 3$ B. $x < 3$ C. $x \leq 3$ D. $x > 3$

【考点】 72：二次根式有意义的条件.

【分析】 根据二次根式有意义的条件；列出关于 x 的不等式，求出 x 的取值范围即可.

【解答】 解： $\because \sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义，

$\therefore x-3 \geq 0$ ，解得 $x \geq 3$.

故选：A.

【点评】 本题考查的是二次根式有意义的条件，熟知二次根式具有非负性是解答此题的关键.

4. (3分) (2018•南通) 函数 $y = -x$ 的图象与函数 $y = x+1$ 的图象的交点在 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【考点】 FF：两条直线相交或平行问题.

【专题】 2B：探究型.

【分析】 根据题目中的函数解析式可以求得这两个函数的交点坐标，从而可以解答本题.

【解答】 解：
$$\begin{cases} y = -x \\ y = x + 1 \end{cases}$$

解得,
$$\begin{cases} x = -\frac{1}{2}, \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

∴ 函数 $y = -x$ 的图象与函数 $y = x + 1$ 的图象的交点是 $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$,

故函数 $y = -x$ 的图象与函数 $y = x + 1$ 的图象的交点在第二象限,

故选: B.

【点评】 本题考查两条直线相交或平行问题, 解答本题的关键是明确题意, 求出两个函数的交点坐标, 利用函数的思想解答.

5. (3 分) (2018•南通) 下列说法中, 正确的是 ()

- A. 一个游戏中奖的概率是 $\frac{1}{10}$, 则做 10 次这样的游戏一定会中奖
- B. 为了了解一批炮弹的杀伤半径, 应采用全面调查的方式
- C. 一组数据 8, 8, 7, 10, 6, 8, 9 的众数是 8
- D. 若甲组数据的方差是 0.1, 乙组数据的方差是 0.2, 则乙组数据比甲组数据波动小

【考点】 X3: 概率的意义; V2: 全面调查与抽样调查; W5: 众数; W7: 方差.

【专题】 54: 统计与概率.

【分析】 根据概率的意义可判断出 A 的正误; 根据抽样调查与全面调查意义可判断出 B 的正误; 根据众数和中位数的定义可判断出 C 的正误; 根据方差的意义可判断出 D 的正误.

【解答】 解: A、一个游戏中奖的概率是 $\frac{1}{10}$, 做 10 次这样的游戏也不一定会中奖, 故此选项错误;

B、为了了解一批炮弹的杀伤半径, 应采用抽样调查的方式, 故此选项错误;

C、一组数据 8, 8, 7, 10, 6, 8, 9 的众数和中位数都是 8, 故此选项正确;

D、若甲组数据的方差是 0.1, 乙组数据的方差是 0.2, 则乙组数据比甲组数据波

动大；

故选：C.

【点评】此题主要考查了概率、抽样调查与全面调查、众数和中位数、方差，关键是注意再找中位数时要把数据从小到大排列再找出位置处于中间的数.

6. (3分) (2018•南通) 篮球比赛规定：胜一场得3分，负一场得1分，某篮球队共进行了6场比赛，得了12分，该队获胜的场数是 ()

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【考点】8A：一元一次方程的应用.

【专题】34：方程思想；521：一次方程（组）及应用.

【分析】设该队获胜 x 场，则负了 $(6-x)$ 场，根据总分 $=3 \times$ 获胜场数 $+1 \times$ 负了的场数，即可得出关于 x 的一元一次方程，解之即可得出结论.

【解答】解：设该队获胜 x 场，则负了 $(6-x)$ 场，

根据题意得： $3x + (6-x) = 12$,

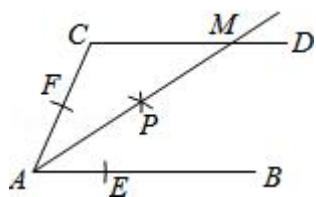
解得： $x=3$.

答：该队获胜3场.

故选：B.

【点评】本题考查了一元一次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元一次方程是解题的关键.

7. (3分) (2018•南通) 如图， $AB \parallel CD$ ，以点A为圆心，小于AC长为半径作圆弧，分别交AB，AC于点E、F，再分别以E、F为圆心，大于 $\frac{1}{2}EF$ 的同样长为半径作圆弧，两弧交于点P，作射线AP，交CD于点M，若 $\angle ACD=110^\circ$ ，则 $\angle CMA$ 的度数为 ()



A. 30° B. 35° C. 70° D. 45°

【考点】N2：作图—基本作图；JA：平行线的性质.

【专题】1：常规题型.

【分析】直接利用平行线的性质结合角平分线的作法得出 $\angle CAM = \angle BAM = 35^\circ$ ，即可得出答案.

【解答】解： $\because AB \parallel CD$, $\angle ACD = 110^\circ$,

$\therefore \angle CAB = 70^\circ$,

$\because$ 以点 A 为圆心，小于 AC 长为半径作圆弧，分别交 AB, AC 于点 E、F，再分别以 E、F 为圆心，大于 $\frac{1}{2}EF$ 的同样长为半径作圆弧，两弧交于点 P，作射线 AP，交 CD 于点 M，

$\therefore AP$ 平分 $\angle CAB$,

$\therefore \angle CAM = \angle BAM = 35^\circ$,

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle CMA = \angle MAB = 35^\circ$.

故选：B.

【点评】此题主要考查了基本作图以及平行线的性质，正确得出 $\angle CAM = \angle BAM$ 是解题关键.

8. (3 分) (2018•南通) 一个空间几何体的主视图和左视图都是边长为 2cm 的正三角形，俯视图是一个圆，那么这个几何体的表面积是 ()

A. $\frac{3}{2}\pi\text{cm}^2$ B. $3\pi\text{cm}^2$ C. $\frac{5}{2}\pi\text{cm}^2$ D. $5\pi\text{cm}^2$

【考点】U3: 由三视图判断几何体; I4: 几何体的表面积; U1: 简单几何体的三视图.

【专题】55: 几何图形.

【分析】根据三视图的知识可知该几何体为一个圆锥. 又已知底面半径可求出母线长以及侧面积、底面积后即可求得其表面积.

【解答】解: 综合主视图, 俯视图, 左视图可以看出这个几何体应该是圆锥, 且底面圆的半径为 1, 母线长为 2,

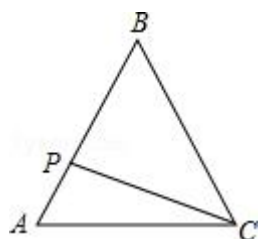
因此侧面面积为 $1 \times \pi \times 2 = 2\pi$, 底面积为 $\pi \times (1)^2 = \pi$.

