

2017 年江苏省常州市中考数学试卷

一、选择题(每小题 3 分, 共 10 小题, 合计 30 分)

1. -2 的相反数是().

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. ± 2 D. 2

2. 下列运算正确的是().

- A. $m \cdot m = 2m$ B. $(mn)^3 = mn^3$ C. $(m^2)^3 = m^6$
D. $m^6 \div a^3 = a^3$

3. 右图是某个几何体的三视图, 则该几何体是().

- A. 圆锥 B. 三棱柱 C. 圆柱 D. 三棱锥

4. 计算: $\frac{x-1}{x} + \frac{1}{x}$ 的结果是().

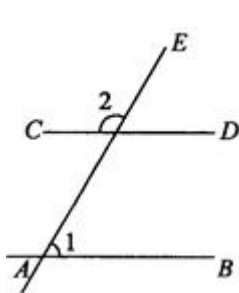
- A. $\frac{x+2}{x}$ B. $\frac{2}{x}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

5. 若 $3x > -3y$, 则下列不等式中一定成立的是().

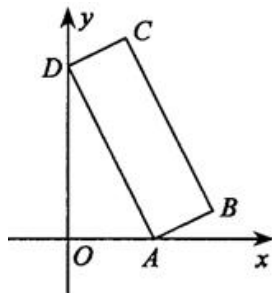
- A. $x+y > 0$ B. $x-y > 0$ C. $x+y < 0$ D. $x-y < 0$

6. 如图, 已知直线 AB、CD 被直线 AE 所截, $AB \parallel CD$, $\angle 1 = 60^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是().

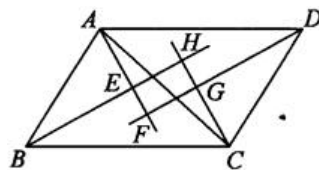
- A. 100° B. 110° C. 120° D. 130°



第 6 题图



第 7 题图



第 8 题图

7. 如图, 已知矩形 ABCD 的顶点 A、D 分别落在 x 轴、y 轴上, $OD = 2OA = 6$, $AD:AB = 3:1$, 则点 C 的坐标是().

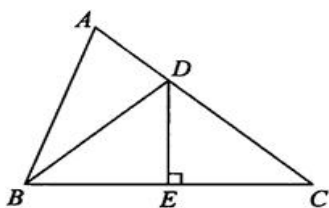
- A. (2,7) B. (3,7) C. (3,8) D. (4,8)

8. 如图, 已知 $\square ABCD$ 的四个内角的平分线分别相交于点 E、F、G、H, 连接 AC, 若 $EF = 2$, $FG = GC = 5$, 则 AC 的长是().

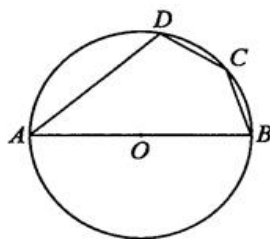
- A. 12 B. 13 C. $6\sqrt{5}$ D. $8\sqrt{3}$

二、填空题: (本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分)

9. 计算: $|-2|+(-2)^0=$ _____.
10. 若二次根式 $\sqrt{x-2}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.
11. 肥皂泡的泡壁厚度大约是 0.0007mm , 则数据 0.0007 用科学计数法表示为_____.
12. 分解因式: $ax^2-ay^2=$ _____.
13. 已知 $x=1$ 是关于 x 的方程 $ax^2-2x+3=0$ 的一个根, 则 $a=$ _____.
14. 已知圆锥的底面圆半径是 1, 母线长是 3, 则圆锥的侧面积是_____.
15. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, DE 是 BC 的垂直平分线, 垂足为 E , 交 AC 于点 D , 若 $AB=6, AC=9$, 则 $\triangle ABD$ 的周长是_____.



第 15 题图



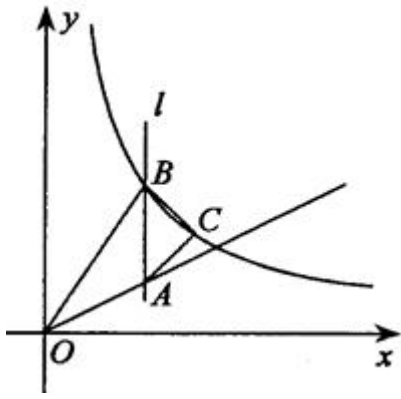
第 16 题图

16. 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 C 为弧 BD 的中点. 若 $\angle DAB = 40^\circ$, 则 $\angle ABC =$ _____.
17. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx - 3$ 自变量 x 的部分取值和对应函数值 y 如下表:

x	...	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	5	0	-3	-4	-3	0	...

则在实数范围内能使得 $y-5>0$ 成立的 x 的取值范围是_____.

18. 如图, 已知点 A 是一次函数 $y = \frac{1}{2}x (x \geq 0)$ 图像上一点, 过点 A 作 x 轴的垂线 l , B 是 l 上一点 (B 在 A 上方), 在 AB 的右侧以 AB 为斜边作等腰直角三角形 ABC , 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图像过点 B, C , 若 $\triangle OAB$ 的面积为 6, 则 $\triangle ABC$ 的面积是_____.



三、解答题：(本大题共 6 个小题，满分 60 分)

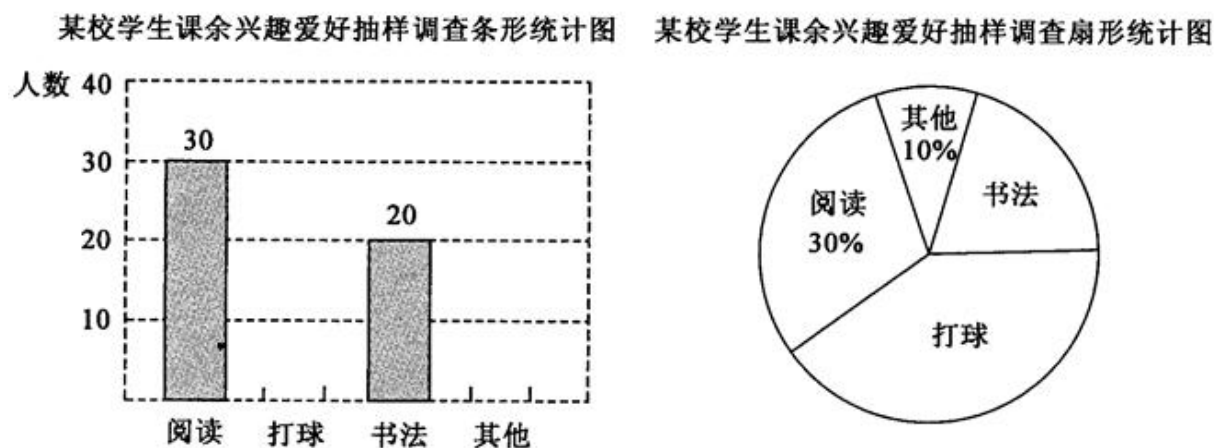
19. (6 分)先化简，再求值： $(x+2)(x-2)-x(x-1)$ ，其中 $x=-2$ 。

20. (8 分)解方程和不等式组：

$$(1) \frac{2x-5}{x-2} = \frac{3x-3}{x-2} - 3$$

$$(2) \begin{cases} -2x \leq 6 \\ 4x+1 < 5 \end{cases}$$

21. (8分)为了解某校学生的课余兴趣爱好情况,某调查小组设计了“阅读”“打球”“书法”和“其他”四个选项,用随机抽样的方法调查了该校部分学生的课余兴趣爱好情况(每个学生必须选一项且只能选一项),并根据调查结果绘制了如下统计图:



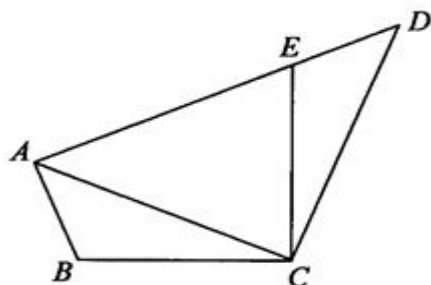
根据统计图所提供的信息,解答下列问题:

- (1)本次抽样调查中的样本容量是_____.
- (2)补全条形统计图;
- (3)该校共有 2000 名学生,请根据统计结果估计该校课余兴趣爱好为“打球”的学生人数.

