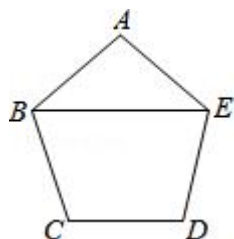


2017 年江苏省苏州市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

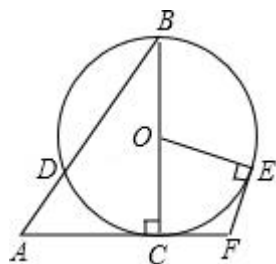
1. (3 分) $(-21) \div 7$ 的结果是 ()
A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$
2. (3 分) 有一组数据: 2, 5, 5, 6, 7, 这组数据的平均数为 ()
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
3. (3 分) 小亮用天平称得一个罐头的质量为 2.026kg, 用四舍五入法将 2.026 精确到 0.01 的近似值为 ()
A. 2 B. 2.0 C. 2.02 D. 2.03
4. (3 分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + k = 0$ 有两个相等的实数根, 则 k 的值为 ()
A. 1 B. -1 C. 2 D. -2
5. (3 分) 为了鼓励学生课外阅读, 学校公布了“阅读奖励”方案, 并设置了“赞成、反对、无所谓”三种意见. 现从学校所有 2400 名学生中随机征求了 100 名学生的意见, 其中持“反对”和“无所谓”意见的共有 30 名学生, 估计全校持“赞成”意见的学生人数约为 ()
A. 70 B. 720 C. 1680 D. 2370
6. (3 分) 若点 $A(m, n)$ 在一次函数 $y = 3x + b$ 的图象上, 且 $3m - n > 2$, 则 b 的取值范围为 ()
A. $b > 2$ B. $b > -2$ C. $b < 2$ D. $b < -2$
7. (3 分) 如图, 在正五边形 $ABCDE$ 中, 连接 BE , 则 $\angle ABE$ 的度数为 ()



- A. 30° B. 36° C. 54° D. 72°
8. (3 分) 若二次函数 $y = ax^2 + 1$ 的图象经过点 $(-2, 0)$, 则关于 x 的方程 $a(x - 2)^2 + 1 = 0$ 的实数根为 ()

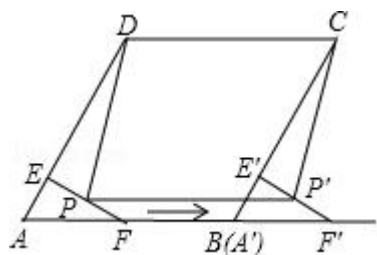
- A. $x_1=0, x_2=4$ B. $x_1=-2, x_2=6$ C. $x_1=\frac{3}{2}, x_2=\frac{5}{2}$ D. $x_1=-4, x_2=0$

9. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle A=56^\circ$. 以 BC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D . E 是 $\odot O$ 上一点, 且 $\widehat{CE}=\widehat{CD}$, 连接 OE . 过点 E 作 $EF \perp OE$, 交 AC 的延长线于点 F , 则 $\angle F$ 的度数为 ()



- A. 92° B. 108° C. 112° D. 124°

10. (3分) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle A=60^\circ$, $AD=8$, F 是 AB 的中点. 过点 F 作 $FE \perp AD$, 垂足为 E . 将 $\triangle AEF$ 沿点 A 到点 B 的方向平移, 得到 $\triangle A'E'F'$. 设 P, P' 分别是 $EF, E'F'$ 的中点, 当点 A' 与点 B 重合时, 四边形 $PP'CD$ 的面积为 ()

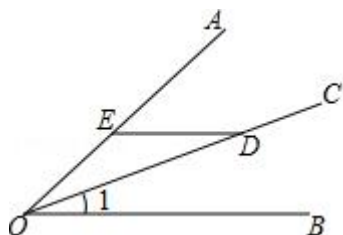


- A. $28\sqrt{3}$ B. $24\sqrt{3}$ C. $32\sqrt{3}$ D. $32\sqrt{3}-8$

二、填空题 (每题 3 分, 满分 24 分, 将答案填在答题纸上)

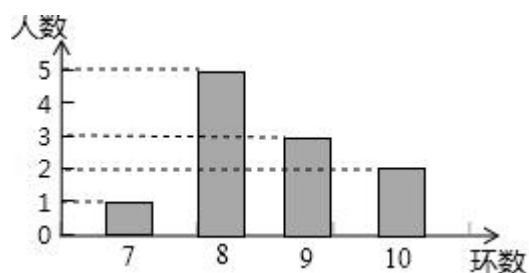
11. (3分) 计算: $(a^2)^2=$ _____.

12. (3分) 如图, 点 D 在 $\angle AOB$ 的平分线 OC 上, 点 E 在 OA 上, $ED \parallel OB$, $\angle 1=25^\circ$, 则 $\angle AED$ 的度数为_____°.



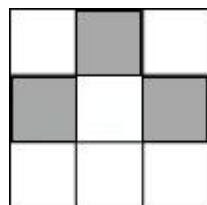
13. (3分) 某射击俱乐部将 11 名成员在某次射击训练中取得的成绩绘制成如图

所示的条形统计图. 由图可知, 11 名成员射击成绩的中位数是_____环.

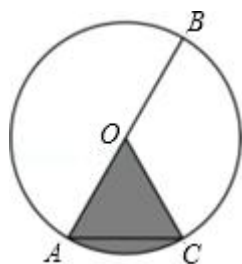


14. (3 分) 分解因式: $4a^2 - 4a + 1 =$ _____.

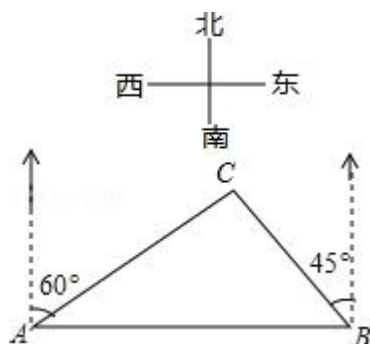
15. (3 分) 如图, 在“ 3×3 ”网格中, 有 3 个涂成黑色的小方格. 若再从余下的 6 个小方格中随机选取 1 个涂成黑色, 则完成的图案为轴对称图案的概率是_____.



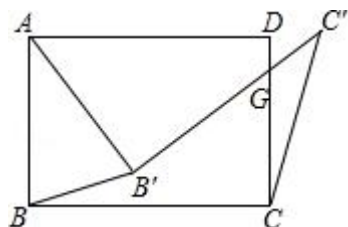
16. (3 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 是弦, $AC=3$, $\angle BOC=2\angle AOC$. 若用扇形 OAC (图中阴影部分) 围成一个圆锥的侧面, 则这个圆锥底面圆的半径是_____.



17. (3 分) 如图, 在一笔直的沿湖道路 l 上有 A 、 B 两个游船码头, 观光岛屿 C 在码头 A 北偏东 60° 的方向, 在码头 B 北偏西 45° 的方向, $AC=4\text{km}$. 游客小张准备从观光岛屿 C 乘船沿 CA 回到码头 A 或沿 CB 回到码头 B , 设开往码头 A 、 B 的游船速度分别为 v_1 、 v_2 , 若回到 A 、 B 所用时间相等, 则 $\frac{v_1}{v_2} =$ _____ (结果保留根号).



18. (3 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 将 $\angle ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转一定角度后, BC 的对应边 $B'C'$ 交 CD 边于点 G . 连接 BB' 、 CC' . 若 $AD=7$, $CG=4$, $AB'=B'G$, 则 $\frac{CC'}{BB'} = \underline{\hspace{2cm}}$ (结果保留根号).



