

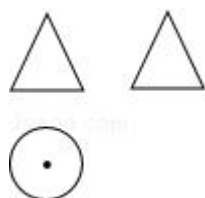
2017 年江苏省盐城市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (3 分) -2 的绝对值是 ()

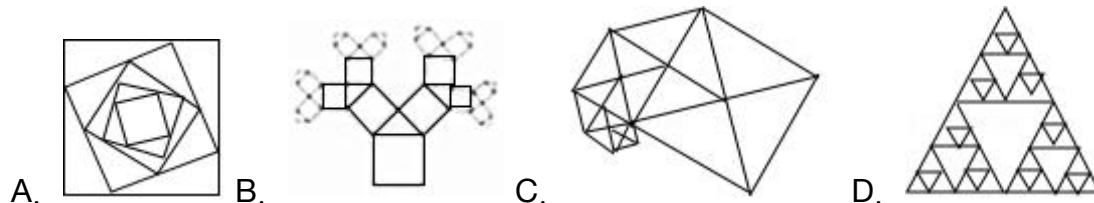
- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. (3 分) 如图是某个几何体的主视图、左视图、俯视图，该几何体是 ()



- A. 圆柱 B. 球 C. 圆锥 D. 棱锥

3. (3 分) 下列图形中，是轴对称图形的是 ()



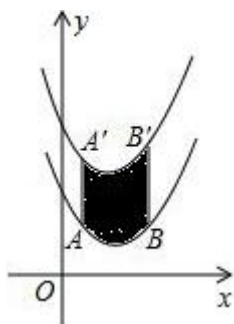
4. (3 分) 数据 6, 5, 7.5, 8.6, 7, 6 的众数是 ()

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

5. (3 分) 下列运算中，正确的是 ()

- A. $7a+a=7a^2$ B. $a^2 \cdot a^3=a^6$ C. $a^3 \div a=a^2$ D. $(ab)^2=ab^2$

6. (3 分) 如图，将函数 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2+1$ 的图象沿 y 轴向上平移得到一条新函数的图象，其中点 A (1, m), B (4, n) 平移后的对应点分别为点 A'、B'. 若曲线段 AB 扫过的面积为 9 (图中的阴影部分)，则新图象的函数表达式是 ()



- A. $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$ B. $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 7$ C. $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 5$
- D. $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 4$

二、填空题（每题 3 分，满分 30 分，将答案填在答题纸上）

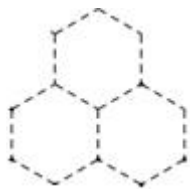
7. (3 分) 请写出一个无理数_____.

8. (3 分) 分解因式 $a^2b - a$ 的结果为_____.

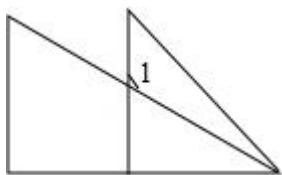
9. (3 分) 2016 年 12 月 30 日，盐城市区内环高架快速路网二期工程全程全线通车，至此，已通车的内环高架快速路里程达 57000 米，用科学记数法表示数 57000 为_____.

10. (3 分) 若 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是_____.

11. (3 分) 如图，是由大小完全相同的正六边形组成的图形，小军准备用红色、黄色、蓝色随机给每个正六边形分别涂上其中的一种颜色，则上方的正六边形涂红色的概率是_____.

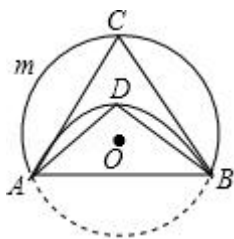


12. (3 分) 在“三角尺拼角”实验中，小明同学把一副三角尺按如图所示的方式放置，则 $\angle 1 =$ _____°.

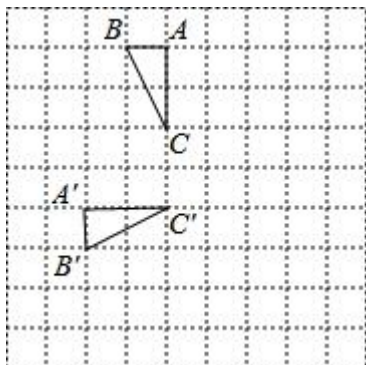


13. (3 分) 若方程 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 的两根是 x_1, x_2 , 则 $x_1(1+x_2) + x_2$ 的值为_____.

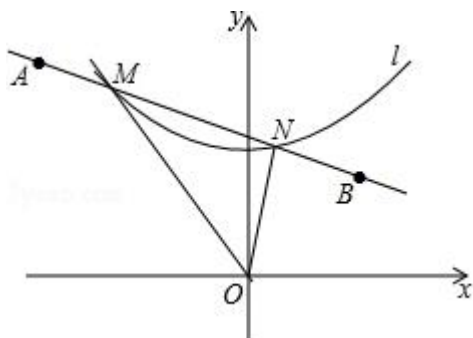
14. (3 分) 如图, 将 $\odot O$ 沿弦 AB 折叠, 点 C 在 $\widehat{AmB}$ 上, 点 D 在 $\widehat{AB}$ 上, 若 $\angle ACB = 70^\circ$, 则 $\angle ADB =$ _____°.



15. (3 分) 如图, 在边长为 1 的小正方形网格中, 将 $\triangle ABC$ 绕某点旋转到 $\triangle A'B'C'$ 的位置, 则点 B 运动的最短路径长为_____.



16. (3 分) 如图, 曲线 l 是由函数 $y = \frac{6}{x}$ 在第一象限内的图象绕坐标原点 O 逆时针旋转 45° 得到的, 过点 $A(-4\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$, $B(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ 的直线与曲线 l 相交于点 M, N , 则 $\triangle OMN$ 的面积为_____.



三、解答题 (本大题共 11 小题, 共 102 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (6 分) 计算: $\sqrt{4} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 2017^0$.

18. (6 分) 解不等式组:
$$\begin{cases} 3x-1 \geq x+1 \\ x+4 < 4x-2 \end{cases}$$
.

19. (8 分) 先化简, 再求值: $\frac{x+3}{x-2} \div (x+2 - \frac{5}{x-2})$, 其中 $x=3+\sqrt{3}$.

20. (8 分) 为了编撰祖国的优秀传统文化, 某校组织了一次“诗词大会”, 小明和小丽同时参加, 其中, 有一道必答题是: 从如图所示的九宫格中选取七个字组成一句唐诗, 其答案为“山重水复疑无路”.

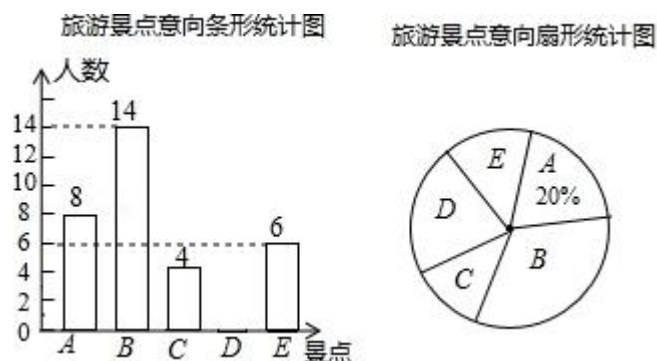
(1) 小明回答该问题时, 对第二个字是选“重”还是选“穷”难以抉择, 若随机选择其中一个, 则小明回答正确的概率是_____;

(2) 小丽回答该问题时, 对第二个字是选“重”还是选“穷”、第四个字是选“富”还是选“复”都难以抉择, 若分别随机选择, 请用列表或画树状图的方法求小丽回答正确的概率.

水	重	富
山	疑	路
无	复	穷

九宫格

21. (8分) “大美湿地，水韵盐城”。某校数学兴趣小组就“最想去的盐城市旅游景点”随机调查了本校部分学生，要求每位同学选择且只能选择一个最想去的景点，下面是根据调查结果进行数据整理后绘制出的不完整的统计图：

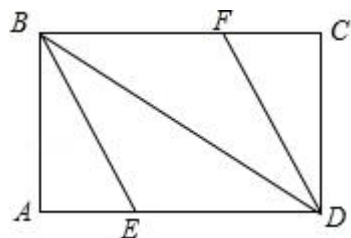


请根据图中提供的信息，解答下列问题：

- (1) 求被调查的学生总人数；
- (2) 补全条形统计图，并求扇形统计图中表示“最想去景点 D”的扇形圆心角的度数；
- (3) 若该校共有 800 名学生，请估计“最想去景点 B”的学生人数。

22. (10分) 如图，矩形 ABCD 中， $\angle ABD$ 、 $\angle CDB$ 的平分线 BE、DF 分别交边 AD、BC 于点 E、F。

- (1) 求证：四边形 BEDF 是平行四边形；
- (2) 当 $\angle ABE$ 为多少度时，四边形 BEDF 是菱形？请说明理由。



23. (10分) 某商店在 2014 年至 2016 年期间销售一种礼盒。2014 年，该商店用 3500 元购进了这种礼盒并且全部售完；2016 年，这种礼盒的进价比 2014 年下降了 11 元/盒，该商店用 2400 元购进了与 2014 年相同数量的礼盒也全部售

完，礼盒的售价均为 60 元/盒.

