

南京市 2018 年初中毕业生学业考试

数 学

第 I 卷 (共 12 分)

一、选择题：本大题共 6 个小题,每小题 2 分,共 12 分.

1、 $\sqrt{\frac{9}{4}}$ 的值等于 ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\pm\frac{3}{2}$ D. $\frac{81}{16}$

2、计算 $a^3 \cdot (a^3)^2$ 的结果是 ()

- A. a^8 B. a^9 C. a^{11} D. a^{18}

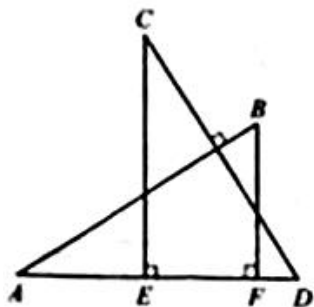
3、下列无理数中, 与 4 最接近的是 ()

- A. $\sqrt{11}$ B. $\sqrt{13}$ C. $\sqrt{17}$ D. $\sqrt{19}$

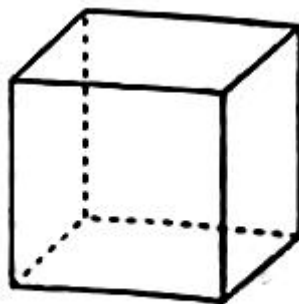
4、某排球队 6 名场上队员的身高 (单位: cm) 是: 180, 184, 188, 190, 192, 194. 现用一名身高为 186 cm 的队员换下场上身高为 192 cm 的队员, 与换人前相比, 场上队员的身高 ()

- A. 平均数变小, 方差变小 B. 平均数变小, 方差变大
C. 平均数变大, 方差变小 D. 平均数变大, 方差变大

5、如图, $AB \perp CD$, 且 $AB = CD$. E 、 F 是 AD 上两点, $CE \perp AD$, $BF \perp AD$. 若 $CE = a$, $BF = b$, $EF = c$, 则 AD 的长为 ()



(第 5 题)



(第 6 题)

- A. $a+c$ B. $b+c$ C. $a-b+c$ D. $a+b-c$

6、用一个平面去截正方体 (如图), 下列关于截面 (截出的面) 的形状的结论: ①可能是锐角三角形; ②可能是直角三角形; ③可能是钝角三角形; ④可能是平行四边形. 其中所有正确结论的序号是 ()

- A. ①② B. ①④ C. ①②④ D. ①②③④

第Ⅱ卷 (共 108 分)

二、填空题 (每题 2 分, 满分 20 分, 将答案填在答题纸上)

7、写出一个数, 使这个数的绝对值等于它的相反数: _____.

8、习近平同志在党的十九大报告中强调, 生态文明建设功在当代, 利在千秋. 55 年来, 经过三代人的努力, 河北塞罕坝林场有林地面积达到 1120000 亩. 用科学记数法表示 1120000 是_____.

9、若式子 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是_____.

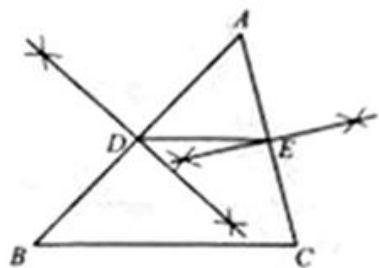
10、计算 $\sqrt{3} \times \sqrt{6} - \sqrt{8}$ 的结果是_____.

11、已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像经过点 $(-3, -1)$, 则 $k =$ _____.

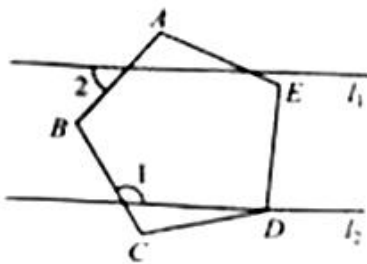
12、设 x_1 、 x_2 是一元二次方程 $x^2 - mx - 6 = 0$ 的两个根, 且 $x_1 + x_2 = 1$, 则 $x_1 =$ _____, $x_2 =$ _____.

13、在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标是 $(-1, 2)$. 作点 A 关于 y 轴的对称点, 得到点 A' , 再将点 A' 向下平移 4 个单位, 得到点 A'' , 则点 A'' 的坐标是 (_____, _____).

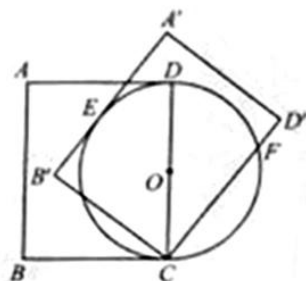
14、如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 用直尺和圆规作 AB 、 AC 的垂直平分线, 分别交 AB 、 AC 于点 D 、 E , 连接 DE . 若 $BC = 10 \text{ cm}$, 则 $DE =$ _____ cm .



(第 14 题)



(第 15 题)



(第 16 题)

15、如图, 五边形 $ABCDE$ 是正五边形, 若 $l_1 \parallel l_2$, 则 $\angle 1 - \angle 2 =$ _____.

16、如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, $BC = 4$, 以 CD 为直径作 $\odot O$. 将矩形 $ABCD$ 绕点 C 旋转, 使所得矩形 $A'B'CD'$ 的边 $A'B'$ 与 $\odot O$ 相切, 切点为 E , 边 CD' 与 $\odot O$ 相交于点 F , 则 CF 的长为_____.

三、解答题 (本大题共 11 小题, 共 88 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17、计算 $\left(m + 2 - \frac{5}{m-2}\right) \div \frac{m-3}{2m-4}$.

18、如图，在数轴上，点 A 、 B 分别表示数 1 、 $-2x+3$ 。



(1) 求 x 的取值范围.