22. (8分)一只不透明的袋子中装有 4 个大小、质地都相同的乒乓球,球面上分别标有数字 1、2、3、4.

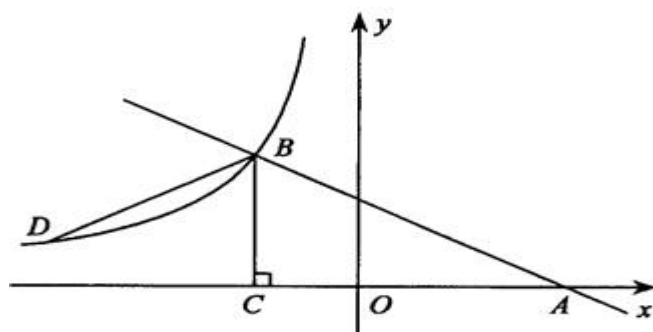
- (1)搅匀后从中任意摸出 1 个球,求摸出的乒乓球球面上数字为 1 的概率;
- (2)搅匀后先从中任意摸出 1 个球(不放回),再从余下的 3 个球中任意摸出 1 个球,求 2 次摸出的乒乓球球面上数字之和为偶数的概率.

23. (8分)如图, 已知在四边形 $ABCD$ 中, 点 E 在 AD 上, $\angle BCE = \angle ACD = 90^\circ$, $\angle BAC = \angle D$, $BC = CE$.
- (1)求证: $AC = CD$;
- (2)若 $AC = AE$, 求 $\angle DEC$ 的度数.



24. (8分)某校计划购买一批篮球和足球, 已知购买 2 个篮球和 1 个足球共需 320 元, 购买 3 个篮球和 2 个足球共需 540 元.
- (1)求每个篮球和每个足球的售价;
- (2)如果学校计划购买这两种共 50 个, 总费用不超过 5500 元, 那么最多可购买多少个足球?

25. (8分)如图, 已知一次函数 $y = kx + b$ 的图像与 x 轴交于点 A , 与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($x < 0$) 的图像交于点 $B(-2, n)$, 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴于点 C , 点 $D(3-3n, 1)$ 是该反比例函数图像上一点.
- (1)求 m 的值;
- (2)若 $\angle DBC = \angle ABC$, 求一次函数 $y = kx + b$ 的表达式.



26. (10 分)如图 1,在四边形 $ABCD$ 中, 如果对角线 AC 和 BD 相交并且相等, 那么我们把这样的四边形称为等角线四边形.

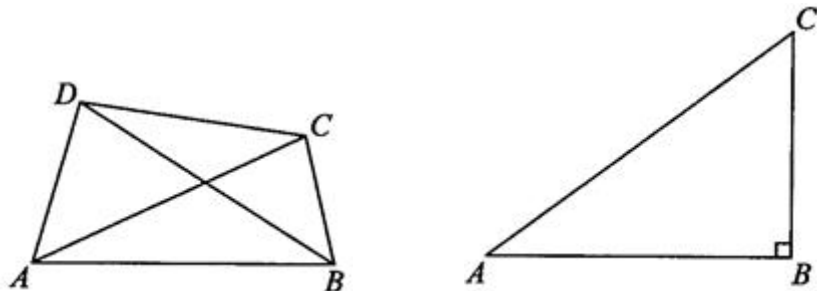
(1)①在“平行四边形、矩形、菱形”中, ____一定是等角线四边形(填写图形名称);

②若 M 、 N 、 P 、 Q 分别是等角线四边形 $ABCD$ 四边 AB 、 BC 、 CD 、 DA 的中点, 当对角线 AC 、 BD 还需要满足____时, 四边形 $MNPQ$ 是正方形;

(2)如图 2,已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=4$, $BC=3$, D 为平面内一点.

①若四边形 $ABCD$ 是等角线四边形, 且 $AD=BD$, 则四边形 $ABCD$ 的面积是_____;

②设点 E 是以 C 为圆心, 1 为半径的圆上的动点, 若四边形 $ABED$ 是等角线四边形, 写出四边形 $ABED$ 面积的最大值, 并说明理由.



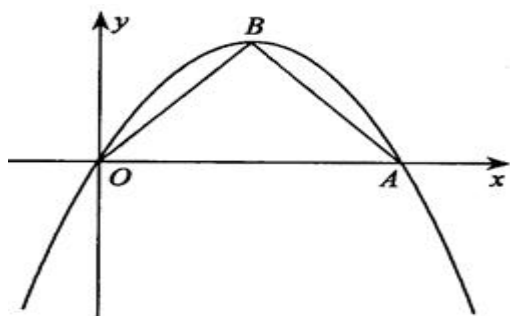
27. (10分)如图,在平面直角坐标系 xOy 中,已知二次函数 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx$ 的图像

过点 $A(4,0)$,顶点为 B , 连接 AB 、 BO .

(1)求二次函数的表达式;

(2)若 C 是 BO 的中点,点 Q 在线段 AB 上,设点 B 关于直线 CP 的对称点为 B' ,当 $\triangle OCB'$ 为等边三角形时,求 BQ 的长度;

(3)若点 D 在线段 BO 上, $OD=2BD$, 点 E 、 F 在 $\triangle OAB$ 的边上,且满足 $\triangle DOF$ 与 $\triangle DEF$ 全等,求点 E 的坐标.



28. (10 分)如图, 已知一次函数 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 的图像是直线 l , 设直线 l 分别与 y 轴、

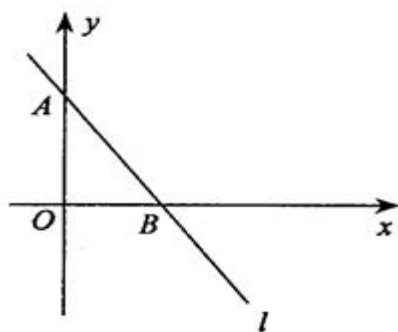
x 轴交于点 A 、 B .

(1)求线段 AB 的长度;

(2)设点 M 在射线 AB 上, 将点 M 绕点 A 按逆时针方向旋转 90° 到点 N , 以点 N 为圆心, NA 的长为半径作 $\odot N$.