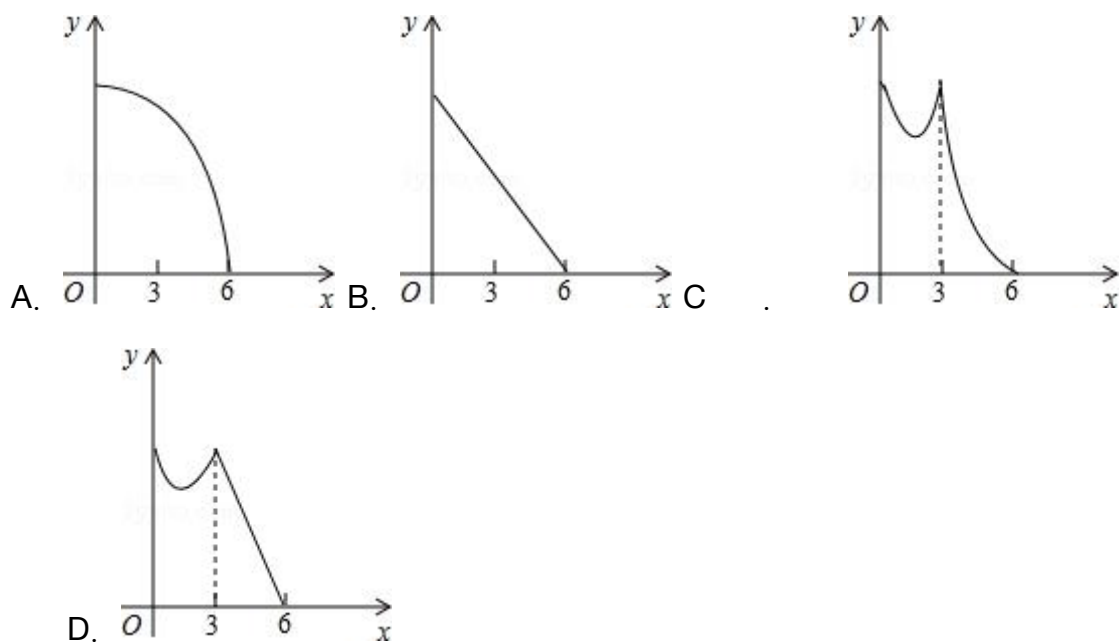
表面积为 $2\pi + \pi = 3\pi$;

故选: B.

【点评】此题考查由三视图判定几何体, 本题中要先确定出几何体的面积, 然后根据其侧面积的计算公式进行计算. 本题要注意圆锥的侧面积的计算方法是圆锥的底面半径乘以圆周率再乘以母线长.

9. (3 分) (2018•南通) 如图, 等边 $\triangle ABC$ 的边长为 3cm, 动点 P 从点 A 出发, 以每秒 1cm 的速度, 沿 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 的方向运动, 到达点 C 时停止, 设运动时间为 x (s), $y = PC^2$, 则 y 关于 x 的函数的图象大致为 ()





【考点】E7：动点问题的函数图象.

【专题】16：压轴题.

【分析】需要分类讨论：①当 $0 \leq x \leq 3$ ，即点 P 在线段 AB 上时，根据余弦定理

知 $\cos A = \frac{AP^2 + AC^2 - PC^2}{2PA \cdot AC}$ ，所以将相关线段的长度代入该等式，即可求得 y

与 x 的函数关系式，然后根据函数关系式确定该函数的图象. ②当 $3 < x \leq 6$ ，即

点 P 在线段 BC 上时，y 与 x 的函数关系式是 $y = (6 - x)^2 = (x - 6)^2$ ($3 < x \leq$

6)，根据该函数关系式可以确定该函数的图象.

【解答】解：∵ 正 $\triangle ABC$ 的边长为 3cm，

∴ $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$ ， $AC = 3\text{cm}$.

①当 $0 \leq x \leq 3$ 时，即点 P 在线段 AB 上时， $AP = x\text{cm}$ ($0 \leq x \leq 3$)；

根据余弦定理知 $\cos A = \frac{AP^2 + AC^2 - PC^2}{2PA \cdot AC}$ ，

$$\text{即 } \frac{1}{2} = \frac{x^2 + 9 - y}{6x},$$

解得， $y = x^2 - 3x + 9$ ($0 \leq x \leq 3$)；

该函数图象是开口向上的抛物线；

解法二：过 C 作 $CD \perp AB$ ，则 $AD=1.5\text{cm}$ ， $CD=\frac{3}{2}\sqrt{3}\text{cm}$ ，

点 P 在 AB 上时， $AP=x\text{ cm}$ ， $PD=|1.5-x|\text{cm}$ ，

$$\therefore y=PC^2 = \left(\frac{3}{2}\sqrt{3}\right)^2 + (1.5-x)^2 = x^2 - 3x + 9 \quad (0 \leq x \leq 3)$$

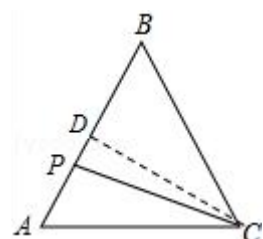
该函数图象是开口向上的抛物线；

②当 $3 < x \leq 6$ 时，即点 P 在线段 BC 上时， $PC = (6-x)\text{ cm}$ ($3 < x \leq 6$)；

$$\text{则 } y = (6-x)^2 = (x-6)^2 \quad (3 < x \leq 6),$$

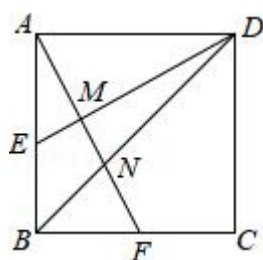
$\therefore$ 该函数的图象是在 $3 < x \leq 6$ 上的抛物线；

故选：C.



【点评】 本题考查了动点问题的函数图象. 解答该题时，需要对点 P 的位置进行分类讨论，以防错选.

10. (3 分) (2018•南通) 正方形 ABCD 的边长 $AB=2$ ，E 为 AB 的中点，F 为 BC 的中点，AF 分别与 DE、BD 相交于点 M，N，则 MN 的长为 ()



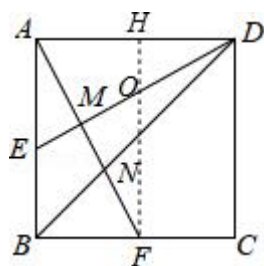
- A. $\frac{5\sqrt{5}}{6}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{3} - 1$ C. $\frac{4\sqrt{5}}{15}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

【考点】S9：相似三角形的判定与性质；LE：正方形的性质.

【专题】1：常规题型；55D：图形的相似.

【分析】首先过F作 $FH \perp AD$ 于H，交ED于O，于是得到 $FH=AB=2$ ，根据勾股定理求得AF，根据平行线分线段成比例定理求得OH，由相似三角形的性质求得AM与AF的长，根据相似三角形的性质，求得AN的长，即可得到结论.

【解答】解：过F作 $FH \perp AD$ 于H，交ED于O，则 $FH=AB=2$ ，



$$\because BF=FC, BC=AD=2,$$

$$\therefore BF=AH=1, FC=HD=1,$$

$$\therefore AF=\sqrt{FH^2+AH^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5},$$

$$\because OH \parallel AE,$$

$$\therefore \frac{HO}{AE} = \frac{DH}{AD} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore OH = \frac{1}{2}AE = \frac{1}{2},$$

$$\therefore OF = FH - OH = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2},$$

$$\because AE \parallel FO,$$

$$\therefore \triangle AME \sim \triangle FMO,$$

$$\therefore \frac{AM}{FM} = \frac{AE}{OF} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore AM = \frac{2}{3}AF = \frac{2\sqrt{5}}{3},$$

$$\because AD \parallel BF,$$

$$\therefore \triangle AND \sim \triangle FNB,$$

$$\therefore \frac{AN}{FN} = \frac{AD}{BF} = 2,$$

$$\therefore AN = 2NF = \frac{2\sqrt{5}}{3},$$

$$\therefore MN = AN - AM = \frac{2\sqrt{5}}{3} - \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{4\sqrt{5}}{15}.$$

故选：C.