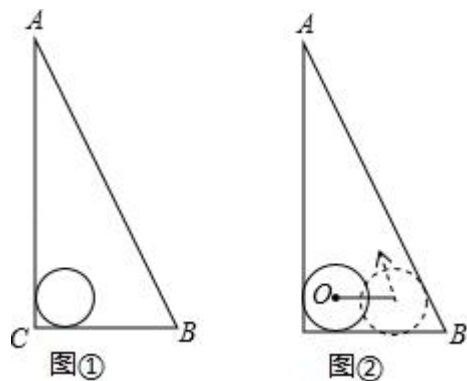
(1) 2014 年这种礼盒的进价是多少元/盒?

(2) 若该商店每年销售这种礼盒所获利润的年增长率相同，问年增长率是多少?

24. (10 分) 如图， $\triangle ABC$ 是一块直角三角板，且 $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ ，现将圆心为点 O 的圆形纸片放置在三角板内部.

(1) 如图①，当圆形纸片与两直角边 AC 、 BC 都相切时，试用直尺与圆规作出射线 CO ；(不写作法与证明，保留作图痕迹)

(2) 如图②，将圆形纸片沿着三角板的内部边缘滚动 1 周，回到起点位置时停止，若 $BC=9$ ，圆形纸片的半径为 2，求圆心 O 运动的路径长.

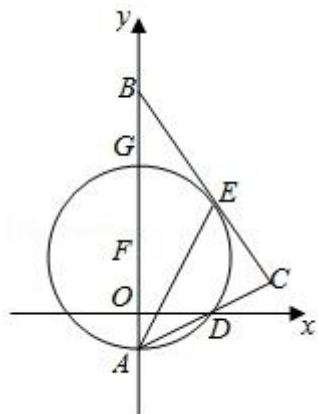


25. (10 分) 如图，在平面直角坐标系中， $Rt\triangle ABC$ 的斜边 AB 在 y 轴上，边 AC 与 x 轴交于点 D ， AE 平分 $\angle BAC$ 交边 BC 于点 E ，经过点 A 、 D 、 E 的圆的圆心 F 恰好在 y 轴上， $\odot F$ 与 y 轴相交于另一点 G .

(1) 求证： BC 是 $\odot F$ 的切线；

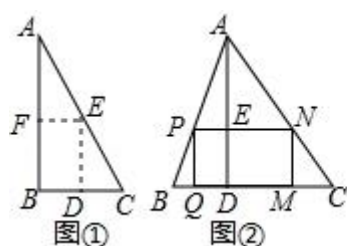
(2) 若点 A 、 D 的坐标分别为 $A(0, -1)$ ， $D(2, 0)$ ，求 $\odot F$ 的半径；

(3) 试探究线段 AG 、 AD 、 CD 三者之间满足的等量关系，并证明你的结论.

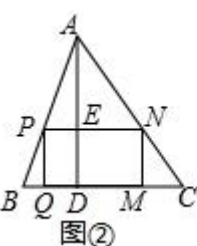


26. (12 分) 【探索发现】

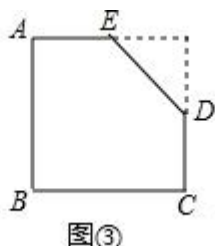
如图①，是一张直角三角形纸片， $\angle B=60^\circ$ ，小明想从中剪出一个以 $\angle B$ 为内角且面积最大的矩形，经过多次操作发现，当沿着中位线 DE 、 EF 剪下时，所得的矩形的面积最大，随后，他通过证明验证了其正确性，并得出：矩形的最大面积与原三角形面积的比值为_____.



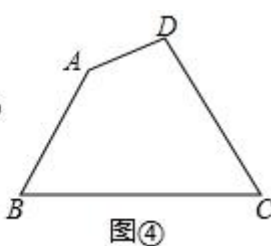
图①



图②



图③



图④

【拓展应用】

如图②，在 $\triangle ABC$ 中， $BC=a$ ， BC 边上的高 $AD=h$ ，矩形 $PQMN$ 的顶点 P 、 N 分别在边 AB 、 AC 上，顶点 Q 、 M 在边 BC 上，则矩形 $PQMN$ 面积的最大值为_____。（用含 a ， h 的代数式表示）

【灵活应用】

如图③，有一块“缺角矩形” $ABCDE$ ， $AB=32$ ， $BC=40$ ， $AE=20$ ， $CD=16$ ，小明从中剪出了一个面积最大的矩形（ $\angle B$ 为所剪出矩形的内角），求该矩形的面积.

【实际应用】

如图④，现有一块四边形的木板余料 $ABCD$ ，经测量 $AB=50\text{cm}$ ， $BC=108\text{cm}$ ，

$CD=60\text{cm}$, 且 $\tan B=\tan C=\frac{4}{3}$, 木匠徐师傅从这块余料中裁出了顶点 M 、 N 在边 BC 上且面积最大的矩形 $PQMN$, 求该矩形的面积.

27. (14 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y=\frac{1}{2}x+2$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 C , 抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 经过 A 、 C 两点, 与 x 轴的另一交点为点 B .

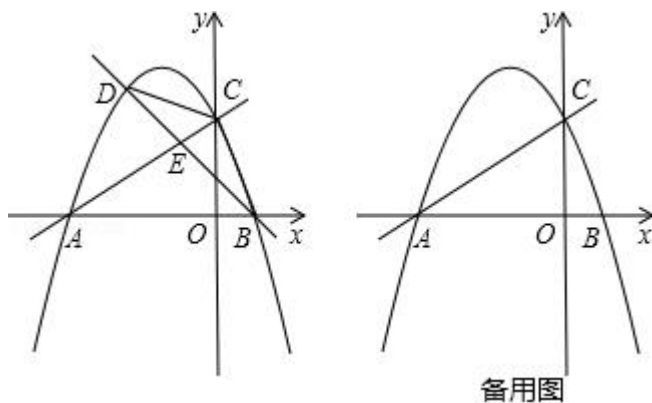
(1) 求抛物线的函数表达式;

(2) 点 D 为直线 AC 上方抛物线上一动点;

①连接 BC 、 CD , 设直线 BD 交线段 AC 于点 E , $\triangle CDE$ 的面积为 S_1 , $\triangle BCE$

的面积为 S_2 , 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的最大值;

②过点 D 作 $DF \perp AC$, 垂足为点 F , 连接 CD , 是否存在点 D , 使得 $\triangle CDF$ 中的某个角恰好等于 $\angle BAC$ 的 2 倍? 若存在, 求点 D 的横坐标; 若不存在, 请说明理由.



2017 年江苏省盐城市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (3 分) (2017•随州) -2 的绝对值是 ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

【考点】15: 绝对值.

【分析】根据负数的绝对值等于它的相反数解答.

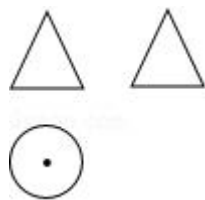
【解答】解: -2 的绝对值是 2,

即 $|-2|=2$.

故选: A.

【点评】本题考查了绝对值的性质: 正数的绝对值是它本身; 负数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对值是 0.

2. (3 分) (2017•盐城) 如图是某个几何体的主视图、左视图、俯视图, 该几何体是 ()



- A. 圆柱 B. 球 C. 圆锥 D. 棱锥

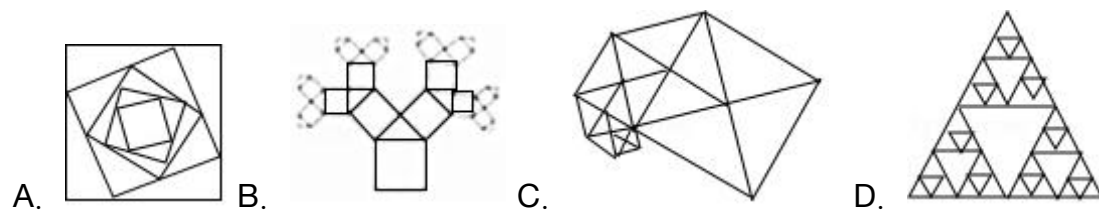
【考点】U3: 由三视图判断几何体.