①当 $\odot N$ 与 x 轴相切时, 求点 M 的坐标;

②在①的条件下, 设直线 AN 与 x 轴交于点 C , 与 $\odot N$ 的另一个交点为 D , 连接 MD 交 x 轴于点 E . 直线 m 过点 N 分别与 y 轴、直线 l 交于点 P 、 Q , 当 $\triangle APQ$ 与 $\triangle CDE$ 相似时, 求点 P 的坐标.



2017 年江苏省常州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题(每小题 3 分, 共 10 小题, 合计 30 分)

1. -2 的相反数是().

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. ± 2 D. 2

答案: D.

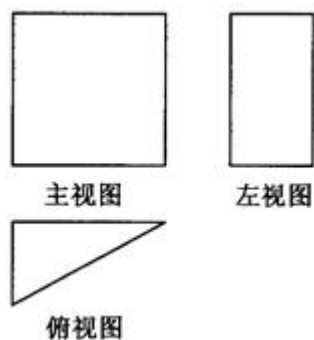
解析: 数 a 的相反数是 -a, 所以 -2 的相反数是 2, 故选 D.

2. 下列运算正确的是().

- A. $m \cdot m = 2m$ B. $(mn)^3 = mn^3$
C. $(m^2)^3 = m^6$ D. $m^6 \div a^3 = a^3$

答案: C.

解析: $m \cdot m = m^2$, $(mn)^3 = m^3n^3$, $(m^2)^3 = m^6$, $m^6 \div a^3 = a^4$, 故正确的是 C, 故选 C.



3. 右图是某个几何体的三视图, 则该几何体是().

- A. 圆锥 B. 三棱柱
C. 圆柱 D. 三棱锥

答案: B.

解析: 由三视图确定几何体, 从三视图可以确定此几何体为三棱柱, 故选 B.

4. 计算: $\frac{x-1}{x} + \frac{1}{x}$ 的结果是().

- A. $\frac{x+2}{x}$ B. $\frac{2}{x}$
C. $\frac{1}{2}$ D. 1

答案: D.

解析: 本题考查分式的加法, 同分母分式, 分子相加减, 原式 = $\frac{x-1+1}{x} = 1$, 故选 D.

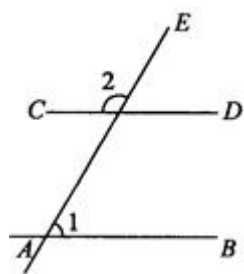
5.若 $3x > -3y$,则下列不等式中一定成立的是().

- A. $x+y > 0$ B. $x-y > 0$
C. $x+y < 0$ D. $x-y < 0$

答案: A.

解析: 不等式的两边都除以 3 得 $x > -y$,移项得 $x+y > 0$,故选 A.

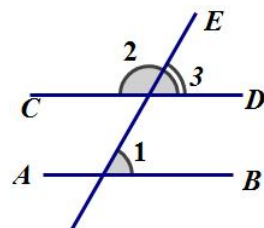
6.如图, 已知直线 AB、CD 被直线 AE 所截, $AB \parallel CD$, $\angle 1 = 60^\circ$,则 $\angle 2$ 的度数是().



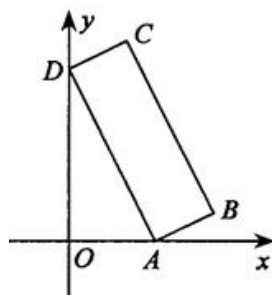
- A. 100° B. 110°
C. 120° D. 130°

答案: C.

解析: $\because AB \parallel CD$, $\angle 1 = 60^\circ$, $\therefore \angle 3 = \angle 1 = 60^\circ$,所以 $\angle 2 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$,故选 C



7.如图, 已知矩形 ABCD 的顶点 A、D 分别落在 x 轴、y 轴上, $OD=2OA=6$, AD:

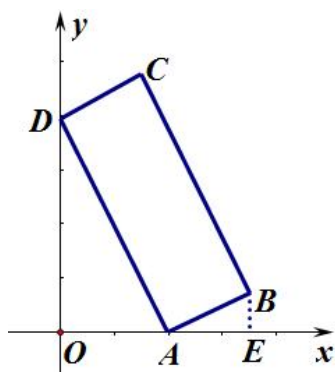


$AB=3:1$, 则点 C 的坐标是().

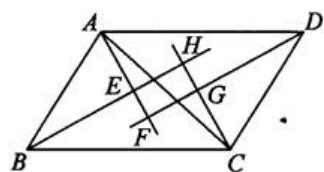
- A. (2,7) B. (3,7)
C. (3,8) D. (4,8)

答案: A.

解析: 作 $BE \perp x$ 轴于 E, 由题意知 $\triangle ABE \sim \triangle DAO$, 因为 $OD=2OA=6$,所以 $OA=3$,由勾股定理得 $AD=3\sqrt{5}$,因为 $AD:AB=3:1$,所以 $AB=\sqrt{5}$, 所以 $BE=1, AE=2$,由矩形的性质知, 将点 D 向上平移一个单位, 向右平移 2 个单位得到点 C, 所以点 C 的坐标为(2,7),故选 A.



8.如图, 已知□ABCD 的四个内角的平分线分别相交于点 E、F、G、H, 连接

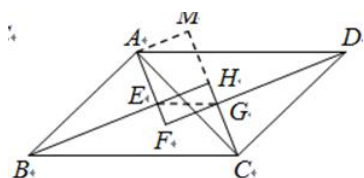


AC, 若 $EF=2, FG=GC=5$, 则 AC 的长是().

- A. 12 B. 13
C. $6\sqrt{5}$ D. $8\sqrt{3}$

答案: B.

解析: 作 $AM \perp CH$ 交 CH 的延长线于 H, 因为四条内角平分线围成的四边形 EFGH 为矩形, 所以



$AM=FG=5, MH=AE=CG=5$, 所以 $CM=12$, 由勾股定理得 $AC=13$, 故选 B.

二、填空题: (本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分)

9. 计算: $|-2|+(-2)^0=$ _____.

答案: 3.

解析: 正数的绝对值是它本身, 负数的绝对值是它的相反数, 0 的绝对值是 0, 非零数的零次方都等于 1, 依此规则原式 $=2+1=3$.

10. 若二次根式 $\sqrt{x-2}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

答案: $x \geq 2$.

解析: 二次根式有意义需要满足被开方数为非负数, 所以 $x-2 \geq 0$, 解得 $x \geq 2$.

11. 肥皂泡的泡壁厚度大约是 0.0007mm , 则数据 0.0007 用科学计数法表示为_____.

答案: 7×10^{-4} .

解析：用科学记数法表示较小的数， $0.0007=7\times 10^{-4}$.

12.分解因式： $ax^2-ay^2=$ _____.

答案： $a(x+y)(x-y)$.

解析：原式= $a(x^2-y^2)=a(x+y)(x-y)$.

13.已知 $x=1$ 是关于 x 的方程 $ax^2-2x+3=0$ 的一个根，则 $a=$ _____.

答案：-1.

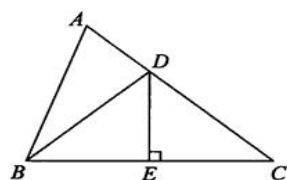
解析：将 $x=1$ 代入方程 $ax^2-2x+3=0$ 得 $a-2+3=0$,解得 $a=-1$.

14.已知圆锥的底面圆半径是 1,母线长是 3,则圆锥的侧面积是_____.

答案： 3π .

