

2016 年江苏省连云港市中考数学试卷

一、选择题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上．）

1. (3 分) (2016•连云港) 有理数 -1 ， -2 ， 0 ， 3 中，最小的数是 ()

A. -1 B. -2 C. 0 D. 3

2. (3 分) (2016•连云港) 据市统计局调查数据显示，我市目前常住人口约为 4470000 人，数据“4470000”用科学记数法可表示为 ()

A. 4.47×10^6 B. 4.47×10^7 C. 0.447×10^7 D. 447×10^4

3. (3 分) (2016•连云港) 如图是一个正方体的平面展开图，把展开图折叠成正方体后，“美”字一面相对面是的字是 ()



A. 丽 B. 连 C. 云 D. 港

4. (3 分) (2016•连云港) 计算： $5x - 3x =$ ()

A. $2x$ B. $2x^2$ C. $-2x$ D. -2

5. (3 分) (2016•连云港) 若分式 $\frac{x-1}{x+2}$ 的值为 0，则 ()

A. $x = -2$ B. $x = 0$ C. $x = 1$ D. $x = 1$ 或 -2

6. (3 分) (2016•连云港) 姜老师给出一个函数表达式，甲、乙、丙三位同学分别正确指出了这个函数的一个性质．甲：函数图象经过第一象限；乙：函数图象经过第三象限；丙：在每一个象限内， y 值随 x 值的增大而减小．根据他们的描述，姜老师给出的这个函数表达式可能是 ()

A. $y = 3x$ B. $y = \frac{3}{x}$ C. $y = -\frac{1}{x}$ D. $y = x^2$

7. (3 分) (2016•连云港) 如图 1，分别以直角三角形三边为边向外作等边三角形，面积分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 ；如图 2，分别以直角三角形三个顶点为圆心，三边长为半径向外作圆心角相等的扇形，面积分别为 S_4 、 S_5 、 S_6 ．其中 $S_1 = 16$ ， $S_2 = 45$ ， $S_5 = 11$ ， $S_6 = 14$ ，则 $S_3 + S_4 =$ ()

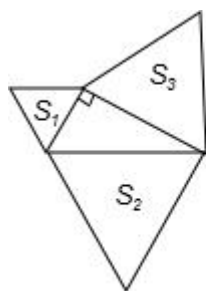


图1

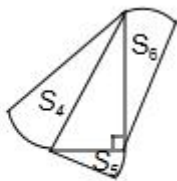
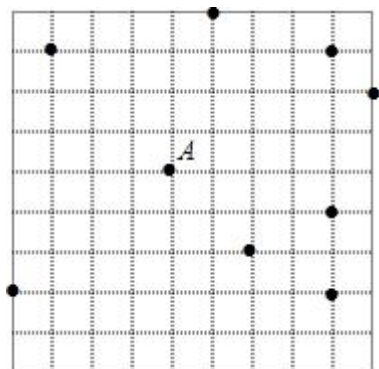


图2

- A. 86 B. 64 C. 54 D. 48

8. (3分) (2016•连云港) 如图, 在网格中 (每个小正方形的边长均为 1 个单位) 选取 9 个格点 (格线的交点称为格点). 如果以 A 为圆心, r 为半径画圆, 选取的格点中除点 A 外恰好有 3 个在圆内, 则 r 的取值范围为 ()



- A. $2\sqrt{2} < r < \sqrt{17}$ B. $\sqrt{17} < r < 3\sqrt{2}$ C. $\sqrt{17} < r < 5$ D. $5 < r < \sqrt{29}$

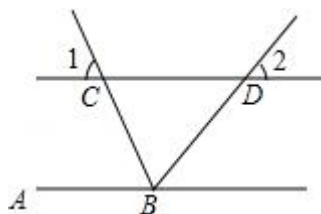
二、填空题 (本大题共有 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 不需要写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上.)

9. (3分) (2016•连云港) 化简: $\sqrt[3]{8} = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. (3分) (2016•桂林) 分解因式: $x^2 - 36 = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. (3分) (2016•连云港) 在新年晚会的投飞镖游戏环节中, 7 名同学的投掷成绩 (单位: 环) 分别是: 7, 9, 9, 4, 9, 8, 8, 则这组数据的众数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

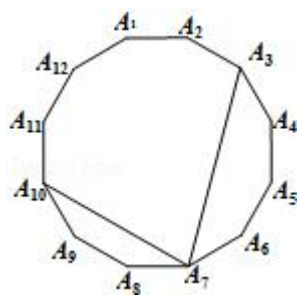
12. (3分) (2016•连云港) 如图, 直线 $AB \parallel CD$, BC 平分 $\angle ABD$, 若 $\angle 1 = 54^\circ$, 则 $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$.



13. (3分) (2016•连云港) 已知关于 x 的方程 $x^2 + x + 2a - 1 = 0$ 的一个根是 0, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. (3分) (2016•连云港) 如图, 正十二边形 $A_1A_2\ldots A_{12}$, 连接 A_3A_7 , A_7A_{10} , 则

$\angle A_3A_7A_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$.



15. (3分) (2016•连云港) 如图1, 将正方形纸片 $ABCD$ 对折, 使 AB 与 CD 重合, 折痕为 EF . 如图2, 展开后再折叠一次, 使点 C 与点 E 重合, 折痕为 GH , 点 B 的对应点为点 M , EM 交 AB 于 N . 若 $AD=2$, 则 $MN = \underline{\hspace{2cm}}$.

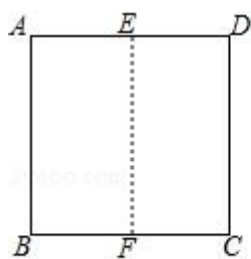


图1

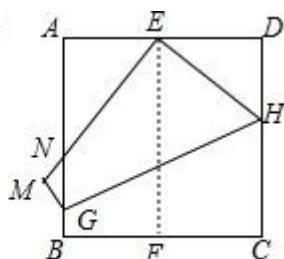
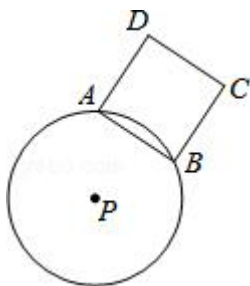


图2

16. (3分) (2016•连云港) 如图, $\odot P$ 的半径为 5, A 、 B 是圆上任意两点, 且 $AB=6$, 以 AB 为边作正方形 $ABCD$ (点 D 、 P 在直线 AB 两侧). 若 AB 边绕点 P 旋转一周, 则 CD 边扫过的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

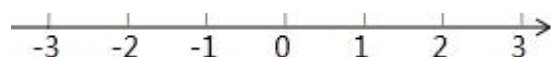


三、解答题 (本大题共 11 小题, 共 102 分. 请在答题卡上指定区域内作答. 解答时写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.)

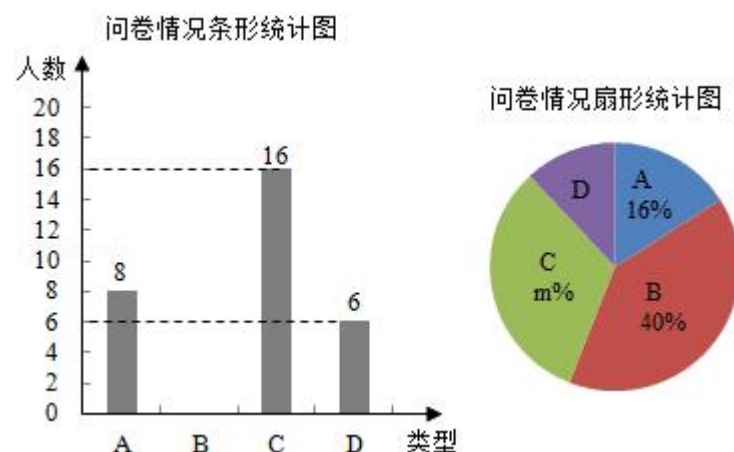
17. (6分) (2016•连云港) 计算: $(-1)^{2016} - (2 - \sqrt{3})^0 + \sqrt{25}$.

18. (6分) (2016•连云港) 解方程: $\frac{2}{x} - \frac{1}{1+x} = 0$.

