

2017 年江苏省镇江市中考数学试卷

一、填空题 (每小题 2 分, 共 24 分)

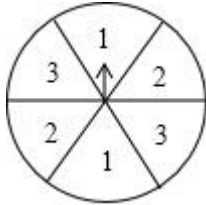
1. (2 分) 3 的倒数是_____.

2. (2 分) 计算: $a^5 \div a^3 =$ _____.

3. (2 分) 分解因式: $9 - b^2 =$ _____.

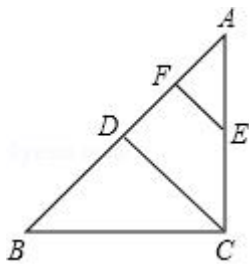
4. (2 分) 当 $x =$ _____时, 分式 $\frac{x-5}{2x+3}$ 的值为零.

5. (2 分) 如图, 转盘中 6 个扇形的面积都相等, 任意转动转盘一次, 当转盘停止转动时, 指针指向奇数的概率是_____.



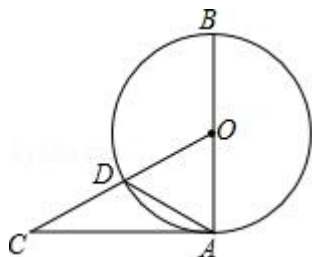
6. (2 分) 圆锥底面圆的半径为 2, 母线长为 5, 它的侧面积等于_____ (结果保留 π).

7. (2 分) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 6$, 点 D 是 AB 的中点, 过 AC 的中点 E 作 $EF \parallel CD$ 交 AB 于点 F , 则 $EF =$ _____.

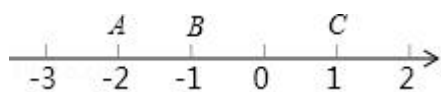


8. (2 分) 若二次函数 $y = x^2 - 4x + n$ 的图象与 x 轴只有一个公共点, 则实数 $n =$ _____.

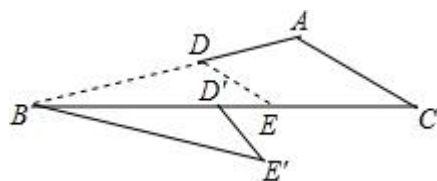
9. (2 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 与 $\odot O$ 相切, CO 交 $\odot O$ 于点 D . 若 $\angle CAD = 30^\circ$, 则 $\angle BOD =$ _____.



10. (2分) 若实数 a 满足 $|a - \frac{1}{2}| = \frac{3}{2}$, 则 a 对应于图中数轴上的点可以是 A、B、C 三点中的点_____.



11. (2分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=6$, $DE \parallel AC$, 将 $\triangle BDE$ 绕点 B 顺时针旋转得到 $\triangle BD'E'$, 点 D 的对应点 D' 落在边 BC 上. 已知 $BE'=5$, $D'C=4$, 则 BC 的长为_____.



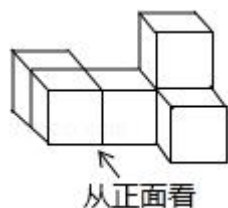
12. (2分) 已知实数 m 满足 $m^2 - 3m + 1 = 0$, 则代数式 $m^2 + \frac{19}{m^2 + 2}$ 的值等于_____.

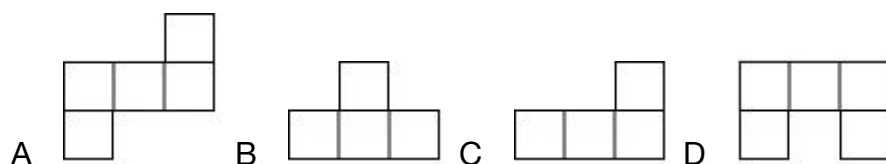
二、选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

13. (3分) 我国对“一带一路”沿线国家不断加大投资, 目前已为有关国家创造了近 11000000000 美元税收, 其中 11000000000 用科学记数法表示应为 ()

A. 0.11×10^8 B. 1.1×10^9 C. 1.1×10^{10} D. 11×10^8

14. (3分) 如图是由 6 个大小相同的小正方体组成的几何体, 它的主视图是 ()





15. (3分) a 、 b 是实数，点 $A(2, a)$ 、 $B(3, b)$ 在反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上，则 ()

- A. $a < b < 0$ B. $b < a < 0$ C. $a < 0 < b$ D. $b < 0 < a$

16. (3分) 根据下表中的信息解决问题:

数据	37	38	39	40	41
频数	8	4	5	a	1

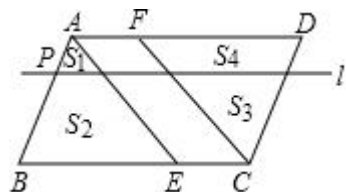
若该组数据的中位数不大于 38，则符合条件的正整数 a 的取值共有 ()

- A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

17. (3分) 点 E 、 F 分别在平行四边形 $ABCD$ 的边 BC 、 AD 上， $BE = DF$ ，点 P 在边 AB 上， $AP:PB = 1:n$ ($n > 1$)，过点 P 且平行于 AD 的直线 l 将 $\triangle ABE$ 分成面积为 S_1 、 S_2 的两部分，将 $\triangle CDF$ 分成面积为 S_3 、 S_4 的两部分 (如图)，下列四个等式:

- ① $S_1: S_3 = 1: n$
 ② $S_1: S_4 = 1: (2n+1)$
 ③ $(S_1 + S_4): (S_2 + S_3) = 1: n$
 ④ $(S_3 - S_1): (S_2 - S_4) = n: (n+1)$

其中成立的有 ()



- A. ①②④ B. ②③ C. ②③④ D. ③④

三、解答题 (本大题共 11 小题, 满分 81 分)

18. (8 分) (1) 计算: $(-2)^2 + \tan 45^\circ - (\sqrt{3} - 2)^0$

(2) 化简: $x(x+1) - (x+1)(x-2)$

19. (10 分) (1) 解方程组:
$$\begin{cases} x - y = 4 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

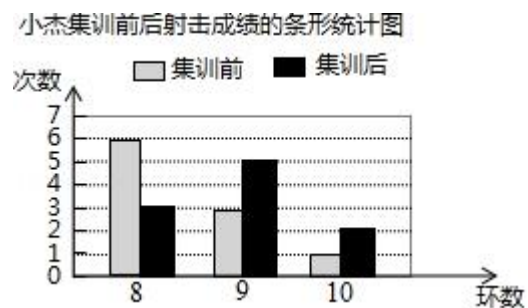
(2) 解不等式: $\frac{x}{3} > 1 - \frac{x-2}{2}$.

20. (6 分) 为了解射击运动员小杰的集训效果, 教练统计了他集训前后的两次测试成绩 (每次测试射击 10 次), 制作了如图所示的条形统计图.

(1) 集训前小杰射击成绩的众数为_____;

(2) 分别计算小杰集训前后射击的平均成绩;

(3) 请用一句话评价小杰这次集训的效果.

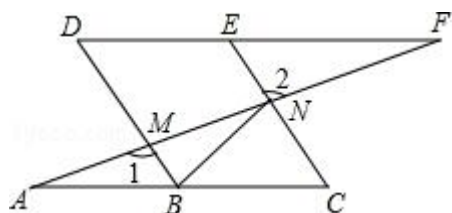


21. (6分) 某校5月份举行了八年级生物实验考查, 有A和B两个考查实验, 规定每位学生只参加其中一个实验的考查, 并由学生自己抽签决定具体的考查实验, 小明、小丽、小华都参加了本次考查.

- (1) 小丽参加实验A考查的概率是_____;
- (2) 用列表或画树状图的方法求小明、小丽都参加实验A考查的概率;
- (3) 他们三人都参加实验A考查的概率是_____.

22. (6分) 如图, 点B、E分别在AC、DF上, AF分别交BD、CE于点M、N, $\angle A = \angle F$, $\angle 1 = \angle 2$.

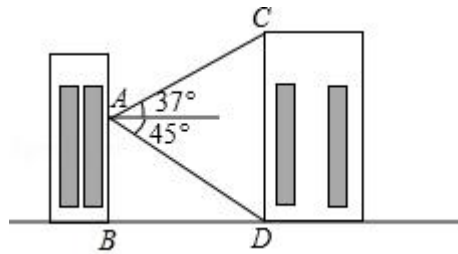
- (1) 求证: 四边形BCED是平行四边形;
- (2) 已知 $DE=2$, 连接BN, 若BN平分 $\angle DBC$, 求CN的长.



