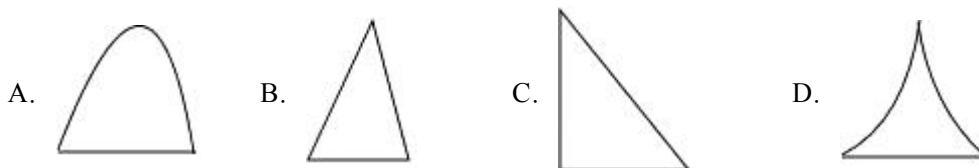


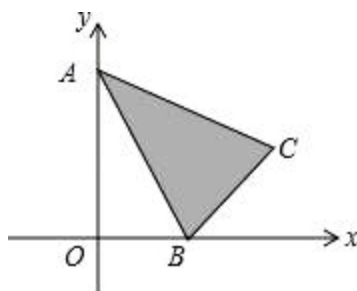
2017 年江苏省扬州市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 若数轴上表示 -1 和 3 的两点分别是点 A 和点 B ，则点 A 和点 B 之间的距离是 ()
A. -4 B. -2 C. 2 D. 4
2. 下列算式的运算结果为 a^4 的是 ()
A. $a^4 \cdot a$ B. $(a^2)^2$ C. $a^3 + a^3$ D. $a^4 \div a$
3. 一元二次方程 $x^2 - 7x - 2 = 0$ 的实数根的情况是 ()
A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 没有实数根 D. 不能确定
4. 下列统计量中，反映一组数据波动情况的是 ()
A. 平均数 B. 众数 C. 频率 D. 方差
5. 经过圆锥顶点的截面的形状可能是 ()



6. 若一个三角形的两边长分别为 2 和 4 ，则该三角形的周长可能是 ()
A. 6 B. 7 C. 11 D. 12
7. 在一列数： $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 中， $a_1=3, a_2=7$ ，从第三个数开始，每一个数都等于它前两个数之积的个位数字，则这一列数中的第 2017 个数是 ()
A. 1 B. 3 C. 7 D. 9
8. 如图，已知 $\triangle ABC$ 的顶点坐标分别为 $A(0, 2)$ 、 $B(1, 0)$ 、 $C(2, 1)$ ，若二次函数 $y=x^2+bx+1$ 的图象与阴影部分（含边界）一定有公共点，则实数 b 的取值范围是 ()



- A. $b \leq -2$ B. $b < -2$ C. $b \geq -2$ D. $b > -2$

二、填空题 (每题 3 分, 满分 30 分, 将答案填在答题纸上)

9. 2017 年 5 月 18 日, 我国在南海北部神弧海域进行的可燃冰试开采成功, 标志着我国成为全球第一个在海域可燃冰开采中获得连续稳定的国家. 目前每日的天然气试开采量约为 16000 立方米, 把 16000 立方米用科学记数法表示为_____立方米.

10. 若 $\frac{a}{b}=2$, $\frac{b}{c}=6$, 则 $\frac{a}{c}$ =_____.

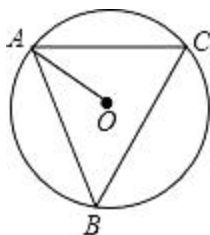
11. 因式分解: $3x^2 - 27$ =_____.

12. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle B + \angle D = 200^\circ$, 则 $\angle A$ =_____.

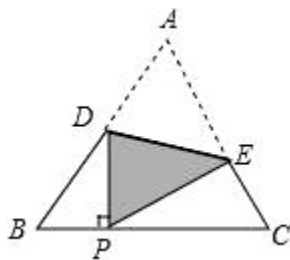
13. 为了了解某班数学成绩情况, 抽样调查了 13 份试卷成绩, 结果如下: 3 个 140 分, 4 个 135 分, 2 个 130 分, 2 个 120 分, 1 个 100 分, 1 个 80 分. 则这组数据的中位数为_____分.

14. 同一温度的华氏度数 y ($^\circ\text{F}$) 与摄氏度数 x ($^\circ\text{C}$) 之间的函数表达式是 $y = \frac{9}{5}x + 32$. 若某一温度的摄氏度数数值与华氏度数数值恰好相等, 则此温度的摄氏度数为_____ $^\circ\text{C}$.

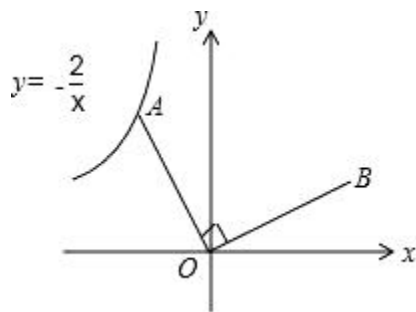
15. 如图, 已知 $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 连接 AO , 若 $\angle B = 40^\circ$, 则 $\angle OAC$ =_____ $^\circ$.



16. 如图, 把等边 $\triangle ABC$ 沿着 DE 折叠, 使点 A 恰好落在 BC 边上的点 P 处, 且 $DP \perp BC$, 若 $BP = 4\text{cm}$, 则 EC =_____ cm .



17. 如图, 已知点 A 是反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上的一个动点, 连接 OA , 若将线段 OA 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到线段 OB , 则点 B 所在图象的函数表达式为_____.



18. 若关于 x 的方程 $-2x+m\sqrt{2017-x}+4020=0$ 存在整数解，则正整数 m 的所有取值的和为_____.

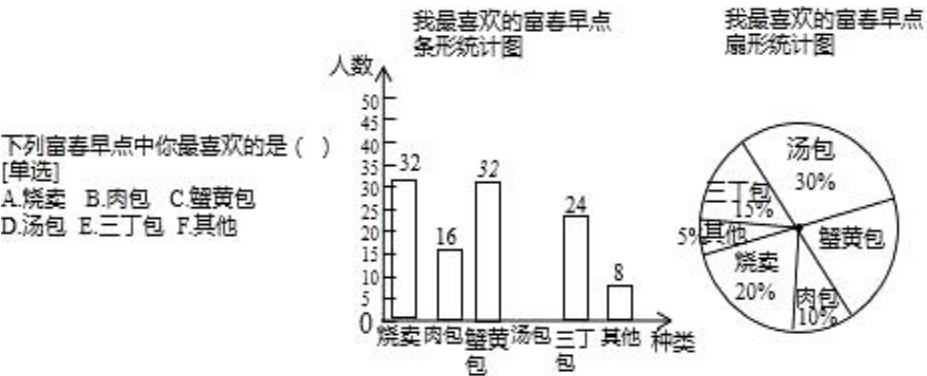
三、解答题（本大题共 10 小题，共 96 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

19. 计算或化简:

(1) $-2^2 + (\pi - 2017)^0 - 2\sin 60^\circ + |1 - \sqrt{3}|$; (2) $a(3 - 2a) + 2(a + 1)(a - 1)$.

20. 解不等式组 $\begin{cases} 2x+3 \geq 0 \\ 5-\frac{5}{3}x > 0 \end{cases}$, 并求出它的所有整数解.

