

2017 年江苏省南通市中考数学试卷

一、选择题 (每小题 3 分, 共 30 分)

1. (3 分) 在 0、2、-1、-2 这四个数中, 最小的数为 ()

A. 0 B. 2 C. -1 D. -2

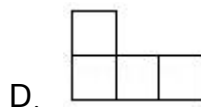
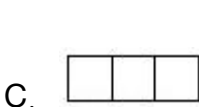
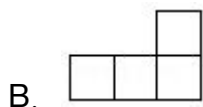
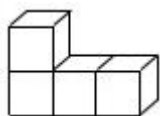
2. (3 分) 近两年, 中国倡导的“一带一路”为沿线国家创造了约 180000 个就业岗位, 将 180000 用科学记数法表示为 ()

A. 1.8×10^5 B. 1.8×10^4 C. 0.18×10^6 D. 18×10^4

3. (3 分) 下列计算, 正确的是 ()

A. $a^2 - a = a$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $a^9 \div a^3 = a^3$ D. $(a^3)^2 = a^6$

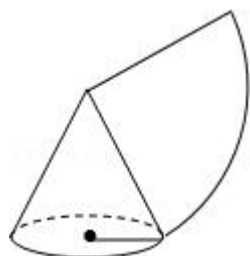
4. (3 分) 如图是由 4 个大小相同的正方体组合而成的几何体, 其左视图是 ()



5. (3 分) 在平面直角坐标系中, 点 $P(1, -2)$ 关于 x 轴的对称点的坐标是 ()

A. (1, 2) B. (-1, -2) C. (-1, 2) D. (-2, 1)

6. (3 分) 如图, 圆锥的底面半径为 2, 母线长为 6, 则侧面积为 ()



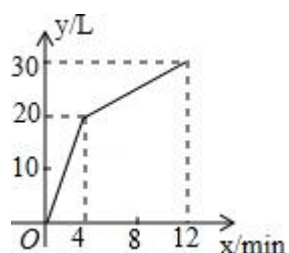
A. 4π B. 6π C. 12π D. 16π

7. (3 分) 一组数据: 1、2、2、3, 若添加一个数据 2, 则发生变化的统计量是

()

A. 平均数 B. 中位数 C. 众数 D. 方差

8. (3分) 一个有进水管和出水管的容器, 从某时刻开始 4min 内只进水不出水, 在随后的 8min 内即进水又出水, 每分钟的进水量和出水量是两个常数, 容器内的水量 y (L) 与时间 x (min) 之间的关系如图所示, 则每分钟的出水量为 ()



A. 5L B. 3.75L C. 2.5L D. 1.25L

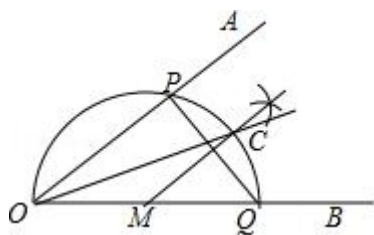
9. (3分) 已知 $\angle AOB$, 作图.

步骤 1: 在 OB 上任取一点 M , 以点 M 为圆心, MO 长为半径画半圆, 分别交 OA 、 OB 于点 P 、 Q ;

步骤 2: 过点 M 作 PQ 的垂线交 $\widehat{PQ}$ 于点 C ;

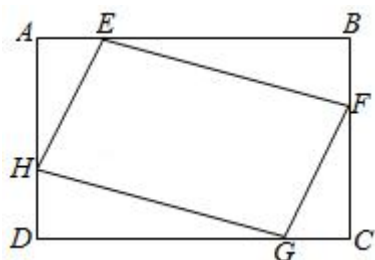
步骤 3: 画射线 OC .

则下列判断: ① $\widehat{PC} = \widehat{CQ}$; ② $MC \parallel OA$; ③ $OP = PQ$; ④ OC 平分 $\angle AOB$, 其中正确的个数为 ()



A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

10. (3分) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=10$, $BC=5$, 点 E , F , G , H 分别在矩形 $ABCD$ 各边上, 且 $AE=CG$, $BF=DH$, 则四边形 $EFGH$ 周长的最小值为 ()

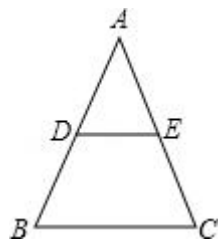


- A. $5\sqrt{5}$ B. $10\sqrt{5}$ C. $10\sqrt{3}$ D. $15\sqrt{3}$

二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

11. (3 分) 若 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围为_____.

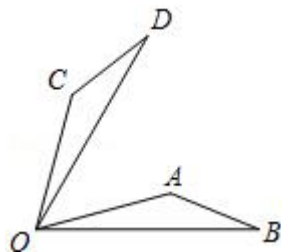
12. (3 分) 如图所示, DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线, $BC=8$, 则 $DE=$ _____.



13. (3 分) 四边形 $ABCD$ 内接于圆, 若 $\angle A=110^\circ$, 则 $\angle C=$ _____度.

14. (3 分) 若关于 x 的方程 $x^2 - 6x + c = 0$ 有两个相等的实数根, 则 c 的值为_____.

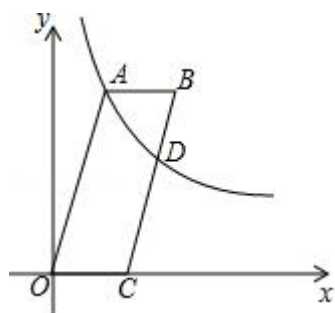
15. (3 分) 如图, 将 $\triangle AOB$ 绕点 O 按逆时针方向旋转 45° 后得到 $\triangle COD$, 若 $\angle AOB=15^\circ$, 则 $\angle AOD=$ _____度.



16. (3 分) 甲、乙二人做某种机械零件. 已知甲每小时比乙多做 4 个, 甲做 60 个所用的时间比乙做 40 个所用的时间相等, 则乙每小时所做零件的个数为_____.

17. (3分) 已知 $x=m$ 时, 多项式 x^2+2x+n^2 的值为 -1 , 则 $x=-m$ 时, 该多项式的值为_____.

18. (3分) 如图, 四边形 $OABC$ 是平行四边形, 点 C 在 x 轴上, 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象经过点 $A(5, 12)$, 且与边 BC 交于点 D . 若 $AB=BD$, 则点 D 的坐标为_____.



三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 96 分)

19. (10分) (1) 计算: $|-4| - (-2)^2 + \sqrt{9} - (\frac{1}{2})^0$

(2) 解不等式组 $\begin{cases} 3x - x \geq 2 \\ \frac{1+2x}{3} > x - 1 \end{cases}$

20. (8分) 先化简, 再求值: $(m+2 - \frac{5}{m-2}) \cdot \frac{2m-4}{3-m}$, 其中 $m = -\frac{1}{2}$

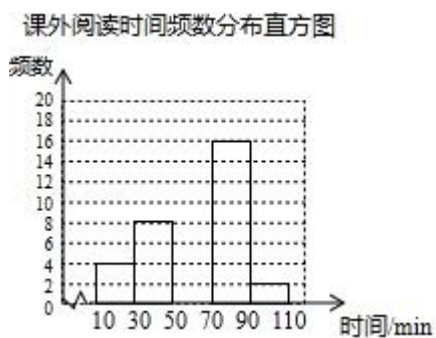
21. (9分) 某学校为了了解学生的课外阅读情况, 随机抽取了 50 名学生, 并统计他们平均每天的课外阅读时间 t (单位: min), 然后利用所得数据绘制成如下不完整的统计表.