【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质，矩形的性质，勾股定理，比例的性质，准确作出辅助线，求出 AN 与 AM 的长是解题的关键.

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分. 不需写出解答过程，请把最终结果直接填写在答题卡相应位置上）

11. (3 分) (2018•南通) “辽宁舰”最大排水量为 67500 吨，将 67500 用科学记数法表示为 6.75×10^4 .

【考点】 11: 科学记数法—表示较大的数.

【专题】 511: 实数.

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时，n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时，n 是负数.

【解答】 解：67500 = 6.75×10^4 ,

故答案为： 6.75×10^4 .

【点评】 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. (3 分) (2018•南通) 分解因式: $a^3 - 2a^2b + ab^2 = \underline{a(a-b)^2}$.

【考点】55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】先提取公因式 a , 再对余下的多项式利用完全平方公式继续分解.

【解答】解: $a^3 - 2a^2b + ab^2$,

$$= a(a^2 - 2ab + b^2),$$

$$= a(a-b)^2.$$

【点评】本题考查提公因式法分解因式和完全平方公式分解因式, 熟记公式结构是解题的关键, 分解因式一定要彻底.

13. (3 分) (2018•南通) 已知正 n 边形的每一个内角为 135° , 则 $n = \underline{8}$.

【考点】L3: 多边形内角与外角.

【分析】根据多边形的内角就可求得外角, 根据多边形的外角和是 360° , 即可求得外角和中外角的个数, 即多边形的边数.

【解答】解: 多边形的外角是: $180 - 135 = 45^\circ$,

$$\therefore n = \frac{360}{45} = 8.$$

【点评】任何任何多边形的外角和是 360° , 不随边数的变化而变化. 根据这个性质把多边形的角的计算转化为外角的计算, 可以使计算简化.

14. (3 分) (2018•南通) 某厂一月份生产某机器 100 台, 计划三月份生产 160 台. 设二、三月份每月的平均增长率为 x , 根据题意列出的方程是 $\underline{100(1+x)^2 = 160}$.

【考点】AC: 由实际问题抽象出一元二次方程.

【专题】123: 增长率问题.

【分析】设二、三月份每月平均增长率为 x , 根据一月份生产机器 100 台, 三月

份生产机器 160 台，可列出方程.

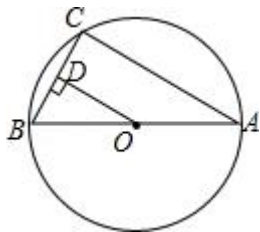
【解答】解：设二，三月份每月平均增长率为 x ,

$$100(1+x)^2=160.$$

故答案为： $100(1+x)^2=160$.

【点评】本题考查理解题意的能力，本题是个增长率问题，发生了两次变化，先找出一月份的产量和三月份的产量，从而可列出方程.

15. (3 分) (2018•南通) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 是 $\odot O$ 上的一点，若 $BC=3$ ， $AB=5$ ， $OD \perp BC$ 于点 D ，则 OD 的长为 2.



【考点】 M5：圆周角定理； KX：三角形中位线定理； M2：垂径定理.

【专题】 11：计算题.

【分析】先利用圆周角定理得到 $\angle ACB=90^\circ$ ，则可根据勾股定理计算出 $AC=4$ ，再根据垂径定理得到 $BD=CD$ ，则可判断 OD 为 $\triangle ABC$ 的中位线，然后根据三角形中位线性质的求解.

【解答】解： $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle ACB=90^\circ,$$

$$\therefore AC=\sqrt{5^2-3^2}=4,$$

$$\because OD \perp BC,$$

$$\therefore BD=CD,$$

而 $OB=OA$,

∴ OD 为 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore OD = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 4 = 2.$$

故答案为 2.

【点评】 本题考查了圆周角定理: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半. 推论: 半圆 (或直径) 所对的圆周角是直角, 90° 的圆周角所对的弦是直径. 也考查了垂径定理.

16. (3 分) (2018•南通) 下面是“作一个 30° 角”的尺规作图过程.

已知: 平面内一点 A.

求作: $\angle A$, 使得 $\angle A = 30^\circ$.

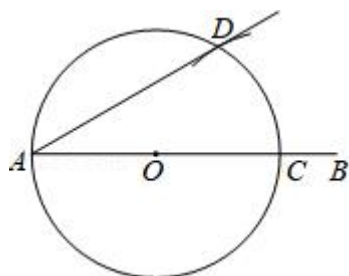
作图: 如图,

(1) 作射线 AB;

(2) 在射线 AB 上取一点 O, 以 O 为圆心, OA 为半径作圆, 与射线 AB 相交于点 C;

(3) 以 C 为圆心, OC 为半径作弧, 与 $\odot O$ 交于点 D, 作射线 AD, $\angle DAB$ 即为所求的角.

请回答: 该尺规作图的依据是 直径所对的圆周角的直角, 等边三角形的时故内角为 60° , 直角三角形两锐角互余等.

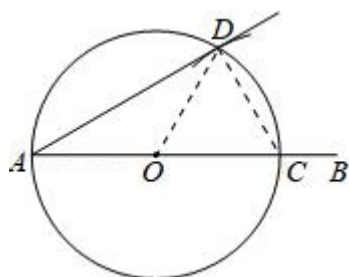


【考点】 N3: 作图—复杂作图.

【专题】 13 : 作图题; 559: 圆的有关概念及性质.

【分析】连接 OD、CD. 只要证明 $\triangle ODC$ 是等边三角形即可解决问题;

【解答】解: 连接 OD、CD.



由作图可知: $OD=OC=CD$,

$\therefore \triangle ODC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle DCO=60^\circ$,

$\because AC$ 是 $\odot O$ 直径,

$\therefore \angle ADC=90^\circ$,

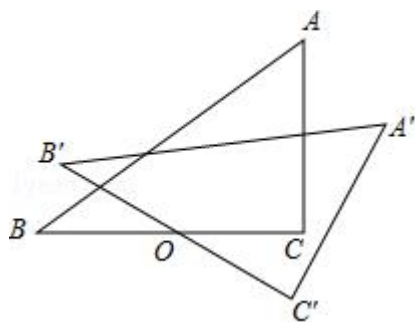
$\therefore \angle DAB=90^\circ - 60^\circ=30^\circ$.

$\therefore$ 作图的依据是: 直径所对的圆周角的直角, 等边三角形的时故内角为 60° , 直角三角形两锐角互余等,

故答案为直径所对的圆周角的直角, 等边三角形的时故内角为 60° , 直角三角形两锐角互余等.

【点评】本题考查作图 - 复杂作图, 圆的有关性质等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.

17. (3 分) (2018•南通) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=3$, $BC=4$, 点 O 是 BC 中点, 将 $\triangle ABC$ 绕点 O 旋转得 $\triangle A'B'C$, 则在旋转过程中点 A、C' 两点间的最大距离是 $2+\sqrt{13}$.