21. “富春包子”是扬州特色早点，富春茶社为了了解顾客对各种早点的喜爱情况，设计了如右图的调查问卷，对顾客进行了抽样调查．根据统计数据绘制了如下尚不完整的统计图．



根据以上信息，解决下列问题：

- (1) 条形统计图中“汤包”的人数是_____，扇形统计图中“蟹黄包”部分的圆心角为_____°；
- (2) 根据抽样调查结果，请你估计富春茶社 1000 名顾客中喜欢“汤包”的有多少人？

22. 车辆经过润扬大桥收费站时，4 个收费通道 A 、 B 、 C 、 D 中，可随机选择其中的一个通过．

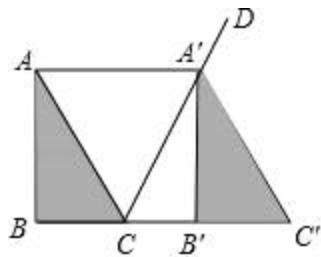
- (1) 一辆车经过此收费站时，选择 A 通道通过的概率是_____；
- (2) 求两辆车经过此收费站时，选择不同通道通过的概率．

23. 星期天, 小明和小芳从同一小区门口同时出发, 沿同一路线去离该小区 1800 米的少年宫参加活动, 为响应“节能环保, 绿色出行”的号召, 两人都步行, 已知小明的速度是小芳的速度的 1.2 倍, 结果小明比小芳早 6 分钟到达, 求小芳的速度.

24. 如图, 将 $\triangle ABC$ 沿着射线 BC 方向平移至 $\triangle A'B'C'$, 使点 A' 落在 $\angle ACB$ 的外角平分线 CD 上, 连结 AA' .

(1) 判断四边形 $ACC'A'$ 的形状, 并说明理由;

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, $AB=24$, $\cos \angle BAC=\frac{12}{13}$, 求 CB' 的长.

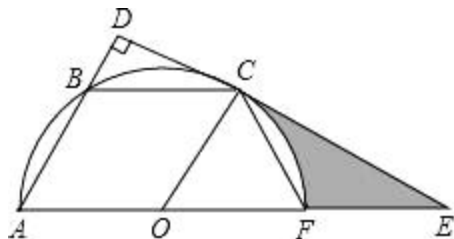


25. 如图, 已知平行四边形 $OABC$ 的三个顶点 A 、 B 、 C 在以 O 为圆心的半圆上, 过点 C 作 $CD \perp AB$, 分别交 AB 、 AO 的延长线于点 D 、 E , AE 交半圆 O 于点 F , 连接 CF .

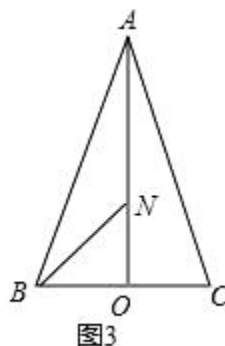
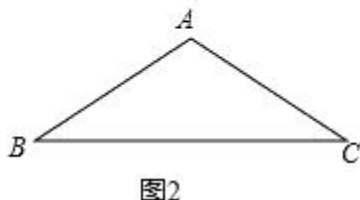
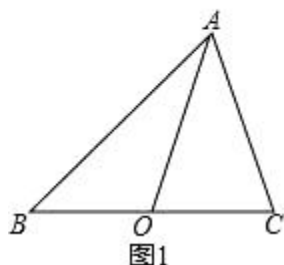
(1) 判断直线 DE 与半圆 O 的位置关系, 并说明理由;

(2) ①求证: $CF=OC$;

②若半圆 O 的半径为 12, 求阴影部分的周长.



26. 我们规定：三角形任意两边的“极化值”等于第三边上的中线和这边一半的平方差. 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, AO 是 BC 边上的中线, AB 与 AC 的“极化值”就等于 $AO^2 - BO^2$ 的值, 可记为 $AB \triangle AC = AO^2 - BO^2$.



- (1) 在图 1 中, 若 $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 8$, $AC = 6$, AO 是 BC 边上的中线, 则 $AB \triangle AC =$ _____, $OC \triangle OA =$ _____;
- (2) 如图 2, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 4$, $\angle BAC = 120^\circ$, 求 $AB \triangle AC$ 、 $BA \triangle BC$ 的值;
- (3) 如图 3, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, AO 是 BC 边上的中线, 点 N 在 AO 上, 且 $ON = \frac{1}{3}AO$. 已知 $AB \triangle AC = 14$, $BN \triangle BA = 10$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

27. 农经公司以 30 元/千克的价格收购一批农产品进行销售, 为了得到日销售量 p (千克) 与销售价格 x (元/千克) 之间的关系, 经过市场调查获得部分数据如下表:

销售价格 x (元/千克)	30	35	40	45	50
日销售量 p (千克)	600	450	300	150	0

- (1) 请你根据表中的数据, 用所学过的一次函数、二次函数、反比例函数的知识确定 p 与 x 之间的函数表达式;
- (2) 农经公司应该如何确定这批农产品的销售价格, 才能使日销售利润最大?
- (3) 若农经公司每销售 1 千克这种农产品需支出 a 元 ($a > 0$) 的相关费用, 当 $40 \leq x \leq 45$ 时, 农经公司的日获利的最大值为 2430 元, 求 a 的值. (日获利 = 日销售利润 - 日支出费用)

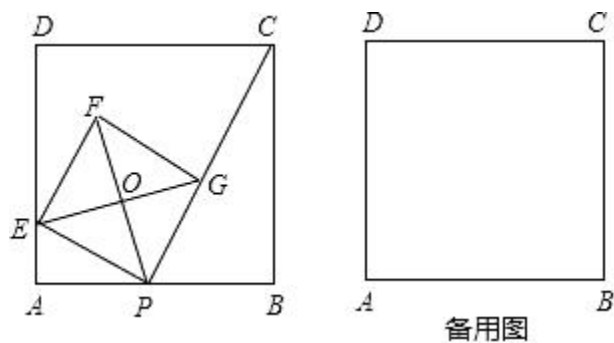
28. 如图, 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 4, 点 P 是 AB 边上的一个动点, 连接 CP , 过点 P 作 PC 的垂线交 AD 于点 E , 以 PE 为边作正方形 $PEFG$, 顶点 G 在线段 PC 上, 对角线 EG 、 PF 相交于点 O .

(1) 若 $AP=1$, 则 $AE=$ _____;

(2) ①求证: 点 O 一定在 $\triangle APE$ 的外接圆上;

②当点 P 从点 A 运动到点 B 时, 点 O 也随之运动, 求点 O 经过的路径长;

(3) 在点 P 从点 A 到点 B 的运动过程中, $\triangle APE$ 的外接圆的圆心也随之运动, 求该圆心到 AB 边的距离的最大值.



2017 年江苏省扬州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 若数轴上表示 -1 和 3 的两点分别是点 A 和点 B ，则点 A 和点 B 之间的距离是 ()

A. -4 B. -2 C. 2 D. 4

【考点】13: 数轴.

【分析】根据数轴上两点间的距离等于这两个数的差的绝对值列式计算即可得解.

【解答】解: $AB = |-1 - 3| = 4$.

故选 D.

2. 下列算式的运算结果为 a^4 的是 ()

A. $a^4 \cdot a$ B. $(a^2)^2$ C. $a^3 + a^3$ D. $a^4 \div a$

【考点】48: 同底数幂的除法; 35: 合并同类项; 46: 同底数幂的乘法; 47: 幂的乘方与积的乘方.