(2) 数轴上表示数 $-x+2$ 的点应落在 ()

A. 点 A 的左边

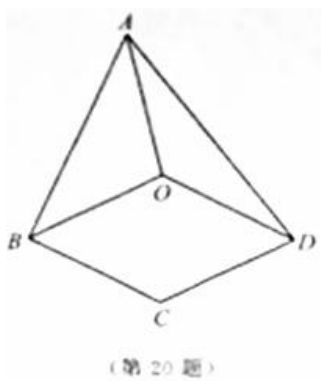
B. 线段 AB 上

C. 点 B 的右边

19、刘阿姨到超市购买大米，第一次按原价购买，用了105元.几天后，遇上这种大米8折出售，她用140元又买了一些，两次一共购买了40 kg.这种大米的原价是多少？

20、如图，在四边形 $ABCD$ 中， $BC = CD$ ， $\angle C = 2\angle BAD$. O 是四边形 $ABCD$ 内一点，且 $OA = OB = OD$ 。

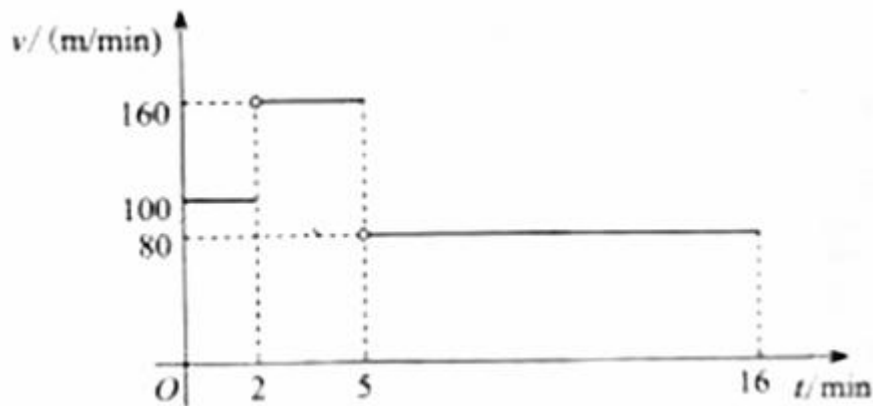
求证： (1) $\angle BOD = \angle C$ ； (2) 四边形 $OBCD$ 是菱形.



24、已知二次函数 $y = 2(x-1)(x-m-3)$ (m 为常数) .

- (1) 求证: 不论 m 为何值, 该函数的图像与 x 轴总有公共点;
- (2) 当 m 取什么值时, 该函数的图像与 y 轴的交点在 x 轴的上方?

25、小明从家出发, 沿一条直道跑步, 经过一段时间原路返回, 刚好在第16 min 回到家中. 设小明出发第 t min 时的速度为 v m/min, 离家的距离为 s m. v 与 t 之间的函数关系如图所示 (图中的空心圈表示不包含这一点) .

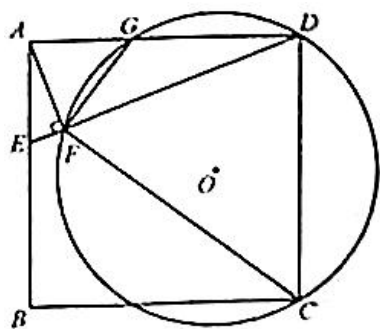


- (1) 小明出发第2 min 时离家的距离为_____ m;
- (2) 当 $2 < t \leq 5$ 时, 求 s 与 t 之间的函数表达式;
- (3) 画出 s 与 t 之间的函数图像.

26、如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 是 AB 上一点, 连接 DE . 过点 A 作 $AF \perp DE$, 垂足为 F . $\odot O$ 经过点 C 、 D 、 F , 与 AD 相交于点 G .

(1) 求证 $\triangle AFG \sim \triangle DFC$;

(2) 若正方形 $ABCD$ 的边长为 4, $AE = 1$, 求 $\odot O$ 的半径.

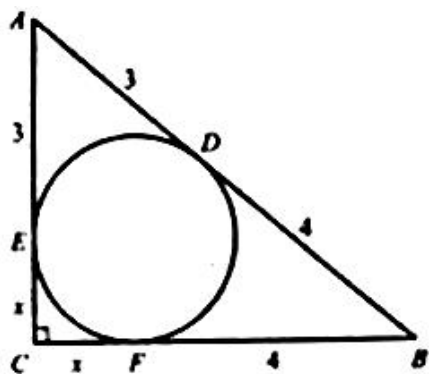


(第 26 题图)

27、结果如此巧合!

下面是小颖对一道题目的解答.

题目: 如图, $Rt\triangle ABC$ 的内切圆与斜边 AB 相切于点 D , $AD=3$, $BD=4$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.



解: 设 $\triangle ABC$ 的内切圆分别与 AC 、 BC 相切于点 E 、 F , CE 的长为 x .

根据切线长定理, 得 $AE=AD=3$, $BF=BD=4$, $CF=CE=x$.

根据勾股定理, 得 $(x+3)^2 + (x+4)^2 = (3+4)^2$.

整理, 得 $x^2 + 7x = 12$.

$$\text{所以 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC$$

$$= \frac{1}{2} (x+3)(x+4)$$

$$= \frac{1}{2} (x^2 + 7x + 12)$$

$$= \frac{1}{2} \times (12 + 12)$$

$$= 12.$$

小颖发现12恰好就是 3×4 , 即 $\triangle ABC$ 的面积等于 AD 与 BD 的积.这仅仅是巧合吗?

请你帮她完成下面的探索.

已知: $\triangle ABC$ 的内切圆与 AB 相切于点 D , $AD=m$, $BD=n$.

可以一般化吗?

(1) 若 $\angle C = 90^\circ$, 求证: $\triangle ABC$ 的面积等于 mn .

倒过来思考呢?

(2) 若 $AC \cdot BC = 2mn$, 求证 $\angle C = 90^\circ$.

改变一下条件.....

(3) 若 $\angle C = 60^\circ$, 用 m 、 n 表示 $\triangle ABC$ 的面积.

南京市 2018 年初中毕业生学业考试

数 学

一、选择题：本大题共 6 个小题,每小题 2 分,共 12 分.在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. $\sqrt{\frac{9}{4}}$ 的值等于 ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\pm\frac{3}{2}$ D. $\frac{81}{16}$

【答案】A

【解析】分析：根据平方与开平方互为逆运算，可得答案.

详解： $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$,

故选：A.

点睛：本题考查了算术平方根，注意一个正数的算术平方根只有一个.

2. 计算 $a^3 \cdot (a^3)^2$ 的结果是 ()

- A. a^8 B. a^9 C. a^{11} D. a^{18}

【答案】B

【解析】分析：根据幂的乘方的性质和同底数幂的乘法计算即可.

详解： $a^3 \cdot (a^3)^2$

$$= a^3 \cdot a^6$$

$$= a^9$$

故选：B.