【考点】R2：旋转的性质.

【专题】11：计算题.

【分析】连接 OA , AC' , 如图, 易得 $OC=2$, 再利用勾股定理计算出 $OA=\sqrt{13}$, 接着利用旋转的性质得 $OC'=OC=2$, 根据三角形三边的关系得到 $AC' \leq OA+OC'$ (当且仅当点 A 、 O 、 C' 共线时, 取等号), 从而得到 AC' 的最大值.

【解答】解: 连接 OA , AC' , 如图,

$\because$ 点 O 是 BC 中点,

$$\therefore OC = \frac{1}{2}BC = 2,$$

在 $Rt\triangle AOC$ 中, $OA = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$,

$\because \triangle ABC$ 绕点 O 旋转得 $\triangle A'B'C'$,

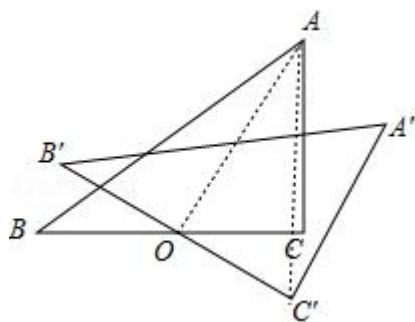
$$\therefore OC' = OC = 2,$$

$\therefore AC' \leq OA + OC'$ (当且仅当点 A 、 O 、 C' 共线时, 取等号),

$$\therefore AC' \text{ 的最大值为 } 2 + \sqrt{13},$$

即在旋转过程中点 A 、 C' 两点间的最大距离是 $2 + \sqrt{13}$.

故答案为 $2 + \sqrt{13}$.



【点评】 本题考查了旋转的性质：对应点到旋转中心的距离相等；对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角；旋转前、后的图形全等.

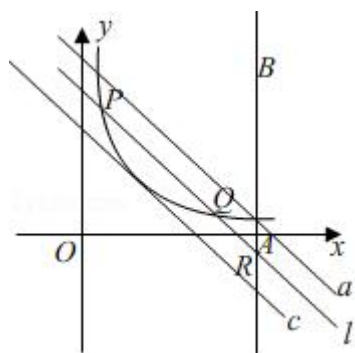
18. (3 分) (2018•南通) 在平面直角坐标系 xOy 中, 过点 $A(3, 0)$ 作垂直于 x 轴的直线 AB , 直线 $y = -x + b$ 与双曲线 $y = \frac{1}{x}$ 交于点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$, 与直线 AB 交于点 $R(x_3, y_3)$, 若 $y_1 > y_2 > y_3$ 时, 则 b 的取值范围是 $2 < b < \frac{10}{3}$ 或 $x < -2$.

【考点】 G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【专题】 11 : 计算题.

【分析】 根据 y_2 大于 y_3 , 说明 $x=3$ 时, $-x+b < \frac{1}{3}$, 再根据 y_1 大于 y_2 , 说明直线 l 和抛物线有两个交点, 即可得出结论.

【解答】 解: 如图,



当 $x=3$ 时, $y_2 = \frac{1}{3}$, $y_3 = -3+b$,

$\therefore y_3 < y_2$,

$$\therefore -3+b < \frac{1}{3},$$

$$\therefore b < \frac{10}{3},$$

$$\therefore y_1 > y_2,$$

$\therefore$ 直线 $l: y = -x+b$ ① 与双曲线 $y = \frac{1}{x}$ ② 有两个交点,

联立①②化简得, $x^2 - bx + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4 > 0,$$

$$\therefore b < -2 \text{ 或 } b > 2,$$

$$\therefore 2 < b < \frac{10}{3} \text{ 或 } x < -2$$

故答案为: $2 < b < \frac{10}{3}$ 或 $x < -2$.

【点评】 此题主要考查了反比例函数和一次函数的交点问题, 一元二次方程根的判别式, 熟练掌握一次函数和双曲线的性质是解本题的关键.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 96 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (10 分) (2018•南通) (1) 计算: $|\sqrt{3}-2|+2013^0 - (-\frac{1}{3})^{-1}+3\tan 30^\circ$;

(2) 解方程: $\frac{1}{x-2} = \frac{1-x}{2-x} - 3$.

【考点】 B3: 解分式方程; 2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】 511: 实数; 522: 分式方程及应用.

【分析】 (1) 原式利用绝对值的代数意义, 零指数幂、负整数指数幂法则, 以及特殊角的三角函数值计算即可求出值;

(2) 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

【解答】解：(1) 原式 $=2 - \sqrt{3} + 1 + 3 + \sqrt{3} = 6$;

(2) 去分母得： $1 = x - 1 - 3x + 6$,

解得： $x = 2$,

经检验 $x = 2$ 是增根，分式方程无解.

【点评】此题考查了解分式方程，以及实数的运算，熟练掌握运算是解本题的关键.

20. (8分) (2018•南通) 解不等式组 $\begin{cases} x - \frac{3}{2}(2x - 1) \leq 4 \text{ ①} \\ \frac{1+3x}{2} > 2x - 1 \text{ ②} \end{cases}$ ，并写出 x 的所有

整数解.

【考点】CC：一元一次不等式组的整数解；CB：解一元一次不等式组.

【专题】11：计算题；524：一元一次不等式(组)及应用.

【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【解答】解：解不等式①，得： $x \geq -\frac{5}{4}$;

解不等式②，得： $x < 3$,

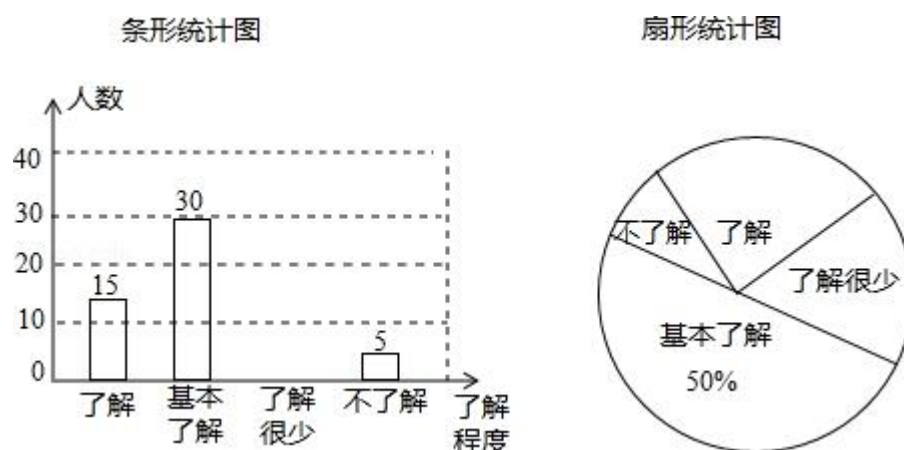
则不等式组的解集为 $-\frac{5}{4} \leq x < 3$,

$\therefore$ 不等式组的整数解为：-1、0、1、2.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

21. (8分) (2018•南通) “校园安全”受到全社会的广泛关注，某中学对部分学生就校园安全知识的了解程度，采用随机抽样调查的方式，并根据收集到的信息进行统计，绘制了下面两幅尚不完整的统计图，请根据统计图中所提供的信息解

答下列问题:



(1) 接受问卷调查的学生共有 60 人, 扇形统计图中“了解”部分所对应扇形的圆心角为 90 度;

(2) 请补全条形统计;

(3) 若该中学共有学生 1200 人, 估计该中学学生对校园安全知识达到“了解”和“基本了解”程度的总人数.