【分析】根据三视图即可判断该几何体.

【解答】解：由于主视图与左视图是三角形，
俯视图是圆，故该几何体是圆锥，
故选（C）

【点评】本题考查三视图，解题的关键是熟练掌握几种常见几何体的三视图，本题属于基础题型.

3. （3分）（2017•盐城）下列图形中，是轴对称图形的是（ ）



【考点】P3：轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形的概念求解.

【解答】解：D 的图形沿中间线折叠，直线两旁的部分可重合，

故选：D.

【点评】本题考查了轴对称图形，掌握好轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合.

4. （3分）（2017•盐城）数据 6，5，7.5，8.6，7，6 的众数是（ ）

A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

【考点】W5：众数.

【分析】直接利用众数的定义分析得出答案.

【解答】解：∵数据 6，5，7.5，8.6，7，6 中，6 出现次数最多，

故 6 是这组数据的众数.

故选：B.

【点评】此题主要考查了众数的定义，正确把握定义是解题关键.

5. (3分) (2017•盐城) 下列运算中, 正确的是 ()

A. $7a+a=7a^2$ B. $a^2 \cdot a^3=a^6$ C. $a^3 \div a=a^2$ D. $(ab)^2=ab^2$

【考点】47: 幂的乘方与积的乘方; 35: 合并同类项; 46: 同底数幂的乘法.

【分析】根据合并同类项法则、同底数幂的乘法、除法法则、积的乘方法则一一计算即可判断.

【解答】解:

A、错误. $7a+a=8a$.

B、错误. $a^2 \cdot a^3=a^5$.

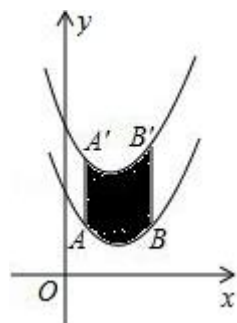
C、正确. $a^3 \div a=a^2$.

D、错误. $(ab)^2=a^2b^2$

故选 C.

【点评】本题考查合并同类项法则、同底数幂的乘法、除法法则、积的乘方法则, 熟练掌握这些法则是解题的关键.

6. (3分) (2017•盐城) 如图, 将函数 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2+1$ 的图象沿 y 轴向上平移得到一条新函数的图象, 其中点 A (1, m), B (4, n) 平移后的对应点分别为点 A'、B'. 若曲线段 AB 扫过的面积为 9 (图中的阴影部分), 则新图象的函数表达式是 ()

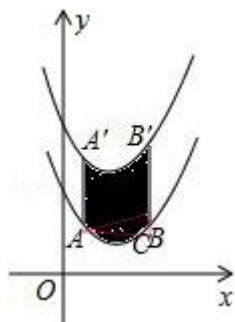


A. $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$ B. $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 7$ C. $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 5$
 D. $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 4$

【考点】H6：二次函数图象与几何变换.

【分析】先根据二次函数图象上点的坐标特征求出 A、B 两点的坐标，再过 A 作

AC//x 轴，交 B'B 的延长线于点 C，则 C $(4, \frac{1}{2})$ ，AC=4-1=3，根据平移的性质以及曲线段 AB 扫过的面积为 9（图中的阴影部分），得出 AA'=3，然后根据平移规律即可求解.



【解答】

解：∵函数 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 1$ 的图象过点 A $(1, m)$ ，B $(4, n)$ ，

$$\therefore m = \frac{1}{2}(1-2)^2 + 1 = \frac{1}{2}, \quad n = \frac{1}{2}(4-2)^2 + 1 = 3,$$

$$\therefore A(1, \frac{1}{2}), \quad B(4, 3),$$

过 A 作 AC//x 轴，交 B'B 的延长线于点 C，则 C $(4, \frac{1}{2})$ ，

$$\therefore AC = 4 - 1 = 3,$$

∵曲线段 AB 扫过的面积为 9（图中的阴影部分），

$$\therefore AC \cdot AA' = 3AA' = 9,$$

$$\therefore AA' = 3,$$

即将函数 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 1$ 的图象沿 y 轴向上平移 3 个单位长度得到一条新函数的图象,

$\therefore$ 新图象的函数表达式是 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 4$.

故选 D.

【点评】此题主要考查了二次函数图象与几何变换以及平行四边形面积求法等知识, 根据已知得出 AA' 是解题关键.

二、填空题 (每题 3 分, 满分 30 分, 将答案填在答题纸上)

7. (3 分) (2017•盐城) 请写出一个无理数 $\sqrt{2}$.

【考点】 26: 无理数.

【分析】 根据无理数定义, 随便找出一个无理数即可.

【解答】 解: $\sqrt{2}$ 是无理数.

故答案为: $\sqrt{2}$.

【点评】 本题考查了无理数, 牢记无理数的定义是解题的关键.

8. (3 分) (2017•盐城) 分解因式 $a^2b - a$ 的结果为 $a(ab - 1)$.

【考点】 55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】 根据提公因式法分解即可.

【解答】 解: $a^2b - a = a(ab - 1)$,

故答案为: $a(ab - 1)$.

【点评】 本题考查了分解因式, 能正确分解因式是解此题的关键.

9. (3 分) (2017•盐城) 2016 年 12 月 30 日, 盐城市区内环高架快速路网二期

工程全程全线通车，至此，已通车的内环高架快速路里程达 57000 米，用科学记数法表示数 57000 为 5.7×10^4 .

【考点】 11: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 1 时， n 是非负数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】 解：将 57000 用科学记数法表示为： 5.7×10^4 .

故答案为： 5.7×10^4 .

【点评】 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

10. (3 分) (2017•盐城) 若 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 $x \geq 3$.

【考点】 72: 二次根式有意义的条件.

【分析】 根据被开方数大于等于 0 列式进行计算即可求解.

【解答】 解：根据题意得 $x - 3 \geq 0$,

解得 $x \geq 3$.

故答案为： $x \geq 3$.

【点评】 本题考查了二次根式有意义的条件，知识点为：二次根式的被开方数是非负数.

11. (3 分) (2017•盐城) 如图，是由大小完全相同的正六边形组成的图形，小

军准备用红色、黄色、蓝色随机给每个正六边形分别涂上其中的一种颜色，则上

方的正六边形涂红色的概率是 $\frac{1}{3}$ 。



【考点】X4：概率公式。

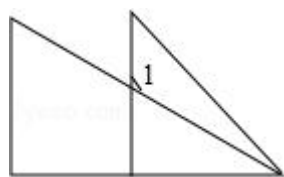
【分析】共有 3 种情况，上方的正六边形涂红色的情况只有 1 种，利用概率公式可得答案。

【解答】解：上方的正六边形涂红色的概率是 $\frac{1}{3}$ ，

故答案为： $\frac{1}{3}$ 。

【点评】此题主要考查了概率，关键是掌握概率=所求情况数与总情况数之比。

12. (3 分) (2017•盐城) 在“三角尺拼角”实验中，小明同学把一副三角尺按如图所示的方式放置，则 $\angle 1 = 120^\circ$ 。



【考点】K8：三角形的外角性质；K7：三角形内角和定理。

【分析】根据三角形的外角的性质计算即可。

【解答】解：由三角形的外角的性质可知， $\angle 1 = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$ ，

故答案为：120。

【点评】本题考查的是三角形的外角的性质，掌握三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和是解题的关键。

13. (3分) (2017•盐城) 若方程 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 的两根是 x_1, x_2 , 则 $x_1(1+x_2) + x_2$ 的值为 5.

【考点】AB: 根与系数的关系.

【专题】11: 计算题.

【分析】先根据根与系数的关系得到 $x_1 + x_2 = 4$, $x_1 x_2 = 1$, 然后把 $x_1(1+x_2) + x_2$ 展开得到 $x_1 + x_2 + x_1 x_2$, 然后利用整体代入的方法计算即可.