点睛：本题主要考查了幂的乘方，同底数幂的乘法，熟练掌握运算法则和性质是解题的关键.

3. 下列无理数中，与 4 最接近的是 ()

- A. $\sqrt{11}$ B. $\sqrt{13}$ C. $\sqrt{17}$ D. $\sqrt{19}$

【答案】C

【解析】分析：根据无理数的定义进行估算解答即可.

详解： $4 = \sqrt{16}$,

与 $\sqrt{16}$ 最接近的数为 $\sqrt{17}$,

故选：C.

点睛：本题考查了估算无理数的大小，解决本题的关键是估算出无理数的大小.

4. 某排球队6名场上队员的身高（单位：cm）是：180，184，188，190，192，194.现用一名身高为186 cm的队员换下场上身高为192 cm的队员，与换人前相比，场上队员的身高（ ）

- A. 平均数变小，方差变小 B. 平均数变小，方差变大
C. 平均数变大，方差变小 D. 平均数变大，方差变大

【答案】A

【解析】分析：根据平均数的计算公式进行计算即可,根据方差公式先分别计算出甲和乙的方差，再根据方差的意义即可得出答案.

详解：换人前6名队员身高的平均数为 $\bar{x} = \frac{180 + 184 + 188 + 190 + 192 + 194}{6} = 188$,

方差为 $S^2 = \frac{1}{6}[(180-188)^2 + (184-188)^2 + (188-188)^2 + (190-188)^2 + (192-188)^2 + (194-188)^2] = \frac{68}{3}$;

换人后6名队员身高的平均数为 $\bar{x} = \frac{180 + 184 + 188 + 190 + 186 + 194}{6} = 187$,

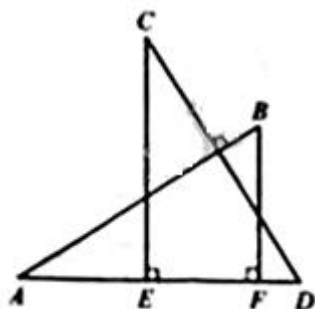
方差为 $S^2 = \frac{1}{6}[(180-187)^2 + (184-187)^2 + (188-187)^2 + (190-187)^2 + (186-187)^2 + (194-187)^2] = \frac{59}{3}$

$\because 188 > 187, \frac{68}{3} > \frac{59}{3}$,

$\therefore$ 平均数变小，方差变小，

故选：A.

5. 如图， $AB \perp CD$ ，且 $AB = CD$.E、F是AD上两点， $CE \perp AD$ ， $BF \perp AD$.若 $CE = a$ ， $BF = b$ ， $EF = c$ ，则AD的长为（ ）

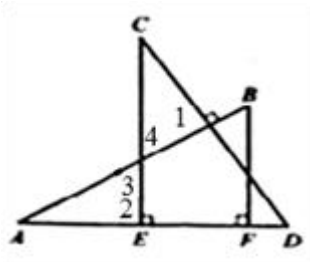


- A. $a + c$ B. $b + c$ C. $a - b + c$ D. $a + b - c$

【答案】D

【解析】分析：

详解：如图，



$\because AB \perp CD, CE \perp AD,$

$\therefore \angle 1 = \angle 2,$

又 $\because \angle 3 = \angle 4,$

$\therefore 180^\circ - \angle 1 - \angle 4 = 180^\circ - \angle 2 - \angle 3,$

即 $\angle A = \angle C.$

$\because BF \perp AD,$

$\therefore \angle CED = \angle BFD = 90^\circ,$

$\because AB = CD,$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle CED,$

$\therefore AF = CE = a, ED = BF = b,$

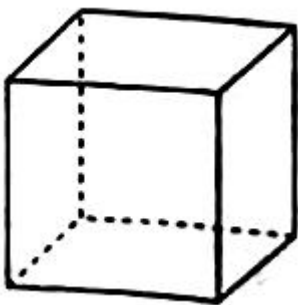
又 $\because EF = c,$

$\therefore AD = a + b + c.$

故选:D.

点睛：本题主要考查全等三角形的判定与性质，证明 $\triangle ABF \cong \triangle CDE$ 是关键.

6. 用一个平面去截正方体（如图），下列关于截面（截出的面）的形状的结论：①可能是锐角三角形；②可能是直角三角形；③可能是钝角三角形；④可能是平行四边形.其中所有正确结论的序号是（ ）

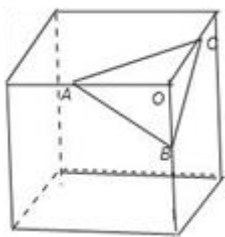


A. ①② B. ①④ C. ①②④ D. ①②③④

【答案】B

【解析】分析：利用正方体和正四面体的性质，分析4个选项，即可得出结论.

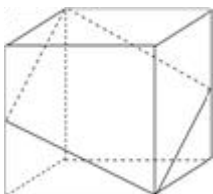
详解：：①正方体的截面是三角形时，为锐角三角形，正确；



②正四面体的截面不可能是直角三角形，不正确；

③正方体的截面与一组平行的对面相交，截面是等腰梯形，不正确；

④若正四面体的截面是梯形，则一定是等腰梯形，正确.



故选：B.

点睛：此题主要考查了正方体的截面,考查学生分析解决问题的能力，属于中档题.

二、填空题（每题 2 分，满分 20 分，将答案填在答题纸上）

7. 写出一个数，使这个数的绝对值等于它的相反数：_____.

【答案】-1（答案不唯一）

【解析】分析：掌握相反数是成对出现的，不能单独存在，从数轴上看，除 0 外，互为相反数的两个数，它们分别在原点两旁且到原点距离相等. 又根据绝对值的定义，可以得到答案.

详解：设 $|a|=-a$,

$|a| \geq 0$, 所以 $-a \geq 0$, 所以 $a \leq 0$, 即 a 为非正数.

故答案为:-1（答案不唯一）.

点睛：本题综合考查绝对值和相反数的应用和定义.

8. 习近平同志在党的十九大报告中强调，生态文明建设功在当代，利在千秋.55年来，经过三代人的努力，河北塞罕坝林场有林地面积达到1120000亩.用科学记数法表示1120000是_____.

【答案】 1.12×10^6

【解析】分析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数. 确定 n 的值是易错点，由于1120000有 7 位，所以可以确定 $n=7-1=6$.

