

2017 年江苏省无锡市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) -5 的倒数是 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. ± 5 C. 5 D. $-\frac{1}{5}$

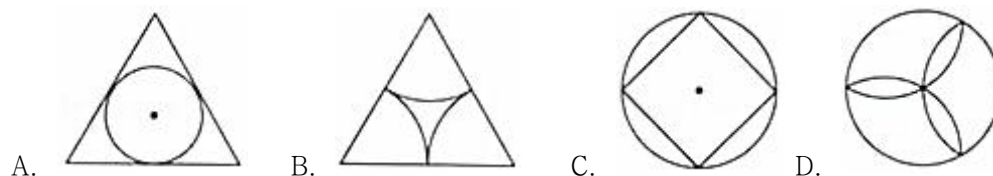
2. (3 分) 函数 $y = \frac{x}{2-x}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \neq 2$ B. $x \geq 2$ C. $x \leq 2$ D. $x > 2$

3. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $(a^2)^3 = a^5$ B. $(ab)^2 = ab^2$ C. $a^6 \div a^3 = a^2$ D. $a^2 \cdot a^3 = a^5$

4. (3 分) 下列图形中，是中心对称图形的是 ()



5. (3 分) 若 $a - b = 2$, $b - c = -3$, 则 $a - c$ 等于 ()

- A. 1 B. -1 C. 5 D. -5

6. (3 分) 如表为初三 (1) 班全部 43 名同学某次数学测验成绩的统计结果，则下列说法正确的是 ()

成绩 (分)	70	80	90
男生 (人)	5	10	7
女生 (人)	4	13	4

A. 男生的平均成绩大于女生的平均成绩

B. 男生的平均成绩小于女生的平均成绩

C. 男生成绩的中位数大于女生成绩的中位数

D. 男生成绩的中位数小于女生成绩的中位数

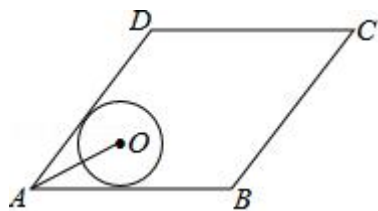
7. (3 分) 某商店今年 1 月份的销售额是 2 万元, 3 月份的销售额是 4.5 万元, 从 1 月份到 3 月份, 该店销售额平均每月的增长率是 ()

- A. 20% B. 25% C. 50% D. 62.5%

8. (3 分) 对于命题 “若 $a^2 > b^2$, 则 $a > b$ ”, 下面四组关于 a , b 的值中, 能说明这个命题是假命题的是 ()

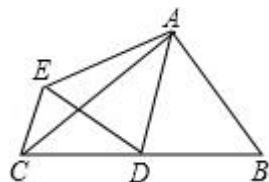
A. $a=3, b=2$ B. $a=-3, b=2$ C. $a=3, b=-1$ D. $a=-1, b=3$

9. (3分) 如图, 菱形 $ABCD$ 的边 $AB=20$, 面积为 320 , $\angle BAD < 90^\circ$, $\odot O$ 与边 AB, AD 都相切, $AO=10$, 则 $\odot O$ 的半径长等于 ()



A. 5 B. 6 C. $2\sqrt{5}$ D. $3\sqrt{2}$

10. (3分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=3$, $AC=4$, 点 D 是 BC 的中点, 将 $\triangle ABD$ 沿 AD 翻折得到 $\triangle AED$, 连 CE , 则线段 CE 的长等于 ()



A. 2 B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{7}{5}$

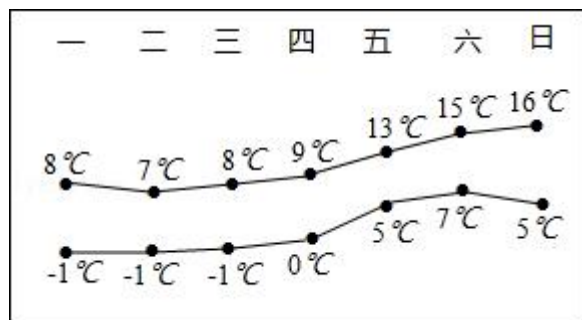
二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

11. (2分) 计算 $\sqrt{12} \times \sqrt{3}$ 的值是_____.

12. (2分) 分解因式: $3a^2 - 6a + 3 =$ _____.

13. (2分) 贵州 FAST 望远镜是目前世界第一大单口径射电望远镜, 反射面总面积约 250000m^2 , 这个数据用科学记数法可表示为_____.

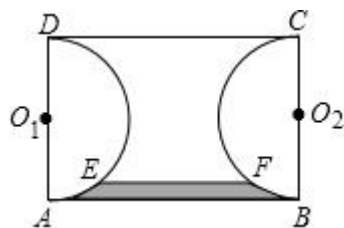
14. (2分) 如图是我市某连续 7 天的最高气温与最低气温的变化图, 根据图中信息可知, 这 7 天中最大的日温差是_____ $^\circ\text{C}$.



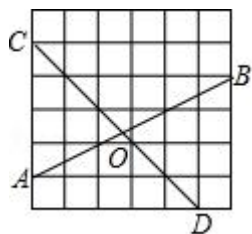
15. (2分) 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(-1, -2)$, 则 k 的值为_____.

16. (2分) 若圆锥的底面半径为 3cm , 母线长是 5cm , 则它的侧面展开图的面积为_____ cm^2 .

17. (2 分) 如图, 已知矩形 ABCD 中, $AB=3$, $AD=2$, 分别以边 AD, BC 为直径在矩形 ABCD 的内部作半圆 O_1 和半圆 O_2 , 一平行于 AB 的直线 EF 与这两个半圆分别交于点 E、点 F, 且 $EF=2$ (EF 与 AB 在圆心 O_1 和 O_2 的同侧), 则由 $\widehat{AE}$, EF, $\widehat{FB}$, AB 所围成图形 (图中阴影部分) 的面积等于_____.



18. (2 分) 在如图的正方形方格纸中, 每个小的四边形都是相同的正方形, A, B, C, D 都在格点处, AB 与 CD 相交于 O, 则 $\tan \angle BOD$ 的值等于_____.



三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 84 分)

19. (8 分) 计算:

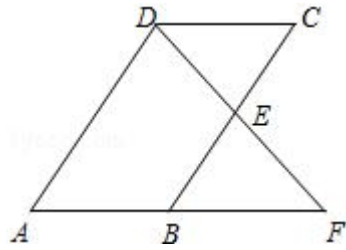
(1) $|-6| + (-2)^3 + (\sqrt{7})^0$;

(2) $(a+b)(a-b) - a(a-b)$

20. (8 分) (1) 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x + 3 > 1 \text{ ①} \\ x - 2 \leq \frac{1}{2}(x + 2) \text{ ②} \end{cases}$$

(2) 解方程: $\frac{5}{2x-1} = \frac{3}{x+2}$.

21. (8分) 已知, 如图, 平行四边形 $ABCD$ 中, E 是 BC 边的中点, 连 DE 并延长交 AB 的延长线于点 F , 求证: $AB=BF$.

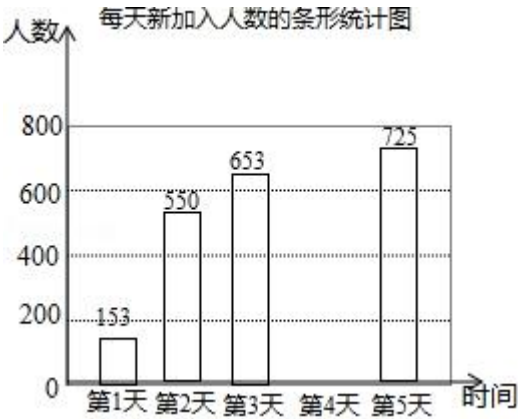


22. (8分) 甲、乙、丙、丁四人玩扑克牌游戏, 他们先取出两张红心和两张黑桃共四张扑克牌, 洗匀后背面朝上放在桌面上, 每人抽取其中一张, 拿到相同颜色的即为游戏搭档, 现甲、乙两人各抽取了一张, 求两人恰好成为游戏搭档的概率. (请用“画树状图”或“列表”等方法写出分析过程)

23. (8 分) 某数学学习网站为吸引更多人注册加入，举行了一个为期 5 天的推广活动，在活动期间，加入该网站的人数变化情况如下表所示：

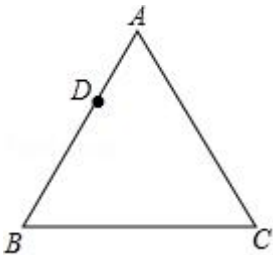
时间	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天	第 5 天
新加入人数 (人)	153	550	653	b	725
累计总人数 (人)	3353	3903	a	5156	5881

- (1) 表格中 $a=$ _____， $b=$ _____；
- (2) 请把下面的条形统计图补充完整；
- (3) 根据以上信息，下列说法正确的是_____ (只要填写正确说法前的序号).
- ①在活动之前，该网站已有 3200 人加入；
- ②在活动期间，每天新加入人数逐天递增；
- ③在活动期间，该网站新加入的总人数为 2528 人.