课外阅读时间 t	频数	百分比
$10 \leq t < 30$	4	8%
$30 \leq t < 50$	8	16%
$50 \leq t < 70$	a	40%

$70 \leq t < 90$	16	b
$90 \leq t < 110$	2	4%
合计	50	100%

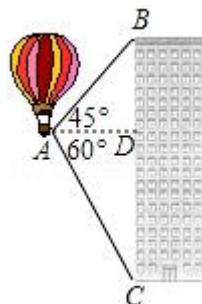
请根据图表中提供的信息回答下列问题:

- (1) $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) 将频数分布直方图补充完整;
- (3) 若全校有 900 名学生, 估计该校有多少学生平均每天的课外阅读时间不少于 50min?



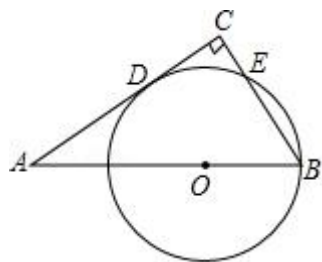
22. (8 分) 不透明袋子中装有 2 个红球, 1 个白球和 1 个黑球, 这些球除颜色外无其他差别, 随机摸出 1 个球不放回, 再随机摸出 1 个球, 求两次均摸到红球的概率.

23. (8 分) 热气球的探测器显示, 从热气球 A 看一栋楼顶部 B 的仰角 α 为 45° , 看这栋楼底部 C 的俯角 β 为 60° , 热气球与楼的水平距离为 100m, 求这栋楼的高度 (结果保留根号).



24. (8 分) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=3$, 点 O 在 AB 上, $OB=2$, 以

OB 为半径的 $\odot O$ 与 AC 相切于点 D, 交 BC 于点 E, 求弦 BE 的长.



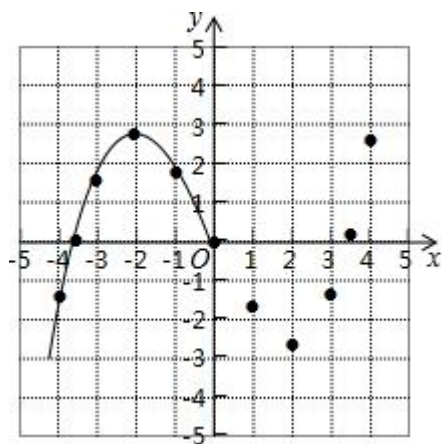
25. (9 分) 某学习小组在研究函数 $y = \frac{1}{6}x^3 - 2x$ 的图象与性质时, 已列表、描点并画出了图象的一部分.

x	...	-4	-3.5	-3	-2	-1	0	1	2	3		4	...
y	...	$-\frac{8}{3}$	$-\frac{7}{48}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{11}{6}$	0	$-\frac{11}{6}$	$-\frac{8}{3}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{7}{48}$	$\frac{8}{3}$	...

(1) 请补全函数图象;

(2) 方程 $\frac{1}{6}x^3 - 2x = -2$ 实数根的个数为_____;

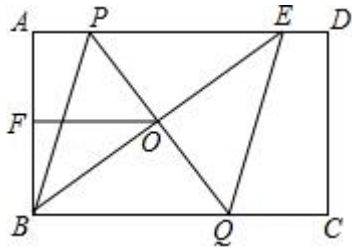
(3) 观察图象, 写出该函数的两条性质.



26. (10 分) 如图, 在矩形 ABCD 中, E 是 AD 上一点, PQ 垂直平分 BE, 分别交 AD、BE、BC 于点 P、O、Q, 连接 BP、EQ.

(1) 求证: 四边形 BPEQ 是菱形;

(2) 若 AB=6, F 为 AB 的中点, OF+OB=9, 求 PQ 的长.

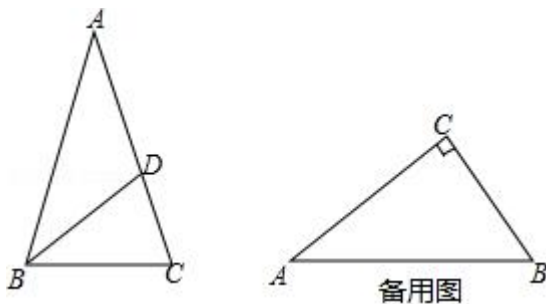


27. (13 分) 我们知道, 三角形的内心是三条角平分线的交点, 过三角形内心的一条直线与两边相交, 两交点之间的线段把这个三角形分成两个图形. 若有一个图形与原三角形相似, 则把这条线段叫做这个三角形的“内似线”.

(1) 等边三角形“内似线”的条数为_____;

(2) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D 在 AC 上, 且 $BD=BC=AD$, 求证: BD 是 $\triangle ABC$ 的“内似线”;

(3) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=4$, $BC=3$, E、F 分别在边 AC、BC 上, 且 EF 是 $\triangle ABC$ 的“内似线”, 求 EF 的长.

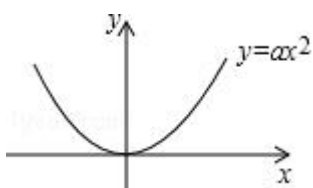


28. (13 分) 已知直线 $y=kx+b$ 与抛物线 $y=ax^2$ ($a>0$) 相交于 A、B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴正半轴相交于点 C, 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴, 垂足为 D.

(1) 若 $\angle AOB=60^\circ$, $AB \parallel x$ 轴, $AB=2$, 求 a 的值;

(2) 若 $\angle AOB=90^\circ$, 点 A 的横坐标为 -4, $AC=4BC$, 求点 B 的坐标;

(3) 延长 AD、BO 相交于点 E, 求证: $DE=CO$.



2017 年江苏省南通市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) (2017•南通) 在 0、2、-1、-2 这四个数中，最小的数为 ()

A. 0 B. 2 C. -1 D. -2

【考点】18: 有理数大小比较.

【分析】根据正数大于 0, 0 大于负数, 可得答案.

【解答】解: $\because$ 在 0、2、-1、-2 这四个数中只有 $-2 < -1 < 0$, $0 < 2$

$\therefore$ 在 0、2、-1、-2 这四个数中, 最小的数是 -2.

故选: D.

【点评】本题考查了实数大小比较, 任意两个实数都可以比较大小. 正实数都大于 0, 负实数都小于 0, 正实数大于一切负实数, 两个负实数绝对值大的反而小.

2. (3 分) (2017•南通) 近两年, 中国倡导的“一带一路”为沿线国家创造了约 180000 个就业岗位, 将 180000 用科学记数法表示为 ()

A. 1.8×10^5 B. 1.8×10^4 C. 0.18×10^6 D. 18×10^4

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 将 180000 用科学记数法表示为 1.8×10^5 ,

故选：A.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (3 分) (2017•南通) 下列计算, 正确的是 ()

A. $a^2 - a = a$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $a^9 \div a^3 = a^3$ D. $(a^3)^2 = a^6$

【考点】48: 同底数幂的除法; 35: 合并同类项; 46: 同底数幂的乘法; 47: 幂的乘方与积的乘方.

【分析】根据合并同类项、同底数幂的乘除法以及幂的乘方进行计算即可.