【考点】 VC: 条形统计图; V5: 用样本估计总体; VB: 扇形统计图.

【专题】 1 : 常规题型; 542: 统计的应用.

【分析】 (1) 由基本了解的有 30 人, 占 50%, 可求得接受问卷调查的学生数, 继而求得扇形统计图中“了解”部分所对应扇形的圆心角;

(2) 由 (1) 可求得了解很少的人数, 继而补全条形统计图;

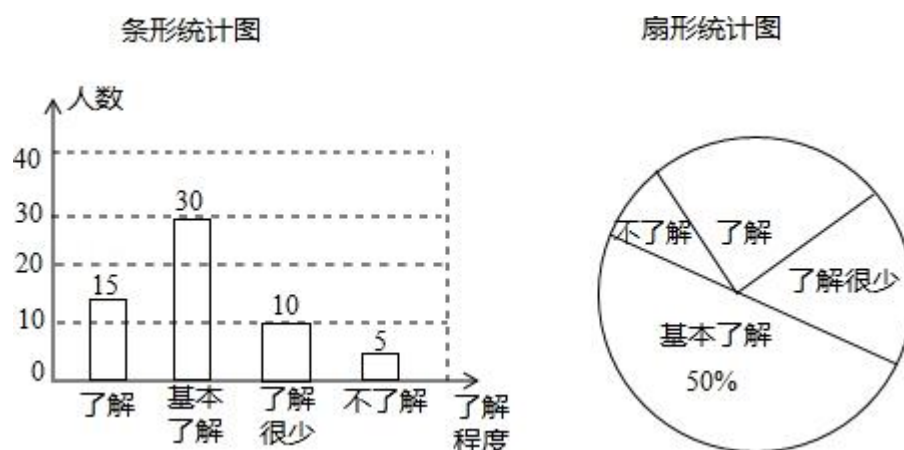
(3) 利用样本估计总体的方法, 即可求得答案.

【解答】 解: (1) 接受问卷调查的学生共有 $30 \div 50\% = 60$ 人, 扇形统计图中“了解”部分所对应扇形的圆心角为 $360^\circ \times \frac{15}{60} = 90^\circ$,

故答案为: 60、90.

(2) “了解很少”的人数为 $60 - (15 + 30 + 5) = 10$ 人,

补全图形如下：



(3) 估计该中学学生对校园安全知识达到“了解”和“基本了解”程度的总人数为

$$1200 \times \frac{15+30}{60} = 900 \text{ 人}.$$

【点评】此题考查了列表法或树状图法求概率以及条形统计图与扇形统计图. 关键是根据列表法或树状图法求概率以及条形统计图与扇形统计图.

22. (8 分) (2018•南通) 四张扑克牌的点数分别是 2, 3, 4, 8, 除点数不同外, 其余都相同, 将它们洗匀后背面朝上放在桌上.

- (1) 从中随机抽取一张牌, 求这张牌的点数是偶数的概率;
- (2) 随机抽取一张牌不放回, 接着再抽取一张牌, 求这两张牌的点数都是偶数的概率.

【考点】 X6: 列表法与树状图法; X4: 概率公式.

【专题】 1 : 常规题型; 543: 概率及其应用.

【分析】 (1) 利用数字 2, 3, 4, 8 中一共有 3 个偶数, 总数为 4, 即可得出点数偶数的概率;

(2) 列表得出所有情况, 让点数都是偶数的情况数除以总情况数即为所求的概率.

【解答】 解: (1) 因为共有 4 张牌, 其中点数是偶数的有 3 张,

所以这张牌的点数是偶数的概率是 $\frac{3}{4}$;

(2) 列表如下:

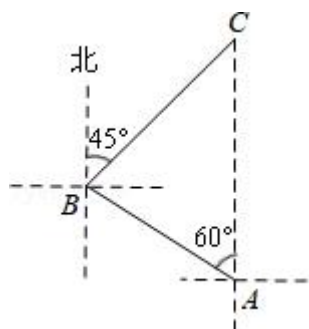
	2	3	4	8
2		(2, 3)	(2, 4)	(2, 8)
3	(3, 2)		(3, 4)	(3, 8)
4	(4, 2)	(4, 3)		(4, 8)
8	(8, 2)	(8, 3)	(8, 4)	

从上面的表格可以看出, 总共有 12 种结果, 每种结果出现的可能性相同, 其中恰好两张牌的点数都是偶数有 6 种,

所以这两张牌的点数都是偶数的概率为 $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

【点评】此题主要考查了列表法求概率, 列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 适合于两步完成的事件; 树状图法适用于两步或两步以上完成的事件; 解题时还要注意是放回实验还是不放回实验. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

23. (8 分) (2018•南通) 如图, 小明一家自驾到古镇 C 游玩, 到达 A 地后, 导航显示车辆应沿北偏西 60° 方向行驶 12 千米至 B 地, 再沿北偏东 45° 方向行驶一段距离到达古镇 C, 小明发现古镇 C 恰好在 A 地的正北方向, 求 B, C 两地的距离. (结果保留根号)



【考点】TB：解直角三角形的应用－方向角问题；KU：勾股定理的应用.

【专题】11：计算题.

【分析】作 $BH \perp AC$ 于 H ，根据正弦的定义求出 BH ，根据余弦的定义计算即可.

【解答】解：作 $BH \perp AC$ 于 H ，

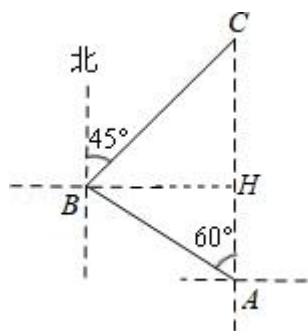
由题意得， $\angle CBH=45^\circ$ ， $\angle BAH=60^\circ$ ，

在 $Rt\triangle BAH$ 中， $BH=AB \times \sin \angle BAH=6\sqrt{3}$ ，

在 $Rt\triangle BCH$ 中， $\angle CBH=45^\circ$ ，

$$\therefore BC = \frac{BH}{\cos \angle CBH} = 6\sqrt{6} \text{ (千米)},$$

答：B，C 两地的距离为 $6\sqrt{6}$ 千米.

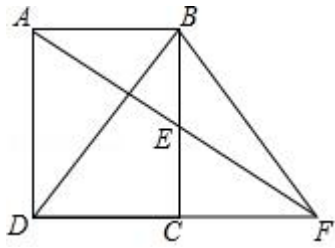


【点评】本题考查的是解直角三角形的应用－方向角问题，掌握锐角三角函数的定义、正确标出方向角是解题的关键.

24. (8 分) (2018•南通) 如图， $\square ABCD$ 中，点 E 是 BC 的中点，连接 AE 并延长交 DC 延长线于点 F .