详解： $1120000=1.12 \times 10^6$,

故答案为： 1.12×10^6 .

点睛：此题考查科学记数法表示较大的数的方法，准确确定 a 与 n 值是关键.

9. 若式子 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义，则x的取值范围是_____.

【答案】 $x \geq 2$

【解析】 分析：根据式子 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义，可得 $x-2 \geq 0$ ，解得 x 的范围，即为所求.

详解： $\because$ 式子 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义，

$$\therefore x-2 \geq 0,$$

解得 $x \geq 2$,

故答案为： $x \geq 2$.

点睛：本题主要考查根据函数的解析式求函数的定义域，属于基础题.

10. 计算 $\sqrt{3} \times \sqrt{6} - \sqrt{8}$ 的结果是_____.

【答案】 $\sqrt{2}$

【解析】 分析：先根据二次根式的乘法法则进行计算，然后化简后合并即可.

详解： $\sqrt{3} \times \sqrt{6} - \sqrt{8}$

$$= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2}$$

故答案为： $\sqrt{2}$.

点睛：本题考查了二次根式的计算：先把各二次根式化为最简二次根式，再进行二次根式的乘除运算，然后合并同类二次根式. 在二次根式的混合运算中，如能结合题目特点，灵活运用二次根式的性质，选择恰当的解题途径，往往能事半功倍.

11. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像经过点 $(-3, -1)$ ，则 $k =$ _____.

【答案】 3

【解析】 分析：直接把点 $(-3, -1)$ 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ，求出 k 的值即可.

详解： $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(-3, -1)$ ，

$$\therefore -1 = \frac{k}{-3},$$

解得 $k = 3$.

故答案为： 3.

点睛：本题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点，熟知反比例函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式是解答此题的关键.

12. 设 x_1 、 x_2 是一元二次方程 $x^2 - mx - 6 = 0$ 的两个根，且 $x_1 + x_2 = 1$ ，则 $x_1 =$ _____, $x_2 =$ _____.

【答案】 (1). -2, (2). 3

【解析】 分析：根据根与系数的关系得到 $m = 1$ ，然后解一元二次方程即可得到 x_1 和 x_2 的值.

详解：∵ x_1, x_2 是一元二次方程 $x^2 - mx - 6 = 0$ 的两个根，

$$\therefore x_1 + x_2 = m,$$

$$\therefore x_1 + x_2 = 1,$$

$$\therefore m = 1,$$

$$\therefore x^2 - x - 6 = 0$$

解得 $x_1 = -2, x_2 = 3$.

故答案为：-2, 3.

点睛：本题考查了根与系数的关系：若 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两根时， $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.

13. 在平面直角坐标系中，点A的坐标是(-1, 2). 作点A关于y轴的对称点，得到点A'，再将点A'向下平移4个单位，得到点A''，则点A''的坐标是 () , () .

【答案】 (1). 1, (2). -2

【解析】分析：直接利用关于y轴对称点的性质得出A'点坐标，再利用平移的性质得出点A''的坐标.

详解：∵ 点A的坐标是 (-1, 2)，作点A关于y轴的对称点，得到点A'，

$$\therefore A' \text{ 点坐标为： } (1, 2),$$

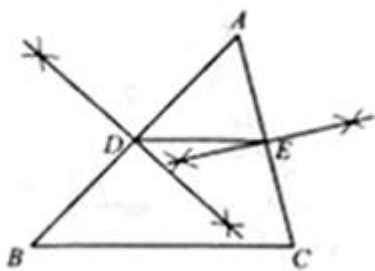
∵ 将点A'向下平移4个单位得到点A''，

$$\therefore \text{点A''的坐标是： } (1, -2).$$

故答案为：(1, -2).

点睛：此题主要考查了平移变换以及关于y轴对称点的性质，正确掌握平移规律是解题关键.

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，用直尺和圆规作AB、AC的垂直平分线，分别交AB、AC于点D、E，连接DE. 若 $BC = 10 \text{ cm}$ ，则 $DE =$ _____ cm .



【答案】 5

【解析】分析：根据作图可知DE是 $\triangle ABC$ 的中位线，依据中位线的性质定理即可得出答案.

详解：∵ 由作图可知DE是 $\triangle ABC$ 的中位线，

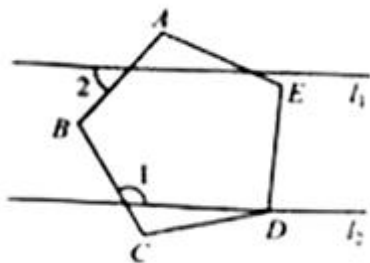
$$\therefore BC = 10 \text{ cm},$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2}BC = 5\text{cm}.$$

故答案为：5.

点睛：本题考查了三角形的中位线定理，属于基础题，解答本题的关键是掌握三角形的中位线定理.

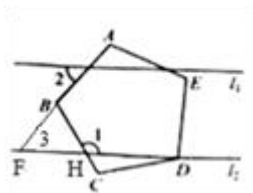
15. 如图，五边形ABCDE是正五边形，若 $l_1 \parallel l_2$ ，则 $\angle 1 - \angle 2 =$ _____.



【答案】72

【解析】分析：延长AB交 l_2 于点F，根据 $l_1 \parallel l_2$ 得到 $\angle 2 = \angle 3$ ，根据五边形ABCDE是正五边形得到 $\angle FBC = 72^\circ$ ，最后根据三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和即可求出.

详解：延长AB交 l_2 于点F，



$$\because l_1 \parallel l_2,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

$\because$ 五边形ABCDE是正五边形,

$$\therefore \angle ABC = 108^\circ,$$

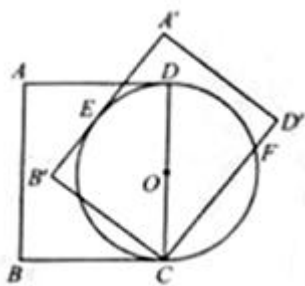
$$\therefore \angle FBC = 72^\circ,$$

$$\angle 1 - \angle 2 = \angle 1 - \angle 3 = \angle FBC = 72^\circ$$

故答案为：72°.

点睛：此题主要考查了平行线的性质和正五边形的性质，正确把握五边形的性质是解题关键.