【解答】解: A、 $a^2 - a$, 不能合并, 故 A 错误;

B、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$, 故 B 错误;

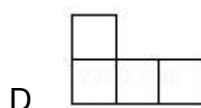
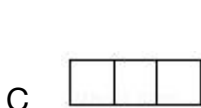
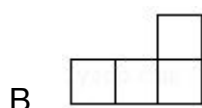
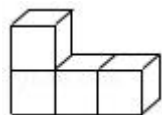
C、 $a^9 \div a^3 = a^6$, 故 C 错误;

D、 $(a^3)^2 = a^6$, 故 D 正确;

故选 D.

【点评】本题考查了合并同类项、同底数幂的乘除法以及幂的乘方, 掌握运算法则则是解题的关键.

4. (3 分) (2017•南通) 如图是由 4 个大小相同的正方体组合而成的几何体, 其左视图是 ()



【考点】U2: 简单组合体的三视图.

【分析】左视图是从左边看得出的图形, 结合所给图形及选项即可得出答案.

【解答】解：从左边看得到的是两个叠在一起的正方形.

故选 A.

【点评】此题考查了简单几何体的三视图，属于基础题，解答本题的关键是掌握左视图的观察位置.

5. (3 分) (2017•南通) 在平面直角坐标系中. 点 $P(1, -2)$ 关于 x 轴的对称点的坐标是 ()

A. $(1, 2)$ B. $(-1, -2)$ C. $(-1, 2)$ D. $(-2, 1)$

【考点】P5: 关于 x 轴、 y 轴对称的点的坐标.

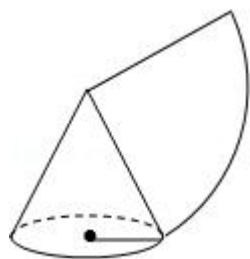
【分析】根据关于 x 轴对称点的坐标特点：横坐标不变，纵坐标互为相反数可得答案.

【解答】解：点 $P(1, -2)$ 关于 x 轴的对称点的坐标是 $(1, 2)$,

故选：A.

【点评】此题主要考查了关于 x 轴对称点的坐标，关键是掌握点的坐标的变化规律.

6. (3 分) (2017•南通) 如图，圆锥的底面半径为 2，母线长为 6，则侧面积为 ()



A. 4π B. 6π C. 12π D. 16π

【考点】MP: 圆锥的计算.

【分析】根据圆锥的底面半径为 2，母线长为 6，直接利用圆锥的侧面积公式求

出它的侧面积.

【解答】解：根据圆锥的侧面积公式： $\pi rl = \pi \times 2 \times 6 = 12\pi$,

故选 C.

【点评】本题主要考查了圆锥侧面积公式. 熟练地应用圆锥侧面积公式求出是解决问题的关键.

7. (3 分) (2017•南通) 一组数据：1、2、2、3，若添加一个数据 2，则发生变化的统计量是 ()

A. 平均数 B. 中位数 C. 众数 D. 方差

【考点】WA: 统计量的选择.

【分析】依据平均数、中位数、众数、方差的定义和公式求解即可.

【解答】解：A、原来数据的平均数是 2，添加数字 2 后平均数仍为 2，故 A 与要求不符；

B、原来数据的中位数是 2，添加数字 2 后中位数仍为 2，故 B 与要求不符；

C、原来数据的众数是 2，添加数字 2 后众数仍为 2，故 C 与要求不符；

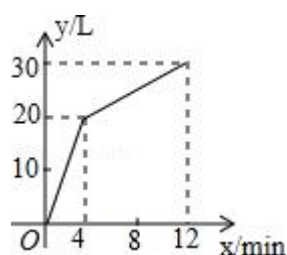
D、原来数据的方差 = $\frac{(1-2)^2 + 2 \times (2-2)^2 + (3-2)^2}{4} = \frac{1}{2}$,

添加数字 2 后的方差 = $\frac{(1-2)^2 + 3 \times (2-2)^2 + (3-2)^2}{5} = \frac{2}{5}$ 故方差发生了变化.

故选：D.

【点评】本题主要考查的是众数、中位数、方差、平均数，熟练掌握相关概念和公式是解题的关键.

8. (3 分) (2017•南通) 一个有进水管和出水管的容器，从某时刻开始 4min 内只进水不出水，在随后的 8min 内即进水又出水，每分钟的进水量和出水量是两个常数，容器内的水量 y (L) 与时间 x (min) 之间的关系如图所示，则每分钟的出水量为 ()



A. 5L B. 3.75L C. 2.5L D. 1.25L

【考点】E6: 函数的图象.

【分析】观察函数图象找出数据, 根据“每分钟进水量=总进水量 $\div$ 放水时间”算出每分钟的进水量, 再根据“每分钟的出水量=每分钟的进水量-每分钟增加的水量”即可算出结论.

【解答】解: 每分钟的进水量为: $20 \div 4 = 5$ (升),

每分钟的出水量为: $5 - (30 - 20) \div (12 - 4) = 3.75$ (升).

故选: B.

【点评】本题考查了函数图象, 解题的关键是根据函数图象找出数据结合数量关系列式计算.

9. (3分) (2017•南通) 已知 $\angle AOB$, 作图.

步骤 1: 在 OB 上任取一点 M, 以点 M 为圆心, MO 长为半径画半圆, 分别交 OA、OB 于点 P、Q;

步骤 2: 过点 M 作 PQ 的垂线交 $\widehat{PQ}$ 于点 C;

步骤 3: 画射线 OC.

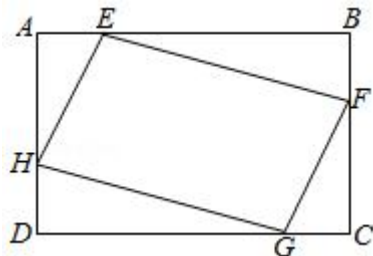
则下列判断: ① $\widehat{PC} = \widehat{CQ}$; ② $MC \parallel OA$; ③ $OP = PQ$; ④OC 平分 $\angle AOB$, 其中正确的个数为 ()

综上所述：正确的结论有①②④.

故选 C.

【点评】 本题考查了作图中的复杂作图、角平分线的定义、圆周角定理以及平行线的判定及性质，根据作图的过程逐一分析四条结论的正误是解题的关键.

10. (3 分) (2017•南通) 如图，矩形 ABCD 中，AB=10，BC=5，点 E，F，G，H 分别在矩形 ABCD 各边上，且 AE=CG，BF=DH，则四边形 EFGH 周长的最小值为 ()



A. $5\sqrt{5}$ B. $10\sqrt{5}$ C. $10\sqrt{3}$ D. $15\sqrt{3}$

【考点】 PA: 轴对称 – 最短路线问题; LB: 矩形的性质.

【分析】 作点 E 关于 BC 的对称点 E'，连接 E'G 交 BC 于点 F，此时四边形 EFGH 周长取最小值，过点 G 作 $GG' \perp AB$ 于点 G'，由对称结合矩形的性质可知： $E'G' = AB = 10$ 、 $GG' = AD = 5$ ，利用勾股定理即可求出 E'G 的长度，进而可得出四边形 EFGH 周长的最小值.

【解答】 解：作点 E 关于 BC 的对称点 E'，连接 E'G 交 BC 于点 F，此时四边形 EFGH 周长取最小值，过点 G 作 $GG' \perp AB$ 于点 G'，如图所示.

$$\because AE = CG, BE = BE',$$

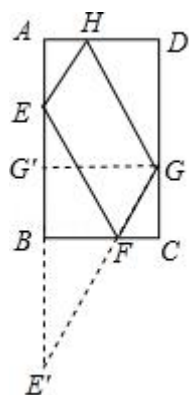
$$\therefore E'G' = AB = 10,$$

$$\because GG' = AD = 5,$$

$$\therefore E'G = \sqrt{E'G'^2 + GG'^2} = 5\sqrt{5},$$

$$\therefore C_{\text{四边形 EFGH}} = 2E'G = 10\sqrt{5}.$$

故选 B.