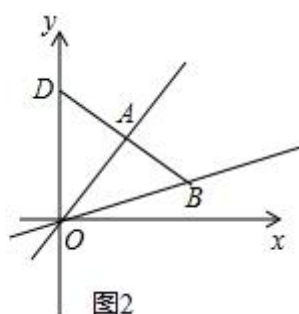
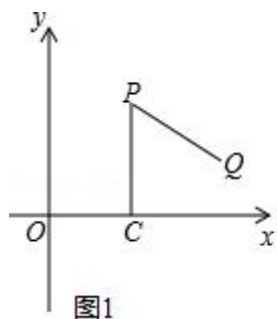


24. (6 分) 如图，已知等边 $\triangle ABC$ ，请用直尺（不带刻度）和圆规，按下列要求作图（不要求写作法，但要保留作图痕迹）：

- (1) 作 $\triangle ABC$ 的外心 O ；
- (2) 设 D 是 AB 边上一点，在图中作出一个正六边形 $DEFGHI$ ，使点 F ，点 H 分别在边 BC 和 AC 上.



25. (10 分) 操作: “如图 1, P 是平面直角坐标系中一点 (x 轴上的点除外), 过点 P 作 $PC \perp x$ 轴于点 C, 点 C 绕点 P 逆时针旋转 60° 得到点 Q.” 我们将此由点 P 得到点 Q 的操作称为点的 T 变换.



(1) 点 P (a, b) 经过 T 变换后得到的点 Q 的坐标为_____；若点 M 经过 T 变换后得到点 N (6, $-\sqrt{3}$), 则点 M 的坐标为_____.

(2) A 是函数 $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ 图象上异于原点 O 的任意一点, 经过 T 变换后得到点 B.

①求经过点 O, 点 B 的直线的函数表达式;

②如图 2, 直线 AB 交 y 轴于点 D, 求 $\triangle OAB$ 的面积与 $\triangle OAD$ 的面积之比.

26. (10 分) 某地新建的一个企业, 每月将生产 1960 吨污水, 为保护环境, 该企业计划购置污水处理器, 并在如下两个型号中选择:

污水处理器型号	A 型	B 型
处理污水能力 (吨/月)	240	180

已知商家售出的 2 台 A 型、3 台 B 型污水处理器的总价为 44 万元, 售出的 1 台 A 型、4 台 B 型污水处理器的总价为 42 万元.

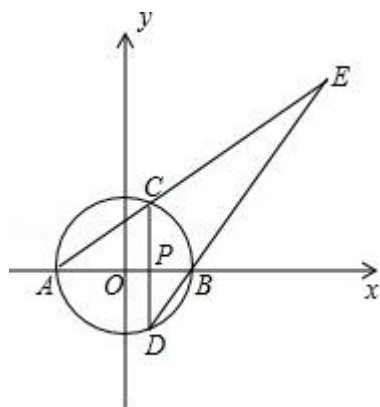
(1) 求每台 A 型、B 型污水处理器的价格;

(2) 为确保将每月产生的污水全部处理完, 该企业决定购买上述的污水处理器, 那么他们至少要支付多少钱?

27. (10 分) 如图, 以原点 O 为圆心, 3 为半径的圆与 x 轴分别交于 A, B 两点 (点 B 在点 A 的右边), P 是半径 OB 上一点, 过 P 且垂直于 AB 的直线与 $\odot O$ 分别交于 C, D 两点 (点 C 在点 D 的上方), 直线 AC, DB 交于点 E . 若 $AC: CE=1: 2$.

(1) 求点 P 的坐标;

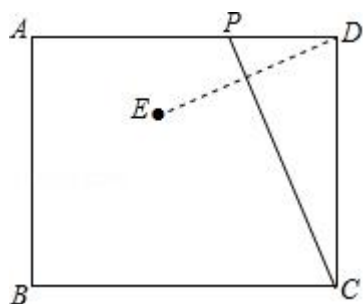
(2) 求过点 A 和点 E , 且顶点在直线 CD 上的抛物线的函数表达式.



28. (8 分) 如图, 已知矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $AD=m$, 动点 P 从点 D 出发, 在边 DA 上以每秒 1 个单位的速度向点 A 运动, 连接 CP , 作点 D 关于直线 PC 的对称点 E , 设点 P 的运动时间为 t (s).

(1) 若 $m=6$, 求当 P, E, B 三点在同一直线上时对应的 t 的值.

(2) 已知 m 满足: 在动点 P 从点 D 到点 A 的整个运动过程中, 有且只有一个时刻 t , 使点 E 到直线 BC 的距离等于 3, 求所有这样的 m 的取值范围.



2017 年江苏省无锡市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) (2017•无锡) -5 的倒数是 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. ± 5 C. 5 D. $-\frac{1}{5}$

【考点】17: 倒数.

【分析】根据倒数的定义，即可求出 -5 的倒数.

【解答】解: $\because -5 \times (-\frac{1}{5}) = 1$,

$\therefore -5$ 的倒数是 $-\frac{1}{5}$

故选 D.

【点评】本题考查了倒数，熟练掌握倒数的定义是解题的关键.

2. (3 分) (2017•无锡) 函数 $y = \frac{x}{2-x}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \neq 2$ B. $x \geq 2$ C. $x \leq 2$ D. $x > 2$

【考点】E4: 函数自变量的取值范围.

【分析】根据分式有意义的条件，分母不等于 0，可以求出 x 的范围.

【解答】解: 根据题意得: $2 - x \neq 0$,

解得: $x \neq 2$.

故函数 $y = \frac{x}{2-x}$ 中自变量 x 的取值范围是 $x \neq 2$.

故选 A.

【点评】本题考查了求函数自变量取值范围，求函数自变量的范围一般从三个方面考虑:

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数;
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0;
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

3. (3 分) (2017•无锡) 下列运算正确的是 ()

- A. $(a^2)^3 = a^5$ B. $(ab)^2 = ab^2$ C. $a^6 \div a^3 = a^2$ D. $a^2 \cdot a^3 = a^5$

【考点】48: 同底数幂的除法; 46: 同底数幂的乘法; 47: 幂的乘方与积的乘方.

【分析】利用幂的运算性质直接计算后即可确定正确的选项.

【解答】解: A、 $(a^2)^3 = a^6$ ，故错误，不符合题意;

B、 $(ab)^2 = a^2b^2$ ，故错误，不符合题意;

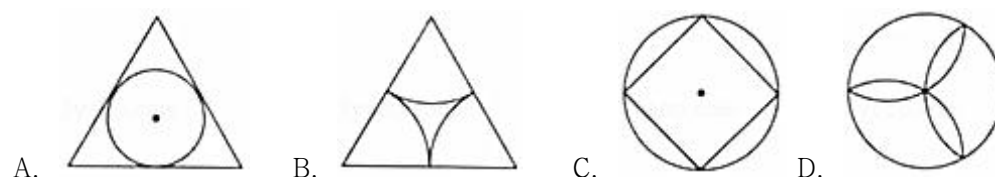
C、 $a^6 \div a^3 = a^3$ ，故错误，不符合题意;

D、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，正确，符合题意，

故选 D.

【点评】本题考查了幂的运算性质，解题的关键是了解这些性质并能正确的计算，难度不大.

4. (3分) (2017•无锡) 下列图形中, 是中心对称图形的是 ()



【考点】R5: 中心对称图形.

【分析】根据中心对称图形的定义逐个判断即可.