19. (6分) (2016•连云港) 解不等式 $\frac{1+x}{3} < x - 1$, 并将解集在数轴上表示出来.



20. (8分) (2016•连云港) 某自行车公司调查阳光中学学生对其产品的了解情况, 随机抽取部分学生进行问卷, 结果分“非常了解”、“比较了解”、“一般了解”、“不了解”四种类型, 分别记为 A、B、C、D. 根据调查结果绘制了如下尚不完整的统计图.



- (1) 本次问卷共随机调查了_____名学生, 扇形统计图中 $m =$ _____.
- (2) 请根据数据信息补全条形统计图.
- (3) 若该校有 1000 名学生, 估计选择“非常了解”、“比较了解”共约有多少人?

21. (10 分) (2016•连云港) 甲、乙两校分别有一男一女共 4 名教师报名到农村中学支教.

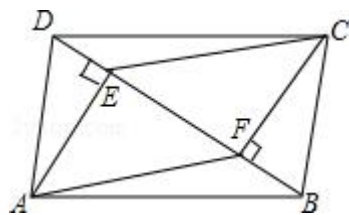
(1) 若从甲、乙两校报名的教师中分别随机选 1 名, 则所选的 2 名教师性别相同的概率是_____.

(2) 若从报名的 4 名教师中随机选 2 名, 用列表或画树状图的方法求出这 2 名教师来自同一所学校的概率.

22. (10 分) (2016•连云港) 四边形 $ABCD$ 中, $AD=BC$, $BE=DF$, $AE \perp BD$, $CF \perp BD$, 垂足分别为 E 、 F .

(1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle CBF$;

(2) 若 AC 与 BD 相交于点 O , 求证: $AO=CO$.



23. (10 分) (2016•连云港) 某数学兴趣小组研究我国古代《算法统宗》里这样一首诗: 我问开店李三公, 众客都来到店中, 一房七客多七客, 一房九客一房空. 诗中后两句的意思是: 如果每一间客房住 7 人, 那么有 7 人无房可住; 如果每一间客房住 9 人, 那么就空出一间房.

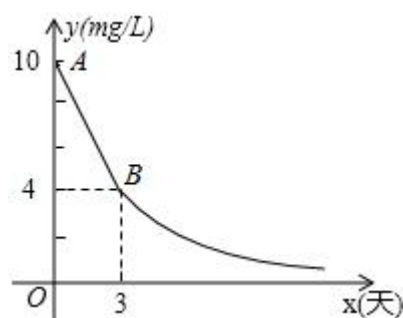
(1) 求该店有客房多少间? 房客多少人?

(2) 假设店主李三公将客房进行改造后, 房间数大大增加. 每间客房收费 20 钱, 且每间客房最多入住 4 人, 一次性定客房 18 间以上 (含 18 间), 房费按 8 折优惠. 若诗中“众客”再次一起入住, 他们如何订房更合算?

24. (10 分) (2016•连云港) 环保局对某企业排污情况进行检测, 结果显示: 所排污水中硫化物的浓度超标, 即硫化物的浓度超过最高允许的 1.0mg/L . 环保局要求该企业立即整改, 在 15 天以内 (含 15 天) 排污达标. 整改过程中, 所排污水中硫化物的浓度 y (mg/L) 与时间 x (天) 的变化规律如图所示, 其中线段 AB 表示前 3 天的变化规律, 从第 3 天起, 所排污水中硫化物的浓度 y 与时间 x 成反比例关系.

(1) 求整改过程中硫化物的浓度 y 与时间 x 的函数表达式;

(2) 该企业所排污水中硫化物的浓度, 能否在 15 天以内不超过最高允许的 1.0mg/L ? 为什么?



25. (10 分) (2016•连云港) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=150^\circ$, $AC=4$, $\tan B=\frac{1}{8}$.

(1) 求 BC 的长;

(2) 利用此图形求 $\tan 15^\circ$ 的值 (精确到 0.1, 参考数据: $\sqrt{2}=1.4$, $\sqrt{3}=1.7$, $\sqrt{5}=2.2$)

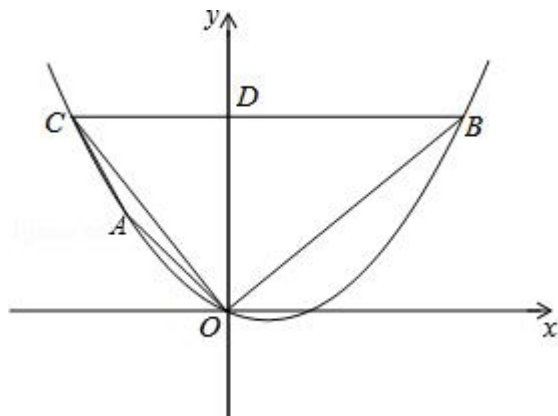


26. (12 分) (2016•连云港) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=ax^2+bx$ 经过两点 $A(-1, 1)$, $B(2, 2)$. 过点 B 作 $BC \parallel x$ 轴, 交抛物线于点 C , 交 y 轴于点 D .

(1) 求此抛物线对应的函数表达式及点 C 的坐标;

(2) 若抛物线上存在点 M , 使得 $\triangle BCM$ 的面积为 $\frac{7}{2}$, 求出点 M 的坐标;

(3) 连接 OA 、 OB 、 OC 、 AC , 在坐标平面内, 求使得 $\triangle AOC$ 与 $\triangle OBN$ 相似 (边 OA 与边 OB 对应) 的点 N 的坐标.

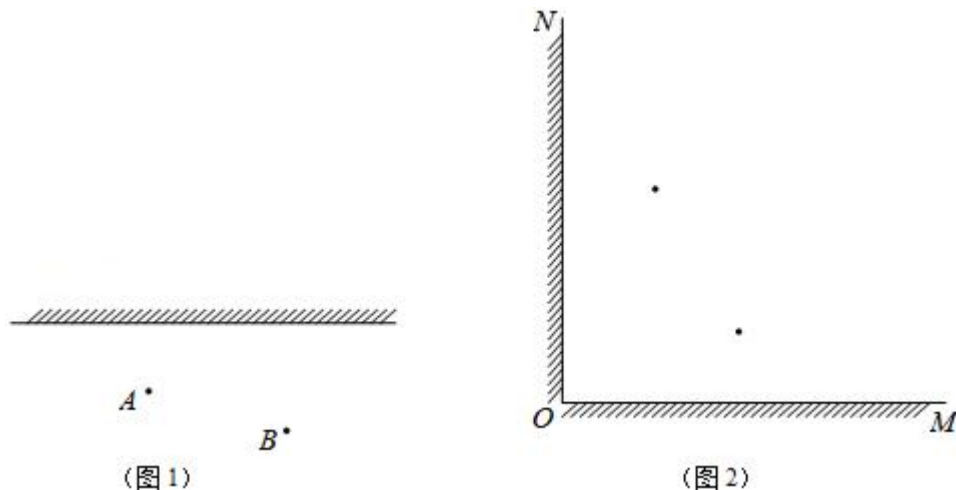


27. (14 分) (2016•连云港) 我们知道: 光反射时, 反射光线、入射光线和法线在同一平面内, 反射光线、入射光线分别在法线两侧, 反射角等于入射角. 如右图, AO 为入射光线, 入射点为 O , ON 为法线 (过入射点 O 且垂直于镜面的直线), OB 为反射光线, 此时反射角 $\angle BON$ 等于入射角 $\angle AON$.