【解答】解: 根据题意得 $x_1 + x_2 = 4$, $x_1 x_2 = 1$,

所以 $x_1(1+x_2) + x_2 = x_1 + x_1 x_2 + x_2$

$= x_1 + x_2 + x_1 x_2$

$= 4 + 1$

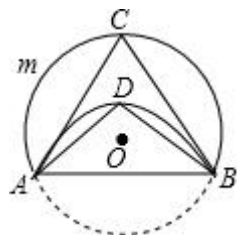
$= 5$.

故答案为 5.

【点评】本题考查了根与系数的关系: 若 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ (a

$\neq 0$) 的两根时, $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.

14. (3分) (2017•盐城) 如图, 将 $\odot O$ 沿弦 AB 折叠, 点 C 在 $\widehat{AmB}$ 上, 点 D 在 $\widehat{AB}$ 上, 若 $\angle ACB = 70^\circ$, 则 $\angle ADB = \underline{110}^\circ$.



【考点】M5: 圆周角定理.

【分析】根据圆周角定理和圆内接四边形的性质即可得到结论.

【解答】解：∵点 C 在 $\widehat{AmB}$ 上，点 D 在 $\widehat{AB}$ 上，若 $\angle ACB=70^\circ$ ，

∴ $\angle ADB+\angle ACB=180^\circ$ ，

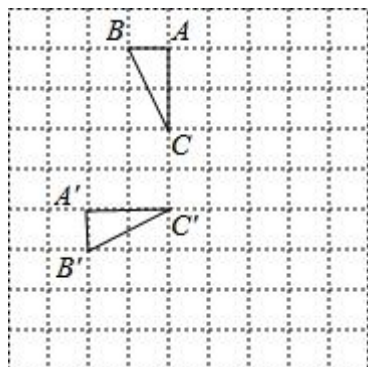
∴ $\angle ADB=110^\circ$ ，

故答案为：110.

【点评】本题考查了圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半.

15. (3 分) (2017•盐城) 如图，在边长为 1 的小正方形网格中，将 $\triangle ABC$ 绕某

点旋转到 $\triangle A'B'C'$ 的位置，则点 B 运动的最短路径长为 $\frac{\sqrt{13}}{2}\pi$.



【考点】O4：轨迹；R2：旋转的性质.

【分析】如图作线段 AA' 、 CC' 的垂直平分线相交于点 P，点 P 即为旋转中心，观察图象可知，旋转角为 90° （逆时针旋转）时 B 运动的路径长最短

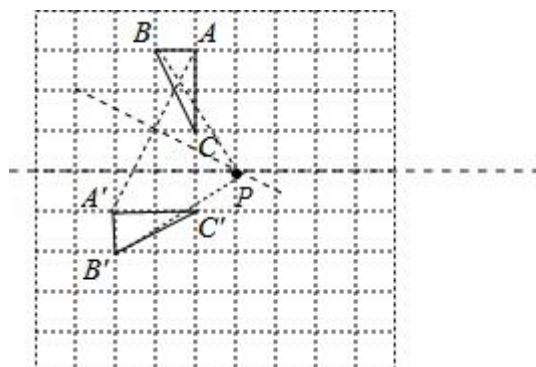
【解答】解：如图作线段 AA' 、 CC' 的垂直平分线相交于点 P，点 P 即为旋转中心，

观察图象可知，旋转角为 90° （逆时针旋转）时 B 运动的路径长最短，

$$PB = \frac{\sqrt{2^2 + 3^2}}{2} = \frac{\sqrt{13}}{2},$$

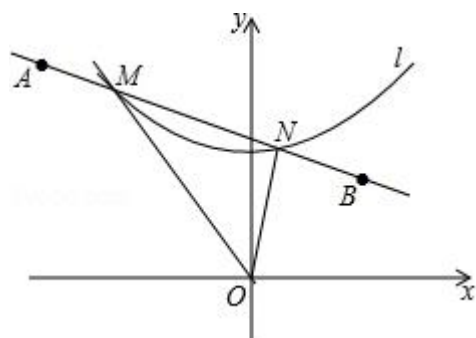
$\therefore B$ 运动的最短路径长为 $= \frac{90\pi \cdot \sqrt{13}}{180} = \frac{\sqrt{13}}{2} \pi$,

故答案为 $\frac{\sqrt{13}}{2} \pi$.



【点评】 本题考查旋转变换、轨迹、弧长公式、勾股定理等知识，解题的关键是确定旋转中心和旋转角的大小，属于中考常考题型.

16. (3 分) (2017•盐城) 如图，曲线 l 是由函数 $y = \frac{6}{x}$ 在第一象限内的图象绕坐标原点 O 逆时针旋转 45° 得到的，过点 $A(-4\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$ ， $B(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ 的直线与曲线 l 相交于点 M 、 N ，则 $\triangle OMN$ 的面积为 8.



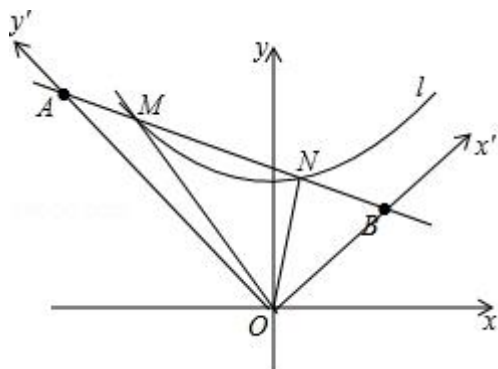
【考点】 R7：坐标与图形变化 - 旋转；G5：反比例函数系数 k 的几何意义.

【分析】 由题意 $A(-4\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$ ， $B(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ ，可知 $OA \perp OB$ ，建立如图新的坐标系（ OB 为 x' 轴， OA 为 y' 轴，利用方程组求出 M 、 N 的坐标，根据 $S_{\triangle OMN} = S_{\triangle OBM} - S_{\triangle OBN}$ 计算即可.

【解答】解：∵A $(-4\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$ ，B $(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ ，

∴OA⊥OB，

建立如图新的坐标系（OB为x'轴，OA为y'轴）。



在新的坐标系中，A $(0, 8)$ ，B $(4, 0)$ ，

∴直线AB解析式为 $y' = -2x' + 8$ ，

$$\text{由 } \begin{cases} y' = -2x' + 8 \\ y' = \frac{6}{x'} \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x' = 1 \\ y' = 6 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x' = 3 \\ y' = 2 \end{cases},$$

∴M $(1, 6)$ ，N $(3, 2)$ ，

$$\therefore S_{\triangle OMN} = S_{\triangle OBM} - S_{\triangle OBN} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 8,$$

故答案为 8

【点评】本题考查坐标与图形的性质、反比例函数的性质等知识，解题的关键是学会建立新的坐标系解决问题，属于中考填空题中的压轴题。

三、解答题（本大题共 11 小题，共 102 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17. （6 分）（2017•盐城）计算： $\sqrt{4} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 2017^0$.

【考点】2C：实数的运算；6E：零指数幂；6F：负整数指数幂.

【分析】首先计算开方，乘方、然后计算乘法，最后从左向右依次计算，求出算式的值是多少即可.

【解答】解：原式 $=2+2-1=3$.

【点评】此题主要考查了实数的运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：在进行实数运算时，和有理数运算一样，要从高级到低级，即先算乘方、开方，再算乘除，最后算加减，有括号的要先算括号里面的，同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外，有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

18. (6分) (2017•盐城) 解不等式组：
$$\begin{cases} 3x-1 \geq x+1 \\ x+4 < 4x-2 \end{cases}$$
.

【考点】CB：解一元一次不等式组.

【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【解答】解：解不等式 $3x-1 \geq x+1$ ，得： $x \geq 1$ ，

解不等式 $x+4 < 4x-2$ ，得： $x > 2$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集为 $x > 2$.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

19. (8分) (2017•盐城) 先化简，再求值：
$$\frac{x+3}{x-2} \div (x+2 - \frac{5}{x-2})$$
，其中 $x=3+\sqrt{3}$.

【考点】6D：分式的化简求值.

【专题】11：计算题；513：分式.

【分析】原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，约分得到最简结果，把 x 的值代入计算即可求出值.

【解答】解：原式 $=\frac{x+3}{x-2} \div (\frac{x^2-4}{x-2} - \frac{5}{x-2})$

$$=\frac{x+3}{x-2} \div \frac{x^2-9}{x-2}$$

$$=\frac{x+3}{x-2} \cdot \frac{x-2}{(x+3)(x-3)}$$

$$=\frac{1}{x-3},$$

当 $x=3+\sqrt{3}$ 时，原式 $=\frac{1}{3+\sqrt{3}-3}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

【点评】本题主要考查分式的化简求值，根据分式的混合运算顺序和法则将原式化简是解题的关键.