【解答】解: A、不是中心对称图形, 故本选项不符合题意;

B、不是中心对称图形, 故本选项不符合题意;

C、是中心对称图形, 故本选项符合题意;

D、不是中心对称图形, 故本选项不符合题意;

故选 C.

【点评】本题考查了对中心对称图形的定义, 能熟知中心对称图形的定义是解此题的关键.

5. (3分) (2017•无锡) 若 $a - b = 2$, $b - c = -3$, 则 $a - c$ 等于 ()

A. 1 B. -1 C. 5 D. -5

【考点】44: 整式的加减.

【专题】11: 计算题; 512: 整式.

【分析】根据题中等式确定出所求即可.

【解答】解: $\because a - b = 2$, $b - c = -3$,

$\therefore a - c = (a - b) + (b - c) = 2 - 3 = -1$,

故选 B

【点评】此题考查了整式的加减, 熟练掌握运算是解本题的关键.

6. (3分) (2017•无锡) 如表为初三 (1) 班全部 43 名同学某次数学测验成绩的统计结果, 则下列说法正确的是 ()

成绩 (分)	70	80	90
男生 (人)	5	10	7
女生 (人)	4	13	4

A. 男生的平均成绩大于女生的平均成绩

B. 男生的平均成绩小于女生的平均成绩

C. 男生成绩的中位数大于女生成绩的中位数

D. 男生成绩的中位数小于女生成绩的中位数

【考点】W4: 中位数; W1: 算术平均数.

【分析】根据平均数的定义分别求出男生与女生的平均成绩, 再根据中位数的定义分别求出男生与女生成绩的中位数即可求解.

【解答】解: $\because$ 男生的平均成绩是: $(70 \times 5 + 80 \times 10 + 90 \times 7) \div 22 = 1780 \div 22 = 80\frac{10}{11}$,

女生的平均成绩是: $(70 \times 4 + 80 \times 13 + 90 \times 4) \div 21 = 1680 \div 21 = 80$,

$\therefore$ 男生的平均成绩大于女生的平均成绩.

$\because$ 男生一共 22 人, 位于中间的两个数都是 80, 所以中位数是 $(80 + 80) \div 2 = 80$,

女生一共 21 人, 位于最中间的一个数是 80, 所以中位数是 80,

$\therefore$ 男生成绩的中位数等于女生成绩的中位数.

故选 A.

【点评】本题为统计题，考查平均数与中位数的意义，平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数. 中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数，如果中位数的概念掌握得不好，不把数据按要求重新排列，就会错误地将这组数据最中间的那个数当作中位数.

7. (3分) (2017•无锡) 某商店今年 1 月份的销售额是 2 万元，3 月份的销售额是 4.5 万元，从 1 月份到 3 月份，该店销售额平均每月的增长率是 ()

A. 20% B. 25% C. 50% D. 62.5%

【考点】AD: 一元二次方程的应用.

【分析】设每月增长率为 x ，据题意可知：三月份销售额为 $2(1+x)^2$ 万元，依此等量关系列出方程，求解即可.

【解答】解：设该店销售额平均每月的增长率为 x ，则二月份销售额为 $2(1+x)$ 万元，三月份销售额为 $2(1+x)^2$ 万元，

由题意可得： $2(1+x)^2=4.5$,

解得： $x_1=0.5=50\%$, $x_2=-2.5$ (不合题意舍去),

答：该店销售额平均每月的增长率为 50%;

故选：C.

【点评】本题考查了一元二次方程的应用；解题的关键在于理解清楚题目的意思，根据条件找出等量关系，列出方程求解. 本题需注意根据题意分别列出二、三月份销售额的代数式.

8. (3分) (2017•无锡) 对于命题“若 $a^2 > b^2$ ，则 $a > b$ ”，下面四组关于 a , b 的值中，能说明这个命题是假命题的是 ()

A. $a=3$, $b=2$ B. $a=-3$, $b=2$ C. $a=3$, $b=-1$ D. $a=-1$, $b=3$

【考点】O1: 命题与定理.

【分析】说明命题为假命题，即 a 、 b 的值满足 $a^2 > b^2$ ，但 $a > b$ 不成立，把四个选项中的 a 、 b 的值分别代入验证即可.

【解答】解：

在 A 中， $a^2=9$, $b^2=4$ ，且 $3 > 2$ ，满足“若 $a^2 > b^2$ ，则 $a > b$ ”，故 A 选项中 a 、 b 的值不能说明命题为假命题；

在 B 中， $a^2=9$, $b^2=4$ ，且 $-3 < 2$ ，此时虽然满足 $a^2 > b^2$ ，但 $a > b$ 不成立，故 B 选项中 a 、 b 的值可以说明命题为假命题；

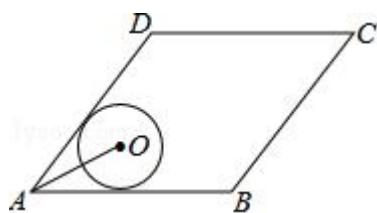
在 C 中， $a^2=9$, $b^2=1$ ，且 $3 > -1$ ，满足“若 $a^2 > b^2$ ，则 $a > b$ ”，故 C 选项中 a 、 b 的值不能说明命题为假命题；

在 D 中， $a^2=1$, $b^2=9$ ，且 $-1 < 3$ ，此时满足 $a^2 < b^2$ ，得出 $a < b$ ，即意味着命题“若 $a^2 > b^2$ ，则 $a > b$ ”成立，故 D 选项中 a 、 b 的值不能说明命题为假命题；

故选 B.

【点评】本题主要考查假命题的判断，举反例是说明假命题不成立的常用方法，但需要注意所举反例需要满足命题的题设，但结论不成立.

9. (3分) (2017•无锡) 如图，菱形 ABCD 的边 $AB=20$ ，面积为 320， $\angle BAD < 90^\circ$ ， $\odot O$ 与边 AB, AD 都相切， $AO=10$ ，则 $\odot O$ 的半径长等于 ()

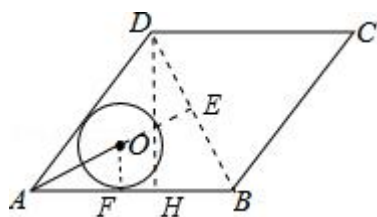


A. 5 B. 6 C. $2\sqrt{5}$ D. $3\sqrt{2}$

【考点】MC: 切线的性质; L8: 菱形的性质.

【分析】如图作 $DH \perp AB$ 于 H , 连接 BD , 延长 AO 交 BD 于 E . 利用菱形的面积公式求出 DH , 再利用勾股定理求出 AH , BD , 由 $\triangle AOF \sim \triangle DBH$, 可得 $\frac{OA}{BD} = \frac{OF}{BH}$, 即可解决问题.

【解答】解: 如图作 $DH \perp AB$ 于 H , 连接 BD , 延长 AO 交 BD 于 E .



$\because$ 菱形 $ABCD$ 的边 $AB=20$, 面积为 320,

$\therefore AB \cdot DH = 320$,

$\therefore DH = 16$,

在 $Rt\triangle ADH$ 中, $AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} = 12$,

$\therefore HB = AB - AH = 8$,

在 $Rt\triangle BDH$ 中, $BD = \sqrt{DH^2 + BH^2} = 8\sqrt{5}$,

设 $\odot O$ 与 AB 相切于 F , 连接 AF .

$\because AD=AB$, OA 平分 $\angle DAB$,

$\therefore AE \perp BD$,

$\because \angle OAF + \angle ABE = 90^\circ$, $\angle ABE + \angle BDH = 90^\circ$,

$\therefore \angle OAF = \angle BDH$, $\because \angle AFO = \angle DHB = 90^\circ$,

$\therefore \triangle AOF \sim \triangle DBH$,

$\therefore \frac{OA}{BD} = \frac{OF}{BH}$,

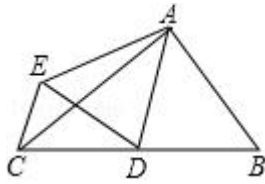
$\therefore \frac{10}{8\sqrt{5}} = \frac{OF}{8}$,

$\therefore OF = 2\sqrt{5}$.

故选 C.

【点评】本题考查切线的性质、菱形的性质、勾股定理、相似三角形的判定和性质等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造直角三角形解决问题, 属于中考常考题型.