问题思考:

(1) 如图 1, 一束光线从点 A 处入射到平面镜上, 反射后恰好过点 B , 请在图中确定平面镜上的入射点 P , 保留作图痕迹, 并简要说明理由;

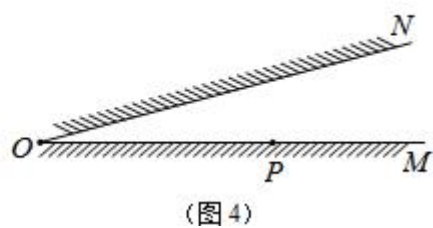
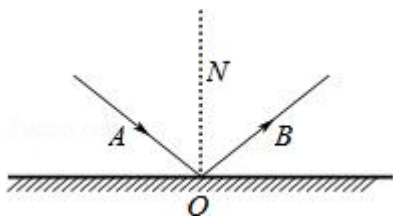
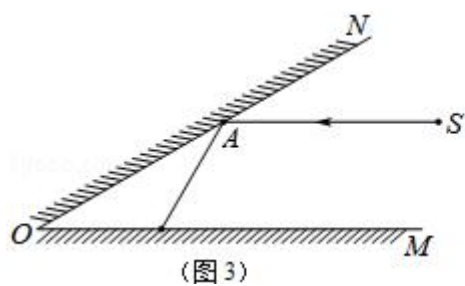
(2) 如图 2, 两平面镜 OM 、 ON 相交于点 O , 且 $OM \perp ON$, 一束光线从点 A 出发, 经过平面镜反射后, 恰好经过点 B . 小昕说, 光线可以只经过平面镜 OM 反射后过点 B , 也可以只经过平面镜 ON 反射后过点 B . 除了小昕的两种做法外, 你还有其它做法吗? 如果有, 请在图中画出光线的行进路线, 保留作图痕迹, 并简要说明理由;



问题拓展:

(3) 如图 3, 两平面镜 OM 、 ON 相交于点 O , 且 $\angle MON = 30^\circ$, 一束光线从点 S 出发, 且平行于平面镜 OM , 第一次在点 A 处反射, 经过若干次反射后又回到了点 S , 如果 SA 和 AO 的长均为 1m , 求这束光线经过的路程;

(4) 如图 4, 两平面镜 OM 、 ON 相交于点 O , 且 $\angle MON = 15^\circ$, 一束光线从点 P 出发, 经过若干次反射后, 最后反射出去时, 光线平行于平面镜 OM . 设光线出发时与射线 PM 的夹角为 θ ($0^\circ < \theta < 180^\circ$), 请直接写出满足条件的所有 θ 的度数 (注: OM 、 ON 足够长)



2016 年江苏省连云港市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上．）

1. (3 分) (2016•连云港) 有理数 -1 ， -2 ， 0 ， 3 中，最小的数是 ()

A. -1 B. -2 C. 0 D. 3

【考点】有理数大小比较.

【分析】先求出 $|-1|=1$ ， $|-2|=2$ ，根据负数的绝对值越大，这个数就越小得到 $-2 < -1$ ，而 0 大于任何负数，小于任何正数，则有有理数 -1 ， -2 ， 0 ， 3 的大小关系为 $-2 < -1 < 0 < 3$.

【解答】解：∵ $|-1|=1$ ， $|-2|=2$ ，

∴ $-2 < -1$ ，

∴ 有理数 -1 ， -2 ， 0 ， 3 的大小关系为 $-2 < -1 < 0 < 3$.

故选 B.

【点评】本题考查了有理数的大小比较： 0 大于任何负数，小于任何正数；负数的绝对值越大，这个数就越小.

2. (3 分) (2016•连云港) 据市统计局调查数据显示，我市目前常住人口约为 4470000 人，数据“4470000”用科学记数法可表示为 ()

A. 4.47×10^6 B. 4.47×10^7 C. 0.447×10^7 D. 447×10^4

【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

【解答】解：数据“4470000”用科学记数法可表示为 4.47×10^6 .

故选：A.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

3. (3 分) (2016•连云港) 如图是一个正方体的平面展开图，把展开图折叠成正方体后，“美”字一面相对面的是字是 ()



A. 丽 B. 连 C. 云 D. 港

【考点】专题：正方体相对两个面上的文字.

【分析】正方体的平面展开图中，相对面的特点是必须相隔一个正方形，据此作答．

【解答】解：正方体的表面展开图，相对的面之间一定相隔一个正方形，

“美”与“港”是相对面，

“丽”与“连”是相对面，

“的”与“云”是相对面．

故选 D.

【点评】本题主要考查了正方体相对两个面上的文字，注意正方体的空间图形，从相对面入手，分析及解答问题.

4. (3 分) (2016•连云港) 计算: $5x - 3x =$ ()

A. $2x$ B. $2x^2$ C. $-2x$ D. -2

【考点】合并同类项.

【分析】原式合并同类项即可得到结果.

【解答】解: 原式 $= (5 - 3)x = 2x$,

故选 A

【点评】此题考查了合并同类项, 熟练掌握合并同类项法则是解本题的关键.

5. (3 分) (2016•连云港) 若分式 $\frac{x-1}{x+2}$ 的值为 0, 则 ()

A. $x = -2$ B. $x = 0$ C. $x = 1$ D. $x = 1$ 或 -2

【考点】分式的值为零的条件.

【分析】根据分式的值为 0 的条件列出关于 x 的不等式组, 求出 x 的值即可.

【解答】解: $\because$ 分式 $\frac{x-1}{x+2}$ 的值为 0,

$$\therefore \begin{cases} x-1=0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases}, \text{ 解得 } x=1.$$

故选: C.

【点评】本题考查的是分式的值为 0 的条件, 即分式值为零的条件是分子等于零且分母不等于零, 根据此条件列出关于 x 的不等式组是解答此题的关键.

6. (3 分) (2016•连云港) 姜老师给出一个函数表达式, 甲、乙、丙三位同学分别正确指出了这个函数的一个性质. 甲: 函数图象经过第一象限; 乙: 函数图象经过第三象限; 丙: 在每一个象限内, y 值随 x 值的增大而减小. 根据他们的描述, 姜老师给出的这个函数表达式可能是 ()

A. $y=3x$ B. $y=\frac{3}{x}$ C. $y=-\frac{1}{x}$ D. $y=x^2$

【考点】反比例函数的性质; 正比例函数的性质; 二次函数的性质.

【分析】可以分别写出选项中各个函数图象的特点, 与题目描述相符的即为正确的, 不符的就是错误的, 本题得以解决.

【解答】解: $y=3x$ 的图象经过一三象限过原点的直线, y 随 x 的增大而增大, 故选项 A 错误;

$y=\frac{3}{x}$ 的图象在一、三象限, 在每个象限内 y 随 x 的增大而减小, 故选项 B 正确;

$y=-\frac{1}{x}$ 的图象在二、四象限, 故选项 C 错误;

$y=x^2$ 的图象是顶点在原点开口向上的抛物线, 在一、二象限, 故选项 D 错误;

故选 B.

【点评】本题考查反比例函数的性质、正比例函数的性质、二次函数的性质, 解题的关键是明确它们各自图象的特点和性质.

7. (3分) (2016•连云港) 如图1, 分别以直角三角形三边为边向外作等边三角形, 面积分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 ; 如图2, 分别以直角三角形三个顶点为圆心, 三边长为半径向外作圆心角相等的扇形, 面积分别为 S_4 、 S_5 、 S_6 . 其中 $S_1=16$, $S_2=45$, $S_5=11$, $S_6=14$, 则 $S_3+S_4=(\quad)$

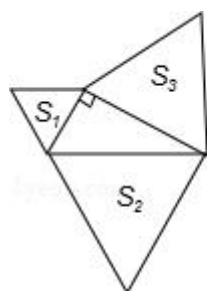


图1

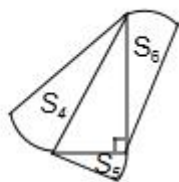


图2

A. 86 B. 64 C. 54 D. 48

【考点】 勾股定理; 扇形面积的计算.

【分析】 分别用 AB 、 BC 和 AC 表示出 S_1 、 S_2 、 S_3 , 然后根据 $AB^2=AC^2+BC^2$ 即可得出 S_1 、 S_2 、 S_3 的关系. 同理, 得出 S_4 、 S_5 、 S_6 的关系.

【解答】 解: 如图1, $S_1=\frac{\sqrt{3}}{4}AC^2$, $S_2=\frac{\sqrt{3}}{4}AB^2$, $S_3=\frac{\sqrt{3}}{4}BC^2$,

$$\because BC^2=AB^2-AC^2,$$

$$\therefore S_2-S_1=S_3,$$

如图2, $S_4=S_5+S_6$,

$$\therefore S_3+S_4=45-16+11+14=54.$$

故选 C.