20. (8分) (2017•盐城) 为了编撰祖国的优秀传统文化，某校组织了一次“诗词大会”，小明和小丽同时参加，其中，有一道必答题是：从如图所示的九宫格中选取七个字组成一句唐诗，其答案为“山重水复疑无路”.

(1) 小明回答该问题时，对第二个字是选“重”还是选“穷”难以抉择，若随机选择其中一个，则小明回答正确的概率是 $\frac{1}{2}$ ；

(2) 小丽回答该问题时，对第二个字是选“重”还是选“穷”、第四个字是选“富”还是选“复”都难以抉择，若分别随机选择，请用列表或画树状图的方法求小丽回答正确的概率.

水	重	富
山	疑	路
无	复	穷

九宫格

【考点】X6：列表法与树状图法；X4：概率公式.

【分析】 (1) 利用概率公式直接计算即可；

(2) 画出树状图得到所有可能的结果，再找到回答正确的数目即可求出小丽回答正确的概率.

【解答】 解：

(1) $\because$ 对第二个字是选“重”还是选“穷”难以抉择，

$\therefore$ 若随机选择其中一个正确的概率= $\frac{1}{2}$ ，

故答案为： $\frac{1}{2}$ ；

(2) 画树形图得：

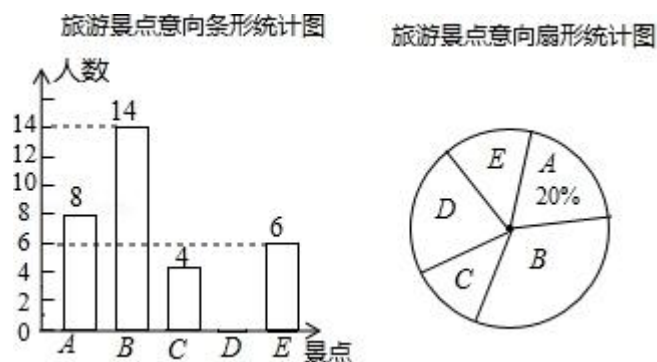


由树状图可知共有 4 种可能结果，其中正确的有 1 种，

所以小丽回答正确的概率= $\frac{1}{4}$.

【点评】 此题考查了列表法或树状图法求概率. 通过列表法或树状图法展示所有等可能的结果求出 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，然后根据概率公式求事件 A 或 B 的概率.

21. (8 分) (2017•盐城) “大美湿地，水韵盐城”. 某校数学兴趣小组就“最想去的盐城市旅游景点”随机调查了本校部分学生，要求每位同学选择且只能选择一个最想去的景点，下面是根据调查结果进行数据整理后绘制出的不完整的统计图：



请根据图中提供的信息，解答下列问题：

- (1) 求被调查的学生总人数；
- (2) 补全条形统计图，并求扇形统计图中表示“最想去景点 D”的扇形圆心角的度数；
- (3) 若该校共有 800 名学生，请估计“最想去景点 B”的学生人数.

【考点】 VC：条形统计图；V5：用样本估计总体；VB：扇形统计图.

【专题】 31：数形结合.

【分析】 (1) 用最想去 A 景点的人数除以它所占的百分比即可得到被调查的学生总人数；

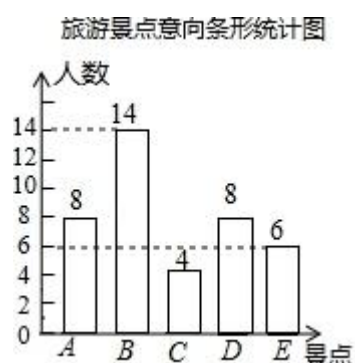
(2) 先计算出最想去 D 景点的人数，再补全条形统计图，然后用 360° 乘以最想去 D 景点的人数所占的百分比即可得到扇形统计图中表示“最想去景点 D”的扇形圆心角的度数；

(3) 用 800 乘以样本中最想去 A 景点的人数所占的百分比即可.

【解答】 解：(1) 被调查的学生总人数为 $8 \div 20\% = 40$ (人)；

(2) 最想去 D 景点的人数为 $40 - 8 - 14 - 4 - 6 = 8$ (人)，

补全条形统计图为：



扇形统计图中表示“最想去景点 D”的扇形圆心角的度数为 $\frac{8}{40} \times 360^\circ = 72^\circ$;

$$(3) 800 \times \frac{14}{40} = 280,$$

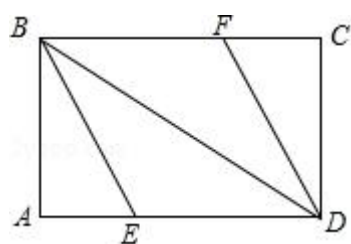
所以估计“最想去景点 B”的学生人数为 280 人.

【点评】 本题考查了条形统计图: 条形统计图是用线段长度表示数据, 根据数量的多少画成长短不同的矩形直条, 然后按顺序把这些直条排列起来. 从条形图可以很容易看出数据的大小, 便于比较.

22. (10 分) (2017·盐城) 如图, 矩形 ABCD 中, $\angle ABD$ 、 $\angle CDB$ 的平分线 BE、DF 分别交边 AD、BC 于点 E、F.

(1) 求证: 四边形 BEDF 是平行四边形;

(2) 当 $\angle ABE$ 为多少度时, 四边形 BEDF 是菱形? 请说明理由.



【考点】 LB: 矩形的性质; L7: 平行四边形的判定与性质; L9: 菱形的判定.

【分析】 (1) 由矩形可得 $\angle ABD = \angle CDB$, 结合 BE 平分 $\angle ABD$ 、DF 平分 $\angle BDC$ 得 $\angle EBD = \angle FDB$, 即可知 $BE \parallel DF$, 根据 $AD \parallel BC$ 即可得证;

(2) 当 $\angle ABE=30^\circ$ 时, 四边形 BEDF 是菱形, 由角平分线知 $\angle ABD=2\angle ABE=60^\circ$ 、 $\angle EBD=\angle ABE=30^\circ$, 结合 $\angle A=90^\circ$ 可得 $\angle EDB=\angle EBD=30^\circ$, 即 $EB=ED$, 即可得证.

【解答】 证明: (1) $\because$ 四边形 ABCD 是矩形,

$\therefore AB \parallel DC$ 、 $AD \parallel BC$,

$\therefore \angle ABD=\angle CDB$,

$\because$ BE 平分 $\angle ABD$ 、DF 平分 $\angle BDC$,

$\therefore \angle EBD=\frac{1}{2}\angle ABD$, $\angle FDB=\frac{1}{2}\angle BDC$,

$\therefore \angle EBD=\angle FDB$,

$\therefore BE \parallel DF$,

又 $\because AD \parallel BC$,

$\therefore$ 四边形 BEDF 是平行四边形;

(2) 当 $\angle ABE=30^\circ$ 时, 四边形 BEDF 是菱形,

$\because$ BE 平分 $\angle ABD$,

$\therefore \angle ABD=2\angle ABE=60^\circ$, $\angle EBD=\angle ABE=30^\circ$,

$\because$ 四边形 ABCD 是矩形,

$\therefore \angle A=90^\circ$,

$\therefore \angle EDB=90^\circ - \angle ABD=30^\circ$,

$\therefore \angle EDB=\angle EBD=30^\circ$,

$\therefore EB=ED$,

又 $\because$ 四边形 BEDF 是平行四边形,

∴ 四边形 BEDF 是菱形.

【点评】 本题主要考查矩形的性质、平行四边形、菱形, 熟练掌握矩形的性质、平行四边形的判定与菱形的判定是解题的关键.

23. (10 分) (2017·盐城) 某商店在 2014 年至 2016 年期间销售一种礼盒. 2014 年, 该商店用 3500 元购进了这种礼盒并且全部售完; 2016 年, 这种礼盒的进价比 2014 年下降了 11 元/盒, 该商店用 2400 元购进了与 2014 年相同数量的礼盒也全部售完, 礼盒的售价均为 60 元/盒.

(1) 2014 年这种礼盒的进价是多少元/盒?

(2) 若该商店每年销售这种礼盒所获利润的年增长率相同, 问年增长率是多少?

【考点】 AD: 一元二次方程的应用; B7: 分式方程的应用.