三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 76 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

19. (5 分) 计算: $|-1| + \sqrt{4} - (\pi - 3)^0$.

20. (5 分) 解不等式组:
$$\begin{cases} x+1 \geq 4 \\ 2(x-1) > 3x-6 \end{cases}$$

21. (6 分) 先化简, 再求值: $(1 - \frac{5}{x+2}) \div \frac{x^2-9}{x+3}$, 其中 $x = \sqrt{3} - 2$.

22. (6 分) 某长途汽车客运公司规定旅客可免费携带一定质量的行李，当行李的质量超过规定时，需付的行李费 y (元) 是行李质量 x (kg) 的一次函数. 已知行李质量为 20kg 时需付行李费 2 元，行李质量为 50kg 时需付行李费 8 元.

- (1) 当行李的质量 x 超过规定时，求 y 与 x 之间的函数表达式;
- (2) 求旅客最多可免费携带行李的质量.

23. (8 分) 初一 (1) 班针对“你最喜爱的课外活动项目”对全班学生进行调查 (每名学生分别选一个活动项目)，并根据调查结果列出统计表，绘制成扇形统计图.

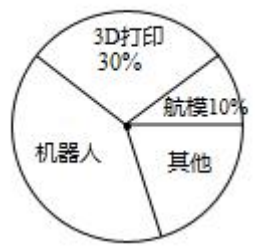
男、女生所选项目人数统计表

项目	男生 (人数)	女生 (人数)
机器人	7	9
3D 打印	m	4
航模	2	2
其他	5	n

根据以上信息解决下列问题:

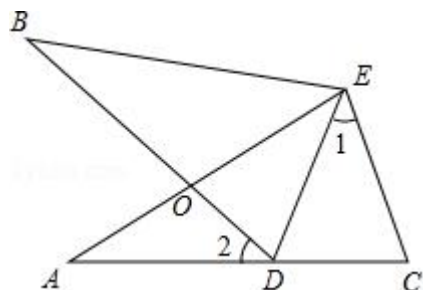
- (1) $m=$ _____, $n=$ _____;
- (2) 扇形统计图中机器人项目所对应扇形的圆心角度数为_____°;
- (3) 从选航模项目的 4 名学生中随机选取 2 名学生参加学校航模兴趣小组训练, 请用列举法 (画树状图或列表) 求所选取的 2 名学生中恰好有 1 名男生、1 名女生的概率.

学生所选项目人数扇形统计图



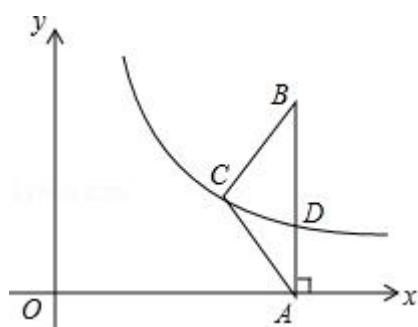
24. (8分) 如图, $\angle A = \angle B$, $AE = BE$, 点 D 在 AC 边上, $\angle 1 = \angle 2$, AE 和 BD 相交于点 O .

- (1) 求证: $\triangle AEC \cong \triangle BED$;
- (2) 若 $\angle 1 = 42^\circ$, 求 $\angle BDE$ 的度数.



25. (8分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, $AB \perp x$ 轴, 垂足为 A . 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过点 C , 交 AB 于点 D . 已知 $AB = 4$, $BC = \frac{5}{2}$.

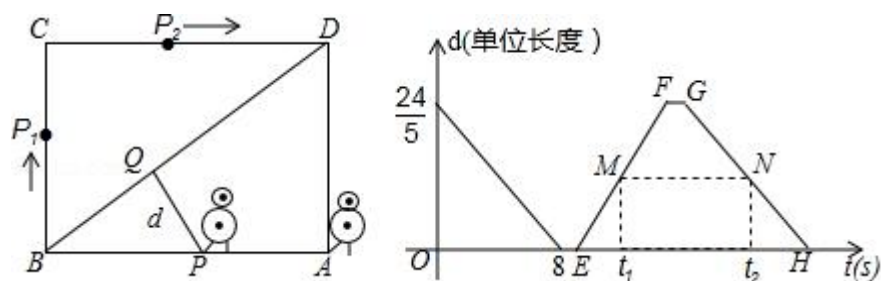
- (1) 若 $OA = 4$, 求 k 的值;
- (2) 连接 OC , 若 $BD = BC$, 求 OC 的长.



26. (10 分) 某校机器人兴趣小组在如图①所示的矩形场地上开展训练. 机器人从点 A 出发, 在矩形 ABCD 边上沿着 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 的方向匀速移动, 到达点 D 时停止移动. 已知机器人的速度为 1 个单位长度/s, 移动至拐角处调整方向需要 1s (即在 B、C 处拐弯时分别用时 1s). 设机器人所用时间为 t (s) 时, 其所在位置用点 P 表示, P 到对角线 BD 的距离 (即垂线段 PQ 的长) 为 d 个单位长度, 其中 d 与 t 的函数图象如图②所示.

(1) 求 AB、BC 的长;

(2) 如图②, 点 M、N 分别在线段 EF、GH 上, 线段 MN 平行于横轴, M、N 的横坐标分别为 t_1 、 t_2 . 设机器人用了 t_1 (s) 到达点 P_1 处, 用了 t_2 (s) 到达点 P_2 处 (见图①). 若 $CP_1 + CP_2 = 7$, 求 t_1 、 t_2 的值.



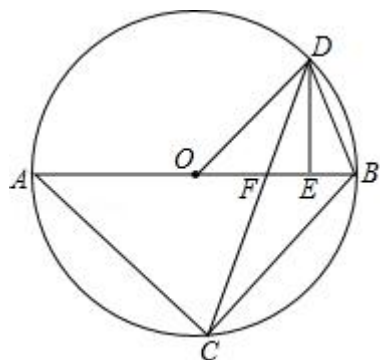
27. (10 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, AB 是直径, 点 D 在 $\odot O$ 上, $OD \parallel BC$, 过点 D 作 $DE \perp AB$, 垂足为 E , 连接 CD 交 OE 边于点 F .

(1) 求证: $\triangle DOE \sim \triangle ABC$;

(2) 求证: $\angle ODF = \angle BDE$;

(3) 连接 OC , 设 $\triangle DOE$ 的面积为 S_1 , 四边形 $BCOD$ 的面积为 S_2 , 若 $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{7}$,

求 $\sin A$ 的值.

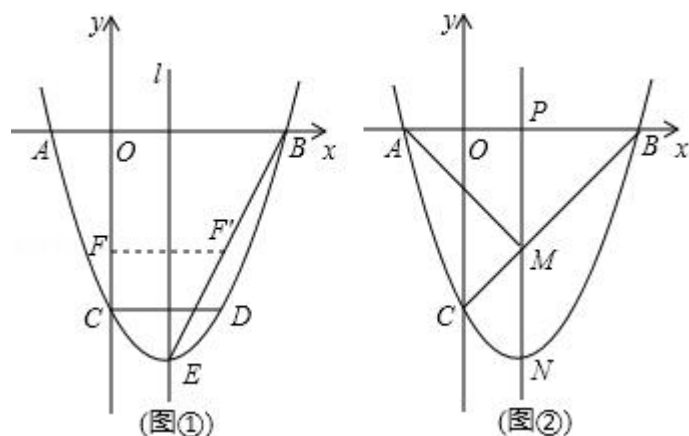


28. (10 分) 如图, 二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C , $OB=OC$. 点 D 在函数图象上, $CD\parallel x$ 轴, 且 $CD=2$, 直线 l 是抛物线的对称轴, E 是抛物线的顶点.