【分析】利用有关幂的运算性质直接运算后即可确定正确的选项.

【解答】解: A、 $a^4 \cdot a = a^5$ ，不符合题意;

B、 $(a^2)^2 = a^4$ ，符合题意;

C、 $a^3 + a^3 = 2a^3$ ，不符合题意;

D、 $a^4 \div a = a^3$ ，不符合题意,

故选 B.

3. 一元二次方程 $x^2 - 7x - 2 = 0$ 的实数根的情况是 ()

A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根

C. 没有实数根 D. 不能确定

【考点】A4: 根的判别式.

【分析】先计算判别式的值，然后根据判别式的意义判断方程根的情况.

【解答】解: $\because \Delta = (-7)^2 - 4 \times (-2) = 57 > 0$,

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根.

故选 A.

4. 下列统计量中，反映一组数据波动情况的是 ()

A. 平均数 B. 众数 C. 频率 D. 方差

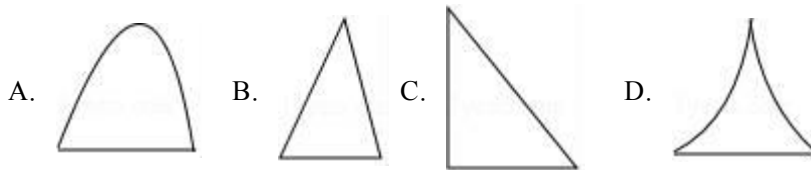
【考点】W4: 统计量的选择.

【分析】根据方差和标准差的意义: 体现数据的稳定性, 集中程度; 方差越小, 数据越稳定.

【解答】解: 由于方差和标准差反映数据的波动情况.

故选 D.

5. 经过圆锥顶点的截面的形状可能是 ()



【考点】I9: 截一个几何体.

【分析】根据已知的特点解答.

【解答】解: 经过圆锥顶点的截面的形状可能 B 中图形,
故选: B .

6. 若一个三角形的两边长分别为 2 和 4, 则该三角形的周长可能是 ()

A. 6 B. 7 C. 11 D. 12

【考点】K6: 三角形三边关系.

【分析】首先求出三角形第三边的取值范围, 进而求出三角形的周长取值范围, 据此求出答案.

【解答】解: 设第三边的长为 x ,
 $\because$ 三角形两边的长分别是 2 和 4,
 $\therefore 4 - 2 < x < 2 + 4$, 即 $2 < x < 6$.
则三角形的周长: $8 < C < 12$,
 C 选项 11 符合题意,
故选 C .

7. 在一列数: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 中, $a_1=3, a_2=7$, 从第三个数开始, 每一个数都等于它前两个数之积的个位数字, 则这一列数中的第 2017 个数是 ()

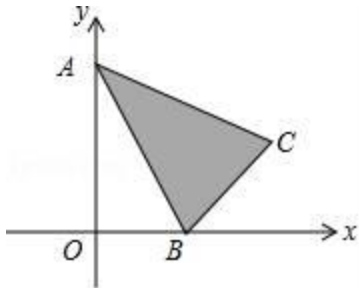
A. 1 B. 3 C. 7 D. 9

【考点】37: 规律型: 数字的变化类.

【分析】本题可分别求出 $n=3, 4, 5, \dots$ 时的情况, 观察它是否具有周期性, 再把 2017 代入求解即可.

【解答】解: 依题意得: $a_1=3, a_2=7, a_3=1, a_4=7, a_5=7, a_6=9, a_7=3, a_8=7$;
周期为 6;
 $2017 \div 6 = 336 \dots 1$,
所以 $a_{2017} = a_1 = 3$.
故选 B .

8. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 的顶点坐标分别为 $A(0, 2)$ 、 $B(1, 0)$ 、 $C(2, 1)$, 若二次函数 $y=x^2+bx+1$ 的图象与阴影部分 (含边界) 一定有公共点, 则实数 b 的取值范围是 ()



A. $b \leq -2$ B. $b < -2$ C. $b \geq -2$ D. $b > -2$

【考点】H4: 二次函数图象与系数的关系.

【分析】抛物线经过 C 点时 b 的值即可.

【解答】解: 把 $C(2, 1)$ 代入 $y=x^2+bx+1$, 得

$$2^2+2b+1=1,$$

解得 $b=-2$.

故 b 的取值范围是 $b \geq -2$.

故选: C.

二、填空题 (每题 3 分, 满分 30 分, 将答案填在答题纸上)

9. 2017 年 5 月 18 日, 我国在南海北部神弧海域进行的可燃冰试开采成功, 标志着我国成为全球第一个在海域可燃冰开采中获得连续稳定的国家. 目前每日的天然气试开采量约为 16000 立方米, 把 16000 立方米用科学记数法表示为 1.6×10^4 立方米.

【考点】1I: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 将 16000 用科学记数法表示为: 1.6×10^4 .

故答案为: 1.6×10^4 .

10. 若 $\frac{a}{b}=2$, $\frac{b}{c}=6$, 则 $\frac{a}{c}=\underline{12}$.

【考点】1D: 有理数的除法.

【分析】由 $\frac{a}{b}=2$, $\frac{b}{c}=6$ 得 $a=2b$, $c=\frac{b}{6}$, 代入 $\frac{a}{c}$ 即可求得结果.

【解答】解: $\because \frac{a}{b}=2$, $\frac{b}{c}=6$,

$$\therefore a=2b, c=\frac{b}{6},$$

$$\therefore \frac{2b}{\frac{b}{6}}=12,$$

故答案为 12.

11. 因式分解: $3x^2-27=\underline{3(x+3)(x-3)}$.

【考点】55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】先提取公因式 3, 再根据平方差公式进行二次分解即可求得答案. 注意分解要彻底.

【解答】解: 原式 $=3(x^2-9)=3(x+3)(x-3)$,

故答案为 $3(x+3)(x-3)$.

12. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle B+\angle D=200^\circ$, 则 $\angle A=\underline{80^\circ}$.

【考点】L5: 平行四边形的性质.

【分析】利用平行四边形的对角相等、邻角互补可求得答案.

【解答】解:

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$\therefore \angle B = \angle D, \angle A + \angle B = 180^\circ,$
 $\therefore \angle B + \angle D = 200^\circ,$
 $\therefore \angle B = \angle D = 100^\circ,$
 $\therefore \angle A = 180^\circ - \angle B = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ,$
 故答案为: 80° .

13. 为了了解某班数学成绩情况, 抽样调查了 13 份试卷成绩, 结果如下: 3 个 140 分, 4 个 135 分, 2 个 130 分, 2 个 120 分, 1 个 100 分, 1 个 80 分. 则这组数据的中位数为 135 分.

【考点】 W4: 中位数.

【分析】 根据中位数的定义, 把 13 个数从大到小排列后, 中位数是第 7 个数.

【解答】 解: $\because$ 13 份试卷成绩, 结果如下: 3 个 140 分, 4 个 135 分, 2 个 130 分, 2 个 120 分, 1 个 100 分, 1 个 80 分,
 $\therefore$ 第 7 个数是 135 分,
 $\therefore$ 中位数为 135 分;
 故答案为 135.