(1) 求证： $CF=AB$ ；

(2) 连接 BD 、 BF ，当 $\angle BCD=90^\circ$ 时，求证： $BD=BF$.



【考点】L5: 平行四边形的性质；KD: 全等三角形的判定与性质.

【专题】555: 多边形与平行四边形.

【分析】(1) 欲证明 $AB=CF$ ，只要证明 $\triangle AEB \cong \triangle FEC$ 即可；

(2) 想办法证明 $AC=BD$ ， $BF=AC$ 即可解决问题；

【解答】证明：(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB \parallel DF$ ，

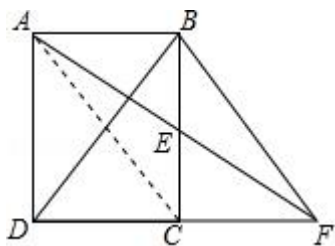
$\therefore \angle BAE = \angle CFE$

$\because AE = EF$ ， $\angle AEB = \angle CEF$ ，

$\therefore \triangle AEB \cong \triangle FEC$ ，

$\therefore AB = CF$.

(2) 连接 AC .



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $\angle BCD = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore BD = AC$ ，

$\because AB = CF$ ， $AB \parallel CF$ ，

∴ 四边形 ACFB 是平行四边形,

∴ BF=AC,

∴ BD=BF.

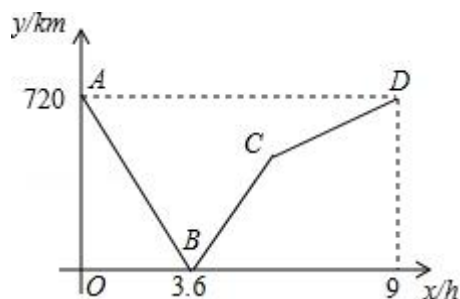
【点评】 本题考查平行四边形的判定和性质、矩形的判定和性质、全等三角形的判定和性质等知识, 解题的关键是熟练掌握基本知识, 属于中考常考题型.

25. (8 分) (2018•南通) 一列快车从甲地匀速驶往乙地, 一列慢车从乙地匀速驶往甲地. 设先发车辆行驶的时间为 x h, 两车之间的距离为 y km, 图中的折线表示 y 与 x 之间的函数关系, 根据图象解决以下问题:

(1) 慢车的速度为 80 km/h, 快车的速度为 120 km/h;

(2) 解释图中点 C 的实际意义并求出点 C 的坐标;

(3) 求当 x 为多少时, 两车之间的距离为 500km.



【考点】 FH: 一次函数的应用.

【专题】 1 : 常规题型.

【分析】 (1) 由图象可知, 两车同时出发. 等量关系有两个: $3.6 \times (\text{慢车的速度} + \text{快车的速度}) = 720$, $(9 - 3.6) \times \text{慢车的速度} = 3.6 \times \text{快车的速度}$, 设慢车的速度为 a km/h, 快车的速度为 b km/h, 依此列出方程组, 求解即可;

(2) 点 C 表示快车到达乙地, 然后求出快车行驶完全程的时间从而求出点 C 的横坐标, 再求出相遇后两辆车行驶的路程得到点 C 的纵坐标, 从而得解;

(3) 分相遇前相距 500km 和相遇后相遇 500km 两种情况求解即可.

【解答】解: (1) 设慢车的速度为 a km/h, 快车的速度为 b km/h,

根据题意, 得 $\begin{cases} 3.6(a+b) = 720 \\ 5.4a = 3.6b \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a = 80 \\ b = 120 \end{cases}$,

故答案为 80, 120;

(2) 图中点 C 的实际意义是: 快车到达乙地;

$\therefore$ 快车走完全程所需时间为 $720 \div 120 = 6$ (h),

$\therefore$ 点 C 的横坐标为 6,

纵坐标为 $(80+120) \times (6 - 3.6) = 480$,

即点 C (6, 480);

(3) 由题意, 可知两车行驶的过程中有 2 次两车之间的距离为 500km.

即相遇前: $(80+120)x = 720 - 500$,

解得 $x = 1.1$,

相遇后: $\therefore$ 点 C (6, 480),

$\therefore$ 慢车行驶 20km 两车之间的距离为 500km,

$\therefore$ 慢车行驶 20km 需要的时间是 $\frac{20}{80} = 0.25$ (h),

$\therefore x = 6 + 0.25 = 6.25$ (h),

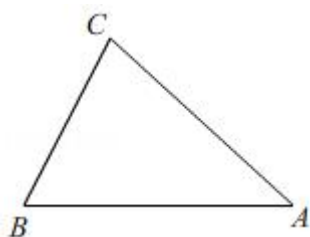
故 $x = 1.1$ h 或 6.25 h, 两车之间的距离为 500km.

【点评】 本题考查了一次函数的应用, 主要利用了路程、时间、速度三者之间的关系, (3) 要分相遇前与相遇后两种情况讨论, 这也是本题容易出错的地方.

26. (12 分) (2018•南通) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = 6$ cm, $AC = 4\sqrt{2}$ cm, $BC = 2\sqrt{5}$ cm,

点 P 以 1cm/s 的速度从点 B 出发沿边 $BA \rightarrow AC$ 运动到点 C 停止, 运动时间为 t s,
点 Q 是线段 BP 的中点.

- (1) 若 $CP \perp AB$ 时, 求 t 的值;
- (2) 若 $\triangle BCQ$ 是直角三角形时, 求 t 的值;
- (3) 设 $\triangle CPQ$ 的面积为 S , 求 S 与 t 的关系式, 并写出 t 的取值范围.



【考点】KY: 三角形综合题.

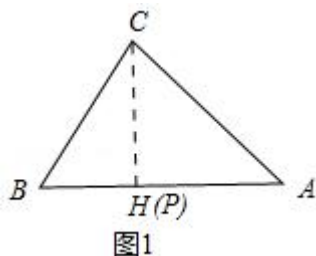
【专题】153: 代数几何综合题.

【分析】(1) 如图 1 中, 作 $CH \perp AB$ 于 H. 设 $BH=x$, 利用勾股定理构建方程求出 x , 当点 P 与 H 重合时, $CP \perp AB$, 此时 $t=2$;

(2) 分两种情形求解即可解决问题;

(3) 分两种情形: ①如图 4 中, 当 $0 < t \leq 6$ 时, $S = \frac{1}{2} \times PQ \times CH$; ②如图 5 中, 当 $6 < t < 6 + 4\sqrt{2}$ 时, 作 $BG \perp AC$ 于 G, $QM \perp AC$ 于 M. 求出 QM 即可解决问题;

【解答】解: (1) 如图 1 中, 作 $CH \perp AB$ 于 H. 设 $BH=x$,



$\therefore CH \perp AB$,

$\therefore \angle CHB = \angle CHA = 90^\circ$,

$\therefore AC^2 - AH^2 = BC^2 - BH^2$,

$$\therefore (4\sqrt{2})^2 - (6-x)^2 = (2\sqrt{5})^2 - x^2,$$

解得 $x=2$,

$\therefore$ 当点 P 与 H 重合时, $CP \perp AB$, 此时 $t=2$.

(2) 如图 2 中, 当点 Q 与 H 重合时, $BP=2BQ=4$, 此时 $t=4$.