(1) 求 b 、 c 的值;

(2) 如图①, 连接 BE , 线段 OC 上的点 F 关于直线 l 的对称点 F' 恰好在线段 BE 上, 求点 F 的坐标;

(3) 如图②, 动点 P 在线段 OB 上, 过点 P 作 x 轴的垂线分别与 BC 交于点 M , 与抛物线交于点 N . 试问: 抛物线上是否存在点 Q , 使得 $\triangle PQN$ 与 $\triangle APM$ 的面积相等, 且线段 NQ 的长度最小? 如果存在, 求出点 Q 的坐标; 如果不存在, 说明理由.



2017 年江苏省苏州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (3 分) $(-21) \div 7$ 的结果是 ()

A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

【分析】根据有理数的除法法则计算即可.

【解答】解：原式 $=-3$,

故选 B.

【点评】本题考查有理数的除法法则，属于基础题.

2. (3 分) 有一组数据：2, 5, 5, 6, 7, 这组数据的平均数为 ()

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【分析】把给出的这 5 个数据加起来，再除以数据个数 5，就是此组数据的平均数.

【解答】解： $(2+5+5+6+7) \div 5$

$=25 \div 5$

$=5$

答：这组数据的平均数是 5.

故选 C

【点评】此题主要考查了平均数的意义与求解方法，关键是把给出的这 5 个数据加起来，再除以数据个数 5.

3. (3 分) 小亮用天平称得一个罐头的质量为 2.026kg，用四舍五入法将 2.026 精确到 0.01 的近似值为 ()

A. 2 B. 2.0 C. 2.02 D. 2.03

【分析】根据题目中的数据 and 四舍五入法可以解答本题.

【解答】解：2.026 $\approx$ 2.03,

故选 D.

【点评】本题考查近似数和有效数字，解答本题的关键是明确近似数和有效数字的表示方法.

4. (3 分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + k = 0$ 有两个相等的实数根，则 k 的值为 ()

A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

【分析】根据方程的系数结合根的判别式，即可得出 $\Delta = 4 - 4k = 0$ ，解之即可得出 k 值.

【解答】解： $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + k = 0$ 有两个相等的实数根，

$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4k = 4 - 4k = 0$,

解得：k=1.

故选 A.

【点评】 本题考查了根的判别式，熟练掌握“当 $\Delta=0$ 时，方程有两个相等的实数根”是解题的关键.

5. (3分) 为了鼓励学生课外阅读，学校公布了“阅读奖励”方案，并设置了“赞成、反对、无所谓”三种意见. 现从学校所有 2400 名学生中随机征求了 100 名学生的意见，其中持“反对”和“无所谓”意见的共有 30 名学生，估计全校持“赞成”意见的学生人数约为 ()

A. 70 B. 720 C. 1680 D. 2370

【分析】 先求出 100 名学生中持“赞成”意见的学生人数，进而可得出结论.

【解答】 解： $\because$ 100 名学生中持“反对”和“无所谓”意见的共有 30 名学生，
 $\therefore$ 持“赞成”意见的学生人数 $= 100 - 30 = 70$ 名，

$\therefore$ 全校持“赞成”意见的学生人数约 $= 2400 \times \frac{70}{100} = 1680$ (名).

故选 C.

【点评】 本题考查的是用样本估计总体，先根据题意得出 100 名学生中持赞成”意见的学生人数是解答此题的关键.

6. (3分) 若点 A (m, n) 在一次函数 $y=3x+b$ 的图象上，且 $3m-n>2$ ，则 b 的取值范围为 ()

A. $b>2$ B. $b>-2$ C. $b<2$ D. $b<-2$

【分析】 由点 A 的坐标结合一次函数图象上点的坐标特征，可得出 $3m+b=n$ ，再由 $3m-n>2$ ，即可得出 $b<-2$ ，此题得解.

【解答】 解： $\because$ 点 A (m, n) 在一次函数 $y=3x+b$ 的图象上，
 $\therefore 3m+b=n$.

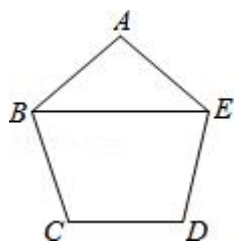
$\because 3m-n>2$,

$\therefore -b>2$ ，即 $b<-2$.

故选 D.

【点评】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，根据一次函数图象上点的坐标特征结合 $3m-n>2$ ，找出 $-b>2$ 是解题的关键.

7. (3分) 如图，在正五边形 ABCDE 中，连接 BE，则 $\angle ABE$ 的度数为 ()



A. 30° B. 36° C. 54° D. 72°

【分析】 在等腰三角形 $\triangle ABE$ 中，求出 $\angle A$ 的度数即可解决问题.

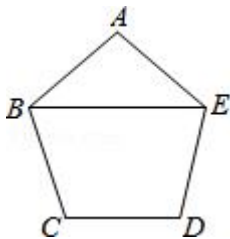
【解答】 解：在正五边形 ABCDE 中， $\angle A = \frac{1}{5} \times (5-2) \times 180 = 108^\circ$

又知 $\triangle ABE$ 是等腰三角形，

$\therefore AB=AE$,

$$\therefore \angle ABE = \frac{1}{2} (180^\circ - 108^\circ) = 36^\circ.$$

故选 B.



【点评】 本题主要考查多边形内角与外角的知识点，解答本题的关键是求出正五边形的内角，此题基础题，比较简单.

8. (3 分) 若二次函数 $y=ax^2+1$ 的图象经过点 $(-2, 0)$ ，则关于 x 的方程 $a(x-2)^2+1=0$ 的实数根为 ()

- A. $x_1=0, x_2=4$ B. $x_1=-2, x_2=6$ C. $x_1=\frac{3}{2}, x_2=\frac{5}{2}$ D. $x_1=-4, x_2=0$

【分析】 二次函数 $y=ax^2+1$ 的图象经过点 $(-2, 0)$ ，得到 $4a+1=0$ ，求得 $a=-\frac{1}{4}$ ，代入方程 $a(x-2)^2+1=0$ 即可得到结论.

【解答】 解： $\because$ 二次函数 $y=ax^2+1$ 的图象经过点 $(-2, 0)$ ，

$$\therefore 4a+1=0,$$

$$\therefore a=-\frac{1}{4},$$

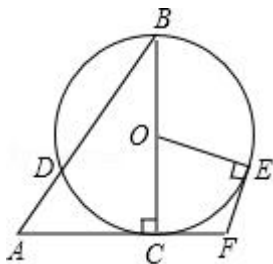
$$\therefore \text{方程 } a(x-2)^2+1=0 \text{ 为: 方程 } -\frac{1}{4}(x-2)^2+1=0,$$

$$\text{解得: } x_1=0, x_2=4,$$

故选 A.

【点评】 本题考查了二次函数与 x 轴的交点问题，一元二次方程的解，正确的理解题意是解题的关键.

9. (3 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle A=56^\circ$ 。以 BC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D 。 E 是 $\odot O$ 上一点，且 $\widehat{CE}=\widehat{CD}$ ，连接 OE 。过点 E 作 $EF \perp OE$ ，交 AC 的延长线于点 F ，则 $\angle F$ 的度数为 ()



- A. 92° B. 108° C. 112° D. 124°

【分析】 直接利用互余的性质再结合圆周角定理得出 $\angle COE$ 的度数，再利用四边形内角和定理得出答案.