14. 同一温度的华氏度数 y ($^\circ\text{F}$) 与摄氏度数 x ($^\circ\text{C}$) 之间的函数表达式是 $y = \frac{9}{5}x + 32$. 若某一温度的摄氏度数数值与华氏度数数值恰好相等, 则此温度的摄氏度数为 -40 $^\circ\text{C}$.

【考点】 E3: 函数关系式.

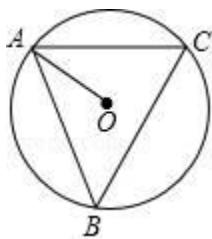
【分析】 根据题意得 $\frac{9}{5}x + 32 = x$, 解方程即可求得 x 的值.

【解答】 解: 根据题意得 $\frac{9}{5}x + 32 = x$,

解得 $x = -40$.

故答案是: -40.

15. 如图, 已知 $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 连接 AO , 若 $\angle B = 40^\circ$, 则 $\angle OAC =$ 50 $^\circ$.



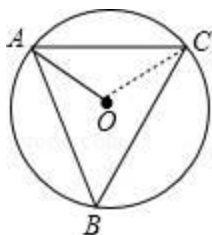
【考点】 M5: 圆周角定理.

【分析】 连接 CO , 根据圆周角定理可得 $\angle AOC = 2\angle B = 80^\circ$, 进而得出 $\angle OAC$ 的度数.

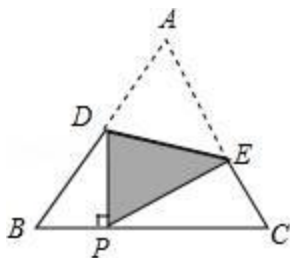
【解答】 解: 连接 CO ,

$\therefore \angle B = 40^\circ,$
 $\therefore \angle AOC = 2\angle B = 80^\circ,$
 $\therefore \angle OAC = \div 2 = 50^\circ.$

故答案为: 50.



16. 如图, 把等边 $\triangle ABC$ 沿着 DE 折叠, 使点 A 恰好落在 BC 边上的点 P 处, 且 $DP \perp BC$, 若 $BP=4\text{cm}$, 则 $EC=$ $(2+2\sqrt{3})$ cm .



【考点】 PB : 翻折变换 (折叠问题); KK : 等边三角形的性质.

【分析】 根据等边三角形的性质得到 $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$, $AB = BC$, 根据直角三角形的性质得到 $BD = 8\text{cm}$, $PD = 4\sqrt{3}\text{cm}$, 根据折叠的性质得到 $AD = PD = 4\sqrt{3}\text{cm}$, $\angle DPE = \angle A = 60^\circ$, 解直角三角形即可得到结论.

【解答】 解: $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ, AB = BC,$$

$$\because DP \perp BC,$$

$$\therefore \angle BPD = 90^\circ,$$

$$\because BP = 4\text{cm},$$

$$\therefore BD = 8\text{cm}, PD = 4\sqrt{3}\text{cm},$$

$\because$ 把等边 $\triangle ABC$ 沿着 DE 折叠, 使点 A 恰好落在 BC 边上的点 P 处,

$$\therefore AD = PD = 4\sqrt{3}\text{cm}, \angle DPE = \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore AB = (8 + 4\sqrt{3})\text{cm},$$

$$\therefore BC = (8 + 4\sqrt{3})\text{cm},$$

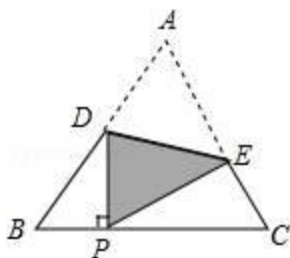
$$\therefore PC = BC - BP = (4 + 4\sqrt{3})\text{cm},$$

$$\because \angle EPC = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

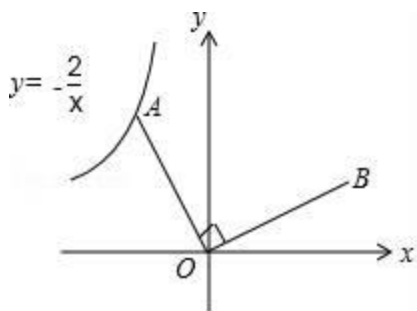
$$\therefore \angle PEC = 90^\circ,$$

$$\therefore CE = \frac{1}{2}PC = (2 + 2\sqrt{3})\text{cm},$$

故答案为: $2 + 2\sqrt{3}$.



17. 如图, 已知点 A 是反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上的一个动点, 连接 OA , 若将线段 OA 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到线段 OB , 则点 B 所在图象的函数表达式为 $y = \frac{2}{x}$.



【考点】 $R7$: 坐标与图形变化 - 旋转; $G6$: 反比例函数图象上点的坐标特征; $G7$: 待定系数法求反比例函数解析式.

【分析】 设 $A(m, n)$, 过 A 作 $AC \perp x$ 轴于 C , 过 B 作 $BD \perp x$ 轴于 D , 得到 $AC = n$, $OC = -m$, 根据全等三角形的性质得到 $AC = OD = n$, $CO = BD = -m$, 于是得到结论.

【解答】 解: $\because$ 点 A 是反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上的一个动点,

设 $A(m, n)$,

过 A 作 $AC \perp x$ 轴于 C , 过 B 作 $BD \perp x$ 轴于 D ,

$\therefore AC = n$, $OC = -m$,

$\therefore \angle ACO = \angle BDO = 90^\circ$,

$\therefore \angle AOB = 90^\circ$,

$\therefore \angle CAO + \angle AOC = \angle AOC + \angle BOD = 90^\circ$,

$\therefore \angle CAO = \angle BOD$,

在 $\triangle ACO$ 与 $\triangle ODB$ 中 $\begin{cases} \angle ACO = \angle ODB \\ \angle CAO = \angle BOD, \\ AO = BO \end{cases}$

$\therefore \triangle ACO \cong \triangle ODB$,

$\therefore AC = OD = n$, $CO = BD = -m$,

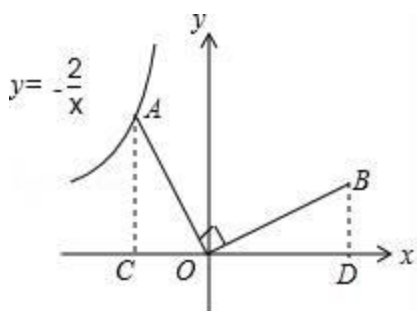
$\therefore B(n, -m)$,

$\therefore mn = -2$,

$\therefore n(-m) = 2$,

$\therefore$ 点 B 所在图象的函数表达式为 $y = \frac{2}{x}$,

故答案为: $y = \frac{2}{x}$.



18. 若关于 x 的方程 $-2x+m\sqrt{2017-x}+4020=0$ 存在整数解, 则正整数 m 的所有取值的和为 15.

【考点】AG: 无理方程.

【分析】由题意 $m = \frac{2x-4020}{\sqrt{2017-x}}$, 令 $y = \sqrt{2017-x}$, 则 $x = 2017 - y^2$, 可得 $m = \frac{2(2017-y^2)-4020}{y} = \frac{14}{y} - 2y$, 由 m 是正整数, $y \geq 0$, 推出 $y=1$ 时, $m=12$, $y=2$ 时, $m=3$,

由此即可解决问题.