【点评】 本题考查了轴对称中的最短路线问题以及矩形的性质，找出四边形 EFGH 周长取最小值时点 E、F、G 之间为位置关系是解题的关键.

二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

11. (3 分) (2017•南通) 若 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围为 $x \geq 2$.

【考点】 72: 二次根式有意义的条件.

【分析】 根据二次根式有意义的条件可得 $x-2 \geq 0$, 再解即可.

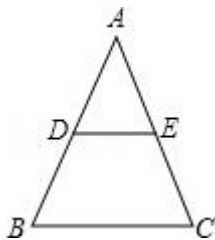
【解答】 解: 由题意得: $x-2 \geq 0$,

解得: $x \geq 2$,

故答案为: $x \geq 2$.

【点评】 此题主要考查了二次根式有意义的条件, 关键是掌握二次根式中的被开方数是非负数.

12. (3 分) (2017•南通) 如图所示, DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线, $BC=8$, 则 $DE=$ 4.



【考点】KX: 三角形中位线定理.

【分析】易得 DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 那么 DE 应等于 BC 长的一半.

【解答】解: 根据三角形的中位线定理, 得: $DE = \frac{1}{2}BC = 4$.

故答案为 4.

【点评】考查了三角形的中位线定理的数量关系: 三角形的中位线等于第三边的一半.

13. (3 分) (2017•南通) 四边形 ABCD 内接于圆, 若 $\angle A = 110^\circ$, 则 $\angle C =$ 70 度.

【考点】M6: 圆内接四边形的性质.

【分析】根据圆内接四边形的性质计算即可.

【解答】解: $\because$ 四边形 ABCD 内接于 $\odot O$,

$$\therefore \angle A + \angle C = 180^\circ,$$

$$\because \angle A = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 70^\circ,$$

故答案为: 70.

【点评】本题考查的是圆内接四边形的性质, 掌握圆内接四边形的对角互补是解题的关键.

14. (3 分) (2017•南通) 若关于 x 的方程 $x^2 - 6x + c = 0$ 有两个相等的实数根, 则 c 的值为 9.

【考点】AA：根的判别式.

【分析】根据判别式的意义得到 $\Delta = (-6)^2 - 4c = 0$ ，然后解关于 c 的一次方程即可.

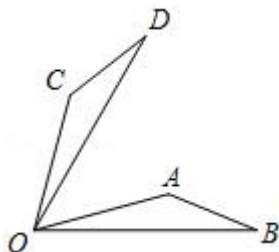
【解答】解：根据题意得 $\Delta = (-6)^2 - 4c = 0$,

解得 $c = 9$.

故答案为 9.

【点评】本题考查了根的判别式：一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系：当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根.

15. (3 分) (2017•南通) 如图，将 $\triangle AOB$ 绕点 O 按逆时针方向旋转 45° 后得到 $\triangle COD$ ，若 $\angle AOB = 15^\circ$ ，则 $\angle AOD =$ 30 度.



【考点】R2：旋转的性质.

【分析】根据旋转的性质可得 $\angle BOD$ ，再根据 $\angle AOD = \angle BOD - \angle AOB$ 计算即可得解.

【解答】解： $\because \triangle AOB$ 绕点 O 按逆时针方向旋转 45° 后得到 $\triangle COD$,

$$\therefore \angle BOD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD = \angle BOD - \angle AOB = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ.$$

故答案为：30.

【点评】本题考查了旋转的性质，主要利用了旋转角的概念，需熟记.

16. (3分) (2017•南通) 甲、乙二人做某种机械零件. 已知甲每小时比乙多做4个, 甲做60个所用的时间比乙做40个所用的时间相等, 则乙每小时所做零件的个数为 4.

【考点】B7: 分式方程的应用.

【分析】设乙每小时做 x 个, 则甲每小时做 $(x+4)$ 个, 甲做60个所用的时间为 $\frac{60}{x+4}$, 乙做40个所用的时间为 $\frac{40}{x}$; 根据甲做60个所用的时间比乙做40个所用的时间相等, 列方程求解

【解答】解: 设乙每小时做 x 个, 则甲每小时做 $(x+4)$ 个, 甲做60个所用的时间为 $\frac{60}{x+4}$, 乙做40个所用的时间为 $\frac{40}{x}$,

列方程为: $\frac{60}{x+4} = \frac{40}{x}$,

解得: $x=4$,

经检验: $x=4$ 是原分式方程的解, 且符合题意,

则 $x+4=8$.

答: 乙每小时做4个.

故答案是: 4.

【点评】本题考查了分式方程的应用, 解答本题的关键是读懂题意, 设出未知数, 找出合适的等量关系, 列方程求解, 注意检验.

17. (3分) (2017•南通) 已知 $x=m$ 时, 多项式 x^2+2x+n^2 的值为 -1 , 则 $x=-m$ 时, 该多项式的值为 $-1-4m$.

【考点】33: 代数式求值.

【分析】利用整体代入的思想即可解决问题.

【解答】解: $\because x=m$ 时, 多项式 x^2+2x+n^2 的值为 -1 ,

$$\therefore m^2 + 2m + n^2 = -1,$$

$$\therefore m^2 + n^2 = -1 - 2m$$

$$\therefore x = -m \text{ 时, 多项式 } x^2 + 2x + n^2 \text{ 的值为 } m^2 - 2m + n^2 = -1 - 4m,$$

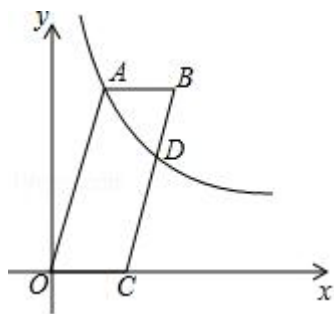
故答案为 $-1 - 4m$.

【点评】 本题考查代数式求值、学会整体代入的思想解决问题是解题的关键.

18. (3 分) (2017•南通) 如图, 四边形 OABC 是平行四边形, 点 C 在 x 轴上,

反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过点 A (5, 12), 且与边 BC 交于点 D. 若

AB=BD, 则点 D 的坐标为 $(8, \frac{15}{2})$.



【考点】 G6: 反比例函数图象上点的坐标特征; L5: 平行四边形的性质.

【分析】 先根据点 A (5, 12), 求得反比例函数的解析式为 $y = \frac{60}{x}$, 可设 D ($m, \frac{60}{m}$), BC 的解析式为 $y = \frac{12}{5}x + b$, 把 D ($m, \frac{60}{m}$) 代入, 可得 $b = \frac{60}{m} - \frac{12}{5}m$, 进而得到 BC 的解析式为 $y = \frac{12}{5}x + \frac{60}{m} - \frac{12}{5}m$, 据此可得 $OC = m - \frac{25}{m} = AB$, 过 D 作 $DE \perp AB$ 于 E, 过 A 作 $AF \perp OC$ 于 F, 根据 $\triangle DEB \sim \triangle AFO$, 可得 $DB = 13 - \frac{65}{m}$, 最后根据 $AB = BD$, 得到方程 $m - \frac{25}{m} = 13 - \frac{65}{m}$, 进而求得 D 的坐标.