【解答】解： $\because \angle ACB=90^\circ$, $\angle A=56^\circ$,
 $\therefore \angle ABC=34^\circ$,

$\therefore \widehat{CE}=\widehat{CD}$,

$\therefore 2\angle ABC=\angle COE=68^\circ$,

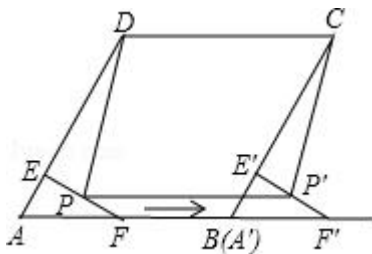
又 $\because \angle OCF=\angle OEF=90^\circ$,

$\therefore \angle F=360^\circ-90^\circ-90^\circ-68^\circ=112^\circ$.

故选：C.

【点评】此题主要考查了圆周角定理以及四边形内角和定理，正确得出 $\angle OCE$ 的度数是解题关键.

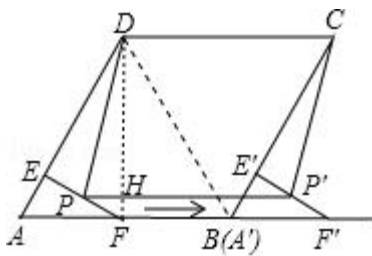
10. (3分) 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $\angle A=60^\circ$ ， $AD=8$ ， F 是 AB 的中点. 过点 F 作 $FE \perp AD$ ，垂足为 E . 将 $\triangle AEF$ 沿点 A 到点 B 的方向平移，得到 $\triangle A'E'F'$. 设 P 、 P' 分别是 EF 、 $E'F'$ 的中点，当点 A' 与点 B 重合时，四边形 $PP'CD$ 的面积为()



A. $28\sqrt{3}$ B. $24\sqrt{3}$ C. $32\sqrt{3}$ D. $32\sqrt{3}-8$

【分析】如图，连接 BD ， DF ， DF 交 PP' 于 H . 首先证明四边形 $PP'CD$ 是平行四边形，再证明 $DF \perp PP'$ ，求出 DH 即可解决问题.

【解答】解：如图，连接 BD ， DF ， DF 交 PP' 于 H .



由题意 $PP'=AA'=AB=CD$ ， $PP' \parallel AA' \parallel CD$ ，

$\therefore$ 四边形 $PP'CD$ 是平行四边形，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形， $\angle A=60^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形，

$\therefore AF=FB$ ，

$\therefore DF \perp AB$ ， $DF \perp PP'$ ，

在 $Rt\triangle AEF$ 中， $\because \angle AEF=90^\circ$ ， $\angle A=60^\circ$ ， $AF=4$ ，

$\therefore AE=2$ ， $EF=2\sqrt{3}$ ，

$\therefore PE=PF=\sqrt{3}$ ，

在 $Rt\triangle PHF$ 中， $\because \angle FPH=30^\circ$ ， $PF=\sqrt{3}$ ，

$\therefore HF=\frac{1}{2}PF=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

$$\therefore DF=4\sqrt{3},$$

$$\therefore DH=4\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{7\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \text{平行四边形 } PP'CD \text{ 的面积}=\frac{7\sqrt{3}}{2} \times 8=28\sqrt{3}.$$

故选 A.

【点评】 本题考查菱形的性质、平行四边形的判定和性质、等边三角形的判定和性质、解直角三角形等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造直角三角形解决问题，属于中考选择题中的压轴题.

二、填空题 (每题 3 分, 满分 24 分, 将答案填在答题纸上)

11. (3 分) 计算: $(a^2)^2 = \underline{a^4}$.

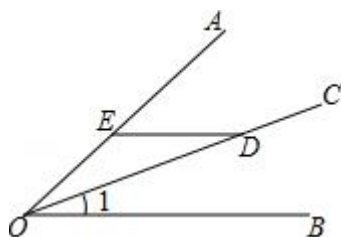
【分析】 根据幂的乘方和积的乘方的运算法则求解.

【解答】 解: $(a^2)^2 = a^4$.

故答案为: a^4 .

【点评】 本题考查了幂的乘方和积的乘方，解答本题的关键是掌握幂的乘方和积的乘方的运算法则.

12. (3 分) 如图，点 D 在 $\angle AOB$ 的平分线 OC 上，点 E 在 OA 上， $ED \parallel OB$ ， $\angle 1 = 25^\circ$ ，则 $\angle AED$ 的度数为 50 $^\circ$.



【分析】 根据平行线的性质得到 $\angle 3 = \angle 1$ ，根据角平分线的定义得到 $\angle 1 = \angle 2$ ，等量代换得到 $\angle 2 = \angle 3$ ，由三角形的外角的性质即可得到结论.

【解答】 解: $\because ED \parallel OB$,

$$\therefore \angle 3 = \angle 1,$$

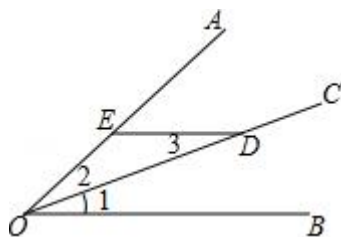
$\because$ 点 D 在 $\angle AOB$ 的平分线 OC 上,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

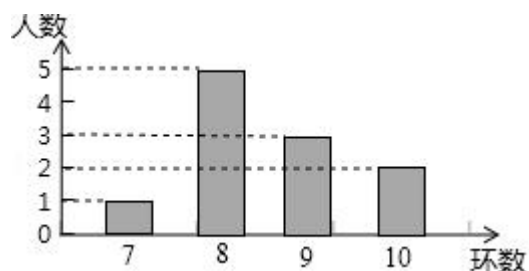
$$\therefore \angle AED = \angle 2 + \angle 3 = 50^\circ,$$

故答案为: 50.



【点评】 本题考查了平行线的性质，角平分线的定义，三角形外角的性质，熟练掌握平行线的性质是解题的关键.

13. (3分) 某射击俱乐部将 11 名成员在某次射击训练中取得的成绩绘制成如图所示的条形统计图. 由图可知, 11 名成员射击成绩的中位数是 8 环.



【分析】11 名成员射击成绩处在第 6 位的是 8, 则中位数为 8.

【解答】解: $\because$ 按大小排列在中间的射击成绩为 8 环, 则中位数为 8.
故答案为: 8.

【点评】本题考查了中位数的意义, 中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (最中间两个数的平均数), 叫做这组数据的中位数, 如果中位数的概念掌握得不好, 不把数据按要求重新排列, 就会出错.

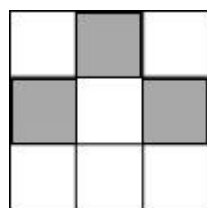
14. (3分) 分解因式: $4a^2 - 4a + 1 = \underline{(2a - 1)^2}$.

【分析】根据完全平方公式的特点: 两项平方项的符号相同, 另一项是两底数积的 2 倍, 本题可用完全平方公式分解因式.

【解答】解: $4a^2 - 4a + 1 = (2a - 1)^2$.
故答案为: $(2a - 1)^2$.

【点评】本题考查用完全平方公式法进行因式分解, 能用完全平方公式法进行因式分解的式子的特点需熟练掌握.

15. (3分) 如图, 在“ 3×3 ”网格中, 有 3 个涂成黑色的小方格. 若再从余下的 6 个小方格中随机选取 1 个涂成黑色, 则完成的图案为轴对称图案的概率是 $\frac{1}{3}$.

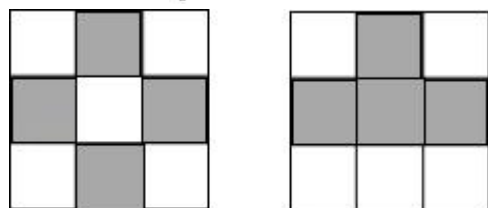


【分析】根据轴对称的性质设计出图案即可.