23. (6分) 如图, 小明在教学楼A处分别观测对面实验楼CD底部的俯角为 45° ,

顶部的仰角为 37° ，已知教学楼和实验楼在同一平面上，观测点距地面的垂直高度 AB 为 15m ，求实验楼的垂直高度即 CD 长（精确到 1m ）

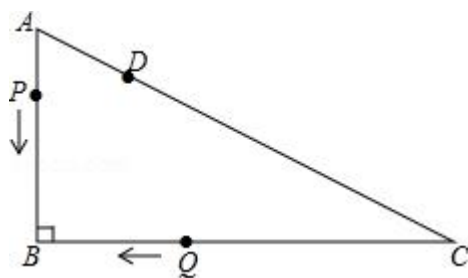
参考值： $\sin 37^\circ = 0.60$ ， $\cos 37^\circ = 0.80$ ， $\tan 37^\circ = 0.75$ 。



24. (6 分) 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $AB=3\text{cm}$ ， $BC=4\text{cm}$ 。点 D 在 AC 上， $AD=1\text{cm}$ ，点 P 从点 A 出发，沿 AB 匀速运动；点 Q 从点 C 出发，沿 $C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow C$ 的路径匀速运动。两点同时出发，在 B 点处首次相遇后，点 P 的运动速度每秒提高了 2cm ，并沿 $B \rightarrow C \rightarrow A$ 的路径匀速运动；点 Q 保持速度不变，并继续沿原路径匀速运动，两点在 D 点处再次相遇后停止运动，设点 P 原来的速度为 $x\text{cm/s}$ 。

(1) 点 Q 的速度为 _____ cm/s (用含 x 的代数式表示)。

(2) 求点 P 原来的速度。



25. (6 分) 如图 1，一次函数 $y = -x + b$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象交于

点 $A(1, 3)$ ， $B(m, 1)$ ，与 x 轴交于点 D ，直线 OA 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)

的图象的另一支交于点 C ，过点 B 作直线 l 垂直于 x 轴，点 E 是点 D 关于直线 l 的对称点。

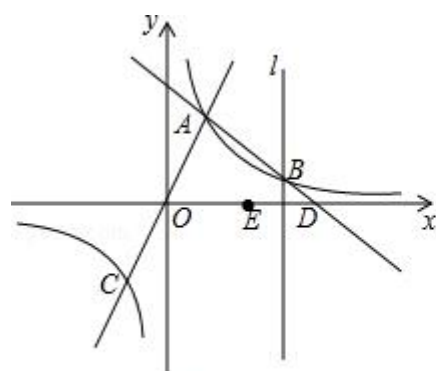


图1

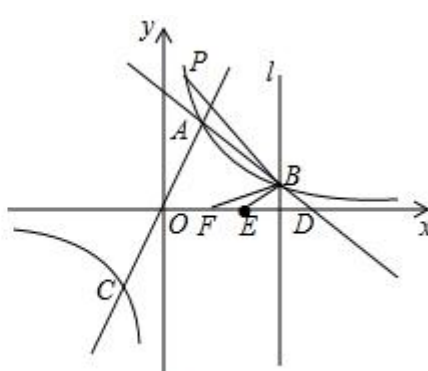


图2

(1) $k = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 判断点 B 、 E 、 C 是否在同一条直线上，并说明理由；

(3) 如图 2，已知点 F 在 x 轴正半轴上， $OF = \frac{3}{2}$ ，点 P 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq$

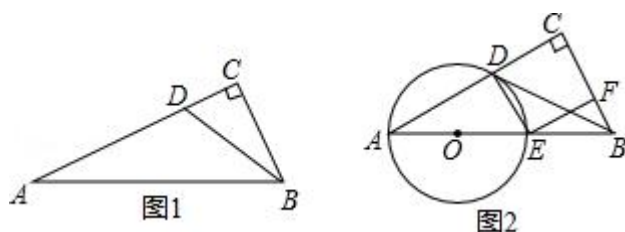
0) 的图象位于第一象限部分上的点 (点 P 在点 A 的上方)， $\angle ABP = \angle EBF$ ，则点 P 的坐标为 ($\underline{\hspace{2cm}}$, $\underline{\hspace{2cm}}$)。

26. (8分) 如图 1, $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle C=90^\circ$, 点 D 在 AC 上, $\angle CBD=\angle A$, 过 A 、 D 两点的圆的圆心 O 在 AB 上.

(1) 利用直尺和圆规在图 1 中画出 $\odot O$ (不写作法, 保留作图痕迹, 并用黑色水笔把线条描清楚);

(2) 判断 BD 所在直线与 (1) 中所作的 $\odot O$ 的位置关系, 并证明你的结论;

(3) 设 $\odot O$ 交 AB 于点 E , 连接 DE , 过点 E 作 $EF \perp BC$, F 为垂足, 若点 D 是线段 AC 的黄金分割点 (即 $\frac{DC}{AD} = \frac{AD}{AC}$), 如图 2, 试说明四边形 $DEFC$ 是正方形).

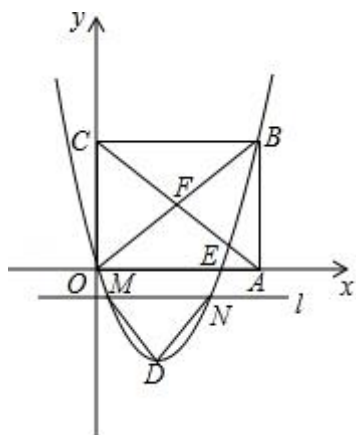


27. (8分) 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 $OABC$ 的边 OA 、 OC 分别在 x 轴、 y 轴上, 点 B 坐标为 $(4, t)$ ($t > 0$), 二次函数 $y=x^2+bx$ ($b < 0$) 的图象经过点 B , 顶点为点 D .

(1) 当 $t=12$ 时, 顶点 D 到 x 轴的距离等于_____;

(2) 点 E 是二次函数 $y=x^2+bx$ ($b < 0$) 的图象与 x 轴的一个公共点 (点 E 与点 O 不重合), 求 $OE \cdot EA$ 的最大值及取得最大值时的二次函数表达式;

(3) 矩形 $OABC$ 的对角线 OB 、 AC 交于点 F , 直线 l 平行于 x 轴, 交二次函数 $y=x^2+bx$ ($b < 0$) 的图象于点 M 、 N , 连接 DM 、 DN , 当 $\triangle DMN \cong \triangle FOC$ 时, 求 t 的值.



28. (11 分) 【回顾】

如图 1, $\triangle ABC$ 中, $\angle B=30^\circ$, $AB=3$, $BC=4$, 则 $\triangle ABC$ 的面积等于_____.

【探究】

图 2 是同学们熟悉的一副三角尺, 一个含有 30° 的角, 较短的直角边长为 a ; 另一个含有 45° 的角, 直角边长为 b , 小明用两副这样的三角尺拼成一个平行四

边形 $ABCD$ (如图 3), 用了两种不同的方法计算它的面积, 从而推出 $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$,

小丽用两副这样的三角尺拼成了一个矩形 $EFGH$ (如图 4), 也推出 $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$,

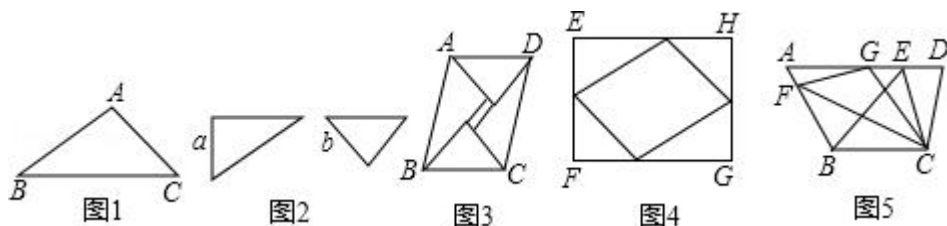
请你写出小明或小丽推出 $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ 的具体说理过程.

【应用】

在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle D=75^\circ$, $BC=6$, $CD=5$, $AD=10$ (如图 5)

(1) 点 E 在 AD 上, 设 $t=BE+CE$, 求 t^2 的最小值;

(2) 点 F 在 AB 上, 将 $\triangle BCF$ 沿 CF 翻折, 点 B 落在 AD 上的点 G 处, 点 G 是 AD 的中点吗? 说明理由.



2017 年江苏省镇江市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、填空题 (每小题 2 分, 共 24 分)

1. (2 分) (2017•镇江) 3 的倒数是 $-\frac{1}{3}$.