【解答】解: 由题意 $m = \frac{2x-4020}{\sqrt{2017-x}}$, 令 $y = \sqrt{2017-x}$, 则 $x = 2017 - y^2$,

$$\therefore m = \frac{2(2017-y^2)-4020}{y} = \frac{14}{y} - 2y,$$

$\because m$ 是正整数, $y \geq 0$,

$\therefore y=1$ 时, $m=12$,

$y=2$ 时, $m=3$,

$\therefore$ 正整数 m 的所有取值的和为 15,

故答案为 15.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 96 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

19. 计算或化简:

(1) $-2^2 + (\pi - 2017)^0 - 2\sin 60^\circ + |1 - \sqrt{3}|$;

(2) $a(3-2a) + 2(a+1)(a-1)$.

【考点】4F: 平方差公式; 2C: 实数的运算; 35: 合并同类项; 4A: 单项式乘多项式; 6E: 零指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】(1) 根据零指数幂的意原式=义以及特殊角锐角三角函数即可求出答案;

(2) 根据平方差公式以及单项式乘以多项式的法则即可求出答案.

【解答】解: (1) 原式 $= -4 + 1 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} - 1$

$$= -3 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 1$$

$$= -4$$

(2) 原式 $= 3a - 2a^2 + 2(a^2 - 1)$

$$= 3a - 2a^2 + 2a^2 - 2$$

$$= 3a - 2$$

20. 解不等式组 $\begin{cases} 2x+3 \geq 0 \\ 5-\frac{5}{3}x > 0 \end{cases}$, 并求出它的所有整数解.

【考点】CC: 一元一次不等式组的整数解; CB: 解一元一次不等式组.

【分析】分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: 同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

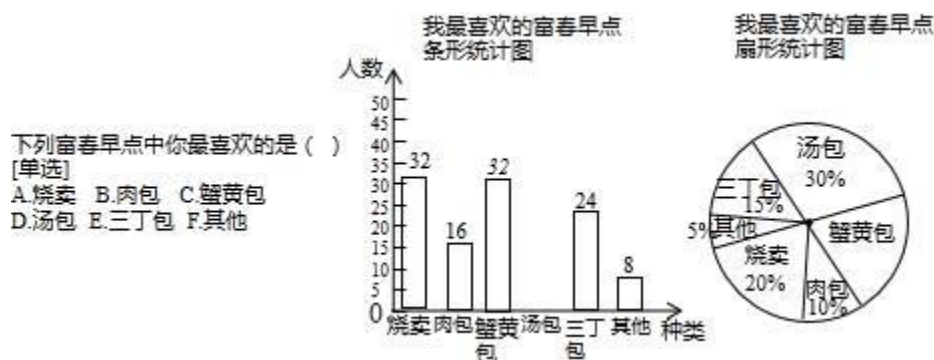
【解答】解: 解不等式 $2x+3 \geq 0$, 得: $x \geq -1.5$,

解不等式 $5 - \frac{5}{3}x > 0$, 得: $x < 3$,

则不等式组的解集为 $-1.5 \leq x < 3$,

$\therefore$ 不等式组的整数解为 -1 、 0 、 1 、 2 .

21. “富春包子”是扬州特色早点, 富春茶社为了了解顾客对各种早点的喜爱情况, 设计了如右图的调查问卷, 对顾客进行了抽样调查. 根据统计数据绘制了如下尚不完整的统计图.



根据以上信息, 解决下列问题:

(1) 条形统计图中“汤包”的人数是 48 人, 扇形统计图中“蟹黄包”部分的圆心角为 72° ;

(2) 根据抽样调查结果, 请你估计富春茶社 1000 名顾客中喜欢“汤包”的有多少人?

【考点】 VC: 条形统计图; V5: 用样本估计总体; VB: 扇形统计图.

【分析】 (1) 由喜欢“其他”的人数除以所占的百分比即可求出调查的总人数; 由喜欢“汤包”所占的百分比乘以总人数求出“汤包”的人数; 由喜欢“蟹黄包”的人数除以调查的总人数即可得到所占的百分比, 再乘以 360 即可求出结果;

(2) 用顾客中喜欢“汤包”所占的百分比, 乘以 1000 即可得到结果.

【解答】 解: (1) $8 \div 5\% = 160$ (人),

$160 \times 30\% = 48$ (人),

$32 \div 160 \times 360^\circ$

$= 0.2 \times 360^\circ$

$= 72^\circ$.

故条形统计图中“汤包”的人数是 48 人, 扇形统计图中“蟹黄包”部分的圆心角为 72° ;

(2) $30\% \times 1000 = 300$ (人).

故估计富春茶社 1000 名顾客中喜欢“汤包”的有 300 人.

故答案为: 48 人, 72° .

22. 车辆经过润扬大桥收费站时, 4 个收费通道 A、B、C、D 中, 可随机选择其中的一个通过.

(1) 一辆车经过此收费站时, 选择 A 通道通过的概率是 $\frac{1}{4}$;

(2) 求两辆车经过此收费站时, 选择不同通道通过的概率.

【考点】 X6: 列表法与树状图法; X4: 概率公式.

【分析】 (1) 根据概率公式即可得到结论;

(2) 画出树状图即可得到结论.

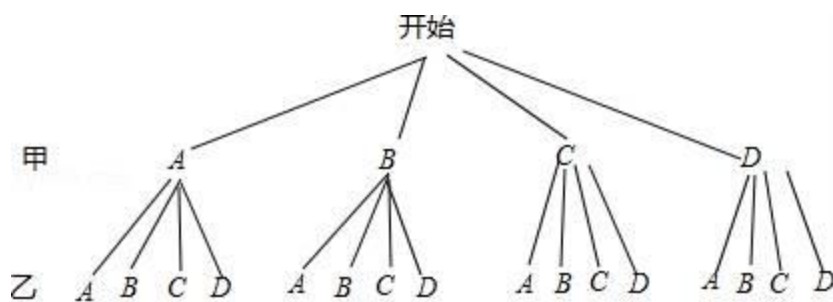
【解答】解：（1）选择 A 通道通过的概率= $\frac{1}{4}$ ，

故答案为： $\frac{1}{4}$ ，

（2）设两辆车为甲，乙，

如图，两辆车经过此收费站时，会有 16 种可能的结果，其中选择不同通道通过的有 12 种结果，

$\therefore$ 选择不同通道通过的概率= $\frac{12}{16}=\frac{3}{4}$ ．



23. 星期天，小明和小芳从同一小区门口同时出发，沿同一路线去离该小区 1800 米的少年宫参加活动，为响应“节能环保，绿色出行”的号召，两人都步行，已知小明的速度是小芳的速度的 1.2 倍，结果小明比小芳早 6 分钟到达，求小芳的速度．

【考点】B7：分式方程的应用．

【分析】设小芳的速度是 x 米/分钟，则小明的速度是 $1.2x$ 米/分钟，根据路程÷速度=时间，列出方程，再求解即可．

【解答】解：设小芳的速度是 x 米/分钟，则小明的速度是 $1.2x$ 米/分钟，根据题意得：

$$\frac{1800}{x} - \frac{1800}{1.2x} = 6,$$

解得： $x=50$ ，

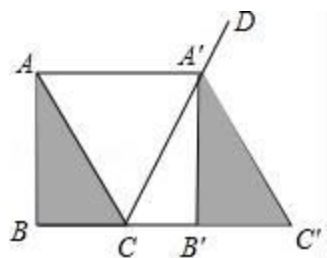
经检验 $x=50$ 是原方程的解，

答：小芳的速度是 50 米/分钟．

24. 如图，将 $\triangle ABC$ 沿着射线 BC 方向平移至 $\triangle A'B'C'$ ，使点 A' 落在 $\angle ACB$ 的外角平分线 CD 上，连结 AA' ．

（1）判断四边形 $ACC'A'$ 的形状，并说明理由；

（2）在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $AB=24$ ， $\cos \angle BAC=\frac{12}{13}$ ，求 CB' 的长．



【考点】LO：四边形综合题；LA：菱形的判定与性质；Q2：平移的性质；T7：解直角三角

形.