【解答】 解: $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过点 A (5, 12),

$$\therefore k = 12 \times 5 = 60,$$

∴反比例函数的解析式为 $y=\frac{60}{x}$,

设 D $(m, \frac{60}{m})$,

由题可得 OA 的解析式为 $y=\frac{12}{5}x$, AO//BC,

∴可设 BC 的解析式为 $y=\frac{12}{5}x+b$,

把 D $(m, \frac{60}{m})$ 代入, 可得 $\frac{12}{5}m+b=\frac{60}{m}$,

∴ $b=\frac{60}{m}-\frac{12}{5}m$,

∴BC 的解析式为 $y=\frac{12}{5}x+\frac{60}{m}-\frac{12}{5}m$,

令 $y=0$, 则 $x=m-\frac{25}{m}$, 即 $OC=m-\frac{25}{m}$,

∴平行四边形 ABCO 中, $AB=m-\frac{25}{m}$,

如图所示, 过 D 作 $DE \perp AB$ 于 E, 过 A 作 $AF \perp OC$ 于 F, 则 $\triangle DEB \sim \triangle AFO$,

∴ $\frac{DB}{DE} = \frac{AO}{AF}$, 而 $AF=12$, $DE=12-\frac{60}{m}$, $OA=\sqrt{5^2+12^2}=13$,

∴ $DB=13-\frac{65}{m}$,

∴ $AB=DB$,

∴ $m-\frac{25}{m}=13-\frac{65}{m}$,

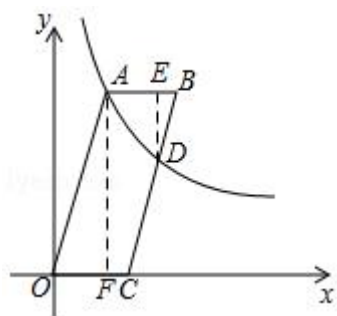
解得 $m_1=5$, $m_2=8$,

又 ∵ D 在 A 的右侧, 即 $m > 5$,

∴ $m=8$,

∴ D 的坐标为 $(8, \frac{15}{2})$.

故答案为: $(8, \frac{15}{2})$.



【点评】本题主要考查了反比例函数图象上点的坐标特征以及平行四边形的性质的运用，解决问题的关键是作辅助线构造相似三角形，依据平行四边形的对边相等以及相似三角形的对应边成比例进行计算，解题时注意方程思想的运用.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 96 分)

19. (10 分) (2017·南通) (1) 计算: $|-4| - (-2)^2 + \sqrt{9} - \left(\frac{1}{2}\right)^0$

(2) 解不等式组 $\begin{cases} 3x - x \geq 2 \\ \frac{1+2x}{3} > x - 1 \end{cases}$

【考点】CB: 解一元一次不等式组; 2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂.

【分析】(1) 原式第一项利用绝对值的代数意义化简, 第二项利用乘方的意义计算, 第三项化为最简二次根式, 最后一项利用零指数幂法则计算, 即可得到结果.

(2) 先求出两个不等式的解集, 再求其公共解.

【解答】解: (1) 原式 $= 4 - 4 + 3 - 1 = 2$;

$$(2) \begin{cases} 2x - x \geq 2 \text{ ①} \\ \frac{1+2x}{3} > x - 1 \text{ ②} \end{cases}$$

解不等式①得, $x \geq 2$,

解不等式②得, $x < 4$,

所以不等式组的解集是 $2 \leq x < 4$.

【点评】本题主要考查了一元一次不等式组解集的求法, 其简便求法就是用口诀求解. 求不等式组解集的口诀: 同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小找不到 (无解). 也考查了实数的运算.

20. (8 分) (2017•南通) 先化简, 再求值: $(m+2 - \frac{5}{m-2}) \cdot \frac{2m-4}{3-m}$, 其中 $m = -\frac{1}{2}$.

【考点】6D: 分式的化简求值.

【分析】此题的运算顺序: 先括号里, 经过通分, 再约分化为最简, 最后代值计算.

【解答】解: $(m+2 - \frac{5}{m-2}) \cdot \frac{2m-4}{3-m}$,

$$= \frac{m^2-4-5}{m-2} \cdot \frac{2(m-2)}{3-m},$$

$$= -\frac{(m+3)(m-3)}{m-2} \cdot \frac{2(m-2)}{m-3},$$

$$= -2(m+3).$$

把 $m = -\frac{1}{2}$ 代入, 得

$$\text{原式} = -2 \times (-\frac{1}{2} + 3) = -5.$$

【点评】本题考查了分式的化简求值. 分式混合运算要注意先去括号; 分子、分母能因式分解的先因式分解.

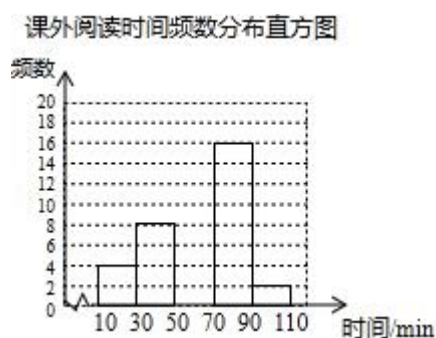
21. (9 分) (2017•南通) 某学校为了解学生的课外阅读情况, 随机抽取了 50 名学生, 并统计他们平均每天的课外阅读时间 t (单位: min), 然后利用所得数据绘制成如下不完整的统计表.

课外阅读时间 t	频数	百分比
$10 \leq t < 30$	4	8%
$30 \leq t < 50$	8	16%
$50 \leq t < 70$	a	40%

$70 \leq t < 90$	16	b
$90 \leq t < 110$	2	4%
合计	50	100%

请根据图表中提供的信息回答下列问题:

- (1) $a = \underline{20}$, $b = \underline{32\%}$;
- (2) 将频数分布直方图补充完整;
- (3) 若全校有 900 名学生, 估计该校有多少学生平均每天的课外阅读时间不少于 50min?



【考点】V8: 频数 (率) 分布直方图; V5: 用样本估计总体; V7: 频数 (率)

分布表; W2: 加权平均数.

【分析】(1) 利用百分比 $= \frac{\text{所占人数}}{\text{总人数}}$, 计算即可;

(2) 根据 b 的值计算即可;

(3) 用一般估计总体的思想思考问题即可;

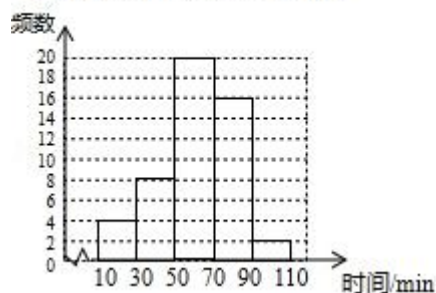
【解答】解: (1) $\because$ 总人数=50 人,

$$\therefore a = 50 \times 40\% = 20, \quad b = \frac{16}{50} \times 100\% = 32\%,$$

故答案为 20, 32%.

(2) 频数分布直方图, 如图所示.

课外阅读时间频数分布直方图



$$(3) 900 \times \frac{20+16+2}{50} = 648,$$

答：估计该校有 648 名学生平均每天的课外阅读时间不少于 50min.

【点评】 本题考查表示频数分布直方图、频数分布表、总体、个体、百分比之间的关系等知识，解题的关键是记住基本概念，属于中考常考题型.