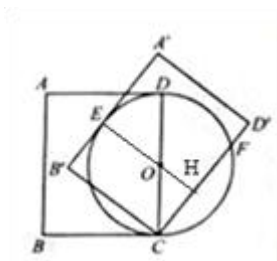
16. 如图，在矩形ABCD中，AB = 5，BC = 4，以CD为直径作 $\odot O$.将矩形ABCD绕点C旋转，使所得矩形A'B'CD'的边A'B'与 $\odot O$ 相切，切点为E，边CD'与 $\odot O$ 相交于点F，则CF的长为_____.



【答案】4

【解析】分析：连结 EO 并延长交 CF 于点 H，由旋转和相切知四边形 EB'CH 是矩形，再根据勾股定理即可求出 CH 的长,从而求出 CF 的值.

详解：连结 EO 并延长交 CF 于点 H.



$\because$ 矩形 ABCD 绕点 C 旋转得到矩形 A'B'CD',

$\therefore \angle B' = \angle B'CD' = 90^\circ, A'B' \parallel CD', BC = B'C = 4,$

$\because A'B'$ 切 $\odot O$ 与点 E,

$\therefore OE \perp A'B' ,$

$\therefore$ 四边形 EB'CH 是矩形,

$\therefore EH = B'C = 4, OH \perp CF,$

$\because AB = 5,$

$\therefore OE = OC = \frac{1}{2}AB = \frac{5}{2},$

$\therefore OH = \frac{3}{2},$

在 Rt $\triangle OCH$ 中, 根据勾股定理得 $CH = \sqrt{OC^2 - OH^2} = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2} = 2,$

$\therefore CF = 2CH = 4.$

故答案为: 4.

点睛：此题主要考查切线的性质,垂径定理及矩形的性质等知识点的综合运用.

三、解答题 (本大题共 11 小题, 共 88 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. 计算 $\left(m + 2 - \frac{5}{m-2}\right) \div \frac{m-3}{2m-4}.$

【答案】 $2m + 6$

【解析】 分析：先计算 $m + 2 - \frac{5}{m-2}$ ，再做除法，结果化为整式或最简分式.

详解：

$$\begin{aligned} & \left(m + 2 - \frac{5}{m-2} \right) \div \frac{m-3}{2m-4} \\ &= \frac{(m+2)(m-2)-5}{(m-2)} \cdot \frac{2m-4}{m-3} \\ &= \frac{m^2-9}{m-2} \cdot \frac{2(m-2)}{m-3} \\ &= \frac{(m-3)(m+3)}{m-2} \cdot \frac{2(m-2)}{m-3} \\ &= 2m + 6. \end{aligned}$$

点睛：本题考查了分式的混合运算. 解题过程中注意运算顺序. 解决本题亦可先把除法转化成乘法，利用乘法对加法的分配律后再求和.

18. 如图，在数轴上，点A、B分别表示数1、 $-2x+3$.



(1) 求x的取值范围.

(2) 数轴上表示数 $-x+2$ 的点应落在 ()

A. 点A的左边 B. 线段AB上 C. 点B的右边

【答案】 (1) $x < 1$. (2) B.

【解析】 分析：(1)根据点B在点A的右侧列出不等式即可求出;

(2)利用(1)的结果可判断 $-x+2$ 的位置.

详解：

(1) 根据题意，得 $-2x + 3 > 1$.

解得 $x < 1$.

(2) B.

点睛：本题考查了数轴的运用. 关键是利用数轴，数形结合求出答案.

19. 刘阿姨到超市购买大米，第一次按原价购买，用了105元.几天后，遇上这种大米8折出售，她用140元又买了一些，两次一共购买了40kg.这种大米的原价是多少？

【答案】 这种大米的原价为每千克7元.

【解析】 分析：设这种大米的原价是x元，打8折后是0.8x元,根据两次一共购买了40kg，列出算式，求解即可，最后要检验.

详解：

设这种大米的原价为每千克 x 元，

根据题意，得 $\frac{105}{x} + \frac{140}{0.8x} = 40$.

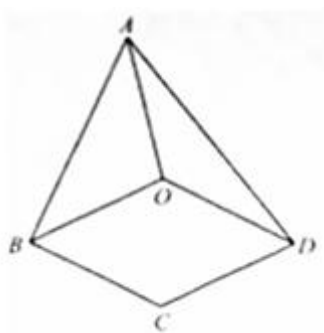
解这个方程，得 $x = 7$.

经检验， $x = 7$ 是所列方程的解.

答：这种大米的原价为每千克7元.

点睛：本题考查分式方程的应用，分析题意，找到合适的等量关系是解决问题的关键.

20. 如图，在四边形ABCD中， $BC = CD$ ， $\angle C = 2\angle BAD$. O 是四边形ABCD内一点，且 $OA = OB = OD$. 求证： (1) $\angle BOD = \angle C$ ； (2) 四边形OBCD是菱形.



【答案】 (1) 证明见解析； (2) 证明见解析.

【解析】 分析：(1)先证点A、B、D共圆,从而得到 $\angle BOD = 2\angle BAD$,又 $\angle C = 2\angle BAD$,即可得出结论;

(2) 连接OC,证 $\triangle OBC \cong \triangle ODC$ 得到 $\angle BCO = \angle DCO$,又由于 $\angle BOC = \frac{1}{2}\angle BOD$, $\angle BCO = \frac{1}{2}\angle BCD$,结合 $\angle BOD = \angle BCD$ 可得 $BO = BC$,从而 $OB = BC = CD = DO$ 得出四边形OBCD是菱形.

详解：

(1) $\because OA = OB = OD$.

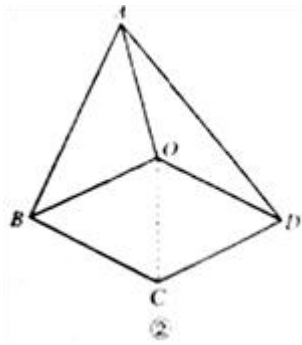
$\therefore$ 点A、B、D在以点O为圆心，OA为半径的圆上.

$\therefore \angle BOD = 2\angle BAD$.

又 $\angle C = 2\angle BAD$,

$\therefore \angle BOD = \angle C$.