解析：圆锥的侧面积= $\frac{1}{2}\times$ 扇形半径 $\times$ 扇形弧长= $\frac{1}{2}\times l\times(2\pi r)=\pi rl=\pi\times 1\times 3=3\pi$. 设圆锥的母线长为 l , 设圆锥的底面半径为 r , 则展开后的扇形半径为 l , 弧长为圆锥底面周长 $(2\pi r)$. 我们已经知道, 扇形的面积公式为: $S=\frac{1}{2}\times$ 扇形半径 $\times$ 扇形弧长= $\frac{1}{2}\times l\times(2\pi r)=\pi rl$. 即圆锥的侧面积等于底面半径与母线和 π 的乘积. $\pi\times 1\times 3=3\pi$.

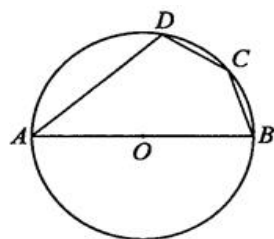
15. (2017 常州, 15, 2 分)如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, DE 是 BC 的垂直平分线, 垂足为 E , 交 AC 于点 D , 若 $AB=6, AC=9$, 则 $\triangle ABD$ 的周长是_____.



答案：15.

解析：因为 DE 垂直平分 BC , 所以 $DB=DC$, 所以 $\triangle ABD$ 的周长= $AD+AB+BD=AB+AD+CD=AB+AC=6+9=15$.

16.如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 C 为弧 BD 的中点.若 $\angle DAB = 40^\circ$, 则 $\angle ABC =$ _____ $^\circ$.



答案： 70° .

解析：连接 AC , OC , 因为 C 是弧 BD 的中点, $\angle DAB = 40^\circ$, 所以 $\angle CAB = 20^\circ$, 所以 $\angle COB$

X	...	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	5	0	-3	-4	-3	0	...

答案: $x > 4$ 或 $x < -2$.

函数的解析式为 $y = x^2 - 2x - 3$, 若 $y > 5$, 则 $x^2 - 2x - 3 > 5$, $x^2 - 2x - 8 > 0$, 解一元二次方程 $x^2 - 2x - 8 = 0$, 得 $x = 4$ 或 $x = -2$. 根据函数图象判断 $y - 5 > 0$ 成立的 x 的取值范围是 $x > 4$ 或 $x < -2$.

一点(B在A上方),在AB的右侧以AB为斜边作等腰直角三角形ABC,反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k>0)

解析: 设点 $A(4a, 2a), B(4a, 2b)$, 则 C 点的横坐标为 $4a + \frac{1}{2}(2b - 2a)$, C 点的坐标为 $(3a + b, a + b)$. 所

以 $4a \cdot 2b = (3a+b)(a+b)$, $(3a-b)(a-b)=0$, 解得: $a=b$ (舍去) 或 $b=3a$.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} (2b-2a) \cdot 4a = 8a^2 = 6, k = 4a \cdot 2b = 24a^2 = 18.$$

三、解答题：(本大题共 6 个小题，满分 60 分)

19.(6 分)先化简，再求值： $(x+2)(x-2)-x(x-1)$ ，其中 $x=-2$ 。

思路分析：先化简，再代入求值。

解：原式 $= x^2 - 4 - x^2 + x = x - 4$ ，当 $x = -2$ 时，原式 $= -2 - 4 = -6$ 。

20.(8 分)解方程和不等式组：

$$(1) \frac{2x-5}{x-2} = \frac{3x-3}{x-2} - 3$$

$$(2) \begin{cases} -2x \leq 6 \\ 4x+1 < 5 \end{cases}$$

思路分析：(1)解分式方程，检验方程的解是否为增根；

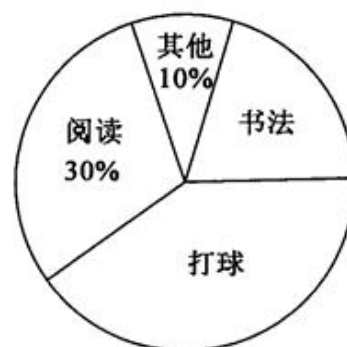
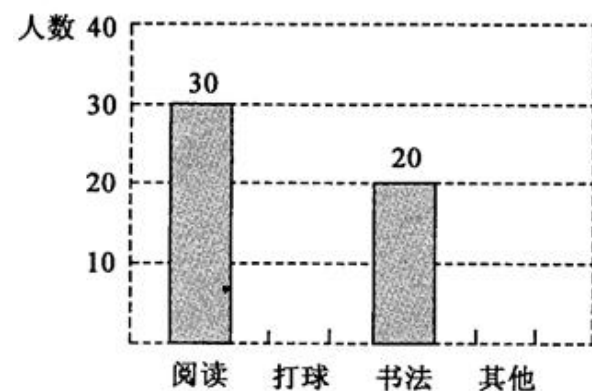
(2)分别解两个不等式再确定不等式组的解集。

解：(1)去分母得 $2x-5=3x-3-3(x-2)$ ，去括号移项合并同类项得， $2x=-8$ ，解得 $x=-4$ ，经检验 $x=-4$ 是原方程的根，所以原方程的根是 $x=-4$ ；

(2)解不等式①得 $x \geq -3$ ，解不等式②得 $x < 1$ ，所以不等式组的解集是 $-3 \leq x < 1$ 。

21.(8 分)为了解某校学生的课余兴趣爱好情况，某调查小组设计了“阅读”“打球”“书法”和“其他”四个选项，用随机抽样的方法调查了该校部分学生的课余兴趣爱好情况(每个学生必须选一项且只能选一项)，并根据调查结果绘制了如下统计图：

某校学生课余兴趣爱好抽样调查条形统计图 某校学生课余兴趣爱好抽样调查扇形统计图



根据统计图所提供的信息，解答下列问题：

(1)本次抽样调查中的样本容量是_____。

(2)补全条形统计图；

(3)该校共有 2000 名学生，请根据统计结果估计该校课余兴趣爱好为“打球”的学生人数。

思路分析：(1)利用爱好阅读的人数与占样本的百分比计算， $30 \div 30\% = 100$ ；

(2)其他 $100 \times 10\% = 10$ 人，打球 $100 - 30 - 20 - 10 = 40$ 人；

(3)利用样本中的数据估计总体数据。

解：(1)100；

(2)其他 10 人，打球 40 人；

(3) $2000 \times \frac{40}{100} = 800$ ，所以估计该校课余兴趣爱好为“打球”的学生人数为 800 人。

22.(8 分)一只不透明的袋子中装有 4 个大小、质地都相同的乒乓球，球面上分别标有数字 1、

2、3、4.

(1)搅匀后从中任意摸出 1 个球, 求摸出的乒乓球球面上数字为 1 的概率;

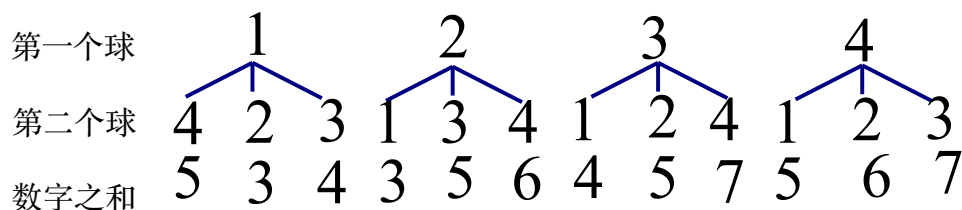
(2)搅匀后先从中任意摸出 1 个球(不放回), 再从余下的 3 个球中任意摸出 1 个球, 求 2 次摸出的乒乓球球面上数字之和为偶数的概率.