22. (8 分) (2017·南通) 不透明袋子中装有 2 个红球，1 个白球和 1 个黑球，这些球除颜色外无其他差别，随机摸出 1 个球不放回，再随机摸出 1 个球，求两次均摸到红球的概率.

【考点】 X6: 列表法与树状图法.

【分析】 利用树状图得出所有符合题意的情况，进而理概率公式求出即可.

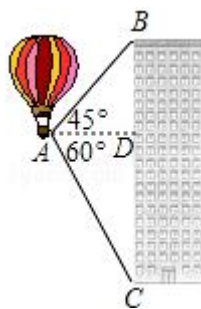
【解答】 解：如图所示：



所有的可能有 12 种，符合题意的有 2 种，故两次均摸到红球的概率为： $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

【点评】 此题主要考查了树状图法求概率，根据题意利用树状图得出所有情况是解题关键.

23. (8 分) (2017·南通) 热气球的探测器显示，从热气球 A 看一栋楼顶部 B 的仰角 α 为 45° ，看这栋楼底部 C 的俯角 β 为 60° ，热气球与楼的水平距离为 100m，求这栋楼的高度 (结果保留根号).



【考点】TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】根据正切的概念分别求出 BD、DC，计算即可.

【解答】解：在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中， $\angle BAD=45^\circ$ ，

$$\therefore BD=AD=100\text{m},$$

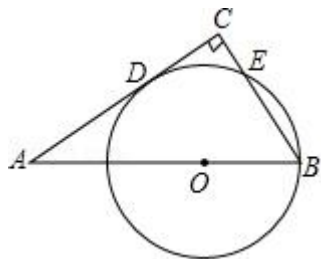
在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中， $CD=AD \times \tan \angle DAC=100\sqrt{3}\text{m}$

$$\therefore BC= (100+100\sqrt{3}) \text{ m},$$

答：这栋楼的高度为 $(100+100\sqrt{3}) \text{ m}$.

【点评】本题考查的是解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题，掌握仰角俯角的概念、熟记锐角三角函数的定义是解题的关键.

24. (8 分) (2017•南通) 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $BC=3$ ，点 O 在 AB 上， $OB=2$ ，以 OB 为半径的 $\odot O$ 与 AC 相切于点 D，交 BC 于点 E，求弦 BE 的长.



【考点】MC: 切线的性质; KQ: 勾股定理.

【分析】连接 OD，首先证明四边形 OECD 是矩形，从而得到 BE 的长，然后利用垂径定理求得 BF 的长即可.

【解答】解：连接 OD，作 OE ⊥ BF 于点 E.

$$\therefore BE = \frac{1}{2}BF,$$

$\therefore AC$ 是圆的切线，

$$\therefore OD \perp AC,$$

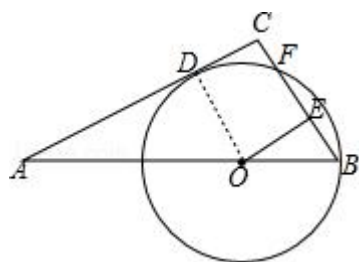
$$\therefore \angle ODC = \angle C = \angle OFC = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 ODCF 是矩形，

$$\therefore OD = OB = EC = 2, BC = 3,$$

$$\therefore BE = BC - EC = BC - OD = 3 - 2 = 1,$$

$$\therefore BF = 2BE = 2.$$



【点评】本题考查了切线的性质、勾股定理及垂径定理的知识，解题的关键是能够利用切线的性质构造矩形，难度不大.

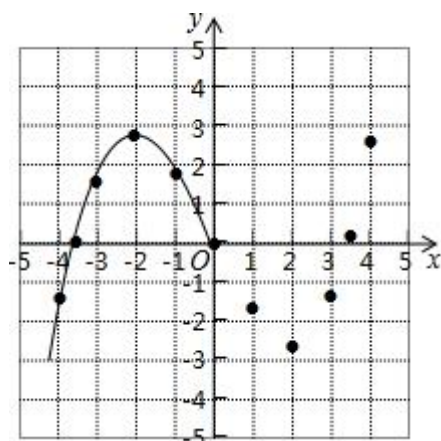
25. (9 分) (2017•南通) 某学习小组在研究函数 $y = \frac{1}{6}x^3 - 2x$ 的图象与性质时，已列表、描点并画出了图象的一部分.

x	...	-4	-3.5	-3	-2	-1	0	1	2	3		4	...
											3.5		
y	...	$-\frac{8}{3}$	$-\frac{7}{48}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{11}{6}$	0	$-\frac{11}{6}$	$-\frac{8}{3}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{7}{48}$	$\frac{8}{3}$	...

(1) 请补全函数图象；

(2) 方程 $\frac{1}{6}x^3 - 2x = -2$ 实数根的个数为 3；

(3) 观察图象，写出该函数的两条性质.



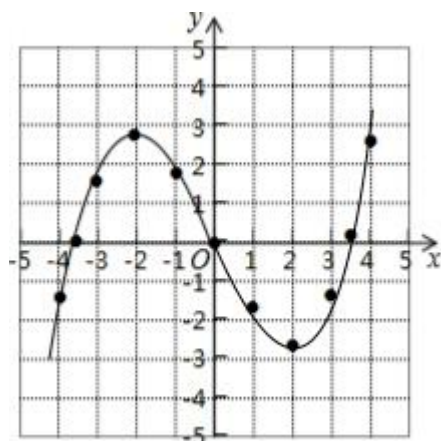
【考点】 H3: 二次函数的性质; H2: 二次函数的图象; HB: 图象法求一元二次方程的近似根.

【分析】 (1) 用光滑的曲线连接即可得出结论;

(2) 根据函数 $y = \frac{1}{6}x^3 - 2x$ 和直线 $y = -2$ 的交点的个数即可得出结论;

(3) 根据函数图象即可得出结论.

【解答】 解: (1) 补全函数图象如图所示,



(2) 如图 1,

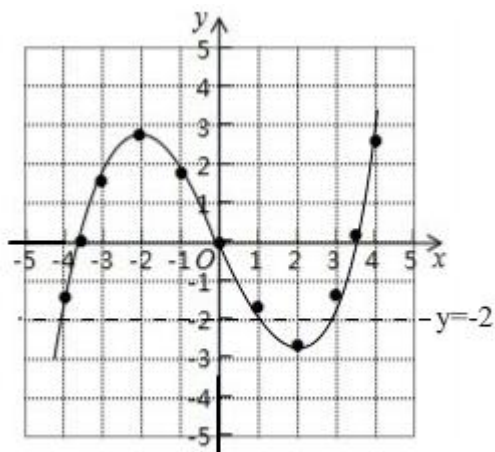


图1

作出直线 $y = -2$ 的图象,

由图象知, 函数 $y = \frac{1}{6}x^3 - 2x$ 的图象和直线 $y = -2$ 有三个交点,

$\therefore$ 方程 $\frac{1}{6}x^3 - 2x = -2$ 实数根的个数为 3,

故答案为 3;

(3) 由图象知,

- 1、此函数在实数范围内既没有最大值, 也没有最小值,
- 2、此函数在 $x < -2$ 和 $x > 2$, y 随 x 的增大而增大,
- 3、此函数图象过原点,
- 4、此函数图象关于原点对称.

【点评】 此题主要考查了函数图象的画法, 利用函数图象确定方程解的个数的方法, 解本题的关键是补全函数图象.

26. (10 分) (2017•南通) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 是 AD 上一点, PQ 垂直平分 BE , 分别交 AD 、 BE 、 BC 于点 P 、 O 、 Q , 连接 BP 、 EQ .