【考点】17: 倒数.

【分析】根据倒数的定义可知.

【解答】解: 3 的倒数是 $\frac{1}{3}$.

故答案为: $\frac{1}{3}$.

【点评】主要考查倒数的定义, 要求熟练掌握. 需要注意的是:

倒数的性质: 负数的倒数还是负数, 正数的倒数是正数, 0 没有倒数.

倒数的定义: 若两个数的乘积是 1, 我们就称这两个数互为倒数.

2. (2 分) (2017•镇江) 计算: $a^5 \div a^3 = a^2$.

【考点】48: 同底数幂的除法.

【分析】根据同底数幂相除, 底数不变, 指数相减计算即可.

【解答】解: $a^5 \div a^3 = a^{5-3} = a^2$.

故填 a^2 .

【点评】本题考查同底数幂的除法法则.

3. (2 分) (2017•镇江) 分解因式: $9 - b^2 = (3+b)(3-b)$.

【考点】54: 因式分解 - 运用公式法.

【分析】原式利用平方差公式分解即可.

【解答】解: 原式 = $(3+b)(3-b)$,

故答案为: $(3+b)(3-b)$

【点评】此题考查了因式分解 - 运用公式法, 熟练掌握平方差公式是解本题的关键.

4. (2分) (2017•镇江) 当 $x = \underline{5}$ 时, 分式 $\frac{x-5}{2x+3}$ 的值为零.

【考点】63: 分式的值为零的条件.

【分析】根据分式值为零的条件可得 $x - 5 = 0$ 且 $2x + 3 \neq 0$, 再解即可.

【解答】解: 由题意得: $x - 5 = 0$ 且 $2x + 3 \neq 0$,

解得: $x = 5$,

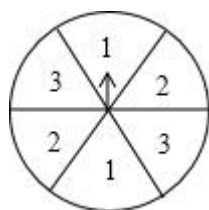
故答案为: 5.

【点评】此题主要考查了分式值为零的条件, 关键是掌握分式值为零的条件是分子等于零且分母不等于零.

注意: “分母不为零”这个条件不能少.

5. (2分) (2017•镇江) 如图, 转盘中 6 个扇形的面积都相等, 任意转动转盘一

次, 当转盘停止转动时, 指针指向奇数的概率是 $\underline{\frac{2}{3}}$.



【考点】X4: 概率公式.

【分析】让奇数的个数除以数的总数即可得出答案.

【解答】解: 图中共有 6 个相等的区域, 含奇数的有 1, 1, 3, 3 共 4 个,

转盘停止时指针指向奇数的概率是 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

故答案为: $\frac{2}{3}$.

【点评】此题主要考查了概率公式, 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的

可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

6. (2分) (2017•镇江) 圆锥底面圆的半径为 2, 母线长为 5, 它的侧面积等于

10π (结果保留 π).

【考点】MP: 圆锥的计算.

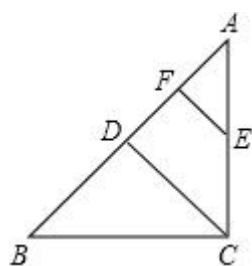
【分析】根据圆锥的底面半径为 4, 母线长为 5, 直接利用圆锥的侧面积公式求出它的侧面积.

【解答】解: 根据圆锥的侧面积公式: $\pi rl = \pi \times 2 \times 5 = 10\pi$,

故答案为: 10π .

【点评】此题主要考查了圆锥侧面积公式. 掌握圆锥侧面积公式: $S_{\text{侧}} = \pi rl$ 是解决问题的关键.

7. (2 分) (2017•镇江) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AB=6$, 点 D 是 AB 的中点, 过 AC 的中点 E 作 $EF \parallel CD$ 交 AB 于点 F, 则 $EF = \underline{1.5}$.



【考点】KX: 三角形中位线定理; KP: 直角三角形斜边上的中线.

【分析】由直角三角形的性质求出 $CD=3$, 中由三角形中位线定理得出 EF 的长即可.

【解答】解: $\because \text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AB=6$, 点 D 是 AB 的中点,

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AB = 3,$$

$\because$ 过 AC 的中点 E 作 $EF \parallel CD$ 交 AB 于点 F,

$\therefore EF$ 是 $\triangle ACD$ 的中位线,

$$\therefore EF = \frac{1}{2}CD = 1.5;$$

故答案为: 1.5.

【点评】本题考查了直角三角形斜边上的中线性质的性质、三角形中位线定理, 熟练掌

握直角三角形的性质和三角形中位线定理是关键.

8. (2分) (2017•镇江) 若二次函数 $y=x^2-4x+n$ 的图象与 x 轴只有一个公共点, 则实数 $n=$ 4.

【考点】HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【分析】二次函数 $y=x^2-4x+n$ 的图象与 x 轴只有一个公共点, 则 $b^2-4ac=0$, 据此即可求得.

【解答】解: $y=x^2-4x+n$ 中, $a=1$, $b=-4$, $c=n$,

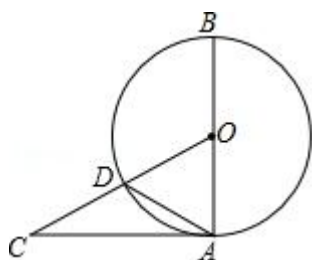
$$b^2-4ac=16-4n=0,$$

解得 $n=4$.

故答案是: 4.

【点评】本题考查了抛物线与 x 轴的交点, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的交点与一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 根之间的关系. $\Delta=b^2-4ac$ 决定抛物线与 x 轴的交点个数. $\Delta=b^2-4ac>0$ 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点; $\Delta=b^2-4ac=0$ 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点; $\Delta=b^2-4ac<0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点.

9. (2分) (2017•镇江) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 与 $\odot O$ 相切, CO 交 $\odot O$ 于点 D . 若 $\angle CAD=30^\circ$, 则 $\angle BOD=$ 120 $^\circ$.



【考点】MC: 切线的性质.

【分析】根据切线的性质求出 $\angle BAC=90^\circ$, 求出 $\angle OAD=60^\circ$, 根据圆周角定理

得出 $\angle BOD=2\angle BAD$ ，代入求出即可.

【解答】解： $\because AC$ 与 $\odot O$ 相切，

$$\therefore \angle BAC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD=30^\circ,$$

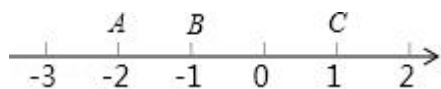
$$\therefore \angle OAD=60^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD=2\angle BAD=120^\circ,$$

故答案为：120.

【点评】 本题考查了切线的性质和圆周角定理，能根据定理得出 $\angle BAC=90^\circ$ 和 $\angle BOD=2\angle BAD$ 是解此题的关键.

10. (2分) (2017•镇江) 若实数 a 满足 $|a - \frac{1}{2}| = \frac{3}{2}$ ，则 a 对应于图中数轴上的点可以是 A、B、C 三点中的点 B.



【考点】 29: 实数与数轴.

【分析】 由 $|a - \frac{1}{2}| = \frac{3}{2}$ ，可求出 a 值，对应数轴上的点即可得出结论.

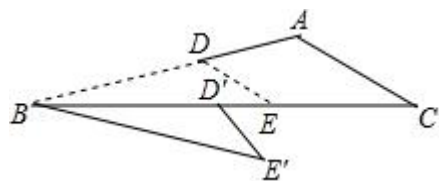
【解答】解： $\because |a - \frac{1}{2}| = \frac{3}{2}$

$$\therefore a = -1 \text{ 或 } a = 2.$$

故答案为：B.

【点评】 本题考查了实数与数轴以及解含绝对值符号的一元一次方程，解方程求出 a 值是解题的关键.

11. (2分) (2017•镇江) 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=6$ ， $DE \parallel AC$ ，将 $\triangle BDE$ 绕点 B 顺时针旋转得到 $\triangle BD'E'$ ，点 D 的对应点 D' 落在边 BC 上. 已知 $BE'=5$ ， $D'C=4$ ，则 BC 的长为 $2+\sqrt{34}$.



【考点】R2：旋转的性质；JA：平行线的性质.

【分析】根据旋转可得 $BE=BE'=5$ ， $BD=BD'$ ，进而得到 $BD=BC-4$ ，再根据平行线分线段成比例定理，即可得到 $\frac{BD}{BA}=\frac{BE}{BC}$ ，即 $\frac{BC-4}{6}=\frac{5}{BC}$ ，即可得出 BC 的长.