10. (3分) (2017•无锡) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB=3$, $AC=4$, 点 D 是 BC 的中点, 将 $\triangle ABD$ 沿 AD 翻折得到 $\triangle AED$, 连 CE , 则线段 CE 的长等于 ()



- A. 2 B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{7}{5}$

【考点】PB：翻折变换（折叠问题）；KP：直角三角形斜边上的中线；KQ：勾股定理.

【分析】如图连接 BE 交 AD 于 O，作 $AH \perp BC$ 于 H. 首先证明 AD 垂直平分线段 BE， $\triangle BCE$ 是直角三角形，求出 BC、BE，在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中，利用勾股定理即可解决问题.

【解答】解：如图连接 BE 交 AD 于 O，作 $AH \perp BC$ 于 H.
在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\because AC=4$ ， $AB=3$ ，

$$\therefore BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$$\therefore CD = DB,$$

$$\therefore AD = DC = DB = \frac{5}{2},$$

$$\therefore \frac{1}{2}BC \cdot AH = \frac{1}{2}AB \cdot AC,$$

$$\therefore AH = \frac{12}{5},$$

$$\because AE = AB, DE = DB = DC,$$

$$\therefore AD \text{ 垂直平分线段 } BE, \triangle BCE \text{ 是直角三角形},$$

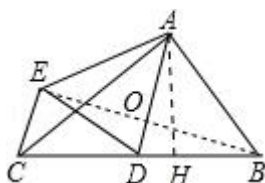
$$\therefore \frac{1}{2}AD \cdot BO = \frac{1}{2}BD \cdot AH,$$

$$\therefore OB = \frac{12}{5},$$

$$\therefore BE = 2OB = \frac{24}{5},$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BCE \text{ 中}, EC = \sqrt{BC^2 - BE^2} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2} = \frac{7}{5}$$

故选 D.



【点评】本题考查翻折变换、直角三角形的斜边中线的性质、勾股定理等知识，解题的关键是学会利用面积法求高，属于中考常考题型.

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分）

11. (2 分) (2017•无锡) 计算 $\sqrt{12} \times \sqrt{3}$ 的值是 6.

【考点】75：二次根式的乘除法.

【分析】根据 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ ($a \geq 0, b \geq 0$) 进行计算即可得出答案.

【解答】解: $\sqrt{12} \times \sqrt{3} = \sqrt{12 \times 3} = \sqrt{36} = 6$;

故答案为: 6.

【点评】此题考查了二次根式的乘除, 掌握二次根式乘除的法则是解题的关键, 是一道基础题.

12. (2 分) (2017•无锡) 分解因式: $3a^2 - 6a + 3 = \underline{3(a-1)^2}$.

【考点】55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】首先提取公因式 3, 进而利用完全平方公式分解因式得出答案.

【解答】解: 原式 $= 3(a^2 - 2a + 1) = 3(a-1)^2$.

故答案为: $3(a-1)^2$.

【点评】此题主要考查了提取公因式法以及公式法分解因式, 熟练应用乘法公式是解题关键.

13. (2 分) (2017•无锡) 贵州 FAST 望远镜是目前世界第一大单口径射电望远镜, 反射面总面积约 250000m^2 , 这个数据用科学记数法可表示为 $\underline{2.5 \times 10^5}$.

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

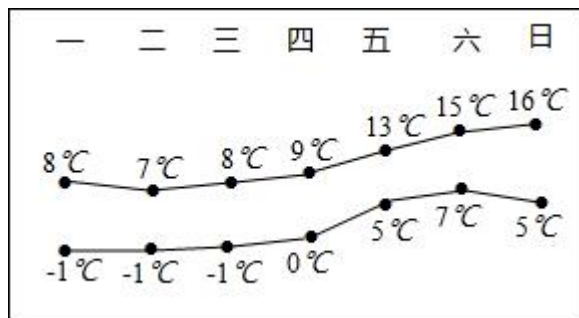
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 1 时, n 是非负数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 将 250000 用科学记数法表示为: 2.5×10^5 .

故答案为: 2.5×10^5 .

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

14. (2 分) (2017•无锡) 如图是我市某连续 7 天的最高气温与最低气温的变化图, 根据图中信息可知, 这 7 天中最大的日温差是 $\underline{11}^\circ\text{C}$.



【考点】18: 有理数大小比较; 1A: 有理数的减法.

【分析】求出每天的最高气温与最低气温的差, 再比较大小即可.

【解答】解: $\therefore$ 由折线统计图可知, 周日的日温差 $= 16^\circ\text{C} - 5^\circ\text{C} = 11^\circ\text{C}$; 周六的日温差 $= 15^\circ\text{C} - 7^\circ\text{C} = 8^\circ\text{C}$; 周五的日温差 $= 13^\circ\text{C} - 5^\circ\text{C} = 8^\circ\text{C}$; 周四的日温差 $= 9^\circ\text{C}$; 周三的日温差 $= 8^\circ\text{C} - (-1^\circ\text{C}) = 9^\circ\text{C}$; 周二的日温差 $= 7^\circ\text{C} - (-1^\circ\text{C}) = 8^\circ\text{C}$; 周日的日温差 $= 16^\circ\text{C} - 5^\circ\text{C} = 11^\circ\text{C}$, $\therefore$ 这 7 天中最大的日温差是 11°C .

故答案为: 11.

【点评】本题考查的是有理数的大小比较, 熟知有理数比较大小的法则是解答此题的关键.

15. (2分) (2017•无锡) 若反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(-1, -2)$, 则 k 的值为 2.

【考点】G7: 待定系数法求反比例函数解析式.

【分析】由一个已知点来求反比例函数解析式, 只要把已知点的坐标代入解析式就可求出比例系数.

【解答】解: 把点 $(-1, -2)$ 代入解析式可得 $k=2$.

【点评】主要考查了用待定系数法求反比例函数的解析式. 先设 $y=\frac{k}{x}$, 再把已知点的坐标代入可求出 k 值, 即得到反比例函数的解析式.

16. (2分) (2017•无锡) 若圆锥的底面半径为 3cm , 母线长是 5cm , 则它的侧面展开图的面积为 15π cm^2 .

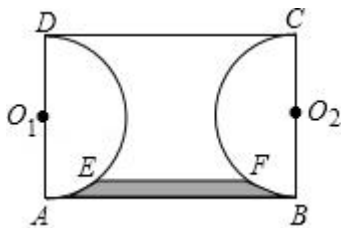
【考点】MP: 圆锥的计算.

【分析】圆锥的侧面积=底面周长 $\times$ 母线长 $\div 2$.

【解答】解: 底面半径为 3cm , 则底面周长= 6π cm , 侧面面积= $\frac{1}{2} \times 6\pi \times 5=15\pi$ cm^2 .

【点评】本题利用了圆的周长公式和扇形面积公式求解.

17. (2分) (2017•无锡) 如图, 已知矩形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $AD=2$, 分别以边 AD , BC 为直径在矩形 $ABCD$ 的内部作半圆 O_1 和半圆 O_2 , 一平行于 AB 的直线 EF 与这两个半圆分别交于点 E 、点 F , 且 $EF=2$ (EF 与 AB 在圆心 O_1 和 O_2 的同侧), 则由 $\widehat{AE}$, EF , $\widehat{FB}$, AB 所围成图形 (图中阴影部分) 的面积等于 $3 - \frac{5\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{6}$.



【考点】MO: 扇形面积的计算; LB: 矩形的性质.

【分析】连接 O_1O_2 , O_1E , O_2F , 过 E 作 $EG \perp O_1O_2$, 过 F 作 $FH \perp O_1O_2$, 得到四边形 $EGHF$ 是矩形, 根据矩形的性质得到 $GH=EF=2$, 求得 $O_1G=\frac{1}{2}$, 得到 $\angle O_1EG=30^\circ$, 根据三角形、梯形、扇形的面积公式即可得到结论.