思路分析: (1)列举法求概率;

(2)画树状图法求概率.

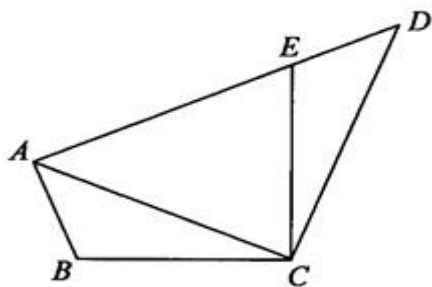
解: (1)从 4 个球中摸出一个球, 摸出的球面数字为 1 的概率是 $\frac{1}{4}$;

(2)用画树状图法求解, 画树状图如下:



从树状图分析两次摸球共出现 12 种可能情况, 其中两次摸出的乒乓球球面上数字之和为偶数的概率为: $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

23.(8 分)如图, 已知在四边形 ABCD 中, 点 E 在 AD 上, $\angle BCE = \angle ACD = 90^\circ$, $\angle BAC = \angle D$,



$BC = CE$.

(1)求证: $AC = CD$;

(2)若 $AC = AE$, 求 $\angle DEC$ 的度数.

思路分析: (1)证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$;

(2)由 $\angle EAC = 45^\circ$ 通过等腰三角形的性质求解.

解: (1)证明: $\because \angle BCE = \angle ACD = 90^\circ$, $\therefore \angle ACB = \angle DCE$,
又 $\because \angle BAC = \angle D$, $BC = CE$, $\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEC$, $\therefore AC = CD$.

(2) $\because \angle ACD = 90^\circ$, $AC = CD$, $\therefore \angle EAC = 45^\circ$,

$\because AE = AC \therefore \angle AEC = \angle ACE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 45^\circ) = 67.5^\circ$,

$\therefore \angle DEC = 180^\circ - 67.5^\circ = 112.5^\circ$.

24.(8 分)某校计划购买一批篮球和足球, 已知购买 2 个篮球和 1 个足球共需 320 元, 购买 3 个篮球和 2 个足球共需 540 元.

(1)求每个篮球和每个足球的售价;

(2)如果学校计划购买这两种共 50 个, 总费用不超过 5500 元, 那么最多可购买多少个足球?

思路分析: (1)根据等量关系列方程组求解;

(2)根据不等关系列不等式求解.

解: (1)解设每个篮球售价 x 元, 每个足球售价 y 元, 根据题意得:

$$\begin{cases} 2x + y = 320 \\ 3x + 2y = 540 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} x = 100 \\ y = 120 \end{cases}$$

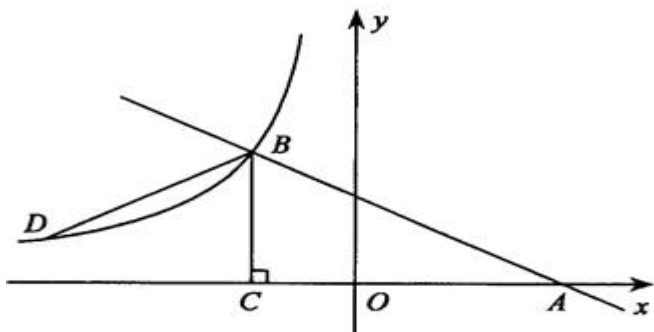
答: 每个篮球售价 100 元, 每个足球售价 120 元.

(2) 设学校最多可购买 a 个足球, 根据题意得

$100(50-a) + 120a \leq 5500$, 解得: $a \leq 25$. 答: 学校最多可购买 25 个足球.

25.(8 分) 如图, 已知一次函数 $y=kx+b$ 的图像与 x 轴交于点 A, 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ ($x<0$) 的

图像交于点 B(-2,n), 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴于点 C, 点 D(3-3n,1) 是该反比例函数图像上一点.



(1) 求 m 的值;

(2) 若 $\angle DBC = \angle ABC$, 求一次函数 $y=kx+b$ 的表达式.

思路分析: (1) 将点 B、D 坐标代入反比例函数解析式求解 m 的值;

(2) 先求 BD 的解析式, 再由线段垂直平分线的性质求得点 A 坐标, 最后求 AB 的解析式.

解: (1) 把 B(-2,n), D(3-3n,1) 代入反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 得,

$$\begin{cases} -2n = m \\ 3-3n = m \end{cases} \text{解得: } \begin{cases} m = -6 \\ n = 3 \end{cases}, \text{所以 } m \text{ 的值为 } -6.$$

(2) 由(1)知 B、D 两点坐标分别为 B(-2,3), D(-6,1),

$$\text{设 BD 的解析式为 } y=px+q, \text{ 所以 } \begin{cases} -2p+q=3 \\ -6p+q=1 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} p=\frac{1}{2} \\ q=4 \end{cases}$$

所以一次函数的解析式为 $y=\frac{1}{2}x+4$, 与 x 轴的交点为 E(-8,0)

延长 BD 交 x 轴于 E, $\because \angle DBC = \angle ABC$, $BC \perp AC$, $\therefore BC$ 垂直平分 AC,

$\therefore CE=6$, $\therefore$ 点 A(4,0), 将 A、B 点坐标代入 $y=kx+b$ 得

$$\begin{cases} -2k+b=3 \\ 4k+b=0 \end{cases}, \text{解得 } \begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ b=2 \end{cases}, \text{所以一次函数的表达式为 } y=-\frac{1}{2}x+2.$$

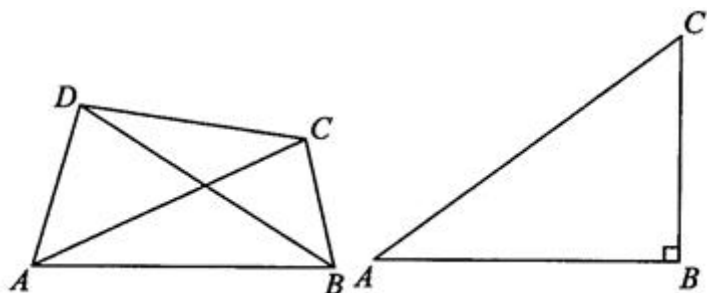
26.(10 分) 如图 1, 在四边形 ABCD 中, 如果对角线 AC 和 BD 相交并且相等, 那么我们把这样的四边形称为等角线四边形.

(1) ①在“平行四边形、矩形、菱形”中, ____一定是等角线四边形(填写图形名称);

②若 M、N、P、Q 分别是等角线四边形 ABCD 四边 AB、BC、CD、DA 的中点, 当对角线 AC、BD 还需要满足____时, 四边形 MNPQ 是正方形;

(2) 如图 2, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=4$, $BC=3$, D 为平面内一点.