(2) 证明：如图②，连接OC.



$$\because OB = OD, CB = CD, OC = OC,$$

$$\therefore \triangle OBC \cong \triangle ODC.$$

$$\therefore \angle BOC = \angle DOC, \angle BCO = \angle DCO.$$

$$\therefore \angle BOD = \angle BOC + \angle DOC, \angle BCD = \angle BCO + \angle DCO,$$

$$\therefore \angle BOC = \frac{1}{2} \angle BOD, \angle BCO = \frac{1}{2} \angle BCD.$$

$$\text{又} \angle BOD = \angle BCD.$$

$$\therefore \angle BOC = \angle BCO,$$

$$\therefore BO = BC.$$

$$\text{又} OB = OD, BC = CD,$$

$$\therefore OB = BC = CD = DO,$$

$$\therefore \text{四边形} OBCD \text{是菱形}.$$

点睛：本题考查圆周角定理、全等三角形的判定和性质、菱形的判定等知识，解题的关键是灵活应用圆周角定理，学会添加常用辅助线，属于中考常考题型

21. 随机抽取某理发店一周的营业额如下表（单位：元）：

星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日	合计
540	680	760	640	960	2200	1780	7560

(1) 求该店本周的日平均营业额.

(2) 如果用该店本周星期一到星期五的日平均营业额估计当月的营业总额，你认为是否合理？如果合理，请说明理由；如果不合理，请设计一个方案，并估计该店当月（按 30 天计算）的营业总额.

【答案】 (1) 1080 元； (2) 不合理.

【解析】 分析： (1) 根据平均营业额=总营业额÷7 即可得到；

(2) 根据抽样调查的数据要有代表性即可判断.

详解：

(1) 该店本周的日平均营业额为 $7560 \div 7 = 1080$ (元) .

(2) 用该店本周星期一到星期五的日平均营业额估计当月的营业总额不合理.

答案不唯一，下列解法供参考，例如，用该店本周星期一到星期日的日平均营业额估计当月的营业总额为 $1080 \times 30 = 32400$ (元) .

点睛：此题主要考查了一组数据平均数的求法，解决本题的关键是正确的从表中整理出所有数据，并进行正确的计算和分析.

22. 甲口袋中有2个白球、1个红球，乙口袋中有1个白球、1个红球，这些球除颜色外无其他差别.分别从每个口袋中随机摸出1个球.

(1) 求摸出的2个球都是白球的概率.

(2) 下列事件中，概率最大的是 () .

A. 摸出的2个球颜色相同

B. 摸出的2个球颜色不相同

C. 摸出的2个球中至少有1个红球

D. 摸出的2个球中至少有1个白球

【答案】 (1) $P(A) = \frac{1}{3}$; (2) D.

【解析】分析：(1) 先列出树状图展示所有 6 种等可能的结果数，再找出 2 个球都是白球所占结果数，然后根据概率公式求解；

(2) 分别根据概率公式求解四个选项中所列情况的概率,进行比较即可.

详解：

(1) 将甲口袋中2个白球、1个红球分别记为白₁、白₂、红₁，将乙口袋中1个白球、1个红球分别记为白₃、红₂，分别从每个口袋中随机摸出1个球,所有可能出现的结果有:(白₁,白₃)、(白₁,红₂)、(白₂,白₃)、(白₂,红₂)、(红₁,白₃)、(红₁,红₂),共有6种，它们出现的可能性相同，所有的结果中，满足“摸出的2个球都是白球”(记为事件A)的结果有2种，即(白₁,白₃)、(白₂,白₃)，所以 $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

(2) D.

点睛：本题考查了列表法与树状图法：运用列表法或树状图法展示所有可能的结果求出 n，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m，然后根据概率公式求出事件 A 或 B 的概率.

23. 如图，为了测量建筑物AB的高度，在D处树立标杆CD，标杆的高是2m.在DB上选取观测点E、F，从E测得标杆和建筑物的顶部C、A的仰角分别为58°、45°，从F测得C、A的仰角分别为22°、70°.求建筑物AB的高度（精确到0.1 m） .

(参考数据: $\tan 22^\circ \approx 0.40$, $\tan 58^\circ \approx 1.60$, $\tan 70^\circ \approx 2.75$.)

(2) 求出二次函数与 y 轴的交点纵坐标, 根据交点纵坐标大于 0 即可求出.

详解:

(1) 证明: 当 $y = 0$ 时, $2(x - 1)(x - m - 3) = 0$.

解得 $x_1 = 1$, $x_2 = m + 3$.

当 $m + 3 = 1$, 即 $m = -2$ 时, 方程有两个相等的实数根; 当 $m + 3 \neq 1$, 即 $m \neq -2$ 时, 方程有两个不相等的实数根.

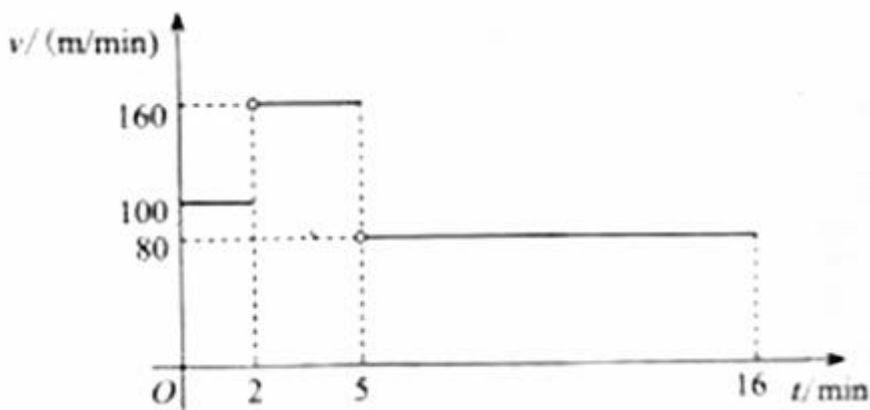
所以, 不论 m 为何值, 该函数的图像与 x 轴总有公共点.

(2) 解: 当 $x = 0$ 时, $y = 2m + 6$, 即该函数的图像与 y 轴交点的纵坐标是 $2m + 6$.

当 $2m + 6 > 0$, 即 $m > -3$ 时, 该函数的图像与 y 轴的交点在 x 轴的上方.

点睛: 本题考查了抛物线与 x 轴的交点坐标, 熟练掌握抛物线与 x 轴的交点的证明方法, 求出抛物线与 y 轴交点的纵坐标是解决问题 (2) 的关键.