【解答】解: 连接 O_1O_2 , O_1E , O_2F ,
则四边形 O_1O_2FE 是等腰梯形,
过 E 作 $EG \perp O_1O_2$, 过 F 作 $FH \perp O_1O_2$,
 $\therefore$ 四边形 $EGHF$ 是矩形,
 $\therefore GH=EF=2$,
 $\therefore O_1G=\frac{1}{2}$,
 $\therefore O_1E=1$,
 $\therefore GE=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$$\therefore \frac{O_1G}{O_1E} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle O_1EG = 30^\circ,$$

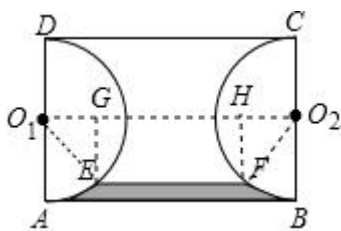
$$\therefore \angle AO_1E = 30^\circ,$$

$$\text{同理 } \angle BO_2F = 30^\circ,$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积} = S_{\text{矩形}ABO_2O_1} - 2S_{\text{扇形}AO_1E} - S_{\text{梯形}EFO_2O_1} = 3 \times 1 - 2 \times \frac{30 \cdot \pi \times 1^2}{360} - \frac{1}{2}$$

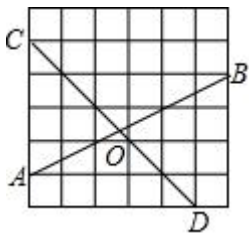
$$(2+3) \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3 - \frac{5\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{6}.$$

$$\text{故答案为: } 3 - \frac{5\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{6}.$$



【点评】本题考查了扇形面积的计算，矩形的性质，梯形的性质，正确的作出辅助线是解题的关键.

18. (2分) (2017·无锡) 在如图的正方形方格纸中，每个小的四边形都是相同的正方形，A, B, C, D 都在格点处，AB 与 CD 相交于 O，则 $\tan \angle BOD$ 的值等于 3.



【考点】T7: 解直角三角形.

【分析】根据平移的性质和锐角三角函数以及勾股定理，通过转化的数学思想可以求得 $\tan \angle BOD$ 的值，本题得以解决.

【解答】解：平移 CD 到 $C'D'$ 交 AB 于 O' ，如右图所示，

则 $\angle BO'D' = \angle BOD$,

$$\therefore \tan \angle BOD = \tan \angle BO'D',$$

设每个小正方形的边长为 a,

$$\text{则 } O'B = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = \sqrt{5}a, \quad O'D' = \sqrt{(2a)^2 + (2a)^2} = 2\sqrt{2}a, \quad BD' = 3a,$$

作 $BE \perp O'D'$ 于点 E,

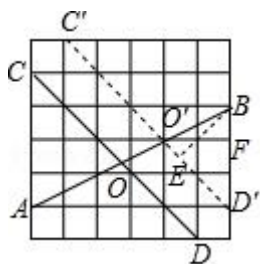
$$\text{则 } BE = \frac{BD' \cdot O'F}{O'D'} = \frac{3a \cdot 2a}{2\sqrt{2}a} = \frac{3\sqrt{2}a}{2},$$

$$\therefore O'E = \sqrt{O'B^2 - BE^2} = \sqrt{(\sqrt{5}a)^2 - \left(\frac{3\sqrt{2}a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}a}{2},$$

$$\therefore \tan \angle BO'E = \frac{BE}{O'E} = \frac{\frac{3\sqrt{2}a}{2}}{\frac{\sqrt{2}a}{2}} = 3,$$

$\therefore \tan \angle BOD=3$,

故答案为: 3.



【点评】 本题考查解直角三角形, 解答本题的关键是明确题意, 作出合适的辅助线, 利用勾股定理和等积法解答.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 84 分)

19. (8 分) (2017•无锡) 计算:

(1) $1-6+(-2)^3+(\sqrt{7})^0$;

(2) $(a+b)(a-b)-a(a-b)$

【考点】 4F: 平方差公式; 2C: 实数的运算; 4A: 单项式乘多项式; 6E: 零指数幂.

【分析】 (1) 根据零指数幂的意义以及绝对值意义即可求出答案;

(2) 根据平方差公式以及单项式乘以多项式法则即可求出答案.

【解答】 解: (1) 原式 $=6-8+1=-1$

(2) 原式 $=a^2-b^2-a^2+ab=ab-b^2$

【点评】 本题考查学生的计算能力, 解题的关键是熟练运用运算法则, 本题属于基础题型.

20. (8 分) (2017•无锡) (1) 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x+3>1 \text{ ①} \\ x-2\leq \frac{1}{2}(x+2) \text{ ②} \end{cases}$$

(2) 解方程: $\frac{5}{2x-1}=\frac{3}{x+2}$

【考点】 B3: 解分式方程; CB: 解一元一次不等式组.

【分析】 (1) 分别解不等式, 进而得出不等式组的解集;

(2) 直接利用分式方程的解法去分母, 进而求出 x 的值, 再检验得出答案.

【解答】 解: (1) 解①得: $x>-1$,

解②得: $x\leq 6$,

故不等式组的解集为: $-1<x\leq 6$;

(2) 由题意可得: $5(x+2)=3(2x-1)$,

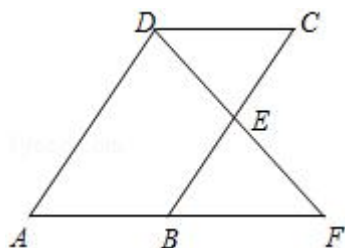
解得: $x=13$,

检验: 当 $x=13$ 时, $(x+2)\neq 0$, $2x-1\neq 0$,

故 $x=13$ 是原方程的解.

【点评】 此题主要考查了解分式方程以及解不等式组, 正确掌握基本解题方法是解题关键.

21. (8 分) (2017•无锡) 已知, 如图, 平行四边形 $ABCD$ 中, E 是 BC 边的中点, 连 DE 并延长交 AB 的延长线于点 F , 求证: $AB=BF$.



【考点】L5: 平行四边形的性质; KD: 全等三角形的判定与性质.

【分析】根据线段中点的定义可得 $CE=BE$, 根据平行四边形的对边平行且相等可得 $AB \parallel CD$, $AB=CD$, 再根据两直线平行, 内错角相等可得 $\angle DCB=\angle FBE$, 然后利用“角边角”证明 $\triangle CED$ 和 $\triangle BEF$ 全等, 根据全等三角形对应边相等可得 $CD=BF$, 从而得证.

【解答】证明: $\because E$ 是 BC 的中点,

$\therefore CE=BE$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD$, $AB=CD$,

$\therefore \angle DCB=\angle FBE$,

$$\angle DCB = \angle FBE \quad \text{amp;}$$

在 $\triangle CED$ 和 $\triangle BEF$ 中, $\begin{cases} CE = BE & \text{amp;} \\ \angle CED = \angle BEF & \text{amp;} \end{cases}$

$$\angle CED = \angle BEF \quad \text{amp;}$$

$\therefore \triangle CED \cong \triangle BEF$ (ASA),

$\therefore CD=BF$,

$\therefore AB=BF$.

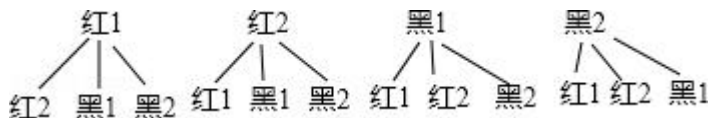
【点评】本题考查了全等三角形的判定与性质, 平行四边形的性质, 熟记性质并确定出三角形全等的条件是解题的关键.

22. (8分) (2017•无锡) 甲、乙、丙、丁四人玩扑克牌游戏, 他们先取出两张红心和两张黑桃共四张扑克牌, 洗匀后背面朝上放在桌面上, 每人抽取其中一张, 拿到相同颜色的即为游戏搭档, 现甲、乙两人各抽取了一张, 求两人恰好成为游戏搭档的概率. (请用“画树状图”或“列表”等方法写出分析过程)

【考点】X6: 列表法与树状图法.

【分析】利用列举法即可列举出所有各种可能的情况, 然后利用概率公式即可求解.

【解答】解: 根据题意画图如下:



共有 12 中情况, 从 4 张牌中任意摸出 2 张牌花色相同颜色 4 种可能, 所以两人恰好成为游

戏搭档的概率 $= \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

【点评】此题考查的是用列表法或树状图法求概率. 注意树状图法与列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 列表法适合于两步完成的事件; 树状图法适合两步或两步以上完成的事件; 注意概率=所求情况数与总情况数之比.