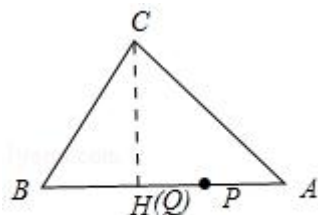


图2

如图 3 中, 当 $CP=CB=2\sqrt{5}$ 时, $CQ \perp PB$, 此时 $t=6+(4\sqrt{2}-2\sqrt{5})=6+4\sqrt{2}-2\sqrt{5}$.

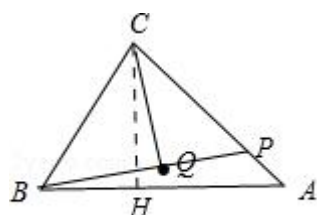


图3

(3) ①如图 4 中, 当 $0 < t \leq 6$ 时, $S = \frac{1}{2} \times PQ \times CH = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}t \times 4 = t$.

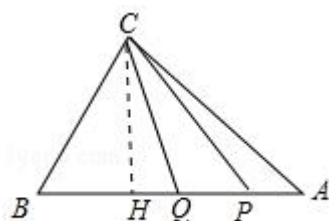


图4

②如图 5 中, 当 $6 < t < 6+4\sqrt{2}$ 时, 作 $BG \perp AC$ 于 G , $QM \perp AC$ 于 M . 易知

$$BG=AG=3\sqrt{2}, \quad CG=\sqrt{2}. \quad MQ=\frac{1}{2}BG=\frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

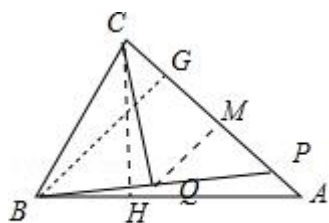


图5

$$\therefore S = \frac{1}{2} \times PC \times QM = \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot (6 + 4\sqrt{2} - t) = \frac{9\sqrt{2}}{2} + 6 - \frac{3\sqrt{2}}{4}t.$$

$$t \quad (0 < t \leq 6)$$

综上所述, $s = \begin{cases} \frac{9\sqrt{2}}{2} + 6 - \frac{3\sqrt{2}}{4}t & (0 < t \leq 6) \\ \frac{9\sqrt{2}}{2} + 6 - \frac{3\sqrt{2}}{4}t & (6 < t < 6 + 4\sqrt{2}) \end{cases}$

【点评】 本题考查三角形综合题、勾股定理、等腰三角形的判定和性质、三角形的面积等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 学会用分类讨论的思想思考问题, 属于中考压轴题.

27. (12 分) (2018•南通) 已知, 正方形 ABCD, A (0, -4), B (1, -4), C

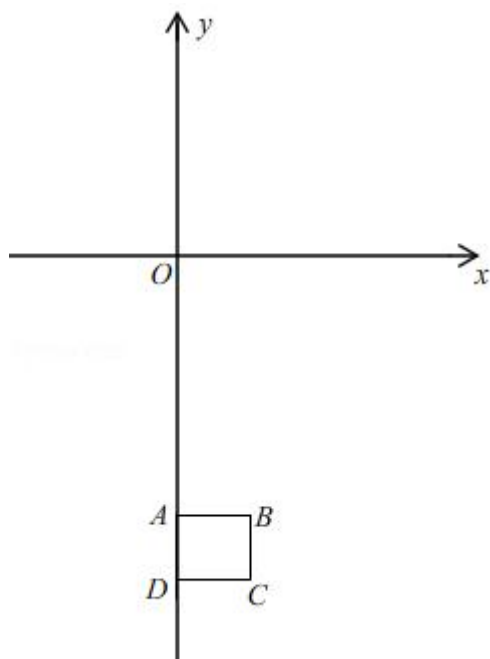
(1, -5), D (0, -5), 抛物线 $y = x^2 + mx - 2m - 4$ (m 为常数), 顶点为 M.

(1) 抛物线经过定点坐标是 (2, 0), 顶点 M 的坐标 (用 m 的代数式表

示) 是 $(-\frac{m}{2}, -\frac{1}{4}m^2 - 2m - 4)$;

(2) 若抛物线 $y = x^2 + mx - 2m - 4$ (m 为常数) 与正方形 ABCD 的边有交点, 求 m 的取值范围;

(3) 若 $\angle ABM = 45^\circ$ 时, 求 m 的值.



【考点】HF：二次函数综合题.

【专题】31：数形结合；32：分类讨论；537：函数的综合应用.

【分析】(1) 判断函数图象过定点时，可以分析代入的 x 值使得含 m 的同类项合并后为系数为零.

(2) 由 (1) 中用 m 表示的顶点坐标，可以得到在 m 变化时，抛物线顶点 M 抛物线在 $y = -x^2 + 4x - 4$ 上运动，分析该函数图象和正方形 $ABCD$ 的顶点位置关系可以解答本题；

(3) 由已知点 M 在过点 B 且与 AB 夹角为 45° 角的直线与抛物线在 $y = -x^2 + 4x - 4$ 的交点上，则问题可解.

【解答】解：(1) $y = x^2 + mx - 2m - 4 = (x^2 - 4) + m(x - 2) = (x - 2)(x + 2 + m)$ ，
当 $x = 2$ 时， $y = 0$ ，
 $\therefore$ 抛物线经过定点坐标是 $(2, 0)$.

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = x^2 + mx - 2m - 4$ ，

$\therefore$ 顶点 M 的对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{m}{2}$

$$\text{当 } x = -\frac{m}{2} \text{ 时, } y = \left(-\frac{m}{2}\right)^2 + m \cdot \left(-\frac{m}{2}\right) - 2m - 4 = -\frac{1}{4}m^2 - 2m - 4$$

故答案为: $(2, 0); \left(-\frac{m}{2}, -\frac{1}{4}m^2 - 2m - 4\right)$.

$$(2) \text{ 设 } x = -\frac{m}{2}, y = -\frac{1}{4}m^2 - 2m - 4$$

$$\text{则 } m = -2x, \text{ 代入 } y = -\frac{1}{4}m^2 - 2m - 4.$$

整理得

$$y = -x^2 + 4x - 4$$

即抛物线的顶点在抛物线 $y = -x^2 + 4x - 4$ 上运动. 其对称轴为直线 $x = 2$,

当抛物线顶点在直线 $x = 2$ 右侧时即 $m < -4$ 时, 抛物线 $y = x^2 + mx - 2m - 4$ 与正方形 ABCD 无交点.