【分析】(1) 根据平行四边形的判定定理 (有一组对边平行且相等的四边形是平行四边形) 推知四边形 $ACC'A'$ 是平行四边形. 又对角线平分对角的平行四边形是菱形推知四边形 $ACC'A'$ 是菱形.

(2) 通过解直角 $\triangle ABC$ 得到 AC 、 BC 的长度, 由 (1) 中菱形 $ACC'A'$ 的性质推知 $AC=AA'$, 由平移的性质得到四边形 $ABB'A'$ 是平行四边形, 则 $AA'=BB'$, 所以 $CB'=BB'-BC$.

【解答】解: (1) 四边形 $ACC'A'$ 是菱形. 理由如下:

由平移的性质得到: $AC \parallel A'C'$, 且 $AC=A'C'$,

则四边形 $ACC'A'$ 是平行四边形.

$\therefore \angle ACC' = \angle AA'C'$,

又 $\because CD$ 平分 $\angle ACB$ 的外角, 即 CD 平分 $\angle ACC'$,

$\therefore CD$ 也平分 $\angle AA'C'$,

$\therefore$ 四边形 $ACC'A'$ 是菱形.

(2) $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, $AB=24$, $\cos \angle BAC = \frac{12}{13}$,

$\therefore \cos \angle BAC = \frac{AB}{AC} = \frac{12}{13}$, 即 $\frac{24}{AC} = \frac{12}{13}$,

$\therefore AC=26$.

$\therefore$ 由勾股定理知: $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{26^2 - 24^2} = 10$.

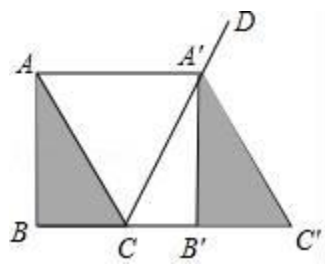
又由 (1) 知, 四边形 $ACC'A'$ 是菱形,

$\therefore AC=AA'=26$.

由平移的性质得到: $AB \parallel A'B'$, $AB=A'B'$, 则四边形 $ABB'A'$ 是平行四边形,

$\therefore AA'=BB'=26$,

$\therefore CB'=BB'-BC=26-10=16$.

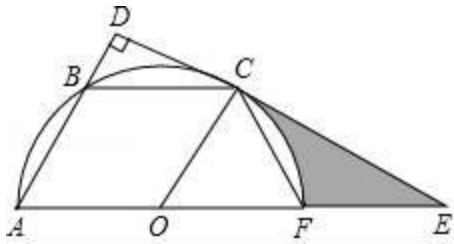


25. 如图, 已知平行四边形 $OABC$ 的三个顶点 A 、 B 、 C 在以 O 为圆心的半圆上, 过点 C 作 $CD \perp AB$, 分别交 AB 、 AO 的延长线于点 D 、 E , AE 交半圆 O 于点 F , 连接 CF .

(1) 判断直线 DE 与半圆 O 的位置关系, 并说明理由;

(2) ①求证: $CF=OC$;

②若半圆 O 的半径为 12, 求阴影部分的周长.



【考点】MB: 直线与圆的位置关系; L5: 平行四边形的性质; MN: 弧长的计算.

【分析】(1) 结论: DE 是 $\odot O$ 的切线. 首先证明 $\triangle ABO$, $\triangle BCO$ 都是等边三角形, 再证明四边形 $BDCG$ 是矩形, 即可解决问题;

(2) ①只要证明 $\triangle OCF$ 是等边三角形即可解决问题;

②求出 EC 、 EF 、弧长 CF 即可解决问题.

【解答】解: (1) 结论: DE 是 $\odot O$ 的切线.

理由: $\because$ 四边形 $OABC$ 是平行四边形,

又 $\because OA=OC$,

$\therefore$ 四边形 $OABC$ 是菱形,

$\therefore OA=OB=AB=OC=BC$,

$\therefore \triangle ABO$, $\triangle BCO$ 都是等边三角形,

$\therefore \angle AOB=\angle BOC=\angle COF=60^\circ$,

$\because OB=OF$,

$\therefore OG \perp BF$,

$\because AF$ 是直径, $CD \perp AD$,

$\therefore \angle ABF=\angle DBG=\angle D=\angle BGC=90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $BDCG$ 是矩形,

$\therefore \angle OCD=90^\circ$,

$\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) ①由 (1) 可知: $\angle COF=60^\circ$, $OC=OF$,

$\therefore \triangle OCF$ 是等边三角形,

$\therefore CF=OC$.

②在 $Rt\triangle OCE$ 中, $\because OC=12$, $\angle COE=60^\circ$, $\angle OCE=90^\circ$,

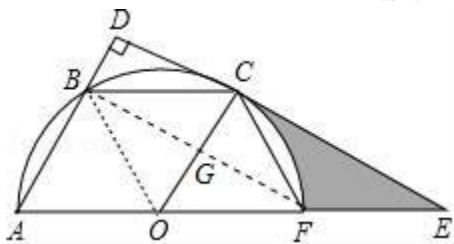
$\therefore OE=2OC=24$, $EC=12\sqrt{3}$,

$\because OF=12$,

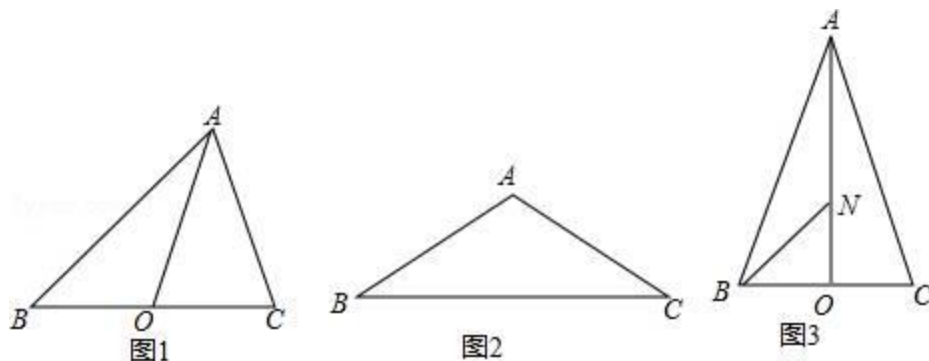
$\therefore EF=12$,

$\therefore \widehat{CF}$ 的长 $=\frac{60\pi \cdot 12}{180}=4\pi$,

$\therefore$ 阴影部分的周长为 $4\pi+12+12\sqrt{3}$.