23. (8分) (2017•无锡) 某数学学习网站为吸引更多人注册加入, 举行了一个为期 5 天的推广活动, 在活动期间, 加入该网站的人数变化情况如下表所示:

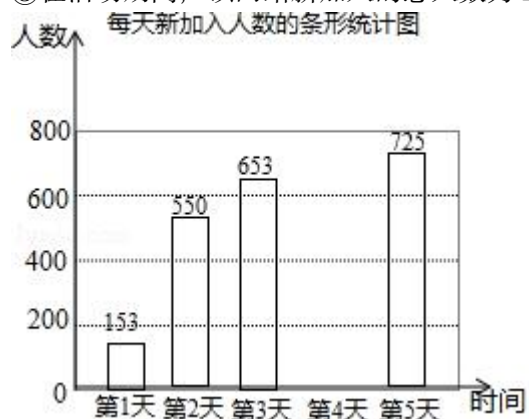
时间	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天	第 5 天
新加入人数 (人)	153	550	653	b	725
累计总人数 (人)	3353	3903	a	5156	5881

(1) 表格中 $a=4556$, $b=600$;

(2) 请把下面的条形统计图补充完整;

(3) 根据以上信息, 下列说法正确的是 ① (只要填写正确说法前的序号).

- ①在活动之前, 该网站已有 3200 人加入;
 ②在活动期间, 每天新加入人数逐天递增;
 ③在活动期间, 该网站新加入的总人数为 2528 人.



【考点】VC: 条形统计图.

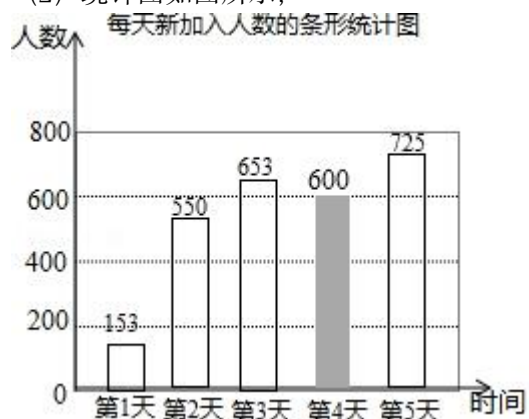
【分析】(1) 观察表格中的数据即可解决问题;

(2) 根据第 4 天的人数 600, 画出条形图即可;

(3) 根据题意一一判断即可;

【解答】解: (1) 由题意 $a=3903+653=4556$, $b=5156-4556=600$.
 故答案为 4556, 600.

(2) 统计图如图所示,



(3) ①正确. $3353-153=3200$. 故正确.

②错误. 第 4 天增加的人数 $600 <$ 第 3 天 653, 故错误.

③错误. 增加的人数 $=153+550+653+600+725=2681$, 故错误.

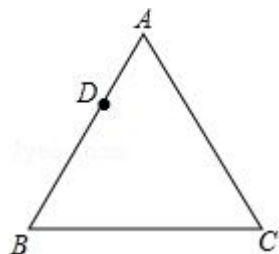
故答案为①

【点评】本题考查条形统计图, 解题的关键是能读懂表格以及条形图的信息, 属于中考常考题型.

24. (6分) (2017•无锡) 如图, 已知等边 $\triangle ABC$, 请用直尺 (不带刻度) 和圆规, 按下列要求作图 (不要求写作法, 但要保留作图痕迹):

(1) 作 $\triangle ABC$ 的外心 O ;

(2) 设 D 是 AB 边上一点, 在图中作出一个正六边形 $DEFGHI$, 使点 F , 点 H 分别在边 BC 和 AC 上.

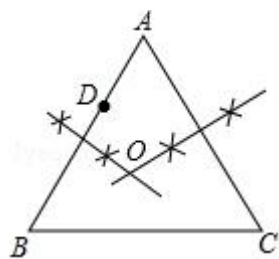


【考点】 N3: 作图—复杂作图; KK: 等边三角形的性质; MA: 三角形的外接圆与外心.

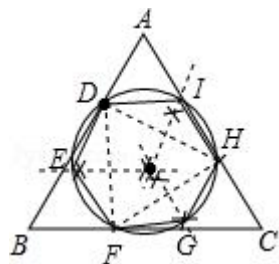
【分析】 (1) 根据垂直平分线的作法作出 AB , AC 的垂直平分线交于点 O 即为所求;

(2) 取 $BF=CH=AD$ 构成等边三角形, 作新等边三角形边的垂直平分, 确定外心, 再作圆确定另外三点, 六边形 $DEFGHI$ 即为所求正六边形.

【解答】 解: (1) 如图所示: 点 O 即为所求.

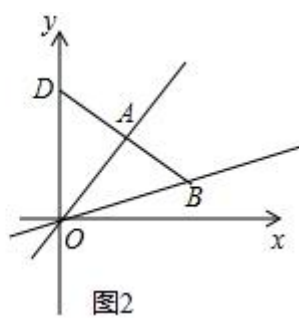
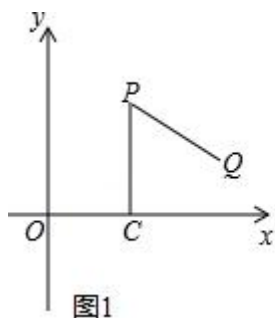


(2) 如图所示: 六边形 $DEFGHI$ 即为所求正六边形.



【点评】 本题考查了作图—复杂作图. 解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质.

25. (10分) (2017•无锡) 操作: “如图 1, P 是平面直角坐标系中一点 (x 轴上的点除外), 过点 P 作 $PC \perp x$ 轴于点 C , 点 C 绕点 P 逆时针旋转 60° 得到点 Q .” 我们将此由点 P 得到点 Q 的操作称为点的 T 变换.



(1) 点 $P(a, b)$ 经过 T 变换后得到的点 Q 的坐标为 $(a + \frac{\sqrt{3}}{2}b, \frac{1}{2}b)$ ；若点 M 经过 T 变换后得到点 $N(6, -\sqrt{3})$ ，则点 M 的坐标为 $(9, -2\sqrt{3})$ 。

(2) A 是函数 $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ 图象上异于原点 O 的任意一点，经过 T 变换后得到点 B 。

①求经过点 O ，点 B 的直线的函数表达式；

②如图 2，直线 AB 交 y 轴于点 D ，求 $\triangle OAB$ 的面积与 $\triangle OAD$ 的面积之比。

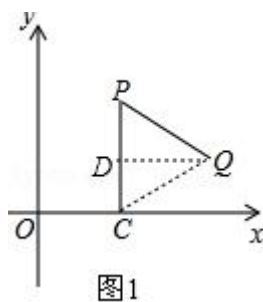
【考点】 FI：一次函数综合题。

【分析】 (1) 连接 CQ 可知 $\triangle PCQ$ 为等边三角形，过 Q 作 $QD \perp PC$ ，利用等边三角形的性质可求得 CD 和 QD 的长，则可求得 Q 点坐标；设出 M 点的坐标，利用 P 、 Q 坐标之间的关系可得到点 M 的方程，可求得 M 点的坐标；

(2) ①可设 $A(t, \frac{\sqrt{3}}{2}t)$ ，利用 T 变换可求得 B 点坐标，利用待定系数法可求得直线 OB 的函数表达式；②由待定系数法可求得直线 AB 的解析式，可求得 D 点坐标，则可求得 AB 、 AD 的长，可求得 $\triangle OAB$ 的面积与 $\triangle OAD$ 的面积之比。

【解答】 解：

(1) 如图 1，连接 CQ ，过 Q 作 $QD \perp PC$ 于点 D ，



由旋转的性质可得 $PC=PQ$ ，且 $\angle CPQ=60^\circ$ ，

$\therefore \triangle PCQ$ 为等边三角形，

$\therefore P(a, b)$ ，

$\therefore OC=a, PC=b$ ，

$\therefore CD = \frac{1}{2}PC = \frac{1}{2}b, DQ = \frac{\sqrt{3}}{2}PQ = \frac{\sqrt{3}}{2}b$ ，