(1) 求证: 四边形 $BPEQ$ 是菱形;

(2) 若 $AB=6$, F 为 AB 的中点, $OF+OB=9$, 求 PQ 的长.

又 $\because AD \parallel BC$,

$\therefore$ 四边形 BPEQ 是平行四边形,

又 $\because QB=QE$,

$\therefore$ 四边形 BPEQ 是菱形;

(2) 解: $\because O, F$ 分别为 PQ, AB 的中点,

$\therefore AE+BE=2OF+2OB=18$,

设 $AE=x$, 则 $BE=18-x$,

在 $Rt\triangle ABE$ 中, $6^2+x^2=(18-x)^2$,

解得 $x=8$,

$BE=18-x=10$,

$\therefore OB=\frac{1}{2}BE=5$,

设 $PE=y$, 则 $AP=8-y$, $BP=PE=y$,

在 $Rt\triangle ABP$ 中, $6^2+(8-y)^2=y^2$, 解得 $y=\frac{25}{4}$,

在 $Rt\triangle BOP$ 中, $PO=\sqrt{(\frac{25}{4})^2-5^2}=\frac{15}{4}$,

$\therefore PQ=2PO=\frac{15}{2}$.

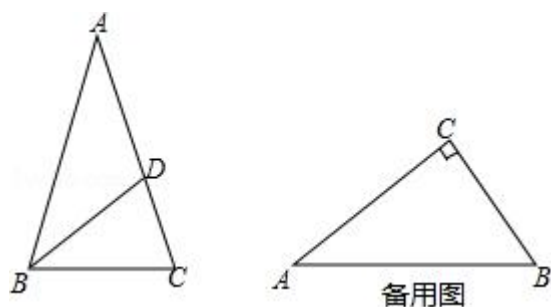
【点评】 本题考查了菱形的判定与性质、矩形的性质、平行四边形的判定与性质、线段垂直平分线的性质、勾股定理等知识; 本题综合性强, 有一定难度.

27. (13 分) (2017·南通) 我们知道, 三角形的内心是三条角平分线的交点, 过三角形内心的一条直线与两边相交, 两交点之间的线段把这个三角形分成两个图形. 若有一个图形与原三角形相似, 则把这条线段叫做这个三角形的“内似线”.

(1) 等边三角形“内似线”的条数为 3;

(2) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D 在 AC 上, 且 $BD=BC=AD$, 求证: BD 是 $\triangle ABC$ 的“内似线”;

(3) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=4$, $BC=3$, E 、 F 分别在边 AC 、 BC 上, 且 EF 是 $\triangle ABC$ 的“内似线”, 求 EF 的长.



【考点】SO: 相似形综合题.

【分析】(1) 过等边三角形的内心分别作三边的平行线, 即可得出答案;

(2) 由等腰三角形的性质得出 $\angle ABC = \angle C = \angle BDC$, 证出 $\triangle BCD \sim \triangle ABC$ 即可;

(3) 分两种情况: ①当 $\frac{CE}{CF} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{3}$ 时, $EF \parallel AB$, 由勾股定理求出 $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 5$, 作 $DN \perp BC$ 于 N , 则 $DN \parallel AC$, DN 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的内切圆半径, 求出 $DN = \frac{1}{2}(AC + BC - AB) = 1$, 由角平分线定理得出 $\frac{DE}{DF} = \frac{CE}{CF} = \frac{4}{3}$, 求出 $CE = \frac{7}{3}$, 证明 $\triangle CEF \sim \triangle CAB$, 得出对应边成比例求出 $EF = \frac{35}{12}$;
②当 $\frac{CF}{CE} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{3}$ 时, 同理得: $EF = \frac{35}{12}$ 即可.

【解答】(1) 解: 等边三角形“内似线”的条数为 3 条; 理由如下:

过等边三角形的内心分别作三边的平行线, 如图 1 所示:

则 $\triangle AMN \sim \triangle ABC$, $\triangle CEF \sim \triangle CBA$, $\triangle BGH \sim \triangle BAC$,

$\therefore MN$ 、 EF 、 GH 是等边三角形 ABC 的“内似线”;

故答案为: 3;

(2) 证明: $\because AB=AC, BD=BC,$

$$\therefore \angle ABC = \angle C = \angle BDC,$$

$$\therefore \triangle BCD \sim \triangle ABC,$$

$\therefore BD$ 是 $\triangle ABC$ 的“内似线”;

(3) 解: 设 D 是 $\triangle ABC$ 的内心, 连接 CD ,

则 CD 平分 $\angle ACB$,

$\therefore EF$ 是 $\triangle ABC$ 的“内似线”,

$\therefore \triangle CEF$ 与 $\triangle ABC$ 相似;

分两种情况: ①当 $\frac{CE}{CF} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{3}$ 时, $EF \parallel AB$,

$$\because \angle ACB = 90^\circ, AC=4, BC=3,$$

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 5,$$

作 $DN \perp BC$ 于 N , 如图 2 所示:

则 $DN \parallel AC$, DN 是 $Rt\triangle ABC$ 的内切圆半径,

$$\therefore DN = \frac{1}{2} (AC + BC - AB) = 1,$$

$\therefore CD$ 平分 $\angle ACB$,

$$\therefore \frac{DE}{DF} = \frac{CE}{CF} = \frac{4}{3}$$

$\therefore DN \parallel AC$,

$$\therefore \frac{DN}{CE} = \frac{DF}{EF} = \frac{3}{7} \quad \text{即} \quad \frac{1}{CE} = \frac{3}{7}$$

$$\therefore CE = \frac{7}{3},$$

$\therefore EF \parallel AB$,

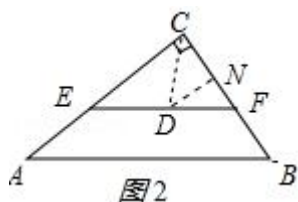
$$\therefore \triangle CEF \sim \triangle CAB,$$

$$\therefore \frac{EF}{AB} = \frac{CE}{AC}, \text{ 即 } \frac{EF}{5} = \frac{\frac{7}{3}}{4},$$

$$\text{解得: } EF = \frac{35}{12};$$

$$\textcircled{2} \text{ 当 } \frac{CF}{CE} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{3} \text{ 时, 同理得: } EF = \frac{35}{12};$$

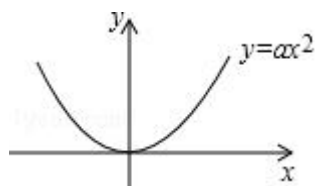
综上所述, EF 的长为 $\frac{35}{12}$.



【点评】 本题是相似形综合题目, 考查了相似三角形的判定与性质、三角形的内心、勾股定理、直角三角形的内切圆半径等知识; 本题综合性强, 有一定难度.

28. (13 分) (2017·南通) 已知直线 $y=kx+b$ 与抛物线 $y=ax^2$ ($a>0$) 相交于 A、B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴正半轴相交于点 C, 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴, 垂足为 D.