【分析】 (1) 设 2014 年这种礼盒的进价为 x 元/盒, 则 2016 年这种礼盒的进价为 $(x - 11)$ 元/盒, 根据 2014 年花 3500 元与 2016 年花 2400 元购进的礼盒数量相同, 即可得出关于 x 的分式方程, 解之经检验后即可得出结论;

(2) 设年增长率为 m , 根据数量=总价÷单价求出 2014 年的购进数量, 再根据 2014 年的销售利润 $\times (1 + \text{增长率})^2 = 2016$ 年的销售利润, 即可得出关于 m 的一元二次方程, 解之即可得出结论.

【解答】 解: (1) 设 2014 年这种礼盒的进价为 x 元/盒, 则 2016 年这种礼盒的进价为 $(x - 11)$ 元/盒,

根据题意得: $\frac{3500}{x} = \frac{2400}{x-11}$,

解得: $x=35$,

经检验, $x=35$ 是原方程的解.

答: 2014 年这种礼盒的进价是 35 元/盒.

(2) 设年增长率为 m ,

2014 年的销售数量为 $3500 \div 35 = 100$ (盒).

根据题意得: $(60 - 35) \times 100 (1+a)^2 = (60 - 35 + 11) \times 100$,

解得: $a = 0.2 = 20\%$ 或 $a = -2.2$ (不合题意, 舍去).

答: 年增长率为 20% .

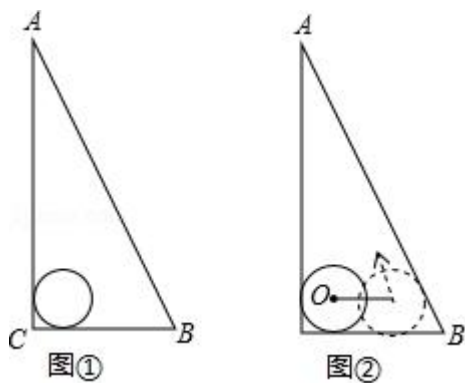
【点评】 本题考查了一元二次方程的应用以及分式方程的应用, 解题的关键是:

(1) 找准等量关系, 列出分式方程; (2) 找准等量关系, 列出一元二次方程.

24. (10 分) (2017·盐城) 如图, $\triangle ABC$ 是一块直角三角板, 且 $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, 现将圆心为点 O 的圆形纸片放置在三角板内部.

(1) 如图①, 当圆形纸片与两直角边 AC 、 BC 都相切时, 试用直尺与圆规作出射线 CO ; (不写作法与证明, 保留作图痕迹)

(2) 如图②, 将圆形纸片沿着三角板的内部边缘滚动 1 周, 回到起点位置时停止, 若 $BC = 9$, 圆形纸片的半径为 2, 求圆心 O 运动的路径长.

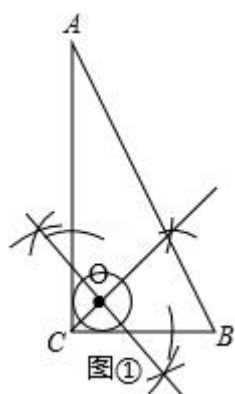


【考点】 O4: 轨迹; MC: 切线的性质; N3: 作图—复杂作图.

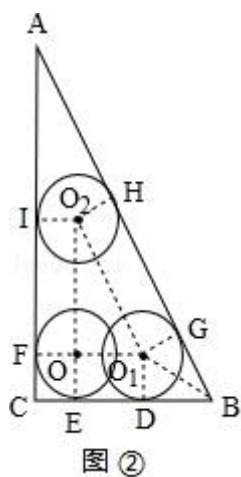
【分析】 (1) 作 $\angle ACB$ 的平分线得出圆的一条弦, 再作此弦的中垂线可得圆心 O , 作射线 CO 即可;

(2) 添加如图所示辅助线，圆心 O 的运动路径长为 $C_{\triangle OO_1O_2}$ ，先求出 $\triangle ABC$ 的三边长度，得出其周长，证四边形 $OEDO_1$ 、四边形 O_1O_2HG 、四边形 OO_2IF 均为矩形、四边形 $OECF$ 为正方形，得出 $\angle OO_1O_2 = 60^\circ = \angle ABC$ 、 $\angle O_1OO_2 = 90^\circ$ ，从而知 $\triangle OO_1O_2 \sim \triangle CBA$ ，利用相似三角形的性质即可得出答案。

【解答】解：(1) 如图①所示，射线 OC 即为所求；



(2) 如图，圆心 O 的运动路径长为 $C_{\triangle OO_1O_2}$ ，



过点 O_1 作 $O_1D \perp BC$ 、 $O_1F \perp AC$ 、 $O_1G \perp AB$ ，垂足分别为点 D 、 F 、 G ，

过点 O 作 $OE \perp BC$ ，垂足为点 E ，连接 O_2B ，

过点 O_2 作 $O_2H \perp AB$ ， $O_2I \perp AC$ ，垂足分别为点 H 、 I ，

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ 、 $\angle A = 30^\circ$ ，

$$\therefore AC = \frac{BC}{\tan 30^\circ} = \frac{9}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 9\sqrt{3}, \quad AB = 2BC = 18, \quad \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\therefore C_{\triangle ABC} = 9 + 9\sqrt{3} + 18 = 27 + 9\sqrt{3},$$

$$\therefore O_1D \perp BC, \quad O_1G \perp AB,$$

$\therefore D、G$ 为切点,

$$\therefore BD = BG,$$

在 $Rt\triangle O_1BD$ 和 $Rt\triangle O_1BG$ 中,

$$\therefore \begin{cases} BD = BG \\ O_1B = O_1B \end{cases},$$

$$\therefore \triangle O_1BD \cong \triangle O_1BG \quad (HL),$$

$$\therefore \angle O_1BG = \angle O_1BD = 30^\circ,$$

在 $Rt\triangle O_1BD$ 中, $\angle O_1DB = 90^\circ$, $\angle O_1BD = 30^\circ$,

$$\therefore BD = \frac{O_1D}{\tan 30^\circ} = \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore OO_1 = 9 - 2 - 2\sqrt{3} = 7 - 2\sqrt{3},$$

$$\therefore O_1D = OE = 2, \quad O_1D \perp BC, \quad OE \perp BC,$$

$$\therefore O_1D \parallel OE, \quad \text{且 } O_1D = OE,$$

$\therefore$ 四边形 $OEDO_1$ 为平行四边形,

$$\therefore \angle OED = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $OEDO_1$ 为矩形,

同理四边形 O_1O_2HG 、四边形 OO_2IF 、四边形 $OECF$ 为矩形,

又 $OE = OF$,

$\therefore$ 四边形 $OECF$ 为正方形,

$$\therefore \angle O_1GH = \angle CDO_1 = 90^\circ, \quad \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle GO_1D = 120^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle FO_1D = \angle O_2O_1G = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OO_1O_2 = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 60^\circ = \angle ABC,$$

$$\text{同理, } \angle O_1OO_2 = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle OO_1O_2 \sim \triangle CBA,$$

$$\therefore \frac{C_{\triangle OO_1O_2}}{C_{\triangle ABC}} = \frac{O_1O_2}{BC}, \quad \text{即} \frac{C_{\triangle OO_1O_2}}{27+9\sqrt{3}} = \frac{7-2\sqrt{3}}{9},$$

$$\therefore C_{\triangle OO_1O_2} = 15 + \sqrt{3}, \quad \text{即圆心 } O \text{ 运动的路径长为 } 15 + \sqrt{3}.$$

【点评】 本题主要考查作图—复杂作图、切线的判定与性质、矩形和正方形的判定与性质及相似三角形的判定与性质，熟练掌握切线的判定与性质、矩形和正方形的判定与性质及相似三角形的判定与性质是解题的关键.

25. (10 分) (2017•盐城) 如图，在平面直角坐标系中， $Rt\triangle ABC$ 的斜边 AB 在 y 轴上，边 AC 与 x 轴交于点 D ， AE 平分 $\angle BAC$ 交边 BC 于点 E ，经过点 A 、 D 、 E 的圆的圆心 F 恰好在 y 轴上， $\odot F$ 与 y 轴相交于另一点 G .

(1) 求证： BC 是 $\odot F$ 的切线；

(2) 若点 A 、 D 的坐标分别为 $A(0, -1)$ ， $D(2, 0)$ ，求 $\odot F$ 的半径；

(3) 试探究线段 AG 、 AD 、 CD 三者之间满足的等量关系，并证明你的结论.