26. 我们规定：三角形任意两边的“极化值”等于第三边上的中线和这边一半的平方差. 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, AO 是 BC 边上的中线, AB 与 AC 的“极化值”就等于 $AO^2 - BO^2$ 的值, 可记为 $AB \triangle AC = AO^2 - BO^2$.



(1) 在图 1 中, 若 $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 8$, $AC = 6$, AO 是 BC 边上的中线, 则 $AB \triangle AC = \underline{0}$, $OC \triangle OA = \underline{7}$;

(2) 如图 2, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 4$, $\angle BAC = 120^\circ$, 求 $AB \triangle AC$ 、 $BA \triangle BC$ 的值;

(3) 如图 3, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, AO 是 BC 边上的中线, 点 N 在 AO 上, 且 $ON = \frac{1}{3}AO$. 已知 $AB \triangle AC = 14$, $BN \triangle BA = 10$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

【考点】 KY: 三角形综合题.

【分析】 (1) ①先根据勾股定理求出 $BC = 10$, 再利用直角三角形的性质得出 $OA = OB = OC = 5$, 最后利用新定义即可得出结论;

②再用等腰三角形的性质求出 $CD = 3$, 再利用勾股定理求出 OD , 最后用新定义即可得出结论;

(2) ①先利用含 30° 的直角三角形的性质求出 $AO = 2$, $OB = 2\sqrt{3}$, 再用新定义即可得出结论;

②先构造直角三角形求出 BE , AE , 再用勾股定理求出 BD , 最后用新定义即可得出结论;

(3) 先构造直角三角形, 表述出 OA , BD^2 , 最后用新定义建立方程组求解即可得出结论.

【解答】 解: ① $\because \angle BAC = 90^\circ$, $AB = 8$, $AC = 6$,

$$\therefore BC = 10,$$

$\because$ 点 O 是 BC 的中点,

$$\therefore OA = OB = OC = \frac{1}{2}BC = 5,$$

$$\therefore AB \triangle AC = AO^2 - BO^2 = 25 - 25 = 0,$$

②如图 1,

取 AC 的中点 D , 连接 OD ,

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AC = 3,$$

$$\because OA = OC = 5,$$

$$\therefore OD \perp AC,$$

在 $Rt\triangle COD$ 中, $OD = \sqrt{OC^2 - CD^2} = 4,$

$$\therefore OC \triangle OA = OD^2 - CD^2 = 16 - 9 = 7,$$

故答案为 0, 7;

(2) ①如图 2, 取 BC 的中点 D , 连接 AO ,

$$\because AB=AC,$$

$$\therefore AO \perp BC,$$

在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=120^\circ$,

$$\therefore \angle ABC=30^\circ,$$

在 $Rt\triangle AOB$ 中, $AB=4$, $\angle ABC=30^\circ$,

$$\therefore AO=2, OB=2\sqrt{3},$$

$$\therefore AB \triangle AC = AO^2 - BO^2 = 4 - 12 = -8,$$

②取 AC 的中点 D , 连接 BD ,

$$\therefore AD=CD=\frac{1}{2}AC=2,$$

过点 B 作 $BE \perp AC$ 交 CA 的延长线于 E ,

在 $Rt\triangle ABE$ 中, $\angle BAE=180^\circ - \angle BAC=60^\circ$,

$$\therefore \angle ABE=30^\circ,$$

$$\because AB=4,$$

$$\therefore AE=2, BE=2\sqrt{3},$$

$$\therefore DE=AD+AE=4,$$

在 $Rt\triangle BED$ 中, 根据勾股定理得, $BD=\sqrt{BE^2+DE^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7},$

$$\therefore BA \triangle BC = BD^2 - CD^2 = 24;$$

(3) 如图 3,

设 $ON=x$, $OB=OC=y$,

$$\therefore BC=2y, OA=3x,$$

$$\because AB \triangle AC=14,$$

$$\therefore OA^2 - OB^2=14,$$

$$\therefore 9x^2 - y^2=14 \text{①},$$

取 AN 的中点 D , 连接 BD ,

$$\therefore AD=DB=\frac{1}{2}AN=\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}OA=ON=x,$$

$$\therefore OD=ON+DN=2x,$$

在 $Rt\triangle BOD$ 中, $BD^2=OB^2+OD^2=y^2+4x^2,$

$$\because BN \triangle BA=10,$$

$$\therefore BD^2 - DN^2=10,$$

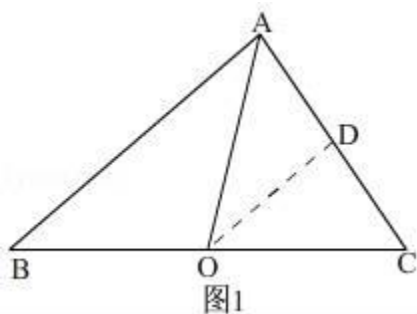
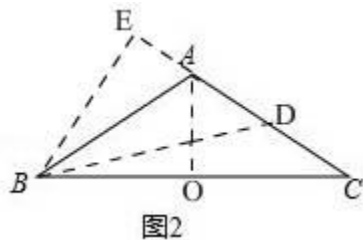
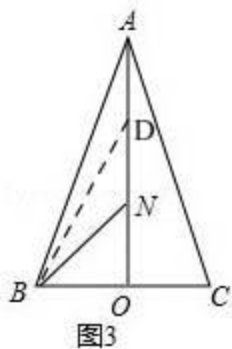
$$\therefore y^2+4x^2 - x^2=10,$$

$$\therefore 3x^2+y^2=10 \text{②}$$

联立①②得, $\begin{cases} x=\sqrt{2} \\ y=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-\sqrt{2} \\ y=-2 \end{cases}$ (舍),

$$\therefore BC=4, OA=3\sqrt{2}.$$

$$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC \times AO=6\sqrt{2}.$$



27. 农经公司以 30 元/千克的价格收购一批农产品进行销售，为了得到日销售量 p （千克）与销售价格 x （元/千克）之间的关系，经过市场调查获得部分数据如下表：

销售价格 x （元/千克）	30	35	40	45	50
日销售量 p （千克）	600	450	300	150	0

(1) 请你根据表中的数据，用所学过的一次函数、二次函数、反比例函数的知识确定 p 与 x 之间的函数表达式；

(2) 农经公司应该如何确定这批农产品的销售价格，才能使日销售利润最大？

(3) 若农经公司每销售 1 千克这种农产品需支出 a 元 ($a > 0$) 的相关费用，当 $40 \leq x \leq 45$ 时，农经公司的日获利的最大值为 2430 元，求 a 的值。（日获利=日销售利润-日支出费用）

【考点】 HE：二次函数的应用.

【分析】 (1) 首先根据表中的数据，可猜想 y 与 x 是一次函数关系，任选两点求表达式，再验证猜想的正确性；

(2) 根据题意列出日销售利润 w 与销售价格 x 之间的函数关系式，根据二次函数的性质确定最大值即可；

(3) 根据题意列出日销售利润 w 与销售价格 x 之间的函数关系式，并求得抛物线的对称轴，再分两种情况进行讨论，依据二次函数的性质求得 a 的值.