当 $m > -4$ 时, 观察抛物线的顶点所在抛物线 $y = -x^2 + 4x - 4$ 恰好过点 A $(0, -4)$, 此时 $m = 0$

当抛物线 $y = x^2 + mx - 2m - 4$ 过点 C $(1, -5)$ 时

$$-5 = 1 + m - 2m - 4,$$

得 $m = 2$

$\therefore$ 抛物线 $y = x^2 + mx - 2m - 4$ (m 为常数) 与正方形 ABCD 的边有交点时 m 的范围为:

$$0 \leq m \leq 2$$

(3) 由 (2) 抛物线顶点 M 在抛物线 $y = -x^2 + 4x - 4$ 上运动

当点 M 在线段 AB 上方时,

过点 B 且使 $\angle ABM = 45^\circ$ 的直线解析式为 $y = -x - 3$

联立方程 $-x^2 + 4x - 4 = -x - 3$

$$\text{求交点横坐标的 } x_1 = \frac{5 + \sqrt{21}}{2} \text{ (舍去)} \quad x_2 = \frac{5 - \sqrt{21}}{2}$$

$$m = -5 + \sqrt{27}$$

当点 M 在线段 AB 下方时

过点 B 且使 $\angle ABM = 45^\circ$ 的直线解析式为 $y = x - 5$

$$\text{联立方程 } -x^2 + 4x - 4 = x - 5$$

$$\text{求交点横坐标为 } x_1 = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \text{ (舍去)} \quad x_2 = \frac{3 - \sqrt{13}}{2}$$

$$m = -3 + \sqrt{13}$$

$\therefore m$ 的值为 $-5 + \sqrt{27}$ 或 $-3 + \sqrt{13}$

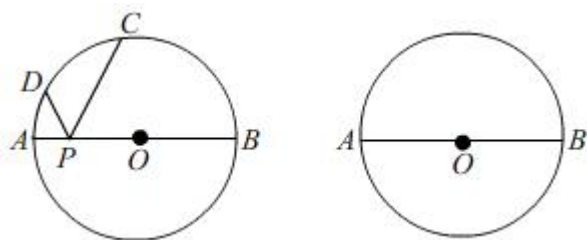
【点评】 本题考查含有字母参数的二次函数图象及其性质，解答过程中注意数形结合，关注 m 的变化过程中，抛物线的变化趋势.

28. (14 分) (2018·南通) 如图， $\odot O$ 的直径 $AB = 26$ ，P 是 AB 上（不与点 A、B 重合）的任一点，点 C、D 为 $\odot O$ 上的两点，若 $\angle APD = \angle BPC$ ，则称 $\angle CPD$ 为直径 AB 的“回旋角”.

(1) 若 $\angle BPC = \angle DPC = 60^\circ$ ，则 $\angle CPD$ 是直径 AB 的“回旋角”吗？并说明理由；

(2) 若 $\widehat{CD}$ 的长为 $\frac{13}{4}\pi$ ，求“回旋角” $\angle CPD$ 的度数；

(3) 若直径 AB 的“回旋角”为 120° ，且 $\triangle PCD$ 的周长为 $24 + 13\sqrt{3}$ ，直接写出 AP 的长.



【考点】 MR：圆的综合题.

【专题】 15：综合题.

【分析】 (1) 利用平角求出 $\angle APD = 60^\circ$ ，即可得出结论；

(2) 先求出 $\angle COD=45^\circ$, 进而判断出点 D, P, E 在同一条直线上, 求出 $\angle CED$, 即可得出结论;

(3) ①当点 P 在半径 OA 上时, 利用 (2) 的方法求出 $\angle CFD=60^\circ$, $\angle COD=120^\circ$, 利用三角函数求出 CD, 进而求出 DF, 再用勾股定理求出 OH, 即可求出 OP 即可得出结论;

②当点 P 在半径 OB 上时, 同①方法求出 $BP=3$, 即可得出结论.

【解答】 解: $\angle CPD$ 是直径 AB 的“回旋角”,

理由: $\because \angle CPD = \angle BPC = 60^\circ$,

$$\therefore \angle APD = 180^\circ - \angle CPD - \angle BPC = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BPC = \angle APD,$$

$\therefore \angle CPD$ 是直径 AB 的“回旋角”;

(2) 如图 1, $\because AB=26$,

$$\therefore OC=OD=OA=13,$$

设 $\angle COD=n^\circ$,

$$\therefore \widehat{CD} \text{ 的长为 } \frac{13}{4}\pi,$$

$$\therefore \frac{n\pi \times 13}{180} = \frac{13}{4}\pi,$$

$$\therefore n=45,$$

$$\therefore \angle COD=45^\circ,$$

作 $CE \perp AB$ 交 $\odot O$ 于 E, 连接 PE,

$$\therefore \angle BPC = \angle OPE,$$

$\therefore \angle CPD$ 为直径 AB 的“回旋角”,

$$\therefore \angle APD = \angle BPC,$$

$$\therefore \angle OPE = \angle APD,$$

$$\therefore \angle APD + \angle CPD + \angle BPC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle OPE + \angle CPD + \angle BPC = 180^\circ,$$

$\therefore$ 点 D, P, E 三点共线,

$$\therefore \angle CED = \frac{1}{2} \angle COD = 22.5^\circ,$$

$$\therefore \angle OPE = 90^\circ - 22.5^\circ = 67.5^\circ,$$

$$\therefore \angle APD = \angle BPC = 67.5^\circ,$$

$$\therefore \angle CPD = 45^\circ,$$

即：“回旋角” $\angle CPD$ 的度数为 45° ,

(3) ①当点 P 在半径 OA 上时, 如图 2, 过点 C 作 $CF \perp AB$ 交 $\odot O$ 于 F, 连接 PF,

$$\therefore PF = PC,$$

同 (2) 的方法得, 点 D, P, F 在同一条直线上,

$\therefore$ 直径 AB 的“回旋角”为 120° ,

$$\therefore \angle APD = \angle BPC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle CPF = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle PCF$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle CFD = 60^\circ,$$

连接 OC, OD,

$$\therefore \angle COD = 120^\circ,$$

过点 O 作 $OG \perp CD$ 于 G,

$$\therefore CD=2DG, \quad \angle DOG=\frac{1}{2}\angle COD=60^\circ,$$

$$\therefore DG=OD\sin\angle DOG=13\times\sin60^\circ=\frac{13\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore CD=13\sqrt{3},$$

$$\therefore \triangle PCD \text{ 的周长为 } 24+13\sqrt{3},$$

$$\therefore PD+PC=24,$$

$$\therefore PC=PF,$$

$$\therefore PD+PF=DF=24,$$

过 O 作 $OH \perp DF$ 于 H,

$$\therefore DH=\frac{1}{2}DF=12,$$

$$\text{在 Rt}\triangle OHD \text{ 中, } OH=\sqrt{OD^2-DH^2}=5,$$

$$\text{在 Rt}\triangle OHP \text{ 中, } \angle OPH=30^\circ,$$

$$\therefore OP=10,$$

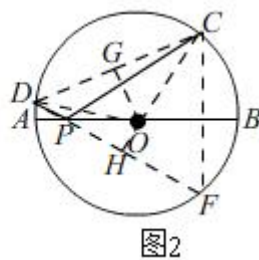
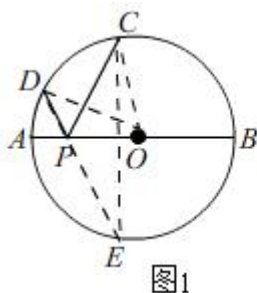
$$\therefore AP=OA-OP=3;$$

②当点 P 在半径 OB 上时,

同①的方法得, $BP=3$,

$$\therefore AP=AB-BP=23,$$

即: 满足条件的 AP 的长为 3 或 23.



【点评】此题是圆的综合题，主要考查了垂径定理，三点共线，锐角三角函数，勾股定理，新定义，正确作出辅助线是解本题的关键.