【解答】解: 如图, $\therefore$ 可选 2 个方格

$\therefore$ 完成的图案为轴对称图案的概率 $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

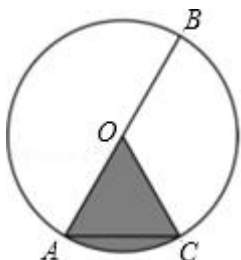
故答案为: $\frac{1}{3}$.



【点评】本题考查的是利用轴对称设计图案, 熟知轴对称的性质是解答此题的关

键.

16. (3分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 是弦, $AC=3$, $\angle BOC=2\angle AOC$. 若用扇形 OAC (图中阴影部分) 围成一个圆锥的侧面, 则这个圆锥底面圆的半径是 $\frac{1}{2}$.



【分析】根据平角的定义得到 $\angle AOC=60^\circ$, 推出 $\triangle AOC$ 是等边三角形, 得到 $OA=3$, 根据弧长的规定得到 $\widehat{AC}$ 的长度 $=\frac{60 \cdot \pi \times 3}{180}=\pi$, 于是得到结论.

【解答】解: $\because \angle BOC=2\angle AOC$, $\angle BOC+\angle AOC=180^\circ$,
 $\therefore \angle AOC=60^\circ$,
 $\because OA=OC$,
 $\therefore \triangle AOC$ 是等边三角形,
 $\therefore OA=3$,
 $\therefore \widehat{AC}$ 的长度 $=\frac{60 \cdot \pi \times 3}{180}=\pi$,
 $\therefore$ 圆锥底面圆的半径 $=\frac{1}{2}$,

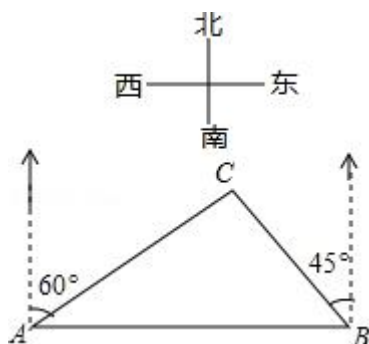
故答案为: $\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查了圆锥的计算: 圆锥的侧面展开图为一扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长.

17. (3分) 如图, 在一笔直的沿湖道路 l 上有 A 、 B 两个游船码头, 观光岛屿 C 在码头 A 北偏东 60° 的方向, 在码头 B 北偏西 45° 的方向, $AC=4\text{km}$. 游客小张准备从观光岛屿 C 乘船沿 CA 回到码头 A 或沿 CB 回到码头 B , 设开往码头 A 、

B 的游船速度分别为 v_1 、 v_2 , 若回到 A 、 B 所用时间相等, 则 $\frac{v_1}{v_2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ (结

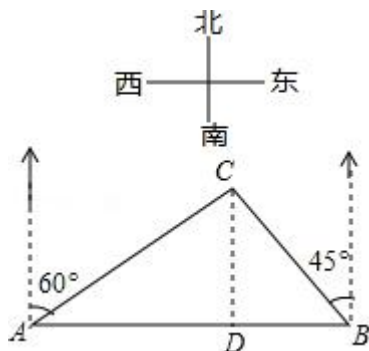
果保留根号).



【分析】作 $CD \perp AB$ 于点 D ，在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中利用三角函数求得 CD 的长，然后在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中求得 BC 的长，然后根据 $\frac{v_1}{v_2} = \frac{BC}{AC}$ 求解.

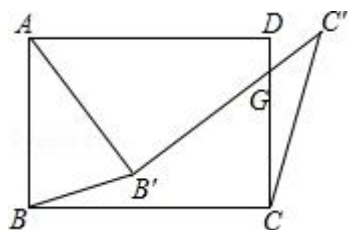
【解答】解：作 $CD \perp AB$ 于点 D .
 $\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中， $\angle CAD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$,
 $\therefore CD = AC \cdot \sin \angle CAD = 4 \times \frac{1}{2} = 2$ (km),
 $\therefore$ $\text{Rt}\triangle BCD$ 中， $\angle CBD = 90^\circ$,
 $\therefore BC = \sqrt{2}CD = 2\sqrt{2}$ (km),
 $\therefore \frac{v_1}{v_2} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.

故答案是： $\sqrt{2}$.



【点评】本题考查了解直角三角形的应用，作出辅助线，转化为直角三角形的计算，求得 BC 的长是关键.

18. (3 分) 如图，在矩形 $ABCD$ 中，将 $\angle ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转一定角度后， BC 的对应边 $B'C'$ 交 CD 边于点 G . 连接 BB' 、 CC' . 若 $AD=7$, $CG=4$, $AB'=B'G$, 则 $\frac{CC'}{BB'} = \frac{\sqrt{74}}{5}$ (结果保留根号).



求出答案.

【解答】解: 原式 $=1+2-1=2$.

【点评】此题主要考查了实数运算, 正确化简各数是解题关键.

20. (5 分) 解不等式组: $\begin{cases} x+1 \geq 4 \\ 2(x-1) > 3x-6 \end{cases}$.

【分析】分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: 同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【解答】解: 由 $x+1 \geq 4$, 解得 $x \geq 3$,

由 $2(x-1) > 3x-6$, 解得 $x < 4$,

所以不等式组的解集是 $3 \leq x < 4$.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

21. (6 分) 先化简, 再求值: $(1 - \frac{5}{x+2}) \div \frac{x^2-9}{x+3}$, 其中 $x = \sqrt{3} - 2$.

【分析】把分式进行化简, 再把 x 的值代入即可求出结果.

【解答】解: 原式 $= \frac{x-3}{x+2} \div \frac{(x+3)(x-3)}{x+3} = \frac{x-3}{x+2} \cdot \frac{x+3}{(x+3)(x-3)} = \frac{1}{x+2}$.

当 $x = \sqrt{3} - 2$ 时, 原式 $= \frac{1}{\sqrt{3}-2+2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

【点评】本题主要考查了分式的混合运算 - 化简求值问题, 在解题时要乘法公式的应用进行化简.

22. (6 分) 某长途汽车客运公司规定旅客可免费携带一定质量的行李, 当行李的质量超过规定时, 需付的行李费 y (元) 是行李质量 x (kg) 的一次函数. 已知行李质量为 20kg 时需付行李费 2 元, 行李质量为 50kg 时需付行李费 8 元.

(1) 当行李的质量 x 超过规定时, 求 y 与 x 之间的函数表达式;

(2) 求旅客最多可免费携带行李的质量.

【分析】(1) 根据 (20, 2)、(50, 8) 利用待定系数法, 即可求出当行李的质量 x 超过规定时, y 与 x 之间的函数表达式;

(2) 令 $y=0$, 求出 x 值, 此题得解.

【解答】解: (1) 设 y 与 x 的函数表达式为 $y=kx+b$.

将 (20, 2)、(50, 8) 代入 $y=kx+b$ 中,

$$\begin{cases} 20k+b=2 \\ 50k+b=8 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k=\frac{1}{5} \\ b=-2 \end{cases}$$

$\therefore$ 当行李的质量 x 超过规定时, y 与 x 之间的函数表达式为 $y = \frac{1}{5}x - 2$.

(2) 当 $y=0$ 时, $\frac{1}{5}x - 2 = 0$,

解得: $x=10$.

答: 旅客最多可免费携带行李 10kg.

【点评】 本题考查了一次函数的应用、待定系数法求一次函数解析式以及一次函数图象上点的坐标特征，解题的关键是：(1) 利用待定系数法求出 y 与 x 之间的函数表达式；(2) 令 $y=0$ ，求出 x 值.