【解答】 解：(1) 假设 p 与 x 成一次函数关系，设函数关系式为 $p=kx+b$,

$$\text{则} \begin{cases} 30k+b=600 \\ 40k+b=300 \end{cases},$$

解得： $k=-30$, $b=1500$,

$$\therefore p = -30x + 1500,$$

检验：当 $x=35$, $p=450$ ；当 $x=45$, $p=4150$ ；当 $x=50$, $p=0$ ，符合一次函数解析式，

$\therefore$ 所求的函数关系为 $p = -30x + 1500$ ；

$$(2) \text{ 设日销售利润 } w = p(x - 30) = (-30x + 1500)(x - 30)$$

$$\text{即 } w = -30x^2 + 2400x - 45000,$$

$$\therefore \text{当 } x = -\frac{2400}{2 \times (-30)} = 40 \text{ 时, } w \text{ 有最大值 } 3000 \text{ 元,}$$

故这批农产品的销售价格定为 40 元，才能使日销售利润最大；

$$(3) \text{ 日获利 } w = p(x - 30 - a) = (-30x + 1500)(x - 30 - a),$$

$$\text{即 } w = -30x^2 + x - ,$$

$$\text{对称轴为 } x = -\frac{2400 + 30a}{2 \times (-30)} = 40 + \frac{1}{2}a,$$

①若 $a > 10$ ，则当 $x=45$ 时， w 有最大值，

$$\text{即 } w = 2250 - 150a < 2430 \text{ (不合题意)}；$$

②若 $a < 10$ ，则当 $x = 40 + \frac{1}{2}a$ 时， w 有最大值，

$$\text{将 } x = 40 + \frac{1}{2}a \text{ 代入, 可得 } w = 30 \left(\frac{1}{4}a^2 - 10a + 100 \right),$$

$$\text{当 } w = 2430 \text{ 时, } 2430 = 30 \left(\frac{1}{4}a^2 - 10a + 100 \right),$$

$$\text{解得 } a_1 = 2, a_2 = 38 \text{ (舍去)},$$

综上所述， a 的值为 2.

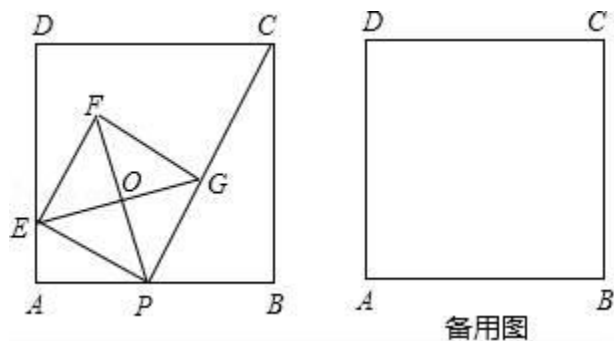
28. 如图，已知正方形 $ABCD$ 的边长为 4，点 P 是 AB 边上的一个动点，连接 CP ，过点 P 作 PC 的垂线交 AD 于点 E ，以 PE 为边作正方形 $PEFG$ ，顶点 G 在线段 PC 上，对角线 EG 、 PF 相交于点 O 。

$$(1) \text{ 若 } AP=1, \text{ 则 } AE = \frac{3}{4};$$

(2) ①求证：点 O 一定在 $\triangle APE$ 的外接圆上；

②当点 P 从点 A 运动到点 B 时，点 O 也随之运动，求点 O 经过的路径长；

(3) 在点 P 从点 A 到点 B 的运动过程中， $\triangle APE$ 的外接圆的圆心也随之运动，求该圆心到 AB 边的距离的最大值。



【考点】MR：圆的综合题.

【分析】(1) 由正方形的性质得出 $\angle A = \angle B = \angle EPG = 90^\circ$, $PF \perp EG$, $AB = BC = 4$, $\angle OEP = 45^\circ$, 由角的互余关系证出 $\angle AEP = \angle PBC$, 得出 $\triangle APE \sim \triangle BCP$, 得出对应边成比例即可求出 AE 的长;

(2) ① A 、 P 、 O 、 E 四点共圆, 即可得出结论;

② 连接 OA 、 AC , 由勾股定理求出 $AC = 4\sqrt{2}$, 由圆周角定理得出 $\angle OAP = \angle OEP = 45^\circ$, 周长点 O 在 AC 上, 当 P 运动到点 B 时, O 为 AC 的中点, 即可得出答案;

(3) 设 $\triangle APE$ 的外接圆的圆心为 M , 作 $MN \perp AB$ 于 N , 由三角形中位线定理得出 $MN = \frac{1}{2}AE$,

设 $AP = x$, 则 $BP = 4 - x$, 由相似三角形的对应边成比例求出 $AE = x - \frac{1}{4}x^2 = -\frac{1}{4}(x - 2)^2 + 1$,

由二次函数的最大值求出 AE 的最大值为 1, 得出 MN 的最大值 $= \frac{1}{2}$ 即可.

【解答】(1) 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 、四边形 $PEFG$ 是正方形,

$\therefore \angle A = \angle B = \angle EPG = 90^\circ$, $PF \perp EG$, $AB = BC = 4$, $\angle OEP = 45^\circ$,

$\therefore \angle AEP + \angle APE = 90^\circ$, $\angle BPC + \angle APE = 90^\circ$,

$\therefore \angle AEP = \angle PBC$,

$\therefore \triangle APE \sim \triangle BCP$,

$\therefore \frac{AE}{BP} = \frac{AP}{BC}$, 即 $\frac{AE}{4-x} = \frac{x}{4}$,

解得: $AE = \frac{3}{4}$;

故答案为: $\frac{3}{4}$;

(2) ① 证明: $\because PF \perp EG$,

$\therefore \angle EOF = 90^\circ$,

$\therefore \angle EOF + \angle A = 180^\circ$,

$\therefore A$ 、 P 、 O 、 E 四点共圆,

$\therefore$ 点 O 一定在 $\triangle APE$ 的外接圆上;

② 解: 连接 OA 、 AC , 如图 1 所示:

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore \angle B = 90^\circ$, $\angle BAC = 45^\circ$,

$\therefore AC = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$.

$\because A$ 、 P 、 O 、 E 四点共圆,

$\therefore \angle OAP = \angle OEP = 45^\circ$,

$\therefore$ 点 O 在 AC 上,

当 P 运动到点 B 时, O 为 AC 的中点, $OA = \frac{1}{2}AC = 2\sqrt{2}$.

即点 O 经过的路径长为 $2\sqrt{2}$;

(3) 解: 设 $\triangle APE$ 的外接圆的圆心为 M , 作 $MN \perp AB$ 于 N , 如图 2 所示:

则 $MN \parallel AE$,

$\because ME = MP$,

$\therefore AN = PN$,

$$\therefore MN = \frac{1}{2}AE,$$

设 $AP=x$, 则 $BP=4-x$,

由 (1) 得: $\triangle APE \sim \triangle BCP$,

$$\therefore \frac{AE}{BP} = \frac{AP}{BC}, \text{ 即 } \frac{AE}{4-x} = \frac{x}{4},$$

$$\text{解得: } AE = x - \frac{1}{4}x^2 = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + 1,$$

$$\therefore x=2 \text{ 时, } AE \text{ 的最大值为 } 1, \text{ 此时 } MN \text{ 的值最大} = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2},$$

即 $\triangle APE$ 的圆心到 AB 边的距离的最大值为 $\frac{1}{2}$.