【分析】 (1) 连接 EF, 根据角平分线的定义、等腰三角形的性质得到 $\angle FEA =$

(2) 连接 FD ，设 $\odot F$ 的半径为 r ，根据勾股定理列出方程，解方程即可；

【解答】 (1) 证明: 连接 EF,

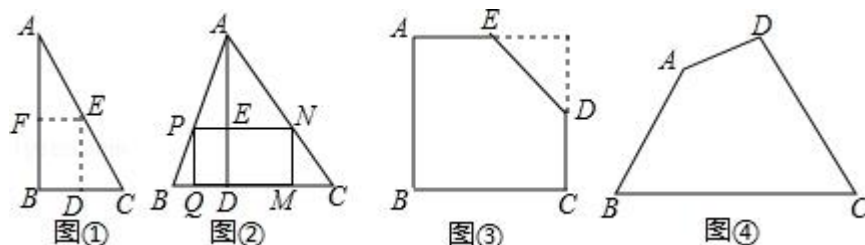
$$\therefore \angle FAE = \angle CAE,$$
$$\therefore \angle FAE = \angle FEA,$$
$$\therefore FE \parallel AC,$$

(2) 解: 连接 FD,

设 $\odot F$ 的半径为 r ,

且面积最大的矩形，经过多次操作发现，当沿着中位线 DE、EF 剪下时，所得的矩形的面积最大，随后，他通过证明验证了其正确性，并得出：矩形的最大面积

与原三角形面积的比值为 $\frac{1}{2}$ 。



【拓展应用】

如图②，在 $\triangle ABC$ 中， $BC=a$ ， BC 边上的高 $AD=h$ ，矩形 PQMN 的顶点 P、N 分别在边 AB、AC 上，顶点 Q、M 在边 BC 上，则矩形 PQMN 面积的最大值为

$\frac{ah}{4}$ 。（用含 a，h 的代数式表示）

【灵活应用】

如图③，有一块“缺角矩形”ABCDE， $AB=32$ ， $BC=40$ ， $AE=20$ ， $CD=16$ ，小明从中剪出了一个面积最大的矩形（ $\angle B$ 为所剪出矩形的内角），求该矩形的面积。

【实际应用】

如图④，现有一块四边形的木板余料 ABCD，经测量 $AB=50\text{cm}$ ， $BC=108\text{cm}$ ，

$CD=60\text{cm}$ ，且 $\tan B = \tan C = \frac{4}{3}$ ，木匠徐师傅从这块余料中裁出了顶点 M、N 在边 BC 上且面积最大的矩形 PQMN，求该矩形的面积。

【考点】LO：四边形综合题。

【分析】【探索发现】：由中位线知 $EF = \frac{1}{2}BC$ 、 $ED = \frac{1}{2}AB$ 、由 $\frac{S_{\text{矩形} FEDB}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{EF \cdot DE}{\frac{1}{2}AB \cdot BC}$ 可得；

【拓展应用】：由 $\triangle APN \sim \triangle ABC$ 知 $\frac{PN}{BC} = \frac{AE}{AD}$ ，可得 $PN = a - \frac{a}{h}PQ$ ，设 $PQ = x$ ，由

$$S_{\text{矩形 PQMN}} = PQ \cdot PN = x \left(a - \frac{a}{h}x \right) = -\frac{a}{h} \left(x - \frac{h}{2} \right)^2 + \frac{ah}{4}, \text{ 据此可得；}$$

【灵活应用】：添加如图 1 辅助线，取 BF 中点 I，FG 的中点 K，由矩形性质知 $AE = EH = 20$ 、 $CD = DH = 16$ ，分别证 $\triangle AEF \cong \triangle HED$ 、 $\triangle CDG \cong \triangle HDE$ 得 $AF = DH = 16$ 、 $CG = HE = 20$ ，从而判断出中位线 IK 的两端点在线段 AB 和 DE 上，利用【探索发现】结论解答即可；

【实际应用】：延长 BA、CD 交于点 E，过点 E 作 $EH \perp BC$ 于点 H，由 $\tan B = \tan C$

知 $EB = EC$ 、 $BH = CH = 54$ ， $EH = \frac{4}{3}BH = 72$ ，继而求得 $BE = CE = 90$ ，可判断中位线 PQ 的两端点在线段 AB、CD 上，利用【拓展应用】结论解答可得.

【解答】解：【探索发现】

$\because EF$ 、 ED 为 $\triangle ABC$ 中位线，

$$\therefore ED \parallel AB, EF \parallel BC, EF = \frac{1}{2}BC, ED = \frac{1}{2}AB,$$

又 $\angle B = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 FEDB 是矩形，

$$\text{则 } \frac{S_{\text{矩形 FEDB}}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{EF \cdot DE}{\frac{1}{2}AB \cdot BC} = \frac{\frac{1}{2}BC \cdot \frac{1}{2}AB}{\frac{1}{2}AB \cdot BC} = \frac{1}{2},$$

故答案为： $\frac{1}{2}$;

【拓展应用】

$\because PN \parallel BC$,

$\therefore \triangle APN \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{PN}{BC} = \frac{AE}{AD}, \text{ 即 } \frac{PN}{a} = \frac{h-PQ}{h},$$

$$\therefore PN = a - \frac{a}{h}PQ,$$

设 $PQ=x$,

$$\text{则 } S_{\text{矩形 PQMN}} = PQ \cdot PN = x \left(a - \frac{a}{h}x \right) = -\frac{a}{h}x^2 + ax = -\frac{a}{h} \left(x - \frac{h}{2} \right)^2 + \frac{ah}{4},$$

$$\therefore \text{当 } PQ = \frac{h}{2} \text{ 时, } S_{\text{矩形 PQMN}} \text{ 最大值为 } \frac{ah}{4},$$

$$\text{故答案为: } \frac{ah}{4};$$

【灵活应用】

如图 1, 延长 BA、DE 交于点 F, 延长 BC、ED 交于点 G, 延长 AE、CD 交于点 H, 取 BF 中点 I, FG 的中点 K,

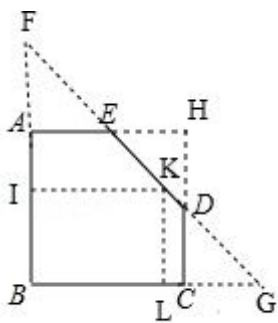


图 1

由题意知四边形 ABCH 是矩形,

$$\therefore AB=32, BC=40, AE=20, CD=16,$$

$$\therefore EH=20, DH=16,$$

$$\therefore AE=EH, CD=DH,$$

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle HED$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle FAE = \angle DHE \\ AE = AH \\ \angle AEF = \angle HED \end{cases},$$

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle HED$ (ASA),

$\therefore AF = DH = 16$,

同理 $\triangle CDG \cong \triangle HDE$,

$\therefore CG = HE = 20$,

$$\therefore BI = \frac{AB+AF}{2} = 24,$$

$\therefore BI = 24 < 32$,

$\therefore$ 中位线 IK 的两端点在线段 AB 和 DE 上,

过点 K 作 $KL \perp BC$ 于点 L ,

由【探索发现】知矩形的最大面积为 $\frac{1}{2} \times BG \cdot BF = \frac{1}{2} \times (40+20) \times (32+16) = 720$,

答: 该矩形的面积为 720;

【实际应用】

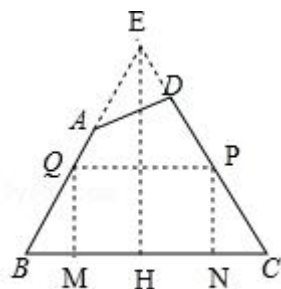


图 2

如图 2, 延长 BA 、 CD 交于点 E , 过点 E 作 $EH \perp BC$ 于点 H ,

$$\therefore \tan B = \tan C = \frac{4}{3},$$

$\therefore \angle B = \angle C$,

$$\therefore EB=EC,$$

$$\therefore BC=108\text{cm}, \text{ 且 } EH \perp BC,$$

$$\therefore BH=CH=\frac{1}{2}BC=54\text{cm},$$

$$\therefore \tan B = \frac{EH}{BH} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore EH = \frac{4}{3}BH = \frac{4}{3} \times 54 = 72\text{cm},$$

$$\text{在 Rt}\triangle BHE \text{ 中, } BE = \sqrt{EH^2 + BH^2} = 90\text{cm},$$

$$\therefore AB=50\text{cm},$$

$$\therefore AE=40\text{cm},$$

$$\therefore BE \text{ 的中点 } Q \text{ 在线段 } AB \text{ 上},$$

$$\therefore CD=60\text{cm},$$

$$\therefore ED=30\text{cm},$$

$$\therefore CE \text{ 的中点 } P \text{ 在线段 } CD \text{ 上},$$

$$\therefore \text{中位线 } PQ \text{ 的两端点在线段 } AB、CD \text{ 上},$$

$$\text{由【拓展应用】知, 矩形 PQMN 的最大面积为 } \frac{1}{4}BC \cdot EH = 1944\text{cm}^2,$$

答: 该矩形的面积为 1944cm^2 .