- ② 若四边形 ABCD 是等角线四边形，且 $AD=BD$ ，则四边形 ABCD 的面积是_____；
- ② 设点 E 是以 C 为圆心，1 为半径的圆上的动点，若四边形 ABED 是等角线四边形，写出四边形 ABED 面积的最大值，并说明理由。



思路分析： (1)①矩形是对角线相等的四边形；

②四边形的中点四边形是平行四边形，等角线四边形的中点四边形是菱形，当对角线 AC、BD 互相垂直时四边形 MNPQ 是正方形；

(2)① 根据题意画出图形，根据图形分析确定 DF 垂直平分 AB，从而计算面积 $S_{ABED}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle BCD}$ ；

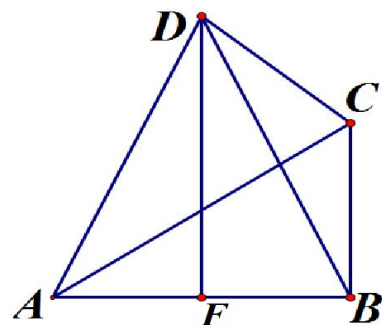
②如图四边形 ABED 面积的最大值时点 E 在直线 AC 上，点 D 是以 AE 为斜边的等腰直角三角形的直角顶点，进而求得四边形 ABED 面积的最大值。

解： (1)①矩形； ② $AC \perp BD$ ；

(2)① $\because \angle ABC=90^\circ$ ， $AB=4, BC=3$ ， $\therefore BD=AC=5$ ，作 $DF \perp AB$ 于 F， $\because AD=BD$ ， $\therefore DF$ 垂直平分 AB，

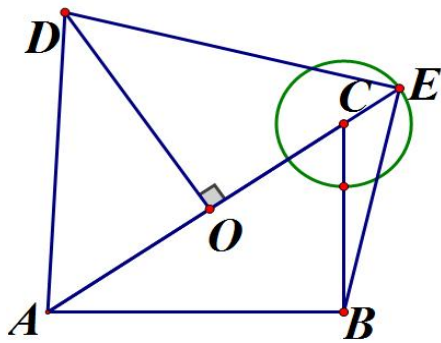
$\therefore BF=2$ ，由勾股定理得 $DF=\sqrt{21}$ ，

由题意知 $S_{ABED}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2} \times AB \times DF + \frac{1}{2} \times BC \times BF = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{21} + \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 2\sqrt{21} + 3$ ；



②如图四边形 ABED 面积的最大值时点 E 在直线 AC 上，点 D 是以 AE 为斜边的直角三角形的直角顶点，所以 $AE=6, DO=3$ ，在 $\triangle ABC$ 中，由面积公式得点 B 到 AC 的距离为 $\frac{12}{5}$ ，所

以四边形 ABED 面积的最大值 $= S_{\triangle AED} + S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 + \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{12}{5} = 16.2$ 。



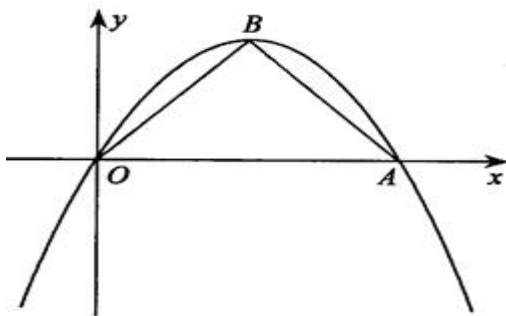
27.(10 分)如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知二次函数 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx$ 的图像过点 $A(4,0)$,

顶点为 B ，连接 AB 、 BO 。

(1)求二次函数的表达式；

(2)若 C 是 BO 的中点，点 Q 在线段 AB 上，设点 B 关于直线 CP 的对称点为 B' ，当 $\triangle OCB'$ 为等边三角形时，求 BQ 的长度；

(3)若点 D 在线段 BO 上， $OD=2BD$ ，点 E 、 F 在 $\triangle OAB$ 的边上，且满足 $\triangle DOF$ 与 $\triangle DEF$ 全等，求点 E 的坐标。



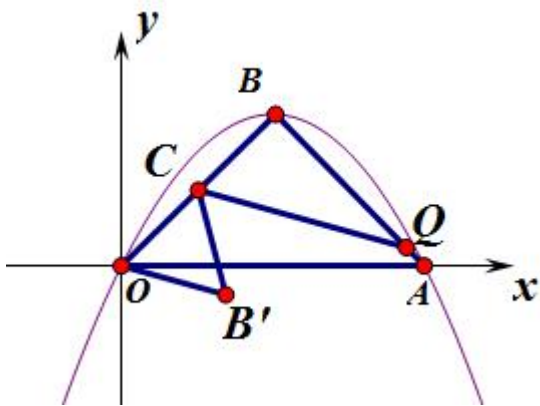
思路分析： (1)将 A 点坐标代入 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx$ 求得二次函数的表达式；

(2) 根据题意画出图形，根据图形分析，若 $\triangle OCB'$ 为等边三角形，则 $\angle OCB'=\angle QCB'=\angle QCB=60^\circ$ ，由 $\angle B=90^\circ$ ，根据特殊三角函数值求得 BQ 的长；

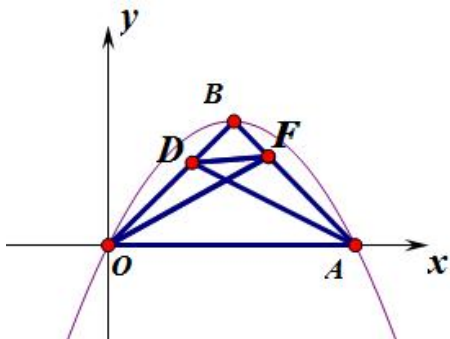
(3)按点 F 在 OB 上和点 B 在 OA 上进行讨论确定点 E 的位置，当点 F 在 BA 上，点 E 与点 A 重合时 $\triangle DOF$ 与 $\triangle DEF$ 全等；当 F 在 OA 上， $DE \parallel AB$ 时 $\triangle DOF$ 与 $\triangle DEF$ 全等，点 O 关于 DF 的对称点落在 AB 上时 $\triangle DOF$ 与 $\triangle DEF$ 全等。

解： (1)将 $A(4,0)$ 代入 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx$ 得， $-\frac{1}{2} \times 4^2+b \times 4=0$ ，解得 $b=2$ ，

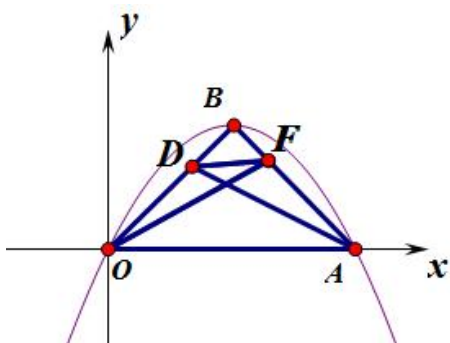
所以二次函数的表达式为 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x$ ；