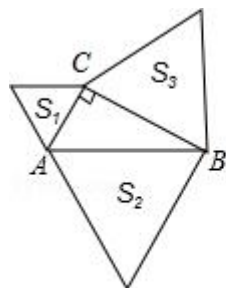


图1

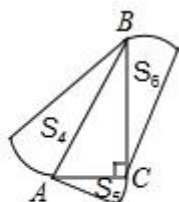
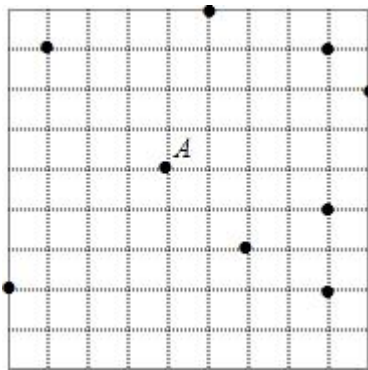


图2

【点评】 本题考查了勾股定理、等边三角形的性质. 勾股定理: 如果直角三角形的两条直角边长分别是 a , b , 斜边长为 c , 那么 $a^2+b^2=c^2$.

8. (3分) (2016•连云港) 如图, 在网格中 (每个小正方形的边长均为1个单位) 选取9个格点 (格线的交点称为格点). 如果以 A 为圆心, r 为半径画圆, 选取的格点中除点 A 外恰好有3个在圆内, 则 r 的取值范围为 $(\quad)$



A. $2\sqrt{2} < r < \sqrt{17}$ B. $\sqrt{17} < r < 3\sqrt{2}$ C. $\sqrt{17} < r < 5$ D. $5 < r < \sqrt{29}$

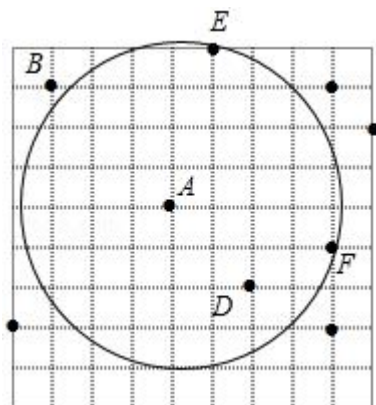
【考点】点与圆的位置关系；勾股定理.

【分析】如图求出 AD、AB、AE、AF 即可解决问题.

【解答】解：如图， $\because AD=2\sqrt{2}$, $AE=AF=\sqrt{17}$, $AB=3\sqrt{2}$,

$\therefore AB > AE > AD$,

$\therefore \sqrt{17} < r < 3\sqrt{2}$ 时，以 A 为圆心，r 为半径画圆，选取的格点中除点 A 外恰好有 3 个在圆内，
故选 B.



【点评】本题考查点与圆的位置关系、勾股定理等知识，解题的关键是正确画出图形，理解题意，属于中考常考题型.

二、填空题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．不需要写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上.）

9. (3 分) (2016•连云港) 化简： $\sqrt[3]{8} = \underline{2}$.

【考点】立方根.

【分析】直接利用立方根的定义即可求解.

【解答】解： $\because 2^3=8$

$\therefore \sqrt[3]{8}=2$.

故填 2.

【点评】本题主要考查立方根的概念，如果一个数 x 的立方等于 a，那么 x 是 a 的立方根.

10. (3 分) (2016•桂林) 分解因式： $x^2 - 36 = \underline{(x+6)(x-6)}$.

【考点】因式分解-运用公式法.

【分析】原式利用平方差公式分解即可.

【解答】解: 原式= $(x+6)(x-6)$,

故答案为: $(x+6)(x-6)$

【点评】此题考查了因式分解-运用公式法, 熟练掌握平方差公式是解本题的关键.

11. (3分) (2016•连云港) 在新年晚会的投飞镖游戏环节中, 7名同学的投掷成绩(单位: 环) 分别是: 7, 9, 9, 4, 9, 8, 8, 则这组数据的众数是 9.

【考点】众数.

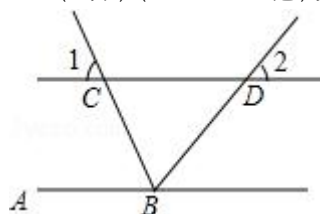
【分析】直接利用众数的定义得出答案.

【解答】解: $\because 7, 9, 9, 4, 9, 8, 8$, 中9出现的次数最多,
 $\therefore$ 这组数据的众数是: 9.

故答案为: 9.

【点评】此题主要考查了众数的定义, 正确把握定义是解题关键.

12. (3分) (2016•连云港) 如图, 直线 $AB \parallel CD$, BC 平分 $\angle ABD$, 若 $\angle 1=54^\circ$, 则 $\angle 2=$ 72° .



【考点】平行线的性质.

【分析】由 $AB \parallel CD$, 根据平行线的性质找出 $\angle ABC=\angle 1$, 由 BC 平分 $\angle ABD$, 根据角平分线的定义即可得出 $\angle CBD=\angle ABC$, 再结合三角形的内角和为 180° 以及对顶角相等即可得出结论.

【解答】解: $\because AB \parallel CD$, $\angle 1=54^\circ$,

$\therefore \angle ABC=\angle 1=54^\circ$,

又 $\because BC$ 平分 $\angle ABD$,

$\therefore \angle CBD=\angle ABC=54^\circ$.

$\because \angle CBD+\angle BDC=\angle DCB=180^\circ$, $\angle 1=\angle DCB$, $\angle 2=\angle BDC$,

$\therefore \angle 2=180^\circ-\angle 1-\angle CBD=180^\circ-54^\circ-54^\circ=72^\circ$.

故答案为: 72° .

【点评】本题考查了平行线的性质、角平分线的定义以及三角形内角和定理, 解题的关键是找出各角的关系. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 根据平行线的性质找出相等(或互补)的角是关键.

13. (3分) (2016•连云港) 已知关于 x 的方程 $x^2+x+2a-1=0$ 的一个根是 0, 则 $a=$ $-\frac{1}{2}$.

【考点】一元二次方程的解.

【分析】方程的解就是能使方程左右两边相等的未知数的值, 把 $x=0$ 代入方程, 即可得到一个关于 a 的方程, 即可求得 a 的值.

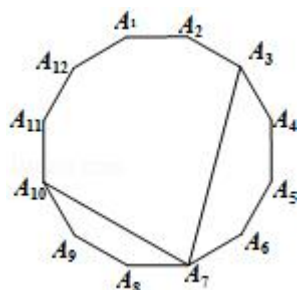
【解答】解: 根据题意得: $0+0+2a-1=0$

解得 $a=-\frac{1}{2}$.

故答案为: $\frac{1}{2}$.

【点评】 本题考查了一元二次方程的解. 一元二次方程的根一定满足该方程的解析式.

14. (3 分) (2016•连云港) 如图, 正十二边形 $A_1A_2\ldots A_{12}$, 连接 A_3A_7 , A_7A_{10} , 则 $\angle A_3A_7A_{10}=75^\circ$.



【考点】 多边形内角与外角.

【分析】 如图, 作辅助线, 首先证得 $\widehat{A_3A_7A_{10}} = \frac{5}{12} \odot O$ 的周长, 进而求得

$\angle A_3OA_{10} = \frac{5}{12} \times 360^\circ = 150^\circ$, 运用圆周角定理问题即可解决.

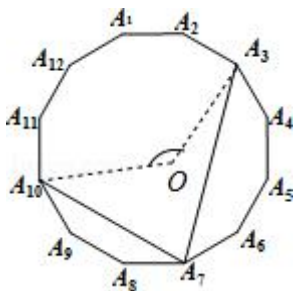
【解答】 解: 设该正十二边形的圆心为 O , 如图, 连接 $A_{10}O$ 和 A_3O ,

由题意知, $\widehat{A_3A_7A_{10}} = \frac{5}{12} \odot O$ 的周长,

$\therefore \angle A_3OA_{10} = \frac{5}{12} \times 360^\circ = 150^\circ$,

$\therefore \angle A_3A_7A_{10} = 75^\circ$,

故答案为: 75° .



【点评】 此题主要考查了正多边形及其外接圆的性质及圆周角定理, 作出恰当的辅助线, 灵活运用有关定理来分析是解答此题的关键.

15. (3 分) (2016•连云港) 如图 1, 将正方形纸片 $ABCD$ 对折, 使 AB 与 CD 重合, 折痕为 EF . 如图 2, 展开后再折叠一次, 使点 C 与点 E 重合, 折痕为 GH , 点 B 的对应点为点 M , EM 交 AB 于 N . 若 $AD=2$, 则 $MN=\frac{1}{3}$.