【点评】 本题主要考查四边形的综合问题, 熟练掌握中位线定理、相似三角形的判定与性质、等腰三角形的性质及类比思想的运用是解题的关键.

27. (14 分) (2017•盐城) 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 与 x 轴交

于点 A，与 y 轴交于点 C，抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过 A、C 两点，与 x 轴的另一交点为点 B。

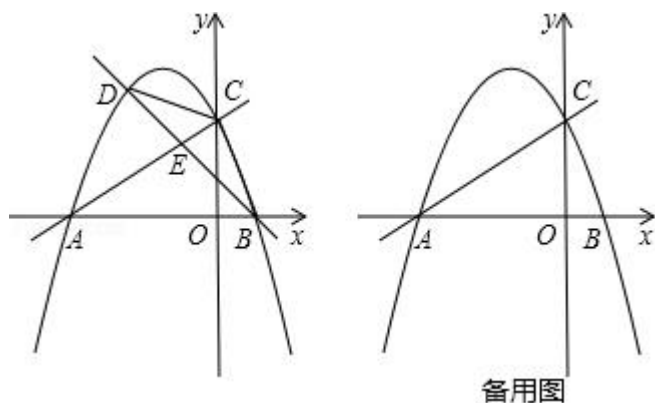
(1) 求抛物线的函数表达式；

(2) 点 D 为直线 AC 上方抛物线上一动点；

①连接 BC、CD，设直线 BD 交线段 AC 于点 E， $\triangle CDE$ 的面积为 S_1 ， $\triangle BCE$

的面积为 S_2 ，求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的最大值；

②过点 D 作 $DF \perp AC$ ，垂足为点 F，连接 CD，是否存在点 D，使得 $\triangle CDF$ 中的某个角恰好等于 $\angle BAC$ 的 2 倍？若存在，求点 D 的横坐标；若不存在，请说明理由。



【考点】HF：二次函数综合题。

【分析】(1) 根据题意得到 A (-4, 0)，C (0, 2) 代入 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ ，于是得到结论；

(2) ①如图，令 $y=0$ ，解方程得到 $x_1 = -4$ ， $x_2 = 1$ ，求得 B (1, 0)，过 D 作 $DM \perp x$ 轴于 M，过 B 作 $BN \perp x$ 轴交于 AC 于 N，根据相似三角形的性质即可得到结论；

②根据勾股定理的逆定理得到 $\triangle ABC$ 是以 $\angle ACB$ 为直角的直角三角形，取 AB

的中点 P，求得 $P(-\frac{3}{2}, 0)$ ，得到 $PA=PC=PB=\frac{5}{2}$ ，过 D 作 x 轴的平行线交 y 轴于 R，交 AC 的延线于 G，情况一：如图， $\angle DCF=2\angle BAC=\angle DGC+\angle CDG$ ，情况二， $\angle FDC=2\angle BAC$ ，解直角三角形即可得到结论。

【解答】解：（1）根据题意得 A（-4，0），C（0，2），

$\therefore$ 抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 经过 A、C 两点，

$$\therefore \begin{cases} 0=-\frac{1}{2}\times 16-4b+c \\ 2=c \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} b=-\frac{3}{2} \\ c=2 \end{cases},$$

$$\therefore y=-\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+2;$$

（2）①如图，令 $y=0$ ，

$$\therefore -\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+2=0,$$

$$\therefore x_1=-4, x_2=1,$$

$$\therefore B(1, 0),$$

过 D 作 $DM \perp x$ 轴于 M，过 B 作 $BN \perp x$ 轴交于 AC 于 N，

$$\therefore DM \parallel BN,$$

$$\therefore \triangle DME \sim \triangle BNE,$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{DE}{BE} = \frac{DM}{BN},$$

$$\text{设 } D(a, -\frac{1}{2}a^2-\frac{3}{2}a+2),$$

$$\therefore M(a, \frac{1}{2a+2}),$$

$$\therefore B(1, 0),$$

$$\therefore N(1, \frac{5}{2}),$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{DM}{BN} = \frac{-\frac{1}{2}a^2 - 2a}{\frac{5}{2}} = -\frac{1}{5}(a+2)^2 + \frac{4}{5};$$

$$\therefore \text{当 } a=2 \text{ 时, } \frac{S_1}{S_2} \text{ 的最大值是 } \frac{4}{5};$$

$$\textcircled{2} \therefore A(-4, 0), B(1, 0), C(0, 2),$$

$$\therefore AC=2\sqrt{5}, BC=\sqrt{5}, AB=5,$$

$$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是以 $\angle ACB$ 为直角的直角三角形, 取 AB 的中点 P ,

$$\therefore P(-\frac{3}{2}, 0),$$

$$\therefore PA=PC=PB=\frac{5}{2},$$

$$\therefore \angle CPO = 2\angle BAC,$$

$$\therefore \tan \angle CPO = \tan(2\angle BAC) = \frac{4}{3},$$

过 D 作 x 轴的平行线交 y 轴于 R , 交 AC 的延长线于 G ,

情况一: 如图, $\therefore \angle DCF = 2\angle BAC = \angle DGC + \angle CDG$,

$$\therefore \angle CDG = \angle BAC,$$

$$\therefore \tan \angle CDG = \tan \angle BAC = \frac{1}{2},$$

$$\frac{RC}{DR} = \frac{1}{2},$$

$$\text{令 } D(a, -\frac{1}{2}a^2 - \frac{3}{2}a + 2),$$

$$\therefore DR = -a, \quad RC = -\frac{1}{2}a^2 - \frac{3}{2}a,$$

$$\frac{-\frac{1}{2}a^2 - \frac{3}{2}a}{-a} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore a_1 = 0 \text{ (舍去)}, \quad a_2 = -2,$$

$$\therefore x_D = -2,$$

情况二, $\therefore \angle FDC = 2\angle BAC$,

$$\therefore \tan \angle FDC = \frac{4}{3},$$

设 $FC = 4k$,

$$\therefore DF = 3k, \quad DC = 5k,$$

$$\therefore \tan \angle DGC = \frac{3k}{4k} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore FG = 6k,$$

$$\therefore CG = 2k, \quad DG = 3\sqrt{5}k, \quad \therefore$$

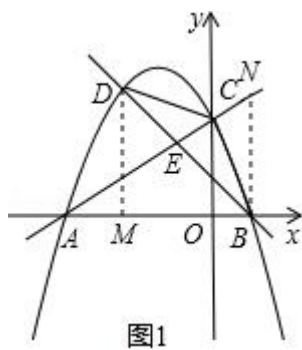
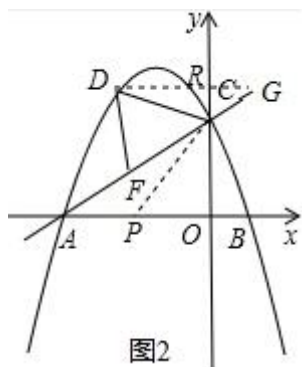
$$\therefore RC = \frac{2\sqrt{5}}{5}k, \quad RG = \frac{4\sqrt{5}}{5}k,$$

$$DR = 3\sqrt{5}k - \frac{4\sqrt{5}}{5}k = \frac{11\sqrt{5}}{5}k,$$

$$\therefore \frac{DR}{RC} = \frac{\frac{11\sqrt{5}}{5}k}{\frac{2\sqrt{5}}{5}k} = \frac{-a}{-\frac{1}{2}a^2 - \frac{3}{2}a},$$

$\therefore a_1=0$ (舍去), $a_2=\frac{29}{11}$,

点 D 的横坐标为 -2 或 $-\frac{29}{11}$.



【点评】 本题考查了待定系数法求函数的解析式，相似三角形的判定和性质，解直角三角形，直角三角形的性质，正确的作出辅助线是解题的关键.