- (1) 若 $\angle AOB=60^\circ$, $AB \parallel x$ 轴, $AB=2$, 求 a 的值;
- (2) 若 $\angle AOB=90^\circ$, 点 A 的横坐标为 -4, $AC=4BC$, 求点 B 的坐标;
- (3) 延长 AD、BO 相交于点 E, 求证: $DE=CO$.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】(1) 如图 1，由条件可知 $\triangle AOB$ 为等边三角形，则可求得 OA 的长，在 $Rt\triangle AOD$ 中可求得 AD 和 OD 的长，可求得 A 点坐标，代入抛物线解析式可得 a 的值；

(2) 如图 2，作辅助线，构建平行线和相似三角形，根据 $CF \parallel BG$ ，由 A 的横坐标为 -4 ，得 B 的横坐标为 1 ，所以 $A(-4, 16a)$ ， $B(1, a)$ ，证明 $\triangle ADO \sim \triangle OEB$ ，则 $\frac{AD}{OE} = \frac{OD}{BE}$ ，得 a 的值及 B 的坐标；

(3) 如图 3，设 $AC=nBC$ 由 (2) 同理可知： A 的横坐标是 B 的横坐标的 n 倍，则设 $B(m, am^2)$ ，则 $A(-mn, am^2n^2)$ ，分别根据两三角形相似计算 DE 和 CO 的长即可得出结论.

【解答】解：(1) 如图 1， $\because$ 抛物线 $y=ax^2$ 的对称轴是 y 轴，且 $AB \parallel x$ 轴，
 $\therefore A$ 与 B 是对称点， O 是抛物线的顶点，
 $\therefore OA=OB$ ，
 $\because \angle AOB=60^\circ$ ，
 $\therefore \triangle AOB$ 是等边三角形，
 $\because AB=2$ ， $AB \perp OC$ ，
 $\therefore AC=BC=1$ ， $\angle BOC=30^\circ$ ，
 $\therefore OC=\sqrt{3}$ ，
 $\therefore A(-1, \sqrt{3})$ ，

把 $A(-1, \sqrt{3})$ 代入抛物线 $y=ax^2$ ($a>0$) 中得： $a=\sqrt{3}$ ；

(2) 如图 2，过 B 作 $BE \perp x$ 轴于 E ，过 A 作 $AG \perp BE$ ，交 BE 延长线于点 G ，交 y 轴于 F ，

$\therefore CF \parallel BG$ ，

$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{AF}{FG},$$

$$\therefore AC=4BC,$$

$$\therefore \frac{AF}{FG}=4,$$

$$\therefore AF=4FG,$$

$$\therefore A \text{ 的横坐标为 } -4,$$

$$\therefore B \text{ 的横坐标为 } 1,$$

$$\therefore A(-4, 16a), B(1, a),$$

$$\therefore \angle AOB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD+\angle BOE=90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD+\angle DAO=90^\circ,$$

$$\therefore \angle BOE=\angle DAO,$$

$$\therefore \angle ADO=\angle OEB=90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ADO \sim \triangle OEB,$$

$$\therefore \frac{AD}{OE} = \frac{OD}{BE},$$

$$\therefore \frac{16a}{1} = \frac{4}{a},$$

$$\therefore 16a^2=4,$$

$$a=\pm\frac{1}{2},$$

$$\therefore a>0,$$

$$\therefore a=\frac{1}{2};$$

$$\therefore B\left(1, \frac{1}{2}\right);$$

(3) 如图 3, 设 $AC=nBC$,

由 (2) 同理可知: A 的横坐标是 B 的横坐标的 n 倍,

则设 B (m, am^2) , 则 A $(-mn, am^2n^2)$,

$$\therefore AD=am^2n^2,$$

过 B 作 $BF \perp x$ 轴于 F,

$$\therefore DE \parallel BF,$$

$$\therefore \triangle BOF \sim \triangle EOD,$$

$$\therefore \frac{OB}{OE} = \frac{OF}{OD} = \frac{BF}{DE},$$

$$\therefore \frac{OB}{OE} = \frac{m}{mn} = \frac{am^2}{DE},$$

$$\therefore \frac{OB}{OE} = \frac{1}{n}, DE=am^2n,$$

$$\therefore \frac{OB}{BE} = \frac{1}{1+n},$$

$$\therefore OC \parallel AE,$$

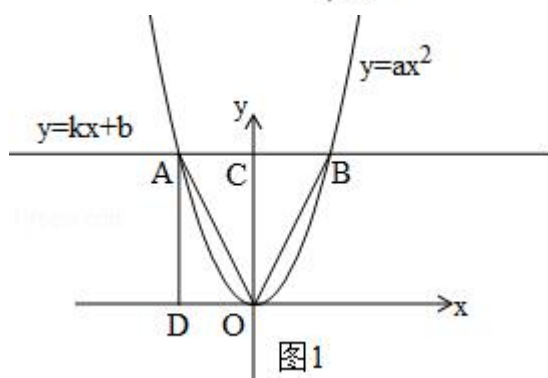
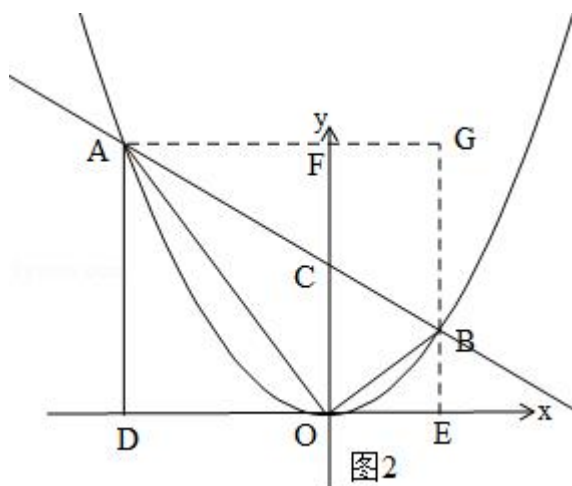
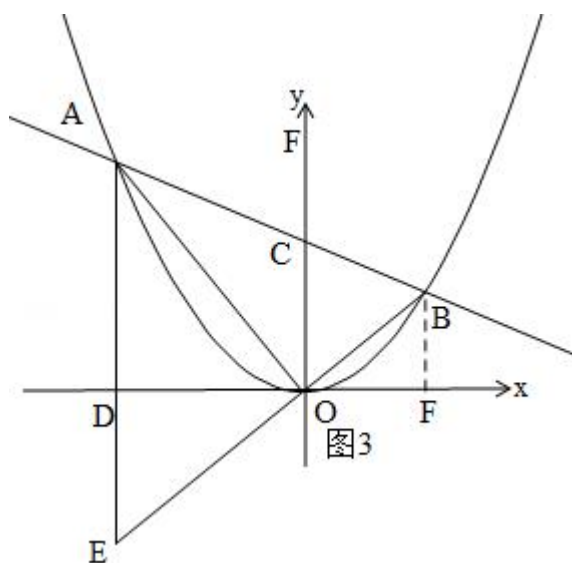
$$\therefore \triangle BCO \sim \triangle BAE,$$

$$\therefore \frac{CO}{AE} = \frac{OB}{BE} = \frac{1}{1+n},$$

$$\therefore \frac{CO}{am^2n^2+am^2n} = \frac{1}{1+n},$$

$$\therefore CO = \frac{am^2n(1+n)}{1+n} = am^2n,$$

$$\therefore DE=CO.$$



【点评】本题是二次函数的综合题，考查了利用三角形相似计算二次函数的解析式、三角形相似的性质和判定、函数图象上点的坐标与解析式的关系、等边三角形的性质和判定，要注意第三问不能直接应用（1）（2）问的结论，第三问可以根据第二问中 $AC=4BC$ ，确定 A、B 两点横坐标的关系，利用两点的纵坐标和三角形相似列比例式解决问题.