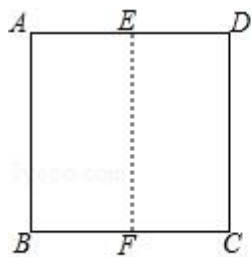


图1

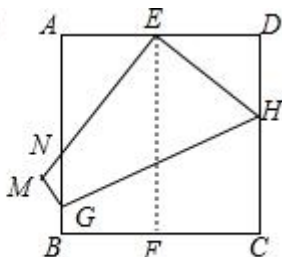


图2

【考点】翻折变换（折叠问题）.

【分析】设正方形的边长为 $2a$, $DH=x$, 表示出 CH , 再根据翻折变换的性质表示出 DE 、 EH , 然后利用勾股定理列出方程求出 x , 再根据相似三角形的判定性质, 可得 NE 的长, 根据线段的和差, 可得答案.

【解答】解: 设 $DH=x$, $CH=2-x$,
由翻折的性质, $DE=1$,

$$EH=CH=2-x,$$

在 $Rt\triangle DEH$ 中, $DE^2+DH^2=EH^2$,

$$\text{即 } 1^2+x^2=(2-x)^2,$$

$$\text{解得 } x=\frac{3}{4}, \quad EH=2-x=\frac{5}{4}.$$

$$\because \angle MEH=\angle C=90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEN+\angle DEH=90^\circ,$$

$$\because \angle ANE+\angle AEN=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ANE=\angle DEH,$$

$$\text{又 } \angle A=\angle D,$$

$$\therefore \triangle ANE \sim \triangle DEH,$$

$$\frac{AE}{DH}=\frac{EN}{EH}, \quad \text{即 } \frac{EN}{\frac{5}{4}}=\frac{1}{\frac{3}{4}},$$

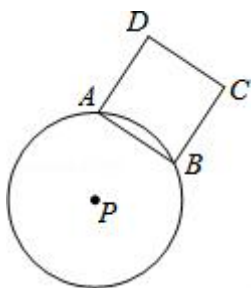
$$\text{解得 } EN=\frac{5}{3},$$

$$MN=ME-NE=2-\frac{5}{3}=\frac{1}{3},$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{3}.$$

【点评】本题考查了翻折变换的性质, 勾股定理的应用, 锐角三角函数, 设出 DH 的长, 然后利用勾股定理列出方程是解题的关键, 也是本题的难点.

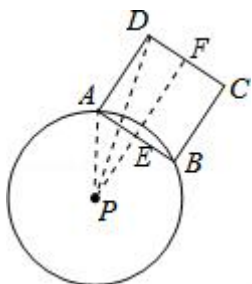
16. (3 分) (2016•连云港) 如图, $\odot P$ 的半径为 5, A 、 B 是圆上任意两点, 且 $AB=6$, 以 AB 为边作正方形 $ABCD$ (点 D 、 P 在直线 AB 两侧). 若 AB 边绕点 P 旋转一周, 则 CD 边扫过的面积为 9π .



【考点】 扇形面积的计算；点、线、面、体；垂径定理.

【分析】 连接 PA、PD，过点 P 作 PE 垂直 AB 于点 E，延长 AE 交 CD 于点 F，根据垂径定理可得出 $AE=BE=\frac{1}{2}AB$ ，利用勾股定理即可求出 PE 的长度，再根据平行线的性质结合正方形的性质即可得出 $EF=BC=AB$ ， $DF=AE$ ，再通过勾股定理即可求出线段 PD 的长度，根据边与边的关系可找出 PF 的长度，分析 AB 旋转的过程可知 CD 边扫过的区域为以 PF 为内圆半径、以 PD 为外圆半径的圆环，根据圆环的面积公式即可得出结论.

【解答】 解：连接 PA、PD，过点 P 作 PE 垂直 AB 于点 E，延长 AE 交 CD 于点 F，如图所示.



$\because AB$ 是 $\odot P$ 上一弦，且 $PE \perp AB$ ，

$$\therefore AE=BE=\frac{1}{2}AB=3.$$

在 $Rt\triangle AEP$ 中， $AE=3$ ， $PA=5$ ， $\angle AEP=90^\circ$ ，

$$\therefore PE=\sqrt{PA^2-AE^2}=4.$$

$\because$ 四边形 ABCD 为正方形，

$\therefore AB \parallel CD$ ， $AB=BC=6$ ，

又 $\because PE \perp AB$ ，

$\therefore PF \perp CD$ ，

$\therefore EF=BC=6$ ， $DF=AE=3$ ， $PF=PE+EF=4+6=10$ ，

在 $Rt\triangle PFD$ 中， $PF=10$ ， $DF=3$ ， $\angle PFE=90^\circ$ ，

$$\therefore PD=\sqrt{PF^2+DF^2}=\sqrt{109}.$$

$\because$ 若 AB 边绕点 P 旋转一周，则 CD 边扫过的图形为以 PF 为内圆半径、以 PD 为外圆半径的圆环.

$$\therefore S=\pi \cdot PD^2-\pi PF^2=109\pi-100\pi=9\pi.$$

故答案为： 9π .

【点评】 本题考查了垂径定理、勾股定理、平行线的性质以及圆环的面积公式，解题的关键是分析出 CD 边扫过的区域的形状. 本题属于中档题，难度不大，但稍显繁琐，解决该题型题目时，结合 AB 边的旋转，找出 CD 边旋转过程中扫过区域的形状是关键.

三、解答题（本大题共 11 小题，共 102 分．请在答题卡上指定区域内作答．解答时写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．）

17. (6 分) (2016•连云港) 计算: $(-1)^{2016} - (2 - \sqrt{3})^0 + \sqrt{25}$.

【考点】实数的运算；零指数幂.

【分析】原式利用乘方的意义，零指数幂法则，以及算术平方根定义计算即可得到结果.

【解答】解：原式 $=1 - 1 + 5$

$=5$.

【点评】此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. (6 分) (2016•连云港) 解方程: $\frac{2}{x} - \frac{1}{1+x} = 0$.

【考点】解分式方程.

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

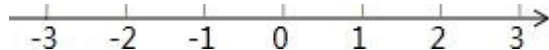
【解答】解：去分母得： $2 + 2x - x = 0$,

解得： $x = -2$,

经检验 $x = -2$ 是分式方程的解.

【点评】此题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程时要注意要检验.

19. (6 分) (2016•连云港) 解不等式 $\frac{1+x}{3} < x - 1$ ，并将解集在数轴上表示出来.



【考点】解一元一次不等式；在数轴上表示不等式的解集.

【分析】先去分母、再去括号、移项、合并同类项、系数化为 1 即可求出此不等式的解集，再在数轴上表示出其解集即可.

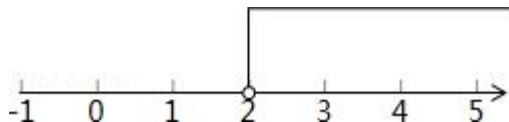
【解答】解：去分母，得： $1 + x < 3x - 3$,

移项，得： $x - 3x < -3 - 1$,

合并同类项，得： $-2x < -4$,

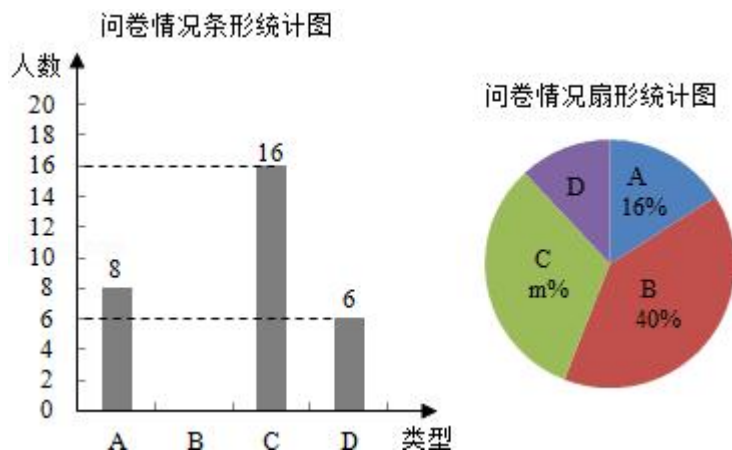
系数化为 1，得： $x > 2$,

将解集表示在数轴上如图：



【点评】本题考查了解一元一次不等式，在数轴上表示不等式的解集的应用，解此题的关键是能正确求出不等式的解集.