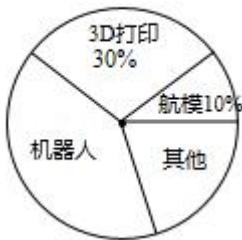
23. (8 分) 初一 (1) 班针对“你最喜爱的课外活动项目”对全班学生进行调查 (每名学生分别选一个活动项目), 并根据调查结果列出统计表, 绘制成扇形统计图. 男、女生所选项目人数统计表

项目	男生 (人数)	女生 (人数)
机器人	7	9
3D 打印	m	4
航模	2	2
其他	5	n

根据以上信息解决下列问题:

- (1) $m=8$, $n=3$;
(2) 扇形统计图中机器人项目所对应扇形的圆心角度数为 144° ;
(3) 从选航模项目的 4 名学生中随机选取 2 名学生参加学校航模兴趣小组训练, 请用列举法 (画树状图或列表) 求所选取的 2 名学生中恰好有 1 名男生、1 名女生的概率.

学生所选项目人数扇形统计图



【分析】 (1) 由航模的人数和其所占的百分比可求出总人数, 进而可求出 3D 打印的人数, 则 m 的值可求出, 从而 n 的值也可求出;

(2) 由机器人项目的人数所占总人数的百分比即可求出所对应扇形的圆心角度数;

(3) 应用列表法的方法, 求出恰好选到 1 名男生和 1 名女生的概率是多少即可.

【解答】 解: (1) 由两种统计表可知: 总人数 $= 4 \div 10\% = 40$ 人,
 $\therefore$ 3D 打印项目占 30%,
 $\therefore$ 3D 打印项目人数 $= 40 \times 30\% = 12$ 人,
 $\therefore m = 12 - 4 = 8$,
 $\therefore n = 40 - 16 - 12 - 4 - 5 = 3$,
故答案为: 8, 3;

(2) 扇形统计图中机器人项目所对应扇形的圆心角度数 $= \frac{16}{40} \times 360^\circ = 144^\circ$,
故答案为: 144;

(3) 列表得:

	男 1	男 2	女 1	女 2
男 1	--	男 2 男 1	女 1 男 1	女 2 男 1
男 2	男 1 男 2	--	女 1 男 2	女 2 男 2
女 1	男 1 女 1	男 2 女 1	--	女 2 女 1
女 2	男 1 女 2	男 2 女 2	女 1 女 2	--

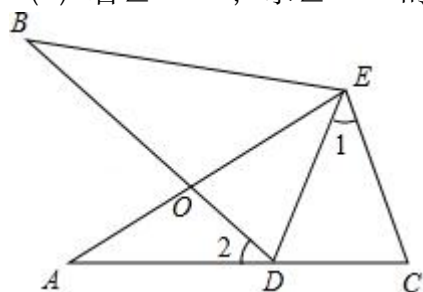
由表格可知，共有 12 种可能出现的结果，并且它们都是等可能的，其中“1 名男生、1 名女生”有 8 种可能.

所以 $P(1 \text{ 名男生、1 名女生}) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

【点评】此题主要考查了列表法与树状图法，以及扇形统计图、条形统计图的应用，要熟练掌握.

24. (8 分) 如图， $\angle A = \angle B$ ， $AE = BE$ ，点 D 在 AC 边上， $\angle 1 = \angle 2$ ，AE 和 BD 相交于点 O.

- (1) 求证： $\triangle AEC \cong \triangle BED$;
- (2) 若 $\angle 1 = 42^\circ$ ，求 $\angle BDE$ 的度数.



【分析】(1) 根据全等三角形的判定即可判断 $\triangle AEC \cong \triangle BED$;

(2) 由 (1) 可知： $EC = ED$ ， $\angle C = \angle BDE$ ，根据等腰三角形的性质即可知 $\angle C$ 的度数，从而可求出 $\angle BDE$ 的度数;

【解答】解：(1) 证明： $\because$ AE 和 BD 相交于点 O,

$\therefore \angle AOD = \angle BOE$.

在 $\triangle AOD$ 和 $\triangle BOE$ 中,

$\angle A = \angle B$, $\therefore \angle BEO = \angle 2$.

又 $\because \angle 1 = \angle 2$,

$\therefore \angle 1 = \angle BEO$,

$\therefore \angle AEC = \angle BED$.

在 $\triangle AEC$ 和 $\triangle BED$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle B \\ AE = BE \\ \angle AEC = \angle BED \end{cases},$$

$\therefore \triangle AEC \cong \triangle BED$ (ASA).

(2) $\because \triangle AEC \cong \triangle BED$,

$\therefore EC = ED, \angle C = \angle BDE$.

在 $\triangle EDC$ 中,

$\because EC = ED, \angle 1 = 42^\circ$,

$\therefore \angle C = \angle EDC = 69^\circ$,

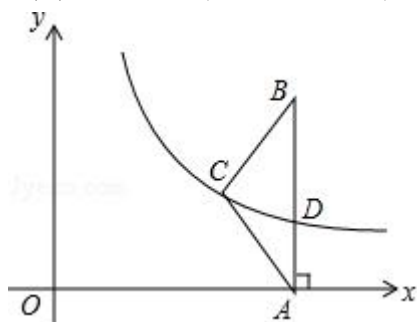
$\therefore \angle BDE = \angle C = 69^\circ$.

【点评】 本题考查全等三角形, 解题的关键是熟练运用全等三角形的性质与判定, 本题属于中等题型.

25. (8 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, $AB \perp x$ 轴, 垂足为 A . 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过点 C , 交 AB 于点 D . 已知 $AB = 4$, $BC = \frac{5}{2}$.

(1) 若 $OA = 4$, 求 k 的值;

(2) 连接 OC , 若 $BD = BC$, 求 OC 的长.



【分析】 (1) 利用等腰三角形的性质得出 AE, BE 的长, 再利用勾股定理得出 OA 的长, 得出 C 点坐标即可得出答案;

(2) 首先表示出 D, C 点坐标进而利用反比例函数图象上的性质求出 C 点坐标, 再利用勾股定理得出 CO 的长.

【解答】 解: (1) 作 $CE \perp AB$, 垂足为 E ,

$\because AC = BC, AB = 4$,

$\therefore AE = BE = 2$.