【解答】解：由旋转可得， $BE=BE'=5$ ， $BD=BD'$ ，

$\therefore D'C=4$ ，

$\therefore BD'=BC-4$ ，即 $BD=BC-4$ ，

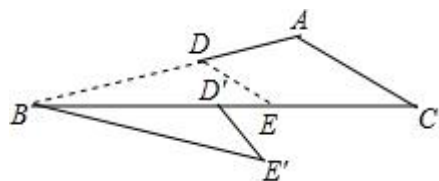
$\therefore DE \parallel AC$ ，

$$\therefore \frac{BD}{BA}=\frac{BE}{BC}, \text{ 即 } \frac{BC-4}{6}=\frac{5}{BC},$$

解得 $BC=2+\sqrt{34}$ (负值已舍去)，

即 BC 的长为 $2+\sqrt{34}$.

故答案为： $2+\sqrt{34}$.



【点评】本题主要考查了旋转的性质，解一元二次方程以及平行线分线段成比例定理的运用，解题时注意：对应点到旋转中心的距离相等. 解决问题的关键是依据平行线分线段成比例定理，列方程求解.

12. (2 分) (2017•镇江) 已知实数 m 满足 $m^2-3m+1=0$ ，则代数式 $m^2+\frac{19}{m^2+2}$ 的值等于 9.

【考点】A3：一元二次方程的解.

【分析】先表示出 $m^2=3m-1$ 代入代数式，通分，化简即可得出结论.

【解答】解： $\because m^2-3m+1=0$,

$$\therefore m^2=3m-1,$$

$$\therefore m^2+\frac{19}{m^2+2}$$

$$=3m-1+\frac{19}{3m-1+2}$$

$$=3m-1+\frac{19}{3m+1}$$

$$=\frac{9m^2-1+19}{3m+1}$$

$$=\frac{9m^2+18}{3m+1}$$

$$=\frac{9(3m-1)+18}{3m+1}$$

$$=\frac{9(3m+1)}{3m+1}$$

$$=9,$$

故答案为：9.

【点评】此题主要考查了代数式的化简求值，分式的通分，约分，解本题的关键是得出 $m^2=3m-1$.

二、选择题（每小题3分，共15分）

13. (3分) (2017•镇江) 我国对“一带一路”沿线国家不断加大投资，目前已为有关国家创造了近11000000000美元税收，其中11000000000用科学记数法表示应为（ ）

A. 0.11×10^8 B. 1.1×10^9 C. 1.1×10^{10} D. 11×10^8

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确

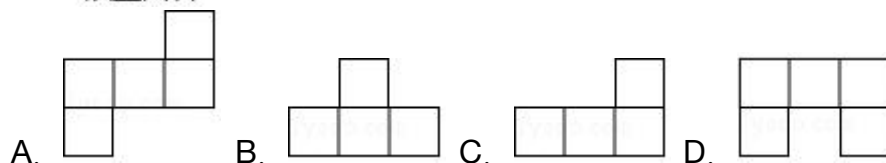
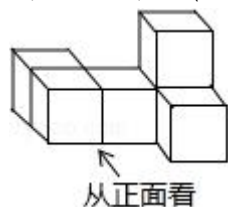
定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

【解答】解：1100000000 用科学记数法表示应为 1.1×10^9 ，

故选：B．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

14. (3 分) (2017•镇江) 如图是由 6 个大小相同的小正方体组成的几何体，它的主视图是 ()



【考点】U2：简单组合体的三视图．

【分析】根据组合体的形状即可求出答案．

【解答】解：该主视图是：底层是 3 个正方形横放，右上角有一个正方形，

故选 (C)

【点评】本题考查三视图，解题的关键是根据组合体的形状进行判断，本题属于基础题型．

15. (3 分) (2017•镇江) a 、 b 是实数，点 A (2, a)、B (3, b) 在反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上，则 ()

A. $a < b < 0$ B. $b < a < 0$ C. $a < 0 < b$ D. $b < 0 < a$

【考点】G6：反比例函数图象上点的坐标特征．

【分析】根据反比例函数的性质可以判断 a、b 的大小，从而可以解答本题.

【解答】解：∵ $y = -\frac{2}{x}$,

∴ 反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象位于第二、四象限，在每个象限内，y 随 x 的增大而增大，

∴ 点 A (2, a)、B (3, b) 在反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上，

∴ $a < b < 0$,

故选 A.

【点评】本题考查反比例函数图象上点的坐标特征，解答本题的关键是明确反比例函数的性质.

16. (3 分) (2017•镇江) 根据下表中的信息解决问题:

数据	37	38	39	40	41
频数	8	4	5	a	1

若该组数据的中位数不大于 38，则符合条件的正整数 a 的取值共有 ()

A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

【考点】W4: 中位数; V7: 频数 (率) 分布表.

【分析】直接利用 a=1、2、3、4、5、6 分别得出中位数，进而得出符合题意的答案.

【解答】解：当 a=1 时，有 19 个数据，最中间是：第 10 个数据，则中位数是 38;

当 a=2 时，有 20 个数据，最中间是：第 10 和 11 个数据，则中位数是 38;

当 a=3 时，有 21 个数据，最中间是：第 11 个数据，则中位数是 38;

当 a=4 时，有 22 个数据，最中间是：第 11 和 12 个数据，则中位数是 38;

当 a=5 时，有 23 个数据，最中间是：第 12 个数据，则中位数是 38;

当 a=6 时，有 24 个数据，最中间是：第 12 和 13 个数据，则中位数是 38.5;

故该组数据的中位数不大于 38，则符合条件的正整数 a 的取值共有：5 个.

故选：C.

【点评】此题主要考查了中位数以及频数分布表，正确把握中位数的定义是解题关键.

17. (3分) (2017•镇江) 点E、F分别在平行四边形ABCD的边BC、AD上，BE=DF，点P在边AB上，AP:PB=1:n (n>1)，过点P且平行于AD的直线l将△ABE分成面积为S₁、S₂的两部分，将△CDF分成面积为S₃、S₄的两部分(如图)，下列四个等式：

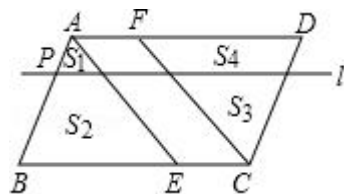
① S₁: S₃=1: n

② S₁: S₄=1: (2n+1)

③ (S₁+S₄): (S₂+S₃) =1: n

④ (S₃-S₁): (S₂-S₄) =n: (n+1)

其中成立的有 ()



A. ①②④ B. ②③ C. ②③④ D. ③④

【考点】S9: 相似三角形的判定与性质; L5: 平行四边形的性质.

【分析】根据平行线的性质，相似三角形的性质可知 $\frac{S_1}{S_1+S_2} = (\frac{1}{n+1})^2$, $S_3=n^2S_1$,

$\frac{S_3}{S_3+S_4} = (\frac{n}{n+1})^2$, 求出 S₂, S₃, S₄ (用 S₁, n 表示), 即可解决问题.

【解答】解: 由题意 ∵ AP: PB=1: n (n>1), AD//l//BC,

$$\therefore \frac{S_1}{S_1+S_2} = (\frac{1}{n+1})^2, S_3=n^2S_1, \frac{S_3}{S_3+S_4} = (\frac{n}{n+1})^2,$$

整理得: S₂=n (n+2) S₁, S₄= (2n+1) S₁,

∴ S₁: S₄=1: (2n+1), 故①错误, ②正确,

$\therefore (S_1+S_4):(S_2+S_3)=[S_1+(2n+1)S_1]:[n(n+2)S_1+n^2S_1]=1:n$, 故③正确,

$\therefore (S_3-S_1):(S_2-S_4)=[n^2S_1-S_1]:[n(n+2)S_1-(2n+1)S_1]=1:1$, 故④错误,

故选 B.

【点评】 本题考查平行四边形的性质. 相似三角形的性质等知识, 解题的关键是学会利用参数解决问题, 属于中考选择题中的压轴题.

三、解答题 (本大题共 11 小题, 满分 81 分)

18. (8 分) (2017·镇江) (1) 计算: $(-2)^2 + \tan 45^\circ - (\sqrt{3}-2)^0$

(2) 化简: $x(x+1) - (x+1)(x-2)$

【考点】 4B: 多项式乘多项式; 2C: 实数的运算; 4A: 单项式乘多项式; 6E:

零指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 (1) 根据特殊角三角函数值, 零指数幂, 可得答案.