20. (8 分) (2016•连云港) 某自行车公司调查阳光中学学生对其产品的了解情况，随机抽取部分学生进行问卷，结果分“非常了解”、“比较了解”、“一般了解”、“不了解”四种类型，分别记为 A、B、C、D. 根据调查结果绘制了如下尚不完整的统计图.



- (1) 本次问卷共随机调查了 50 名学生，扇形统计图中 $m = \underline{32}$.
- (2) 请根据数据信息补全条形统计图.
- (3) 若该校有 1000 名学生，估计选择“非常了解”、“比较了解”共约有多少人？

【考点】 条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图.

【分析】 (1) 由 A 的数据即可得出调查的人数，得出 $m = \frac{16}{50} \times 100\% = 32\%$;

(2) 求出 C 的人数即可；

(3) 由 $1000 \times (16\% + 40\%)$ ，计算即可.

【解答】 解：(1) $8 \div 16\% = 50$ (人)， $m = \frac{16}{50} \times 100\% = 32\%$

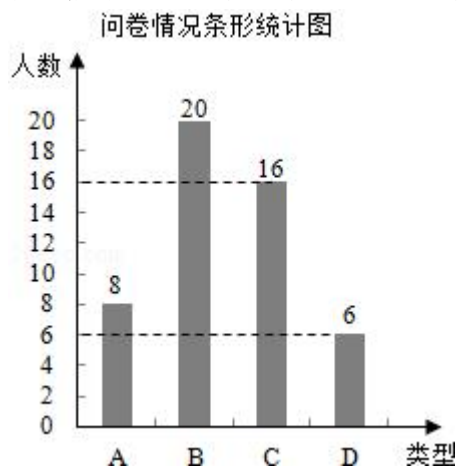
故答案为：50，32；

(2) $50 \times 40\% = 20$ (人)，

补全条形统计图如图所示：

(3) $1000 \times (16\% + 40\%) = 560$ (人)；

答：估计选择“非常了解”、“比较了解”共约有 560 人.



【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小. 也考查了用样本估计总体的思想.

21. (10 分) (2016•连云港) 甲、乙两校分别有一男一女共 4 名教师报名到农村中学支教.

(1) 若从甲、乙两校报名的教师中分别随机选 1 名，则所选的 2 名教师性别相同的概率是 $\frac{1}{2}$ 。

(2) 若从报名的 4 名教师中随机选 2 名，用列表或画树状图的方法求出这 2 名教师来自同一所学校的概率。

【考点】列表法与树状图法。

【分析】(1) 根据甲、乙两校分别有一男一女，列出树状图，得出所有情况，再根据概率公式即可得出答案；

(2) 根据题意先画出树状图，得出所有情况数，再根据概率公式即可得出答案。

【解答】解：(1) 根据题意画图如下：

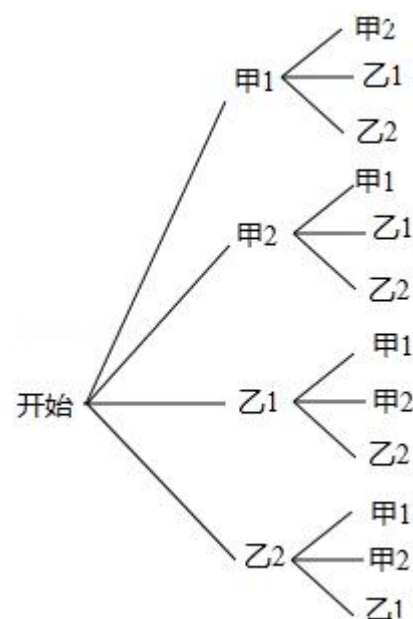


共有 4 种情况，其中所选的 2 名教师性别相同的有 2 种，

则所选的 2 名教师性别相同的概率是 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ；

故答案为： $\frac{1}{2}$ ；

(2) 将甲、乙两校报名的教师分别记为甲 1、甲 2、乙 1、乙 2（注：1 表示男教师，2 表示女教师），树状图如图所示：

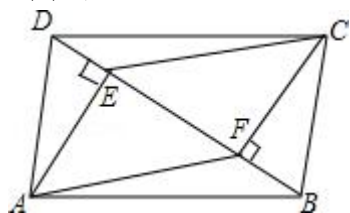


所以 $P_{\text{(两名教师来自同一所学校)}} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ 。

【点评】本题考查列表法和树状图法，注意结合题意中“写出所有可能的结果”的要求，使用列举法，注意按一定的顺序列举，做到不重不漏。

22. (10 分) (2016•连云港) 四边形 ABCD 中，AD=BC，BE=DF，AE ⊥ BD，CF ⊥ BD，垂足分别为 E、F。

- (1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle CBF$;
 (2) 若 AC 与 BD 相交于点 O , 求证: $AO=CO$.



【考点】 全等三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 根据已知条件得到 $BF=DE$, 由垂直的定义得到 $\angle AED=\angle CFB=90^\circ$, 根据全等三角形的判定定理即可得到结论;

(2) 如图, 连接 AC 交 BD 于 O , 根据全等三角形的性质得到 $\angle ADE=\angle CBF$, 由平行线的判定得到 $AD \parallel BC$, 根据平行四边形的性质即可得到结论.

【解答】 证明: (1) $\because BE=DF$,

$$\therefore BE - EF = DF - EF,$$

即 $BF=DE$,

$$\because AE \perp BD, CF \perp BD,$$

$$\therefore \angle AED = \angle CFB = 90^\circ,$$

在 $Rt\triangle ADE$ 与 $Rt\triangle CBF$ 中, $\begin{cases} AD=BC \\ DE=BF \end{cases}$,

$$\therefore Rt\triangle ADE \cong Rt\triangle CBF;$$

(2) 如图, 连接 AC 交 BD 于 O ,

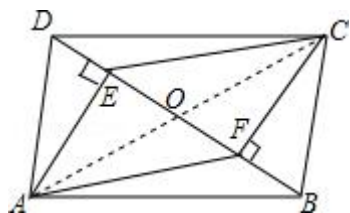
$$\because Rt\triangle ADE \cong Rt\triangle CBF,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle CBF,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AO=CO.$$



【点评】 本题考查了全等三角形的判定和性质, 平行四边形的判定和性质, 熟练掌握全等三角形的判定和性质是解题的关键.

23. (10 分) (2016•连云港) 某数学兴趣小组研究我国古代《算法统宗》里这样一首诗: 我问开店李三公, 众客都来到店中, 一房七客多七客, 一房九客一房空. 诗中后两句的意思是: 如果每一间客房住 7 人, 那么有 7 人无房可住; 如果每一间客房住 9 人, 那么就空出一间房.

(1) 求该店有客房多少间? 房客多少人?

(2) 假设店主李三公将客房进行改造后, 房间数大大增加. 每间客房收费 20 钱, 且每间客房最多入住 4 人, 一次性定客房 18 间以上 (含 18 间), 房费按 8 折优惠. 若诗中“众客”再次一起入住, 他们如何订房更合算?

【考点】 二元一次方程组的应用.

【分析】 (1) 设该店有客房 x 间, 房客 y 人; 根据题意得出方程组, 解方程组即可;

(2) 根据题意计算：若每间客房住 4 人，则 63 名客人至少需客房 16 间，求出所需付费；若一次性定客房 18 间，求出所需付费，进行比较，即可得出结论.

【解答】解：(1) 设该店有客房 x 间，房客 y 人；

根据题意得：
$$\begin{cases} 7x+7=y \\ 9(x-1)=y \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x=8 \\ y=63 \end{cases}$$

答：该店有客房 8 间，房客 63 人；

(2) 若每间客房住 4 人，则 63 名客人至少需客房 16 间，需付费 $20 \times 16 = 320$ 钱；

若一次性定客房 18 间，则需付费 $20 \times 18 \times 0.8 = 288$ 千 < 320 钱；

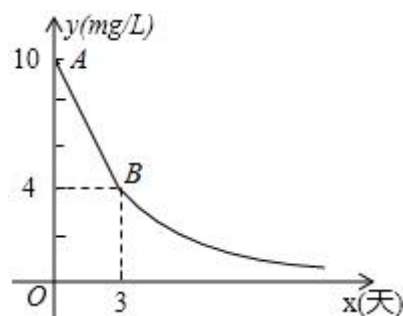
答：诗中“众客”再次一起入住，他们应选择一次性订房 18 间更合算.