25. 小明从家出发, 沿一条直道跑步, 经过一段时间原路返回, 刚好在第 16 min 回到家中. 设小明出发第 t min 时的速度为 v m/min, 离家的距离为 s m. v 与 t 之间的函数关系如图所示 (图中的空心圈表示不包含这一点).



(1) 小明出发第 2 min 时离家的距离为 _____ m;

(2) 当 $2 < t \leq 5$ 时, 求 s 与 t 之间的函数表达式;

(3) 画出 s 与 t 之间的函数图像.

【答案】 (1) 200; (2) $s = 160t - 120$; (3) 图象见解析.

【解析】 分析: (1) 观察图象可知, 第 2 min 时的速度为 100 m, 所以离家的距离为 200 m;

(2) 根据路程 = 速度 $\times$ 时间即可得出;

(3) 根据跑步的时间和速度, 求出跑步的总路程, 再除以 2 即可求出最远距离, 此时所用的时间为 6.25 分, 根据题意画出这 4 段函数即可.

详解:

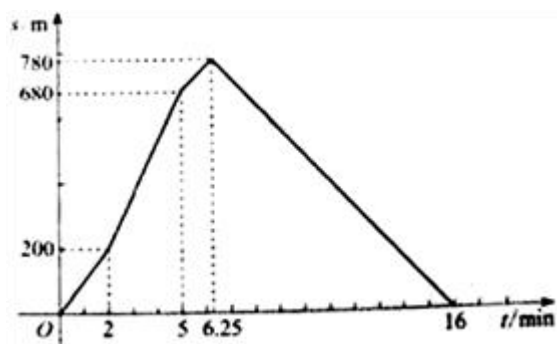
(1) 200.

(2) 根据题意, 当 $2 < t \leq 5$ 时,

s与t之间的函数表达式为 $s = 200 + 160(t - 2)$,

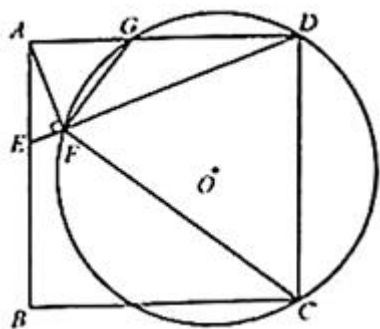
即 $s = 160t - 120$.

(3) s与t之间的函数图像如图所示.



点睛：本题考查了一次函数的应用，主要利用了待定系数法求一次函数解析式，路程=速度×时间，从图形中准确获取信息是解题的关键.

26. 如图，在正方形ABCD中，E是AB上一点，连接DE.过点A作 $AF \perp DE$ ，垂足为F. $\odot O$ 经过点C、D、F，与AD相交于点G.



(1) 求证 $\triangle AFG \sim \triangle DFC$;

(2) 若正方形ABCD的边长为4， $AE = 1$ ，求 $\odot O$ 的半径.

【答案】 (1) 证明见解析; (2) $\frac{5}{2}$

【解析】分析：(1) 先根据 $\angle ADC = 90^\circ$ ， $AF \perp DE$ 证出 $\angle DAF = \angle CDF$ ，再根据四边形GFCD是 $\odot O$ 的内接四边形，得到 $\angle FGA = \angle FCD$ ，从而证出结论；

(2) 连接CG，根据 $\triangle EDA \sim \triangle ADF$ 得到 $\frac{EA}{DA} = \frac{AF}{DF}$ ，根据 $\triangle AFG \sim \triangle DFC$ 得到 $\frac{AG}{DC} = \frac{AF}{DF}$ ，从而 $\frac{AG}{DC} = \frac{EA}{DA}$ ，再根据 $DA = DC$ 得 $AG = EA = 1$ ， $DG = 3$ ，利用勾股定理得 $CG = 5$ ，即可求出 $\odot O$ 的半径.

详解：

(1) 证明：在正方形ABCD中， $\angle ADC = 90^\circ$.

$\therefore \angle CDF + \angle ADF = 90^\circ$.

$\because AF \perp DE$.

$$\therefore \angle AFD = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle DAF + \angle ADF = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle DAF = \angle CDF.$$

$\therefore$ 四边形GFCD是 $\odot O$ 的内接四边形,

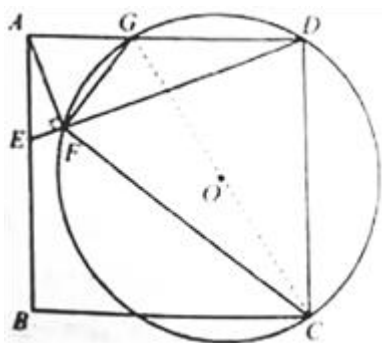
$$\therefore \angle FCD + \angle DGF = 180^\circ.$$

$$\text{又 } \angle FGA + \angle DGF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle FGA = \angle FCD.$$

$$\therefore \triangle AFG \sim \triangle DFC.$$

(2) 解: 如图, 连接CG.



$$\therefore \angle EAD = \angle AFD = 90^\circ, \quad \angle EDA = \angle ADF,$$

$$\therefore \triangle EDA \sim \triangle ADF.$$

$$\therefore \frac{EA}{AF} = \frac{DA}{DF}, \quad \text{即 } \frac{EA}{DA} = \frac{AF}{DF}.$$

$$\therefore \triangle AFG \sim \triangle DFC,$$

$$\therefore \frac{AG}{DC} = \frac{AF}{DF}.$$

$$\therefore \frac{AG}{DC} = \frac{EA}{DA}.$$

在正方形ABCD中, $DA = DC$,

$$\therefore AG = EA = 1, \quad DG = DA - AG = 4 - 1 = 3.$$

$$\therefore CG = \sqrt{DG^2 + DC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

$$\therefore \angle CDG = 90^\circ,$$

$\therefore CG$ 是 $\odot O$ 的直径.

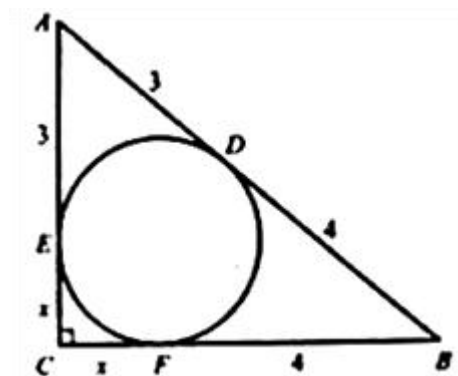
$$\therefore \odot O \text{ 的半径为 } \frac{5}{2}.$$

点睛: 本题考查了相似三角形的判定与性质, 圆周角定理的推论, 正方形的性质. 关键是利用正方形的性质证明相似三角形, 利用线段, 角的关系解题.