(2) 原式去括号合并得到最简结果即可.

【解答】 解: (1) 原式 $= 4 + 1 - 1 = 4$;

(2) 原式 $= x^2 + x - x^2 + x + 2 = 2x + 2$.

【点评】 此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算是解本题的关键.

19. (10 分) (2017·镇江) (1) 解方程组:
$$\begin{cases} x - y = 4 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

(2) 解不等式: $\frac{x}{3} > 1 - \frac{x-2}{2}$.

【考点】 C6: 解一元一次不等式; 98: 解二元一次方程组.

【分析】 (1) 用加减消元法求出方程组的解.

(2) 根据一元一次不等式的解法, 去分母, 去括号, 移项, 合并, 系数化为 1 即可得解.

【解答】解：(1)
$$\begin{cases} x - y = 4 \textcircled{1} \\ 2x + y = 5 \textcircled{2} \end{cases}$$

①+②得： $3x=9$,

$x=3$,

代入①得： $3 - y=4$,

$y= - 1$.

则原方程组的解为
$$\begin{cases} x = 3 \\ y = - 1 \end{cases}$$

(2) 去分母得， $2x > 6 - 3(x - 2)$,

去括号得， $2x > 6 - 3x + 6$,

移项、合并得， $5x > 12$,

系数化为 1 得， $x > \frac{12}{5}$.

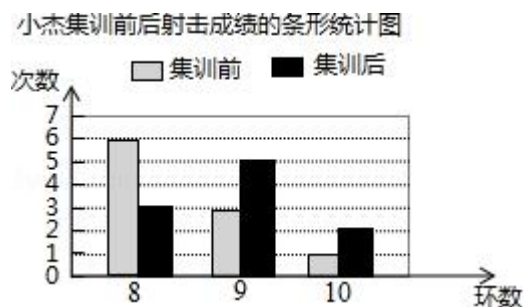
【点评】此题主要考查了二元一次方程组合解一元一次不等式，掌握解一元一次不等式的一般步骤和解方程组的方法上解题得关键.

20. (6 分) (2017•镇江) 为了解射击运动员小杰的集训效果，教练统计了他集训前后的两次测试成绩 (每次测试射击 10 次)，制作了如图所示的条形统计图.

(1) 集训前小杰射击成绩的众数为 8;

(2) 分别计算小杰集训前后射击的平均成绩;

(3) 请用一句话评价小杰这次集训的效果.



【考点】VC: 条形统计图; W2: 加权平均数; W5: 众数.

【分析】 (1) 根据众数的定义可得;

(2) 根据加权平均数的定义可得答案;

(3) 由 (2) 中答案可得答案.

【解答】 解: (1) 集训前小杰射击成绩的众数为 8 环,

故答案为: 8;

(2) 小杰集训前射击的平均成绩为 $\frac{8 \times 6 + 9 \times 3 + 10 \times 1}{10} = 8.5$ (环),

小杰集训后射击的平均成绩为 $\frac{8 \times 3 + 9 \times 5 + 10 \times 2}{10} = 8.9$ (环);

(3) 由集训前后平均环数的变化可知, 小杰这次集训后的命中环数明显增加.

【点评】 本题主要考查众数和平均数及条形统计图, 熟练掌握众数和平均数的定义是解题的关键.

21. (6 分) (2017•镇江) 某校 5 月份举行了八年级生物实验考查, 有 A 和 B 两个考查实验, 规定每位学生只参加其中一个实验的考查, 并由学生自己抽签决定具体的考查实验, 小明、小丽、小华都参加了本次考查.

(1) 小丽参加实验 A 考查的概率是 $\frac{1}{2}$;

(2) 用列表或画树状图的方法求小明、小丽都参加实验 A 考查的概率;

(3) 他们三人都参加实验 A 考查的概率是 $\frac{1}{8}$.

【考点】 X6: 列表法与树状图法; X4: 概率公式.

【分析】 (1) 由可参加实验考查只有两个, 可得出小丽参加实验 A 考查的概率是 $\frac{1}{2}$;

(2) 画出树状图, 结合树状图得出结论;

(3) 由每人选择实验 A 考查的概率为 $\frac{1}{2}$, 利用概率公式即可求出三人都参加实验 A 考查的概率.

【解答】解：(1) 小丽参加实验 A 考查的概率是 $\frac{1}{2}$.

故答案为： $\frac{1}{2}$.

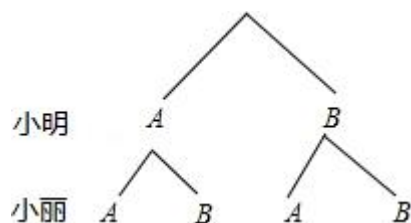
(2) 画树状图如图所示.

$\therefore$ 两人的参加实验考查共有四种等可能结果，而两人都参加实验 A 考查有 1 种，

$\therefore$ 小明、小丽都参加实验 A 考查的概率为 $\frac{1}{4}$.

(3) 他们三人都参加实验 A 考查的概率是 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

故答案为： $\frac{1}{8}$.



【点评】本题考查了列表法与树状图法以及概率公式，解题的关键是：(1) 根据

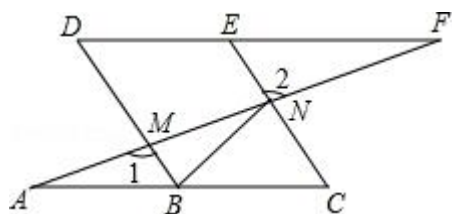
可参加的实验考查的个数，求出小丽参加实验 A 考查的概率；(2) 画出树状图；

(3) 套用概率公式求出三人都参加实验 A 考查的概率.

22. (6 分) (2017•镇江) 如图，点 B、E 分别在 AC、DF 上，AF 分别交 BD、CE 于点 M、N， $\angle A = \angle F$ ， $\angle 1 = \angle 2$.

(1) 求证：四边形 BCED 是平行四边形；

(2) 已知 $DE = 2$ ，连接 BN，若 BN 平分 $\angle DBC$ ，求 CN 的长.



【考点】L7：平行四边形的判定与性质.

【分析】(1) 由已知角相等，利用对顶角相等，等量代换得到同位角相等，进而

得出 DB 与 EC 平行，再由内错角相等两直线平行得到 DE 与 BC 平行，即可得证；

(2) 由角平分线得到一对角相等，再由两直线平行内错角相等，等量代换得到一对角相等，再利用等角对等边得到 $CN=BC$ ，再由平行四边形对边相等即可确定出所求.

【解答】 (1) 证明： $\because \angle A = \angle F$,

$\therefore DE \parallel BC$,

$\because \angle 1 = \angle 2$, 且 $\angle 1 = \angle DMF$,

$\therefore \angle DMF = \angle 2$,

$\therefore DB \parallel EC$,

则四边形 BCED 为平行四边形；

(2) 解： $\because BN$ 平分 $\angle DBC$,

$\therefore \angle DBN = \angle CBN$,

$\because EC \parallel DB$,

$\therefore \angle CNB = \angle DBN$,

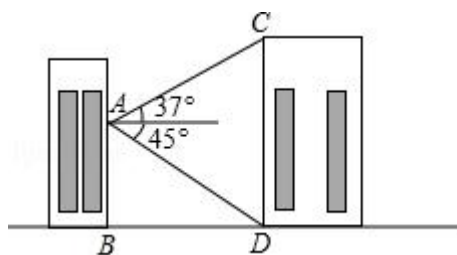
$\therefore \angle CNB = \angle CBN$,

$\therefore CN = BC = DE = 2$.

【点评】 此题考查了平行四边形的判定与性质，熟练掌握平行四边形的判定与性质是解本题的关键.

23. (6 分) (2017•镇江) 如图，小明在教学楼 A 处分别观测对面实验楼 CD 底部的俯角为 45° ，顶部的仰角为 37° ，已知教学楼和实验楼在同一平面上，观测点距地面的垂直高度 AB 为 15m，求实验楼的垂直高度即 CD 长 (精确到 1m)

参考值： $\sin 37^\circ = 0.60$, $\cos 37^\circ = 0.80$, $\tan 37^\circ = 0.75$.



【考点】TA：解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】作 $AE \perp CD$ 于 E ，根据正切的定义求出 CE 和 AE ，计算即可.