【点评】本题考查了二元一次方程组的应用；根据题意得出方程组是解决问题的关键.

24. (10 分) (2016·连云港) 环保局对某企业排污情况进行检测，结果显示：所排污水中硫化物的浓度超标，即硫化物的浓度超过最高允许的 1.0mg/L . 环保局要求该企业立即整改，在 15 天以内(含 15 天)排污达标. 整改过程中，所排污水中硫化物的浓度 y (mg/L) 与时间 x (天) 的变化规律如图所示，其中线段 AB 表示前 3 天的变化规律，从第 3 天起，所排污水中硫化物的浓度 y 与时间 x 成反比例关系.

(1) 求整改过程中硫化物的浓度 y 与时间 x 的函数表达式；

(2) 该企业所排污水中硫化物的浓度，能否在 15 天以内不超过最高允许的 1.0mg/L ? 为什么?



【考点】一次函数的应用.

【分析】(1) 分情况讨论：①当 $0 \leq x \leq 3$ 时，设线段 AB 对应的函数表达式为 $y=kx+b$ ；把 A

$(0, 10)$, B $(3, 4)$ 代入得出方程组，解方程组即可；②当 $x > 3$ 时，设 $y=\frac{m}{x}$ ，把 $(3, 4)$

代入求出 m 的值即可；

(2) 令 $y=\frac{12}{x}=1$ ，得出 $x=12 < 15$ ，即可得出结论.

【解答】解：(1) 分情况讨论：

①当 $0 \leq x \leq 3$ 时，

设线段 AB 对应的函数表达式为 $y=kx+b$ ；

把 A $(0, 10)$, B $(3, 4)$ 代入得
$$\begin{cases} b=10 \\ 3k+b=4 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} k=-2 \\ b=10 \end{cases}$$

$$\therefore y = -2x + 10;$$

②当 $x > 3$ 时, 设 $y = \frac{m}{x}$,

把 (3, 4) 代入得: $m = 3 \times 4 = 12$,

$$\therefore y = \frac{12}{x};$$

综上所述: 当 $0 \leq x \leq 3$ 时, $y = -2x + 10$; 当 $x > 3$ 时, $y = \frac{12}{x}$;

(2) 能; 理由如下:

$$\text{令 } y = \frac{12}{x} = 1, \text{ 则 } x = 12 < 15,$$

故能在 15 天以内不超过最高允许的 1.0 mg/L .

【点评】 本题考查了扬州市的应用、反比例函数的应用; 根据题意得出函数关系式是解决问题的关键.

25. (10 分) (2016•连云港) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 150^\circ$, $AC = 4$, $\tan B = \frac{1}{8}$.

(1) 求 BC 的长;

(2) 利用此图形求 $\tan 15^\circ$ 的值 (精确到 0.1, 参考数据: $\sqrt{2} = 1.4$, $\sqrt{3} = 1.7$, $\sqrt{5} = 2.2$)



【考点】 锐角三角函数的定义.

【分析】 (1) 过 A 作 $AD \perp BC$, 交 BC 的延长线于点 D, 由含 30° 的直角三角形性质得 $AD = \frac{1}{2}AC = 2$, 由三角函数求出 $CD = 2\sqrt{3}$, 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, 由三角函数求出 $BD = 16$, 即可得出结果;

(2) 在 BC 边上取一点 M, 使得 $CM = AC$, 连接 AM, 求出 $\angle AMC = \angle MAC = 15^\circ$, $\tan 15^\circ = \tan \angle AMD = \frac{AD}{MD}$ 即可得出结果.

【解答】 解: (1) 过 A 作 $AD \perp BC$, 交 BC 的延长线于点 D, 如图 1 所示:
在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $AC = 4$,

$$\because \angle C = 150^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = 30^\circ,$$

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AC = 2,$$

$$CD = AC \cdot \cos 30^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3},$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ABD \text{ 中, } \tan B = \frac{AD}{BD} = \frac{2}{BD} = \frac{1}{8},$$

$$\therefore BD = 16,$$

$$\therefore BC = BD - CD = 16 - 2\sqrt{3};$$

(2) 在 BC 边上取一点 M, 使得 $CM = AC$, 连接 AM, 如图 2 所示:

$$\because \angle ACB = 150^\circ,$$

$$\therefore \angle AMC = \angle MAC = 15^\circ,$$

$$\tan 15^\circ = \tan \angle AMD = \frac{AD}{MD} = \frac{2}{4+2\sqrt{3}} = \frac{1}{2+\sqrt{3}} \approx \frac{1}{2+1.7} \approx 0.27 \approx 0.3.$$

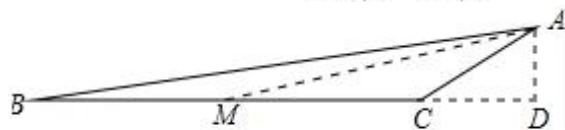


图2



图1

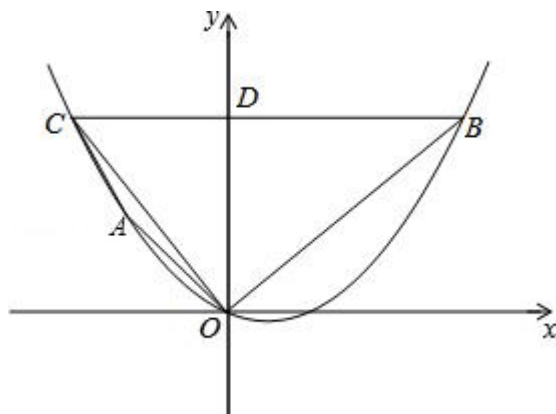
【点评】本题考查了锐角三角函数、含 30° 的直角三角形性质、三角形的内角和、等腰三角形的性质等知识；熟练掌握三角函数运算是解决问题的关键.

26. (12 分) (2016·连云港) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=ax^2+bx$ 经过两点 $A(-1, 1)$, $B(2, 2)$. 过点 B 作 $BC \parallel x$ 轴, 交抛物线于点 C , 交 y 轴于点 D .

(1) 求此抛物线对应的函数表达式及点 C 的坐标;

(2) 若抛物线上存在点 M , 使得 $\triangle BCM$ 的面积为 $\frac{7}{2}$, 求出点 M 的坐标;

(3) 连接 OA 、 OB 、 OC 、 AC , 在坐标平面内, 求使得 $\triangle AOC$ 与 $\triangle OBN$ 相似 (边 OA 与边 OB 对应) 的点 N 的坐标.



【考点】二次函数综合题.

【分析】(1) 把 $A(-1, 1)$, $B(2, 2)$ 代入 $y=ax^2+bx$ 求得抛物线的函数表达式为 $y=\frac{2}{3}x^2-\frac{1}{3}x$, 由于 $BC \parallel x$ 轴, 设 $C(x_0, 2)$. 于是得到方程 $\frac{2}{3}x_0^2-\frac{1}{3}x_0=2$, 即可得到结论;

(2) 设 $\triangle BCM$ 边 BC 上的高为 h , 根据已知条件得到 $h=2$, 点 M 即为抛物线上到 BC 的距离为 2 的点, 于是得到 M 的纵坐标为 0 或 4, 令 $y=\frac{2}{3}x^2-\frac{1}{3}x=0$, 或令 $y=\frac{2}{3}x^2-\frac{1}{3}x=4$, 解方程即可得到结论;

(3) 解直角三角形得到 $OB=2\sqrt{2}$, $OA=\sqrt{2}$, $OC=\frac{5}{2}$, $\angle AOD=\angle BOD=45^\circ$, $\tan \angle COD=\frac{3}{4}$ ①

如图 1, 当 $\triangle AOC \sim \triangle BON$ 时, 求得 $ON=2OC=5$, 过 N 作 $NE \perp x$ 轴于 E , 根据三角函数的定义得到 $OE=4$, $NE=3$, 于是得到结果; ②如图 2, 根据相似三角形的性质得到 $BN=2OC=5$,

过 B 作 $BG \perp x$ 轴于 G, 过 N 作 x 轴的平行线交 BG 的延长线于 F 解直角三角形得到 $BF=4$, $NF=3$ 于是得到结论.