27. 结果如此巧合!

下面是小颖对一道题目的解答.

题目: 如图, $\text{Rt} \triangle ABC$ 的内切圆与斜边 AB 相切于点 D , $AD = 3$, $BD = 4$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.



解: 设 $\triangle ABC$ 的内切圆分别与 AC 、 BC 相切于点 E 、 F , CE 的长为 x .

根据切线长定理, 得 $AE = AD = 3$, $BF = BD = 4$, $CF = CE = x$.

根据勾股定理, 得 $(x+3)^2 + (x+4)^2 = (3+4)^2$.

整理, 得 $x^2 + 7x = 12$.

所以 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC$

$$= \frac{1}{2} (x+3)(x+4)$$

$$= \frac{1}{2} (x^2 + 7x + 12)$$

$$= \frac{1}{2} \times (12 + 12)$$

$$= 12.$$

小颖发现 12 恰好就是 3×4 , 即 $\triangle ABC$ 的面积等于 AD 与 BD 的积. 这仅仅是巧合吗?

请你帮她完成下面的探索.

已知: $\triangle ABC$ 的内切圆与 AB 相切于点 D , $AD = m$, $BD = n$.

可以一般化吗?

(1) 若 $\angle C = 90^\circ$, 求证: $\triangle ABC$ 的面积等于 mn .

倒过来思考呢?

(2) 若 $AC \cdot BC = 2mn$, 求证 $\angle C = 90^\circ$. 改变一下条件.....

(3) 若 $\angle C = 60^\circ$, 用 m 、 n 表示 $\triangle ABC$ 的面积.

【答案】 (1) 证明见解析; (2) 证明见解析. (3) $\sqrt{3}mn$.

【解析】 分析: (1) 设 $\triangle ABC$ 的内切圆分别与 AC 、 BC 相切于点 E 、 F , CE 的长为 x , 仿照例题利用勾股定理得

$x^2 + (m+n)x = mn$, 再根据 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BC$ 即可得到 $S_{\triangle ABC} = mn$.

(2) 由 $AC \cdot BC = 2mn$, 得 $x^2 + (m+n)x = mn$, 因此 $AC^2 + BC^2 = AB^2$, 利用勾股定理的逆定理可得 $\angle C = 90^\circ$.

(3) 过点A作 $AG \perp BC$, 垂足为G, 在 $Rt \triangle ACG$ 中, $AG = \frac{\sqrt{3}}{2}(x+m)$, $CG = \frac{1}{2}(x+m)$. 所以 $BG = (x+n) - \frac{1}{2}(x+m)$, 在

$Rt \triangle ABG$ 中根据勾股定理得 $x^2 + (m+n)x = 3mn$, 由此 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AG = \sqrt{3}mn$.

详解:

设 $\triangle ABC$ 的内切圆分别与 AC 、 BC 相切于点 E 、 F , CE 的长为 x .

根据切线长定理, 得 $AE = AD = m$, $BF = BD = n$, $CF = CE = x$.

(1) 如图①, 在 $Rt \triangle ABC$ 中, 根据勾股定理, 得 $(x+m)^2 + (x+n)^2 = (m+n)^2$.

整理, 得 $x^2 + (m+n)x = mn$.

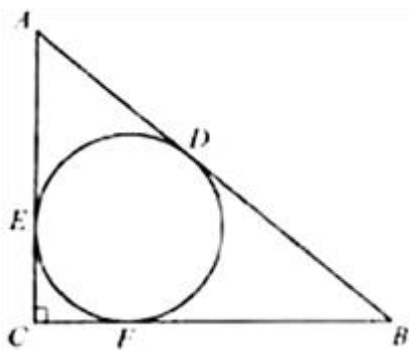
所以 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BC$

$$= \frac{1}{2}(x+m)(x+n)$$

$$= \frac{1}{2}[x^2 + (m+n)x + mn]$$

$$= \frac{1}{2}(mn + mn)$$

$$= mn.$$



(2) 由 $AC \cdot BC = 2mn$, 得 $(x+m)(x+n) = 2mn$.

整理, 得 $x^2 + (m+n)x = mn$.

所以 $AC^2 + BC^2 = (x+m)^2 + (x+n)^2$

$$= 2[x^2 + (m+n)x] + m^2 + n^2$$

$$= m^2 + n^2 + 2mn$$

$$= (m+n)^2$$

$$= AB^2.$$

根据勾股定理的逆定理, 得 $\angle C = 90^\circ$.

(3) 如图②, 过点A作 $AG \perp BC$, 垂足为G.

在 $\text{Rt} \triangle ACG$ 中, $AG = AC \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}(x+m)$, $CG = AC \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2}(x+m)$.

所以 $BG = BC - CG = (x+n) - \frac{1}{2}(x+m)$.

在 $\text{Rt} \triangle ABG$ 中, 根据勾股定理, 得

$$\left[\frac{\sqrt{3}}{2}(x+m) \right]^2 + \left[(x+n) - \frac{1}{2}(x+m) \right]^2 = (m+n)^2.$$

整理, 得 $x^2 + (m+n)x = 3mn$.

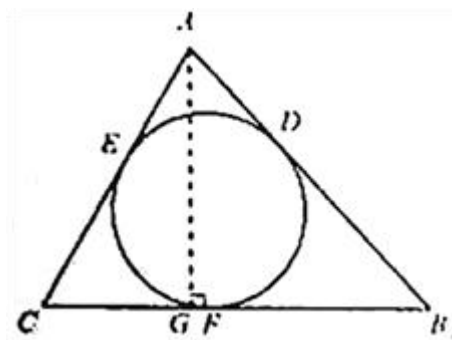
所以 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AG$

$$= \frac{1}{2}(x+n) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}(x+m)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}[x^2 + (m+n)x + mn]$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}(3mn + mn)$$

$$= \sqrt{3}mn.$$



点睛: 本题考查了圆的综合题: 熟练掌握三角形内切圆的性质、切线长定理; 会利用勾股定理计算线段的长, 此题难度适中, 注意掌握方程思想与数形结合思想的应用.