【解答】解：作 $AE \perp CD$ 于 E ，

$$\therefore AB = 15\text{m},$$

$$\therefore DE = AB = 15\text{m},$$

$$\therefore \angle DAE = 45^\circ,$$

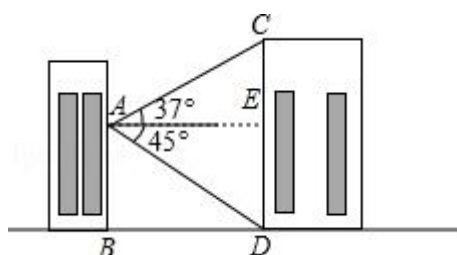
$$\therefore AE = DE = 15\text{m},$$

$$\text{在 Rt}\triangle ACE \text{ 中, } \tan \angle CAE = \frac{CE}{AE},$$

$$\text{则 } CE = AE \cdot \tan 37^\circ = 15 \times 0.75 \approx 11\text{m},$$

$$\therefore AB = CE + DE = 11 + 15 = 26\text{m}.$$

答：实验楼的垂直高度即 CD 长为 26m.



【点评】本题考查的是解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题，解决此类问题要了解角之间的关系，找到与已知和未知相关联的直角三角形，当图形中没有直角三角形时，要通过作高或垂线构造直角三角形，另当问题以一个实际问题的形式给出时，要善于读懂题意，把实际问题划归为直角三角形中边角关系问题加以解决.

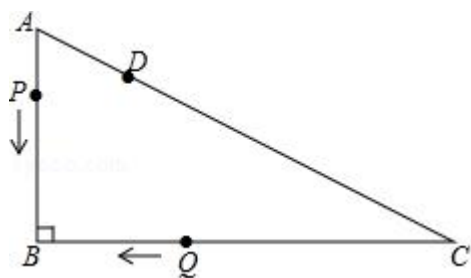
24. (6 分) (2017•镇江) 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 3\text{cm}$ ， $BC = 4\text{cm}$. 点

D 在 AC 上， $AD = 1\text{cm}$ ，点 P 从点 A 出发，沿 AB 匀速运动；点 Q 从点 C 出发，

沿 $C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow C$ 的路径匀速运动. 两点同时出发, 在 B 点处首次相遇后, 点 P 的运动速度每秒提高了 2cm , 并沿 $B \rightarrow C \rightarrow A$ 的路径匀速运动; 点 Q 保持速度不变, 并继续沿原路径匀速运动, 两点在 D 点处再次相遇后停止运动, 设点 P 原来的速度为 $x\text{cm/s}$.

(1) 点 Q 的速度为 $\frac{4}{3}x\text{cm/s}$ (用含 x 的代数式表示).

(2) 求点 P 原来的速度.



【考点】 B7: 分式方程的应用.

【分析】 (1) 设点 Q 的速度为 $y\text{cm/s}$, 根据题意得方程即可得到结论;

(2) 根据勾股定理得到 $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$, 求得 $CD = 5 - 1 = 4$, 列方程即可得到结论.

【解答】 解: (1) 设点 Q 的速度为 $y\text{cm/s}$,

由题意得 $3 \div x = 4 \div y$,

$$\therefore y = \frac{4}{3}x,$$

故答案为: $\frac{4}{3}x$;

$$(2) AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$$CD = 5 - 1 = 4,$$

在 B 点处首次相遇后, 点 P 的运动速度为 $(x+2)\text{cm/s}$,

$$\text{由题意得 } \frac{3+1}{\frac{4x}{3}} = \frac{4+4}{x+2},$$

入 $y=\frac{3}{x}$ 求出 m 得到 $B(3, 1)$ ，通过确定直线 AB 的解析式得到 $D(4, 0)$ ，接着利用对称性确定 $E(2, 0)$ ，于是利用待定系数法求出直线 BC 的解析式为 $y=x-2$ ，然后判断点 E 是否直线 BC 上；

(3) 直线 AB 交 y 轴于 M ，直线 BP 交 y 轴于 N ，如图 2，先确定 $M(0, 4)$ ，计算出 $BM=3\sqrt{2}$ ， $BE=\sqrt{2}$ ， $EF=\frac{1}{2}$ ，再证明 $\triangle BMN \sim \triangle BEF$ ，通过相似比计算出 $MN=\frac{3}{2}$ ，从而得到 $N(0, \frac{11}{2})$ ，则利用待定系数法得到直线 BN 的解析式为 $y=-\frac{3}{2}x+\frac{11}{2}$ ，然后通过解方程组 $\begin{cases} y=\frac{3}{x} \\ y=-\frac{3}{2}x+\frac{11}{2} \end{cases}$ 得 P 点坐标.

【解答】解：(1) $\because A(1, 3)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，

$$\therefore k=1 \times 3=3;$$

(2) 点 B 、 E 、 C 在同一条直线上. 理由如下：

$\because$ 直线 OA 与反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象的另一支交于点 C ，

$\therefore$ 点 A 与点 C 关于原点对称，

$$\therefore C(-1, -3),$$

$\because B(m, 1)$ 在反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 的图象上，

$$\therefore 1 \times m=3, \text{ 解得 } m=3, \text{ 即 } B(3, 1),$$

把 $A(1, 3)$ 代入 $y=-x+b$ 得 $-1+b=3$ ，解得 $b=4$ ，

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y=-x+4$ ，

当 $y=0$ 时， $-x+4=0$ ，解得 $x=4$ ，则 $D(4, 0)$ ，

$\because$ 点 E 与点 D 关于直线 $x=3$ 对称，

$$\therefore E(2, 0),$$

设直线 BC 的解析式为 $y=px+q$ ，

把 B (3, 1), C (-1, -3) 代入得 $\begin{cases} 3p + q = 1 \\ -p + q = -3 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} p = 1 \\ q = -2 \end{cases}$

∴ 直线 BC 的解析式为 $y = x - 2$,

当 $x=2$ 时, $y = x - 2 = 0$,

∴ 点 E 在直线 BC 上,

即点 B、E、C 在同一条直线上;

(3) 直线 AB 交 y 轴于 M, 直线 BP 交 y 轴于 N, 如图 2,

当 $x=0$ 时, $y = -x + 4 = 4$, 则 M (0, 4),

而 B (3, 1), E (2, 0), F ($\frac{3}{2}$, 0),

∴ $BM = \sqrt{3^2 + (1-4)^2} = 3\sqrt{2}$, $BE = \sqrt{(3-2)^2 + 1^2} = \sqrt{2}$, $EF = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$,

∴ $OM = OD = 4$,

∴ $\triangle OMD$ 为等腰直角三角形,

∴ $\angle OMD = \angle ODM = 45^\circ$,

∴ 点 E 与点 D 关于直线 $x=3$ 对称,

∴ $\angle BED = \angle BDE = 45^\circ$,

∴ $\angle BMN = \angle BEF = 135^\circ$,

∴ $\angle ABP = \angle EBF$,

∴ $\triangle BMN \sim \triangle BEF$,

∴ $\frac{MN}{EF} = \frac{BM}{BE}$, 即 $\frac{MN}{\frac{1}{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$, 解得 $MN = \frac{3}{2}$,

∴ N (0, $\frac{11}{2}$),

设直线 BN 的解析式为 $y = ax + n$,

把 $B(3, 1)$, $N(0, \frac{11}{2})$ 代入得 $\begin{cases} 3a + n = 1 \\ n = \frac{11}{2} \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a = -\frac{3}{2} \\ n = \frac{11}{2} \end{cases}$

$\therefore$ 直线 BN 的解析式为 $y = -\frac{3}{2}x + \frac{11}{2}$,

解方程组 $\begin{cases} y = \frac{3}{x} \\ y = -\frac{3}{2}x + \frac{11}{2} \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{9}{2} \end{cases}$

$\therefore P$ 点坐标为 $(\frac{2}{3}, \frac{9}{2})$.

故答案为 $3, \frac{2}{3}, \frac{9}{2}$.

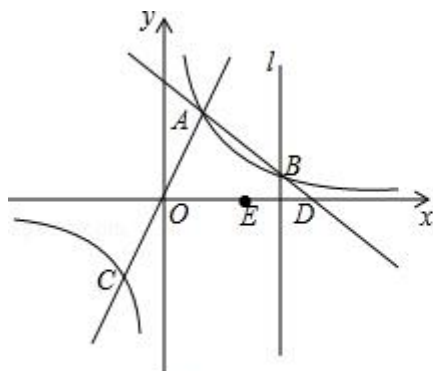


图1

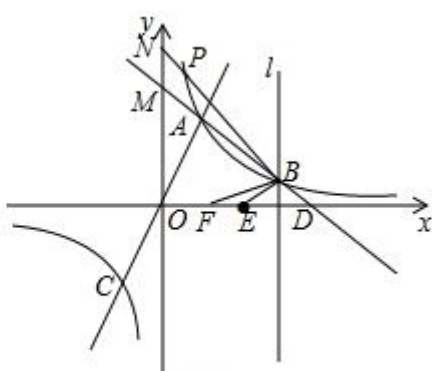


图2

【点评】 本题考查了反比例函数的综合题：熟练掌握反比例函数图象上点的坐标特征、反比例函数的性质；会利用待定系数法求反比例函数和一次函数解析式，能通过解方程求它们的交点坐标；会运用相似比计算线段的长；理解坐标与图形性质，记住两点间的距离公式.