在 $Rt\triangle BCE$ 中, $BC = \frac{5}{2}, BE = 2$,

$$\therefore CE = \frac{3}{2},$$

$$\therefore CE = \frac{3}{2},$$

$\therefore OA = 4$,

$\therefore C$ 点的坐标为: $(\frac{5}{2}, 2)$,

$\because$ 点 C 在 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上,

$$\therefore k=5,$$

(2) 设 A 点的坐标为 $(m, 0)$,

$$\therefore BD=BC=\frac{5}{2},$$

$$\therefore AD=\frac{3}{2},$$

$$\therefore D, C \text{ 两点的坐标分别为: } (m, \frac{3}{2}), (m-\frac{3}{2}, 2).$$

$\therefore$ 点 C, D 都在 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上,

$$\therefore \frac{3}{2}m=2(m-\frac{3}{2}),$$

$$\therefore m=6,$$

$$\therefore C \text{ 点的坐标为: } (\frac{9}{2}, 2),$$

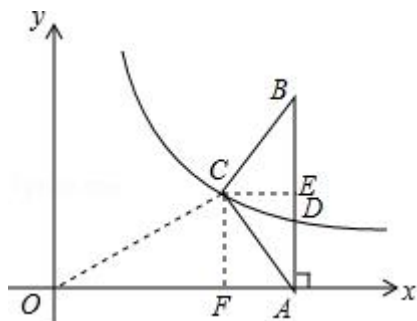
作 $CF \perp x$ 轴, 垂足为 F,

$$\therefore OF=\frac{9}{2}, CF=2,$$

在 $Rt\triangle OFC$ 中,

$$OC^2=OF^2+CF^2,$$

$$\therefore OC=\frac{\sqrt{97}}{2}.$$

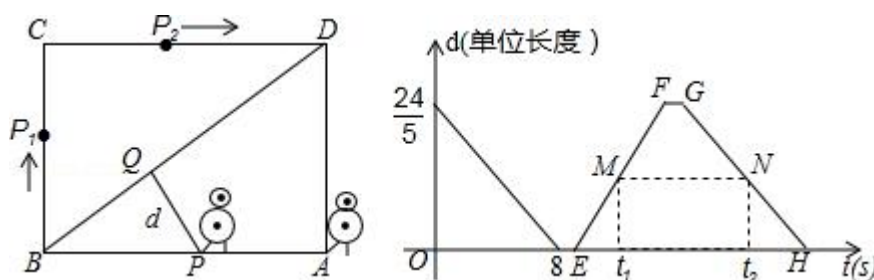


【点评】此题主要考查了等腰三角形的性质以及勾股定理和反比例函数图象上的性质, 正确得出 C 点坐标是解题关键.

26. (10 分) 某校机器人兴趣小组在如图①所示的矩形场地上开展训练. 机器人从点 A 出发, 在矩形 ABCD 边上沿着 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 的方向匀速移动, 到达点 D 时停止移动. 已知机器人的速度为 1 个单位长度/s, 移动至拐角处调整方向需要 1s (即在 B、C 处拐弯时分别用时 1s). 设机器人所用时间为 t (s) 时, 其所在位置用点 P 表示, P 到对角线 BD 的距离 (即垂线段 PQ 的长) 为 d 个单位长度, 其中 d 与 t 的函数图象如图②所示.

(1) 求 AB、BC 的长;

(2) 如图②, 点 M、N 分别在线段 EF、GH 上, 线段 MN 平行于横轴, M、N 的横坐标分别为 t_1 、 t_2 . 设机器人用了 t_1 (s) 到达点 P_1 处, 用了 t_2 (s) 到达点 P_2 处 (见图①). 若 $CP_1+CP_2=7$, 求 t_1 、 t_2 的值.



【分析】 (1) 作 $AT \perp BD$, 垂足为 T , 由题意得到 $AB=8$, $AT=\frac{24}{5}$, 在 $Rt\triangle ABT$ 中, 根据勾股定理得到 $BT=\frac{32}{5}$, 根据三角函数的定义即可得到结论;

(2) 如图, 连接 P_1P_2 . 过 P_1, P_2 分别作 BD 的垂线, 垂足为 Q_1, Q_2 . 则 $P_1Q_1 \parallel P_2Q_2$. 根据平行线的性质得到 $d_1=d_2$, 得到 $P_1Q_1=P_2Q_2$. 根据平行线分线段成比例定理得到 $\frac{CP_1}{6}=\frac{CP_2}{8}$. 设 M, N 的横坐标分别为 t_1, t_2 , 于是得到结论.

【解答】 解: (1) 作 $AT \perp BD$, 垂足为 T , 由题意得, $AB=8$, $AT=\frac{24}{5}$,
在 $Rt\triangle ABT$ 中, $AB^2=BT^2+AT^2$,

$$\therefore BT=\frac{32}{5},$$

$$\therefore \tan \angle ABD = \frac{AD}{AB} = \frac{AT}{BT},$$

$$\therefore AD=6,$$

$$\text{即 } BC=6;$$

(2) 在图①中, 连接 P_1P_2 . 过 P_1, P_2 分别作 BD 的垂线, 垂足为 Q_1, Q_2 . 则 $P_1Q_1 \parallel P_2Q_2$.

$\therefore$ 在图②中, 线段 MN 平行于横轴,

$\therefore d_1=d_2$, 即 $P_1Q_1=P_2Q_2$. $\therefore$

$P_1P_2 \parallel BD$.

$$\therefore \frac{CP_1}{CB} = \frac{CP_2}{CD}.$$

$$\text{即 } \frac{CP_1}{6} = \frac{CP_2}{8}.$$

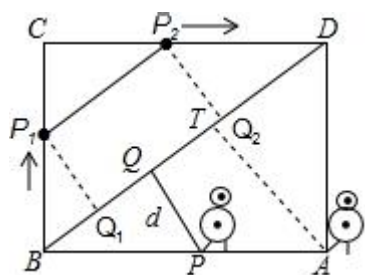
$$\text{又 } \because CP_1+CP_2=7,$$

$$\therefore CP_1=3, CP_2=4.$$

设 M, N 的横坐标分别为 t_1, t_2 ,

由题意得, $CP_1=15-t_1$, $CP_2=t_2-16$,

$$\therefore t_1=12, t_2=20.$$



【点评】 本题考查了动点问题的函数图象，勾股定理矩形的性质，平行线分线段成比例定理，正确的作出辅助线是解题的关键.

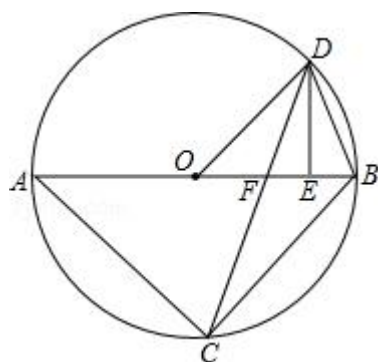
27. (10 分) 如图，已知 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， AB 是直径，点 D 在 $\odot O$ 上， $OD \parallel BC$ ，过点 D 作 $DE \perp AB$ ，垂足为 E ，连接 CD 交 OE 边于点 F .

(1) 求证: $\triangle DOE \sim \triangle ABC$;

(2) 求证: $\angle ODF = \angle BDE$;

(3) 连接 OC ，设 $\triangle DOE$ 的面积为 S_1 ，四边形 $BCOD$ 的面积为 S_2 ，若 $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{7}$,

求 $\sin A$ 的值.



【分析】 (1) 根据圆周角定理和垂直求出 $\angle DEO = \angle ACB$ ，根据平行得出 $\angle DOE = \angle ABC$ ，根据相似三角形的判定得出即可；

(2) 根据相似三角形的性质得出 $\angle ODE = \angle A$ ，根据圆周角定理得出 $\angle A = \angle BDC$ ，推出 $\angle ODE = \angle BDC$ 即可；

(3) 根据 $\triangle DOE \sim \triangle ABC$ 求出 $S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle DOE} = 4S_1$ ，求出 $S_{\triangle BOC} = 2S_1$ ，求出 $2BE = OE$ ，解直角三角形求出即可.