$\therefore Q(a + \frac{\sqrt{3}}{2}b, \frac{1}{2}b)$ ；

设 $M(x, y)$ ，则 N 点坐标为 $(x + \frac{\sqrt{3}}{2}y, \frac{1}{2}y)$ ，

$\therefore N(6, -\sqrt{3})$ ，

$$\therefore \begin{cases} x + \frac{\sqrt{3}}{2}y = 6 \\ \frac{1}{2}y = -\sqrt{3} \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x = 9 \\ y = -2\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\therefore M(9, -2\sqrt{3});$$

$$\text{故答案为: } (a + \frac{\sqrt{3}}{2}b, \frac{1}{2}b); (9, -2\sqrt{3});$$

(2) ① $\because A$ 是函数 $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ 图象上异于原点 O 的任意一点,

$$\therefore \text{可设 } A(t, \frac{\sqrt{3}}{2}t),$$

$$\therefore t + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}t = \frac{7}{4}t, \quad \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}t = \frac{\sqrt{3}}{4}t,$$

$$\therefore B(\frac{7}{4}t, \frac{\sqrt{3}}{4}t),$$

$$\text{设直线 } OB \text{ 的函数表达式为 } y = kx, \text{ 则 } \frac{7}{4}tk = \frac{\sqrt{3}}{4}t, \text{ 解得 } k = \frac{\sqrt{3}}{7},$$

$$\therefore \text{直线 } OB \text{ 的函数表达式为 } y = \frac{\sqrt{3}}{7}x;$$

② 设直线 AB 解析式为 $y = k'x + b$,

$$\text{把 } A、B \text{ 坐标代入可得} \begin{cases} tk' + b = \frac{\sqrt{3}}{2}t \\ \frac{7}{4}tk' + b = \frac{\sqrt{3}}{4}t \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k' = -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ b = \frac{5\sqrt{3}}{6}t \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } AB \text{ 解析式为 } y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{5\sqrt{3}}{6}t,$$

$$\therefore D(0, \frac{5\sqrt{3}}{6}t), \text{ 且 } A(t, \frac{\sqrt{3}}{2}t), B(\frac{7}{4}t, \frac{\sqrt{3}}{4}t),$$

$$\therefore AB = \sqrt{(\frac{7}{4}t - t)^2 + (\frac{\sqrt{3}}{4}t - \frac{\sqrt{3}}{2}t)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}|t|, \quad AD = \sqrt{t^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2}t - \frac{5\sqrt{3}}{6}t)^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}|t|,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle OAB}}{S_{\triangle OAD}} = \frac{AB}{AD} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}|t|}{\frac{2\sqrt{3}}{3}|t|} = \frac{3}{4}$$

【点评】 本题为一次函数的综合应用, 涉及等边三角形的判定和性质、待定系数法、三角形的面积及方程思想等知识, 理解题目中的 T 变换是解题的关键. 本题考查知识点较多, 综合性较强, 难度适中.

26. (10 分) (2017•无锡) 某地新建的一个企业, 每月将生产 1960 吨污水, 为保护环境, 该企业计划购置污水处理器, 并在如下两个型号中选择:

污水处理器型号	A 型	B 型
处理污水能力 (吨/月)	240	180

已知商家售出的 2 台 A 型、3 台 B 型污水处理器的总价为 44 万元, 售出的 1 台 A 型、4 台 B 型污水处理器的总价为 42 万元.

(1) 求每台 A 型、B 型污水处理器的价格;

(2) 为确保将每月产生的污水全部处理完, 该企业决定购买上述的污水处理器, 那么他们至少要支付多少钱?

【考点】 C9: 一元一次不等式的应用; 9A: 二元一次方程组的应用.

【分析】(1) 可设每台 A 型污水处理器的价格是 x 万元，每台 B 型污水处理器的价格是 y 万元，根据等量关系：①2 台 A 型、3 台 B 型污水处理器的总价为 44 万元，②1 台 A 型、4 台 B 型污水处理器的总价为 42 万元，列出方程组求解即可；

(2) 由于求至少要支付的钱数，可知购买 6 台 A 型污水处理器、3 台 B 型污水处理器，费用最少，进而求解即可.

【解答】解：(1) 可设每台 A 型污水处理器的价格是 x 万元，每台 B 型污水处理器的价格是 y 万元，依题意有

$$\begin{cases} 2x + 3y = 44 \\ x + 4y = 42 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} x = 10 \\ y = 8 \end{cases}.$

答：每台 A 型污水处理器的价格是 10 万元，每台 B 型污水处理器的价格是 8 万元；

(2) 购买 9 台 A 型污水处理器，费用为 $10 \times 9 = 90$ (万元)；

购买 8 台 A 型污水处理器、1 台 B 型污水处理器，费用为

$$10 \times 8 + 8$$

$$= 80 + 8$$

$$= 88 \text{ (万元)};$$

购买 7 台 A 型污水处理器、2 台 B 型污水处理器，费用为

$$10 \times 7 + 8 \times 2$$

$$= 70 + 16$$

$$= 86 \text{ (万元)};$$

购买 6 台 A 型污水处理器、3 台 B 型污水处理器，费用为

$$10 \times 6 + 8 \times 3$$

$$= 60 + 24$$

$$= 84 \text{ (万元)};$$

购买 5 台 A 型污水处理器、5 台 B 型污水处理器，费用为

$$10 \times 5 + 8 \times 5$$

$$= 50 + 40$$

$$= 90 \text{ (万元)};$$

购买 4 台 A 型污水处理器、6 台 B 型污水处理器，费用为

$$10 \times 4 + 8 \times 6$$

$$= 40 + 48$$

$$= 88 \text{ (万元)};$$

购买 3 台 A 型污水处理器、7 台 B 型污水处理器，费用为

$$10 \times 3 + 8 \times 7$$

$$= 30 + 56$$

$$= 86 \text{ (万元)};$$

购买 2 台 A 型污水处理器、9 台 B 型污水处理器，费用为

$$10 \times 2 + 8 \times 9$$

$$= 20 + 72$$

$$= 92 \text{ (万元)};$$

购买 1 台 A 型污水处理器、10 台 B 型污水处理器，费用为

$$10 \times 1 + 8 \times 10$$

$$= 10 + 90$$

=90 (万元);.

购买 11 台 B 型污水处理器, 费用为

$8 \times 11 = 88$ (万元).

故购买 6 台 A 型污水处理器、3 台 B 型污水处理器, 费用最少.

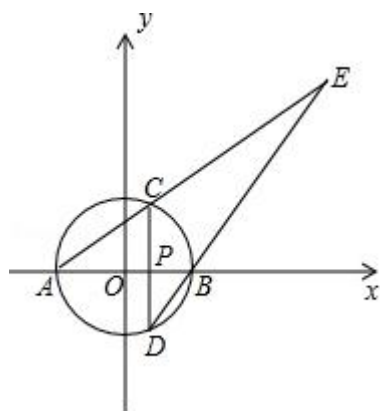
答: 他们至少要支付 84 万元钱.

【点评】 本题考查一元一次不等式及二元一次方程组的应用, 解决本题的关键是读懂题意, 找到符合题意的不等关系式及所求量的等量关系.

27. (10 分) (2017•无锡) 如图, 以原点 O 为圆心, 3 为半径的圆与 x 轴分别交于 A , B 两点 (点 B 在点 A 的右边), P 是半径 OB 上一点, 过 P 且垂直于 AB 的直线与 $\odot O$ 分别交于 C , D 两点 (点 C 在点 D 的上方), 直线 AC , DB 交于点 E . 若 $AC: CE = 1: 2$.

(1) 求点 P 的坐标;

(2) 求过点 A 和点 E , 且顶点在直线 CD 上的抛物线的函数表达式.



【考点】 MR: 圆的综合题.

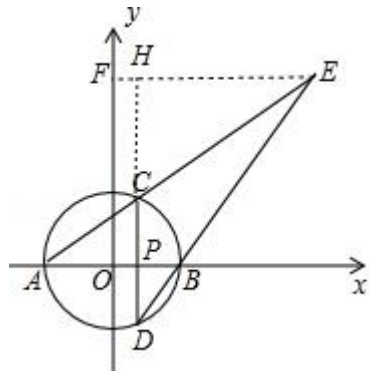
【分析】 (1) 如图, 作 $EF \perp y$ 轴于 F , DC 的延长线交 EF 于 H . 设 $H(m, n)$, 则 $P(m, 0)$,

$PA = m + 3$, $PB = 3 - m$. 首先证明 $\triangle ACP \sim \triangle ECH$, 推出 $\frac{AC}{CE} = \frac{PC}{CH} = \frac{AP}{HE} = \frac{1}{2}$, 推出 $CH = 2n$, $EH = 2m = 6$,

再证明 $\triangle DPB \sim \triangle DHE$, 推出 $\frac{PB}{EH} = \frac{DP}{DH} = \frac{n}{4n} = \frac{1}{4}$, 可得 $\frac{3-m}{2m+6} = \frac{1}{4}$, 求出 m 即可解决问题;

(2) 由题意设抛物线的解析式为 $y = a(x+3)(x-5)$, 求出 E 点坐标代入即可解决问题;

【解答】 解: (1) 如图, 作 $EF \perp y$ 轴于 F , DC 的延长线交 EF 于 H . 设 $H(m, n)$, 则 $P(m, 0)$, $PA = m + 3$, $PB = 3 - m$.