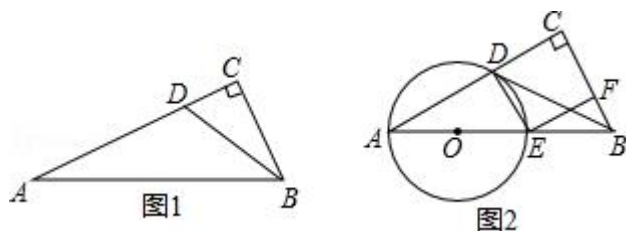
26. (8 分) (2017·镇江) 如图 1, $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle C=90^\circ$, 点 D 在 AC 上, $\angle CBD=\angle A$, 过 A 、 D 两点的圆的圆心 O 在 AB 上.

(1) 利用直尺和圆规在图 1 中画出 $\odot O$ (不写作法, 保留作图痕迹, 并用黑色水笔把线条描清楚);

(2) 判断 BD 所在直线与 (1) 中所作的 $\odot O$ 的位置关系, 并证明你的结论;

(3) 设 $\odot O$ 交 AB 于点 E , 连接 DE , 过点 E 作 $EF \perp BC$, F 为垂足, 若点 D 是

线段 AC 的黄金分割点 (即 $\frac{DC}{AD} = \frac{AD}{AC}$), 如图 2, 试说明四边形 $DEFC$ 是正方形).



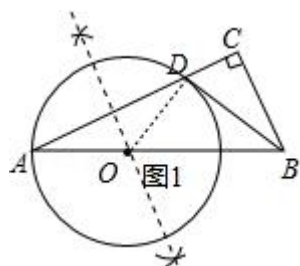
【考点】MR：圆的综合题.

【分析】(1) 如图 1，作线段 AD 的垂直平分线交 AB 于 O ，然后以点 O 为圆心， OA 为半径作圆；

(2) 连接 OD ，如图 1，利用 $\angle A = \angle ODA$ 、 $\angle CBD = \angle A$ 得到 $\angle CBD = \angle ODA$ ，则可证明 $\angle ODB = 90^\circ$ ，然后根据切线的判定方法可判断 BD 为 $\odot O$ 的切线；

(3) 先证明 $\triangle CDB \sim \triangle CBA$ 得到 $CB^2 = CD \cdot CA$ ，再根据黄金分割的定义得到 $AD^2 = CD \cdot AC$ ，则 $AD = CB$ ，接着证明 $\triangle ADE \cong \triangle BCD$ 得到 $DE = DC$ ，易得四边形 $CDEF$ 为矩形，然后根据正方形的判定方法可判断四边形 $DEFC$ 是正方形.

【解答】解：(1) 如图 1， $\odot O$ 为所作；



(2) BD 与 $\odot O$ 相切. 理由如下:

连接 OD ，如图 1，

$$\because OA = OD,$$

$$\therefore \angle A = \angle ODA,$$

$$\because \angle CBD = \angle A,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle ODA,$$

$$\because \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBD + \angle CDB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ODA + \angle CDB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ODB = 90^\circ,$$

$$\therefore OD \perp BD,$$

$\therefore BD$ 为 $\odot O$ 的切线;

$$(3) \because \angle CBD = \angle A, \quad \angle DCB = \angle BCA,$$

$$\therefore \triangle CDB \sim \triangle CBA,$$

$$\therefore CD : CB = CB : CA,$$

$$\therefore CB^2 = CD \cdot CA,$$

$\therefore$ 点 D 是线段 AC 的黄金分割点,

$$\therefore AD^2 = CD \cdot AC,$$

$$\therefore AD = CB,$$

$\therefore AE$ 为直径,

$$\therefore \angle ADE = 90^\circ,$$

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle BCD$ 中

$$\begin{cases} \angle A = \angle CBD \\ AD = BC \\ \angle ADE = \angle C \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BCD,$$

$$\therefore DE = DC,$$

$$\therefore EF \perp BC,$$

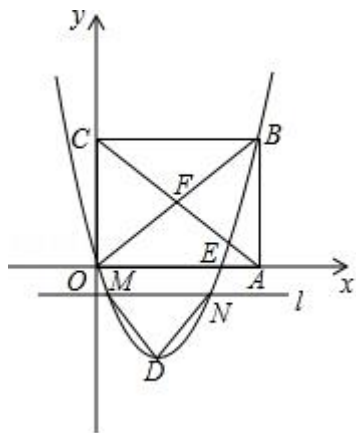
$$\therefore \angle EFC = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $CDEF$ 为矩形,

【点评】本题考查了圆的综合题：熟练掌握正方形的判定方法、圆的定义、圆周角定理和切线的判定方法；会利用相似比表示线段之间的关系，记住黄金分割的定义；会作线段的垂直平分线。

(1) 当 $t=12$ 时, 顶点 D 到 x 轴的距离等于 $-\frac{7}{4}$;

(3) 矩形 $OABC$ 的对角线 OB 、 AC 交于点 F ，直线 l 平行于 x 轴，交二次函数 $y=x^2+bx$ ($b < 0$) 的图象于点 M 、 N ，连接 DM 、 DN ，当 $\triangle DMN \cong \triangle FOC$ 时，求 t 的值.



【分析】 (1) 当 $t=12$ 时, $B(4, 12)$, 将点 B 的坐标代入抛物线的解析式可求

得 b 的值，于是可得到抛物线的解析式，最后利用配方法可求得点 D 的坐标，从而可求得点 D 到 x 轴的距离；

(2) 令 $y=0$ 得到 $x^2+bx=0$ ，从而可求得方程的解为 $x=0$ 或 $x=-b$ ，然后列出 $OE \cdot AE$ 关于 b 的函数关系式，利用配方法可求得 b 的 $OE \cdot AE$ 的最大值，以及此时 b 的值，于是可得到抛物线的解析式；

(3) 过 D 作 $DG \perp MN$ ，垂足为 G ，过点 F 作 $FH \perp CO$ ，垂足为 H 。依据全等三角形的性质可得到 $MN=CO=t$ ， $DG=FH=2$ ，然后由点 D 的坐标可得到点 N 的坐标，最后将点 N 的坐标代入抛物线的解析式可求得 t 的值。

【解答】解：(1) 当 $t=12$ 时， $B(4, 12)$ 。

将点 B 的坐标代入抛物线的解析式得： $16+4b=12$ ，解得： $b=-1$ ，

$\therefore$ 抛物线的解析式 $y=x^2-x$ 。

$$\therefore y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

$$\therefore D\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$$

$\therefore$ 顶点 D 与 x 轴的距离为 $\frac{1}{4}$

故答案为： $\frac{1}{4}$

(2) 将 $y=0$ 代入抛物线的解析式得： $x^2+bx=0$ ，解得 $x=0$ 或 $x=-b$ ，

$$\therefore OA=4,$$

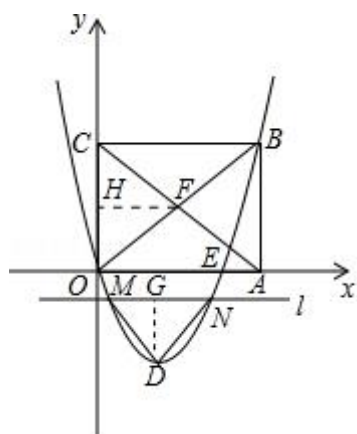
$$\therefore AE=4 - (-b) = 4+b.$$

$$\therefore OE \cdot AE = -b(4+b) = -b^2 - 4b = -(b+2)^2 + 4,$$

$\therefore OE \cdot AE$ 的最大值为 4 ，此时 b 的值为 -2 ，

$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y=x^2-2x$ 。

(3) 过 D 作 $DG \perp MN$ ，垂足为 G ，过点 F 作 $FH \perp CO$ ，垂足为 H 。



$\therefore \triangle DMN \cong \triangle FOC$,

$\therefore MN = CO = t, DG = FH = 2$.