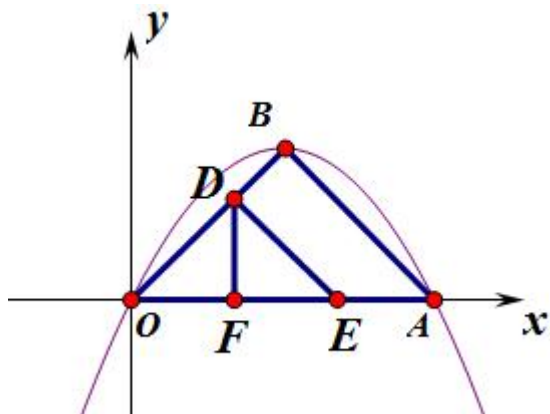
(2)根据题意画出图形, 二次函数 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$ 的顶点坐标为 $B(2,2)$, 与两坐标轴的交点坐标为 $O(0,0)$ 、 $A(4,0)$. 此时 $OB = 2\sqrt{2}$, $BC = \sqrt{2}$, 若 $\triangle OCB'$ 为等边三角形, 则 $\angle OCB' = \angle QCB' = \angle QCB = 60^\circ$, 因为 $\angle B = 90^\circ$, 所以 $\tan \angle QCB = QB:CB = \sqrt{3}$, 所以 $QB = \sqrt{6}$;



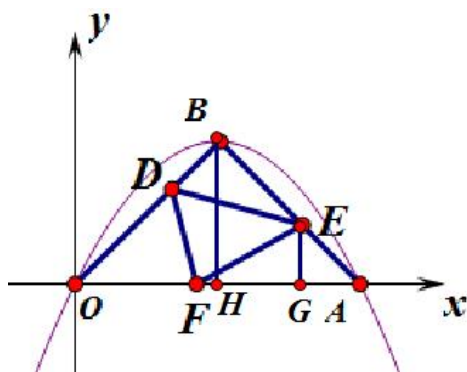
(3) ①当点 F 在 OB 上时, 如图, 当且仅当 $DE \parallel OA$, 即点 E 与点 A 重合时 $\triangle DOF \cong \triangle FED$, 此时点 E 的坐标为 $E(4,0)$;



②点 F 在 OA 时, 如图 $DF \perp OA$, 当 $OF = EF$ 时 $\triangle DOF \cong \triangle DEF$, 由于 $OD = 2BD$, 所以点 D 坐标为 $(\frac{4}{3}, \frac{4}{3})$, 点 F 坐标为 $(\frac{4}{3}, 0)$, 点 E 坐标为 $(\frac{8}{3}, 0)$;



点 F 在 OA 时, 如图, 点 O 关于 DF 的对称点落在 AB 上时, $\triangle DOF \cong \triangle DEF$, 此时 $OD = DE = 2BD = \frac{4}{3}\sqrt{2}$, $BE = \frac{2}{3}\sqrt{6}$, 作 $BH \perp OA$ 于 H, $EG \perp OA$ 于 G, 由相似三角形的性质求得 $HG = \frac{2}{3}\sqrt{3}$, 所以点 E 坐标为 $(2 + \frac{2}{3}\sqrt{3}, 2 - \frac{2}{3}\sqrt{3})$.



综上满足条件的点 E 的坐标为 $(4, 0)$ 、 $(\frac{8}{3}, 0)$ 、 $(2 + \frac{2}{3}\sqrt{3}, 2 - \frac{2}{3}\sqrt{3})$.

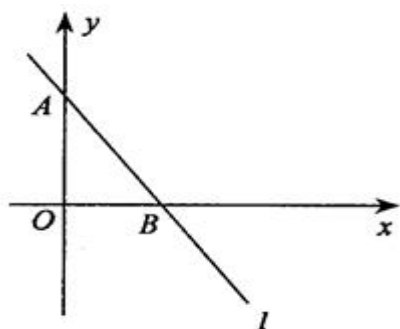
28.(10 分)如图, 已知一次函数 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 的图像是直线 l, 设直线 l 分别与 y 轴、x 轴交于点

A、B.

(1)求线段 AB 的长度;

(2)设点 M 在射线 AB 上, 将点 M 绕点 A 按逆时针方向旋转 90° 到点 N, 以点 N 为圆心, NA 的长为半径作 $\odot N$.

①当 $\odot N$ 与 x 轴相切时, 求点 M 的坐标; ②在①的条件下, 设直线 AN 与 x 轴交于点 C, 与 $\odot N$ 的另一个交点为 D, 连接 MD 交 x 轴于点 E. 直线 m 过点 N 分别与 y 轴、直线 l 交于点 P、Q, 当 $\triangle APQ$ 与 $\triangle CDE$ 相似时, 求点 P 的坐标.



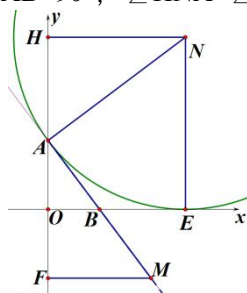
思路分析: (1) 求 A、B 两点坐标, 由勾股定理求得 AB 的长度;

(2)①根据题意画出图形, 根据 $\triangle AOB \sim \triangle NHA$, $\triangle HAN \cong \triangle FMA$ 计算出线段 FM 与 OF 的长;

②分点 P 位于 y 轴负半轴上和点 P 位于 y 轴正半轴上两种情况进行分析, 借助于相似三角形的对应线段比等于相似比列方程求得交点 Q 坐标, 再将点 Q 坐标代入 AB 及 NP 解析式求得交点 P 的坐标.

解: (1) 函数 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 中, 令 $x=0$ 得 $y=4$, 令 $y=0$ 得, $x=3$, 所以 $A(0,4), B(3,0)$. $AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

(2)①由图 1 知, 当 $\odot N$ 与 x 轴相切于点 E 时, 作 $NH \perp y$ 轴于 H, 则四边形 NHOE 为矩形, $HO=EN=AM=AN$, $\because \angle HAN + \angle OAB = 90^\circ$, $\angle HNA + \angle HAN = 90^\circ$, $\therefore \angle OAB = \angle HAN$, 因为



$AM \perp AN$, 所以 $\triangle AOB \sim \triangle NHA$,

图 1

$\therefore \frac{AH}{OB} = \frac{HN}{AO} = \frac{AN}{AB}$, 设 $AH=3x$, 则 $HN=4x, AN=NE=OH=5x$, $\because OH=OA+AH, \therefore 3x+4=5x$,

$\therefore x=2$,

$\therefore AH=6, HN=8, AN=AM=10$. $\because AM=AN$, $\angle OAB = \angle HAN$, $\therefore \text{Rt} \triangle HAN \cong \text{Rt} \triangle FMA$,

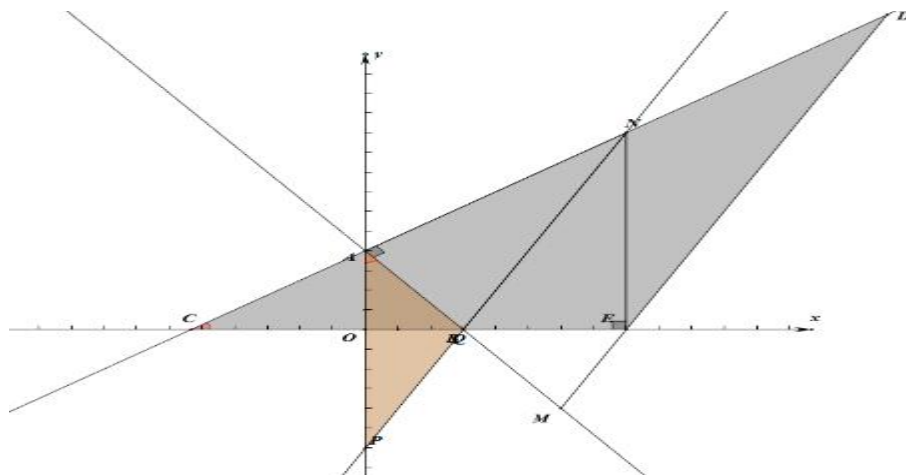
$\therefore FM=6, AF=8, OF=4$,

$\therefore M(6,-4)$.