$\therefore EH \parallel AP$,

$\therefore \triangle ACP \sim \triangle ECH$,

$\therefore \frac{AC}{CE} = \frac{PC}{CH} = \frac{AP}{HE} = \frac{1}{2}$,

$$\therefore CH=2n, EH=2m=6,$$

$$\because CD \perp AB,$$

$$\therefore PC=PD=n,$$

$$\therefore PB \parallel HE,$$

$$\therefore \triangle DPB \sim \triangle DHE,$$

$$\therefore \frac{PB}{EH} = \frac{DP}{DH} = \frac{n}{4n} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore \frac{3-m}{2m+6} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore m=1,$$

$$\therefore P(1, 0).$$

(2) 由 (1) 可知, $PA=4$, $HE=8$, $EF=9$,

连接 OP , 在 $Rt\triangle OCP$ 中, $PC = \sqrt{OC^2 - OP^2} = 2\sqrt{2}$,

$$\therefore CH=2PC=4\sqrt{2}, PH=6\sqrt{2},$$

$$\therefore E(9, 6\sqrt{2}),$$

$\therefore$ 抛物线的对称轴为 CD ,

$\therefore (-3, 0)$ 和 $(5, 0)$ 在抛物线上, 设抛物线的解析式为 $y=a(x+3)(x-5)$, 把 $E(9,$

$$6\sqrt{2})$$
 代入得到 $a = \frac{\sqrt{2}}{8}$,

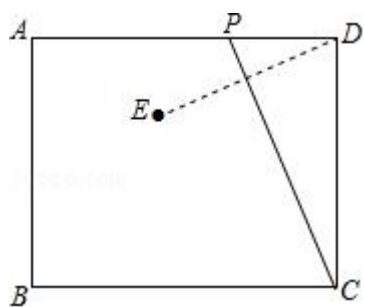
$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = \frac{\sqrt{2}}{8}(x+3)(x-5), \text{ 即 } y = \frac{\sqrt{2}}{8}x^2 - \frac{\sqrt{2}}{4}x - \frac{15\sqrt{2}}{8}.$$

【点评】 本题考查圆综合题、平行线的性质、相似三角形的判定和性质、勾股定理、二次函数的性质等知识, 解题的关键是学会添加辅助线, 构造相似三角形解决问题, 学会用方程的思想思考问题, 属于中考压轴题.

28. (8分) (2017•无锡) 如图, 已知矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $AD=m$, 动点 P 从点 D 出发, 在边 DA 上以每秒 1 个单位的速度向点 A 运动, 连接 CP , 作点 D 关于直线 PC 的对称点 E , 设点 P 的运动时间为 t (s).

(1) 若 $m=6$, 求当 P, E, B 三点在同一直线上时对应的 t 的值.

(2) 已知 m 满足: 在动点 P 从点 D 到点 A 的整个运动过程中, 有且只有一个时刻 t , 使点 E 到直线 BC 的距离等于 3, 求所有这样的 m 的取值范围.



【考点】 LO: 四边形综合题.

【专题】 16: 压轴题.

【分析】 (1) 如图 1 中, 设 $PD=x$. 则 $PA=6-x$. 首先证明 $BP=BC=6$, 在 $Rt\triangle ABP$ 中利用勾

股定理即可解决问题；

(2) 分两种情形求出 AD 的值即可解决问题：①如图 2 中，当点 P 与 A 重合时，点 E 在 BC 的下方，点 E 到 BC 的距离为 3。②如图 3 中，当点 P 与 A 重合时，点 E 在 BC 的上方，点 E 到 BC 的距离为 3；

【解答】解：(1) 如图 1 中，设 $PD=x$ 。则 $PA=6-x$ 。

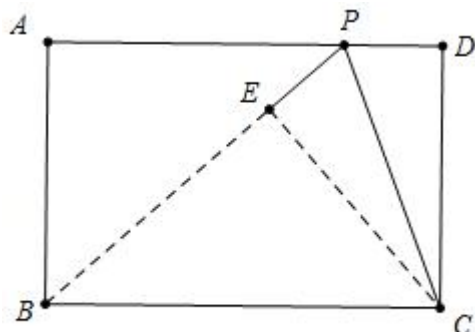


图1

$\because P, B, E$ 共线,
 $\therefore \angle BPC = \angle DPC$,
 $\because AD \parallel BC$,
 $\therefore \angle DPC = \angle PCB$,
 $\therefore \angle BPC = \angle PCB$,
 $\therefore BP = BC = 6$,
 在 $Rt\triangle ABP$ 中, $\because AB^2 + AP^2 = PB^2$,
 $\therefore 4^2 + (6-x)^2 = 6^2$,
 $\therefore x = 6 - 2\sqrt{5}$ 或 $6 + 2\sqrt{5}$ (舍弃),
 $\therefore PD = 6 - 2\sqrt{5}$,
 $\therefore t = (6 - 2\sqrt{5})$ s 时, B, E, P 共线.

(2) 如图 2 中，当点 P 与 A 重合时，点 E 在 BC 的下方，点 E 到 BC 的距离为 3。作 $EQ \perp BC$ 于 Q， $EM \perp DC$ 于 M。则 $EQ=3$ ， $CE=DC=4$

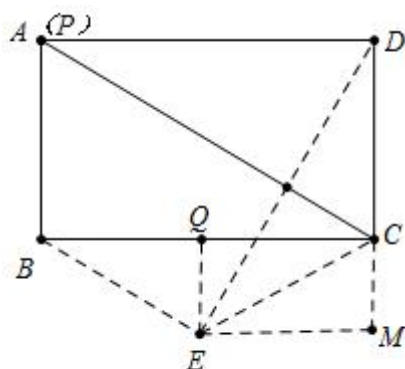


图2

易证四边形 EMCQ 是矩形,
 $\therefore CM = EQ = 3$, $\angle M = 90^\circ$,
 $\therefore EM = \sqrt{EC^2 - CM^2} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$,
 $\because \angle DAC = \angle EDM$, $\angle ADC = \angle M$,

$$\therefore \triangle ADC \sim \triangle DME,$$

$$\frac{AD}{DM} = \frac{DC}{EM},$$

$$\therefore \frac{AD}{7} = \frac{4}{\sqrt{7}}$$

$$\therefore AD = 4\sqrt{7},$$

如图 3 中, 当点 P 与 A 重合时, 点 E 在 BC 的上方, 点 E 到 BC 的距离为 3.

作 $EQ \perp BC$ 于 Q, 延长 QE 交 AD 于 M. 则 $EQ = 3$, $CE = DC = 4$

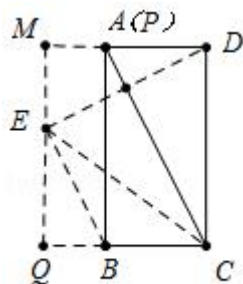


图3

$$\text{在 Rt}\triangle ECQ \text{ 中, } QC = DM = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7},$$

$$\text{由 } \triangle DME \sim \triangle CDA,$$

$$\therefore \frac{DM}{CD} = \frac{EM}{AD},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{1}{AD},$$

$$\therefore AD = \frac{4\sqrt{7}}{7},$$

综上所述, 在动点 P 从点 D 到点 A 的整个运动过程中, 有且只有一个时刻 t, 使点 E 到直线

BC 的距离等于 3, 这样的 m 的取值范围 $\frac{4\sqrt{7}}{7} \leq m < 4\sqrt{7}$.

【点评】 本题考查四边形综合题、矩形的性质、相似三角形的判定和性质、勾股定理等知识, 解题的关键是学会利用特殊位置解决问题, 学会用分类讨论的思想思考问题, 属于中考压轴题.