$\therefore D \left(-\frac{b}{2}, -\frac{b^2}{4} \right)$,

$\therefore N \left(-\frac{b}{2} + \frac{t}{2}, -\frac{b^2}{4} + 2 \right)$, 即 $\left(\frac{t-b}{2}, \frac{8-b^2}{4} \right)$.

把点 N 和坐标代入抛物线的解析式得: $\frac{8-b^2}{4} = \left(\frac{t-b}{2} \right)^2 + b \cdot \left(\frac{t-b}{2} \right)$,

解得: $t = \pm 2\sqrt{2}$.

$\therefore t > 0$,

$\therefore t = 2\sqrt{2}$.

【点评】 本题主要考查的是二次函数的综合应用, 解答本题主要应用了待定系数法求二次函数的解析式、配方法求二次函数的顶点坐标, 全等三角形的性质, 求得点 N 的坐标 (用含 b 和 t 的式子表示) 是解题的关键.

28. (11 分) (2017•镇江) 【回顾】

如图 1, $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 30^\circ$, $AB = 3$, $BC = 4$, 则 $\triangle ABC$ 的面积等于 3.

【探究】

图 2 是同学们熟悉的一副三角尺, 一个含有 30° 的角, 较短的直角边长为 a; 另一个含有 45° 的角, 直角边长为 b, 小明用两副这样的三角尺拼成一个平行四边

形 ABCD (如图 3), 用了两种不同的方法计算它的面积, 从而推出 $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$,

小丽用两副这样的三角尺拼成了一个矩形 EFGH (如图 4), 也推出 $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$,

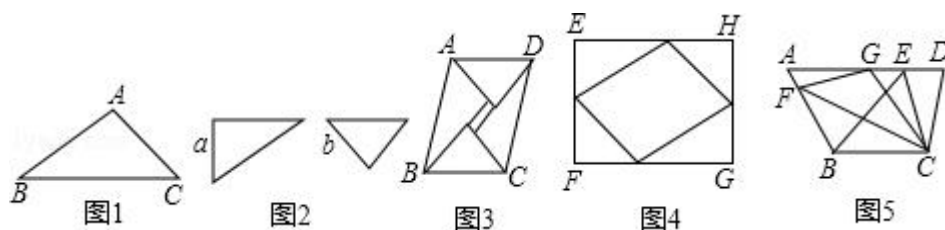
请你写出小明或小丽推出 $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ 的具体说理过程.

【应用】

在四边形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $\angle D = 75^\circ$, $BC = 6$, $CD = 5$, $AD = 10$ (如图 5)

(1) 点 E 在 AD 上, 设 $t = BE + CE$, 求 t^2 的最小值;

(2) 点 F 在 AB 上, 将 $\triangle BCF$ 沿 CF 翻折, 点 B 落在 AD 上的点 G 处, 点 G 是 AD 的中点吗? 说明理由.



【考点】LO: 四边形综合题.

【分析】回顾: 如图 1 中, 作 $AH \perp BC$. 求出 AH 即可解决问题;

探究: 如图 2 中, 根据 $S_{\text{四边形 } ABCD} = BC \cdot AB \cdot \sin 75^\circ = 2S_{\triangle ABE} + 2S_{\triangle BFC} + S_{\text{矩形 } EFGH}$ 列出方程即可解决问题;

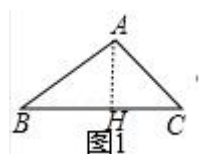
应用: ①作 C 关于 AD 的对称点 H, CH 交 AD 于 J, 连接 BH, EH. 因为 $EC = EH$, 推出 $EB + EC = EB + EH$, 在 $\triangle EBH$ 中, $BE + EH \geq BH$, 推出 $BE + EC$ 的最小值为 BH, 求出 BH 即可解决问题;

②结论: 点 G 不是 AD 的中点. 理由反证法证明即可.

【解答】由题意可知四边形 EFGH 是矩形, $AB = CD = 2a$, $AH = DH = BF = CF = b$,

$EF = GH = \sqrt{3}a - b$, $EH = FG = b - a$, $BC = \sqrt{2}b$,

解: 回顾: 如图 1 中, 作 $AH \perp BC$.



在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中, $\because \angle B=30^\circ$, $AB=3$,

$$\therefore AH=AB \cdot \sin 30^\circ = \frac{3}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AH = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{3}{2} = 3,$$

故答案为 3.

探究: 如图 2 中,

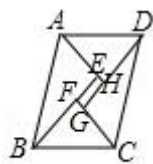


图3

由题意可知四边形 EFGH 是矩形, $AB=CD=2a$, $AH=DH=BF=CF=b$, $EF=GH=\sqrt{3}a - b$, $EH=FG=b - a$, $BC=\sqrt{2}b$,

$$\therefore S_{\text{四边形 } ABCD} = BC \cdot AB \cdot \sin 75^\circ = 2S_{\triangle ABE} + 2S_{\triangle BFC} + S_{\text{矩形 } EFGH}$$

$$\therefore \sqrt{2}b \cdot 2a \cdot \sin 75^\circ = 2 \times \frac{1}{2} \times a \times \sqrt{3}a + 2 \times \frac{1}{2} \times b^2 + (\sqrt{3}a - b)(b - a),$$

$$\therefore 2\sqrt{2}ab \sin 75^\circ = \sqrt{3}ab + ab,$$

$$\therefore \sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.$$

如图 3 中,

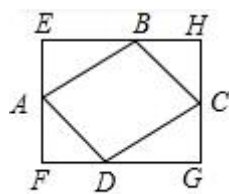


图4

易知四边形 ABCD 是平行四边形, $\angle BAD=75^\circ$,

$$\therefore S_{\text{四边形 } EFGH} = 2 \cdot S_{\triangle ABE} + 2 \cdot S_{\triangle ADF} + S_{\text{平行四边形 } ABCD},$$

$$\therefore (a+b)(\sqrt{3}a+b) = 2 \times \frac{1}{2} \times a \times \sqrt{3}a + 2 \times \frac{1}{2} \times b^2 + \sqrt{2}b \cdot 2a \cdot \sin 75^\circ,$$

$$\therefore \sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.$$

应用：①作 C 关于 AD 的对称点 H，CH 交 AD 于 J，连接 BH，EH.

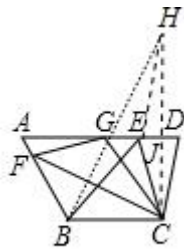


圖5

在 Rt△DCJ 中, $JC=CD \cdot \sin 75^\circ = \frac{5}{4}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$,

$$\therefore CH=2CJ=\frac{5}{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2}),$$

在 Rt△BHC 中, $BH^2=BC^2+CH^2=36+\frac{25}{4}(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2=86+25\sqrt{3}$,

$$\therefore EC = EH,$$

$$\therefore EB+EC=EB+EH,$$

在 $\triangle EBH$ 中, $BE+EH \geq BH$,

$\therefore BE+EC$ 的最小值为 BH ,

$\therefore t=BE+CE$, t^2 的最小值为 BH^2 , 即为 $86+25\sqrt{3}$.

②结论: 点 G 不是 AD 的中点.

理由：作 $CJ \perp AD$ 于 J , $DH \perp CG$ 于 H .

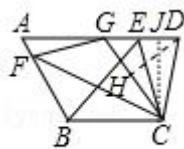


圖 5

不妨设 $AG=GD=5$, $\therefore CD=5$,

$$\therefore DC=DG, \quad \therefore DH \perp CG,$$

$$\therefore GH=CH=3,$$

在 $\text{Rt}\triangle CDH$ 中, $DH = \sqrt{CD^2 - CH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$,

$$\therefore S_{\triangle DGC} = \frac{1}{2} \cdot CG \cdot DH = \frac{1}{2} \cdot DG \cdot CJ,$$

$$\therefore CJ = \frac{24}{5},$$

$$\therefore \sin \angle CDJ = \frac{CJ}{CD} = \frac{24}{25}$$

$$\therefore \angle CDJ = 75^\circ,$$

$$\therefore \text{与 } \sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \text{ 矛盾,}$$

$\therefore$ 假设不成立,

$\therefore$ 点 G 不是 AD 的中点.

【点评】 本题考查四边形综合题、锐角三角函数、勾股定理、三角形的面积、轴对称最短问题等知识，解题的关键是学会理由分割法求四边形的面积，学会用反证法解决问题，属于中考压轴题.