②当点 P 位于 y 轴负半轴上时, 设直线 AN 的解析式为 $y=kx+b$, 将 $A(0,4), N(8,10)$ 代入得

$$\begin{cases} b = 4 \\ 8k + b = 10 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = 1 \\ b = \frac{3}{4} \end{cases}, \text{所以直线 AN 的解析式为 } y = \frac{3}{4}x + 4. \text{所以点 C 坐标为 } (-\frac{16}{3},$$

0), 过 D



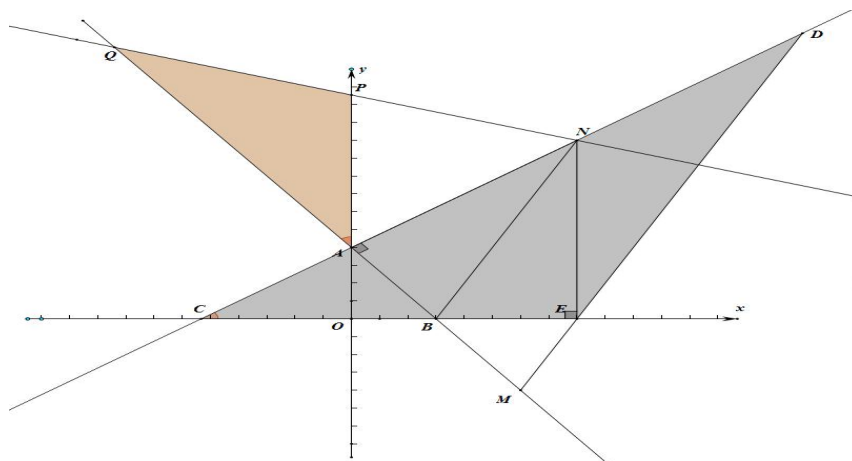
作 x 轴的垂线可得点 $D(16, 16)$. 设点 P 坐标为 $(0, -p)$, $N(8, 10)$ 则直线 NP 解析式为 $y = \frac{10+p}{8}x - p$,

作 $EF \perp CD$ 于 F , $CE = \frac{16}{3} + 8 = \frac{40}{3}$, $AC = \frac{20}{3}$, $CD = \frac{20}{3} + 20 = \frac{80}{3}$, 由相似三角形性质可得

$EF = 8$, $\triangle CDE \sim \triangle APQ$, 则 $\frac{4+p}{\frac{80}{3}} = \frac{\text{点}Q\text{横坐标绝对值}}{8}$, 解得点 Q 的横坐标绝对值为

$\frac{3(4+p)}{10}$, 将点 Q 横坐标绝对值代入 AB 及 NP 解析式得

$\frac{10+p}{8} \cdot \frac{3(4+p)}{10} - p = \frac{3(4+p)}{10} \cdot (-\frac{4}{3}) + 4$, 解得 $p_1 = -4$ (舍去), $p_2 = 6$, 所以 $P(0, -6)$.



当点 P 位于 y 轴正半轴上时, 设点 P 坐标为 $(0, 4+p)$, $N(8, 10)$, $D(16, 16)$ 则直线 NP 解析式

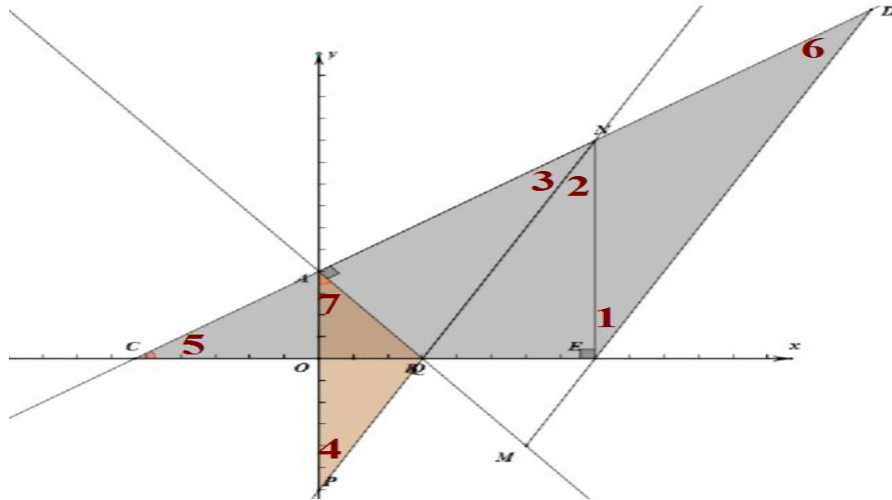
为 $y = \frac{6-p}{8}x + 4+p$, $\triangle CDE \sim \triangle AQP$, 则 $\frac{p}{\frac{40}{3}} = \frac{\text{点}Q\text{横坐标绝对值}}{16}$, 解得点 Q 的横坐标绝对

值为, 将点 Q 横坐标绝对值代入 AB 及 NP 解析式得 $\frac{6-p}{8} \cdot (-\frac{6p}{5}) + 4+p = (-\frac{6p}{5}) \cdot (-\frac{4}{3}) + 4$, 解得 $p = 10$, 所以 $P(0, 14)$.

法二: 把 $M(6, -4)$, $D(16, 16)$ 代入 $y = kx + b$ 得 $\begin{cases} 16k + b = 16 \\ 6k + b = -4 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k = 2 \\ b = -16 \end{cases}$, $\therefore$ 直线 MD

的解析式为 $y = 2x - 16$, 当 $x = 8$ 时, $y = 0$, 点 $E(8, 0)$ 在直线 DE 上.

①当 P 位于 y 轴负半轴上时, $\triangle CDE \sim \triangle APQ$, 则 $\angle 7 = \angle 5$, $\angle 4 = \angle 6$, $\therefore ND = NE = r$,
 $\therefore \angle 1 = \angle 6$, $\therefore OA \parallel NE$, $\therefore \angle 2 = \angle 4$, $\therefore \angle 2 = \angle 1$, $\therefore NP \parallel ND$, $\therefore \angle 3 = \angle 6$, $\therefore \angle 3 = \angle 4$,
 $\therefore AN = NP = 10$, $\therefore OA = 4$, $\therefore OP = 6$, $\therefore$ 点 P 坐标为 (0, -6)



②当 P 位于 y 轴正半轴上时, $\triangle CDE \sim \triangle AQP$, 则 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$, $\angle APQ = \angle CED$, $\therefore \angle 5 = \angle 6$,
 $\therefore ND = NE = r$, $\therefore \angle 4 = \angle 7$, $\angle 8 = \angle Q = 90^\circ$, $\angle 8 = \angle 9$, $\angle E = \angle Q \therefore \angle 9 + \angle 4 = 90^\circ$, $\therefore NQ \perp DE$,
 $\therefore \angle 9 = \angle 6$, $\therefore \angle 5 = \angle 8$, $\therefore AN = NP = 10$, $\therefore OA = 4$, $\therefore OP = 14$, $\therefore$ 点 P 坐标为 (0, 14)