【解答】 (1) 证明: $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$,

$\because DE \perp AB$,

$\therefore \angle DEO = 90^\circ$,

$\therefore \angle DEO = \angle ACB$,

$\because OD \parallel BC$,

$\therefore \angle DOE = \angle ABC$,

$\therefore \triangle DOE \sim \triangle ABC$;

(2) 证明: $\because \triangle DOE \sim \triangle ABC$,

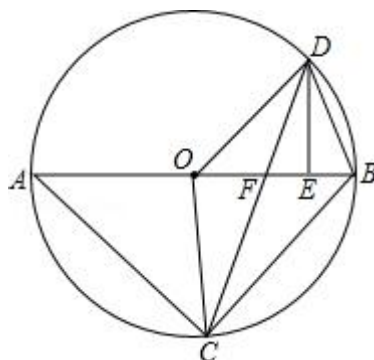
$\therefore \angle ODE = \angle A$,

$\therefore \angle A$ 和 $\angle BDC$ 是 $\widehat{BC}$ 所对的圆周角,

$\therefore \angle A = \angle BDC$,

$\therefore \angle ODE = \angle BDC$,

$\therefore \angle ODF = \angle BDE$;



(3) 解: $\because \triangle DOE \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle DOE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{OD}{AB}\right)^2 = \frac{1}{4},$$

即 $S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle DOE} = 4S_1$,

$\because OA = OB$,

$$\therefore S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}, \text{ 即 } S_{\triangle BOC} = 2S_1,$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{7}, \quad S_2 = S_{\triangle BOC} + S_{\triangle DOE} + S_{\triangle DBE} = 2S_1 + S_1 + S_{\triangle DBE},$$

$$\therefore S_{\triangle DBE} = \frac{1}{2} S_1,$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2} OE,$$

$$\text{即 } OE = \frac{2}{3} OB = \frac{2}{3} OD,$$

$$\therefore \sin A = \sin \angle ODE = \frac{OE}{OD} = \frac{2}{3}.$$

【点评】 本题考查了相似三角形的性质和判定, 圆周角定理, 平行线的性质, 三角形的面积等知识点, 能综合运用知识点进行推理是解此题的关键.

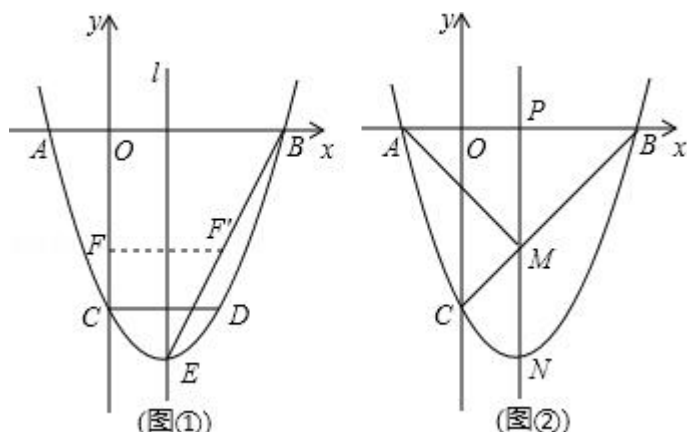
28. (10 分) 如图, 二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C , $OB = OC$. 点 D 在函数图象上, $CD \parallel x$ 轴, 且 $CD = 2$, 直线 l 是抛物线的对称轴, E 是抛物线的顶点.

(1) 求 b 、 c 的值;

(2) 如图①, 连接 BE , 线段 OC 上的点 F 关于直线 l 的对称点 F' 恰好在线段 BE 上, 求点 F 的坐标;

(3) 如图②, 动点 P 在线段 OB 上, 过点 P 作 x 轴的垂线分别与 BC 交于点 M , 与抛物线交于点 N . 试问: 抛物线上是否存在点 Q , 使得 $\triangle PQN$ 与 $\triangle APM$ 的面

积相等，且线段 NQ 的长度最小？如果存在，求出点 Q 的坐标；如果不存在，说明理由。



【分析】 (1) 由条件可求得抛物线对称轴，则可求得 b 的值；由 $OB=OC$ ，可用 c 表示出 B 点坐标，代入抛物线解析式可求得 c 的值；

(2) 可设 F (0, m)，则可表示出 F' 的坐标，由 B、E 的坐标可求得直线 BE 的解析式，把 F' 坐标代入直线 BE 解析式可得到关于 m 的方程，可求得 F 点的坐标；

(3) 设点 P 坐标为 (n, 0)，可表示出 PA、PB、PN 的长，作 $QR \perp PN$ ，垂足为 R，则可求得 QR 的长，用 n 可表示出 Q、R、N 的坐标，在 $Rt\triangle QRN$ 中，由勾股定理可得到关于 n 的二次函数，利用二次函数的性质可知其取得最小值时 n 的值，则可求得 Q 点的坐标，

【解答】 解：

(1) $\because CD \parallel x$ 轴， $CD=2$ ，

$\therefore$ 抛物线对称轴为 $x=1$ 。

$$\therefore -\frac{b}{2}=1, b=-2.$$

$\because OB=OC$ ，C (0, c)，

$\therefore$ B 点的坐标为 (-c, 0)，

$\therefore 0=c^2+2c+c$ ，解得 $c=-3$ 或 $c=0$ (舍去)，

$\therefore c=-3$ ；

(2) 设点 F 的坐标为 (0, m)。

$\because$ 对称轴为直线 $x=1$ ，

$\therefore$ 点 F 关于直线 l 的对称点 F' 的坐标为 (2, m)。

由 (1) 可知抛物线解析式为 $y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$ ，

$\therefore E(1, -4)$ ，

$\because$ 直线 BE 经过点 B (3, 0)，E (1, -4)，

$\therefore$ 利用待定系数法可得直线 BE 的表达式为 $y=2x-6$ 。

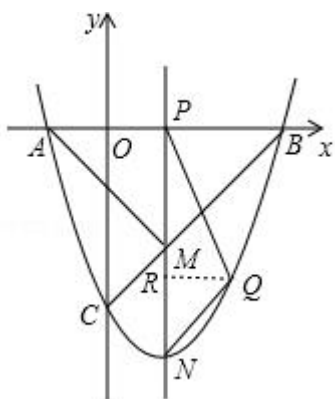
$\because$ 点 F 在 BE 上，

$\therefore m=2 \times 0 - 6 = -6$ ，即点 F 的坐标为 (0, -6)；

(3) 存在点 Q 满足题意。

设点 P 坐标为 (n, 0)，则 $PA=n+1$ ， $PB=PM=3-n$ ， $PN=-n^2+2n+3$ 。

作 $QR \perp PN$, 垂足为 R ,



$$\because S_{\triangle PQN} = S_{\triangle APM},$$

$$\therefore \frac{1}{2}(n+1)(3-n) = \frac{1}{2}(-n^2 + 2n + 3) \cdot QR,$$

$$\therefore QR = 1.$$

①点 Q 在直线 PN 的左侧时, Q 点的坐标为 $(n-1, n^2-4n)$, R 点的坐标为 (n, n^2-4n) , N 点的坐标为 (n, n^2-2n-3) .

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle QRN \text{ 中, } NQ^2 = 1 + (2n-3)^2,$$

$$\therefore n = \frac{3}{2} \text{ 时, } NQ \text{ 取最小值 } 1. \text{ 此时 } Q \text{ 点的坐标为 } \left(\frac{1}{2}, -\frac{15}{4}\right);$$

②点 Q 在直线 PN 的右侧时, Q 点的坐标为 $(n+1, n^2-4)$.
同理, $NQ^2 = 1 + (2n-1)^2$,

$$\therefore n = \frac{1}{2} \text{ 时, } NQ \text{ 取最小值 } 1. \text{ 此时 } Q \text{ 点的坐标为 } \left(\frac{3}{2}, -\frac{15}{4}\right).$$

综上所述存在满足题意的点 Q , 其坐标为 $\left(\frac{1}{2}, -\frac{15}{4}\right)$ 或 $\left(\frac{3}{2}, -\frac{15}{4}\right)$.

【点评】 本题为二次函数的综合应用, 涉及待定系数法、轴对称、三角形的面积、勾股定理、二次函数的性质、方程思想及分类讨论思想等知识. 在 (1) 中求得抛物线的对称轴是解题的关键, 在 (2) 中用 F 点的坐标表示出 F' 的坐标是解题的关键, 在 (3) 中求得 QR 的长, 用勾股定理得到关于 n 的二次函数是解题的关键. 本题考查知识点较多, 综合性较强, 特别是最后一问, 难度很大.