【解答】解: (1) 把 A $(-1, 1)$, B $(2, 2)$ 代入 $y=ax^2+bx$ 得: $\begin{cases} 1=a-b \\ 2=4a+2b \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a=\frac{2}{3} \\ b=-\frac{1}{3} \end{cases}$,

故抛物线的函数表达式为 $y=\frac{2}{3}x^2-\frac{1}{3}x$,

$\because BC \parallel x$ 轴,

设 C $(x_0, 2)$.

$\therefore \frac{2}{3}x_0^2 - \frac{1}{3}x_0 = 2$, 解得: $x_0 = -\frac{3}{2}$ 或 $x_0 = 2$,

$\because x_0 < 0$,

$\therefore C(-\frac{3}{2}, 2)$;

(2) 设 $\triangle BCM$ 边 BC 上的高为 h,

$\because BC = \frac{7}{2}$,

$\therefore S_{\triangle BCM} = \frac{1}{2} \times \frac{7}{2} \cdot h = \frac{7}{2}$,

$\therefore h = 2$, 点 M 即为抛物线上到 BC 的距离为 2 的点,

$\therefore M$ 的纵坐标为 0 或 4, 令 $y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x = 0$,

解得: $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{1}{2}$,

$\therefore M_1(0, 0)$, $M_2(\frac{1}{2}, 0)$, 令 $y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x = 4$,

解得: $x_3 = \frac{1+\sqrt{97}}{4}$, $x_4 = \frac{1-\sqrt{97}}{4}$

, $\therefore M_3(\frac{1+\sqrt{97}}{4}, 4)$, $M_4(\frac{1-\sqrt{97}}{4}, 4)$,

综上所述: M 点的坐标为: $(0, 0)$, $(\frac{1}{2}, 0)$, $(\frac{1+\sqrt{97}}{4}, 4)$, $(\frac{1-\sqrt{97}}{4}, 4)$;

(3) $\because A(-1, 1)$, B $(2, 2)$, C $(-\frac{3}{2}, 2)$, D $(0, 2)$,

$\therefore OB = 2\sqrt{2}$, $OA = \sqrt{2}$, $OC = \frac{5}{2}$,

$\therefore \angle AOD = \angle BOD = 45^\circ$, $\tan \angle COD = \frac{3}{4}$,

①如图 1, 当 $\triangle AOC \sim \triangle BON$ 时, $\frac{AO}{BO} = \frac{OC}{ON}$, $\angle AOC = \angle BON$,

$\therefore ON = 2OC = 5$,

过 N 作 $NE \perp x$ 轴于 E,

$$\because \angle COD = 45^\circ - \angle AOC = 45^\circ - \angle BON = \angle NOE,$$

$$\text{在 Rt}\triangle NOE \text{ 中, } \tan \angle NOE = \tan \angle COD = \frac{3}{4},$$

$$\therefore OE = 4, NE = 3,$$

$$\therefore N(4, 3) \text{ 同理可得 } N(3, 4);$$

$$\text{②如图 2, 当 } \triangle AOC \sim \triangle OBN \text{ 时, } \frac{AO}{OB} = \frac{OC}{BN}, \angle AOC = \angle OBN,$$

$$\therefore BN = 2OC = 5,$$

过 B 作 $BG \perp x$ 轴于 G, 过 N 作 x 轴的平行线交 BG 的延长线于 F,

$$\therefore NF \perp BF,$$

$$\because \angle COD = 45^\circ - \angle AOC = 45^\circ - \angle OBN = \angle NBF,$$

$$\therefore \tan \angle NBF = \tan \angle COD = \frac{3}{4},$$

$$\therefore BF = 4, NF = 3,$$

$$\therefore N(-1, -2), \text{ 同理 } N(-2, -1),$$

综上所述: 使得 $\triangle AOC$ 与 $\triangle OBN$ 相似 (边 OA 与边 OB 对应) 的点 N 的坐标是 (4, 3), (3, 4), (-1, -2), (-2, -1).

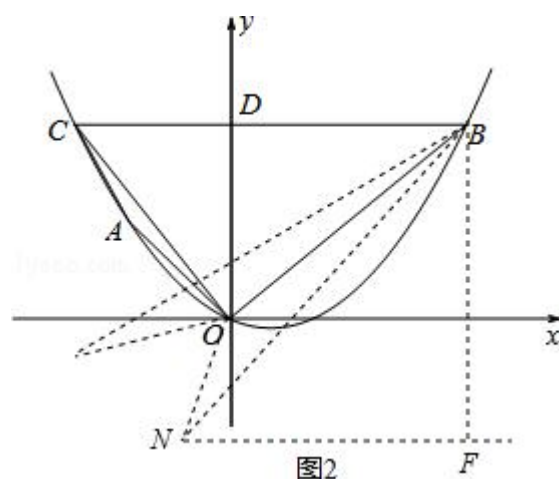


图2

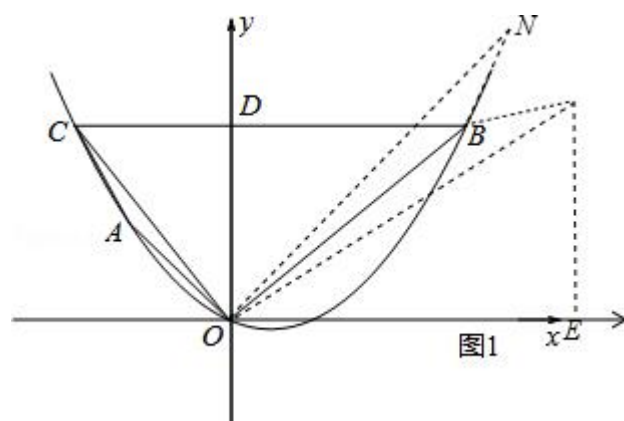


图1

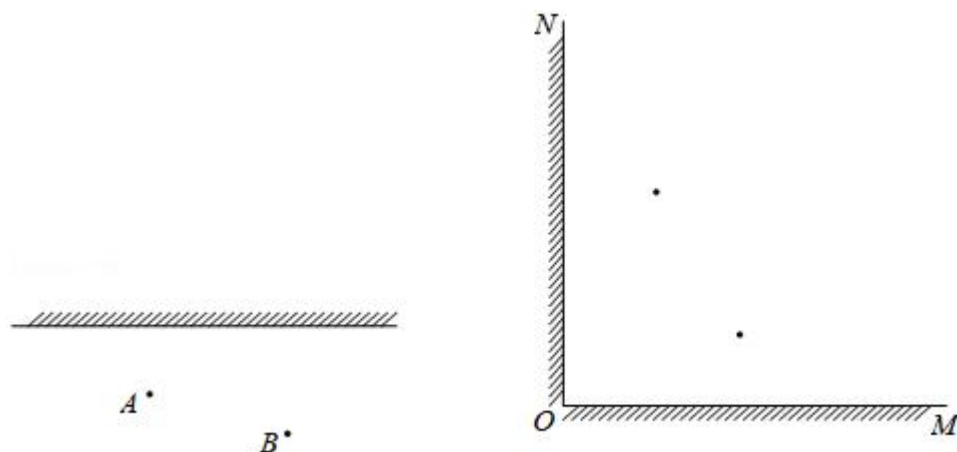
【点评】 本题主要考查的是二次函数与相似三角形的综合应用, 难度较大, 解答本题需要同学们熟练掌握二次函数和相似三角形的相关性质.

27. (14 分) (2016•连云港) 我们知道: 光反射时, 反射光线、入射光线和法线在同一平面内, 反射光线、入射光线分别在法线两侧, 反射角等于入射角. 如右图, AO 为入射光线, 入射点为 O , ON 为法线 (过入射点 O 且垂直于镜面的直线), OB 为反射光线, 此时反射角 $\angle BON$ 等于入射角 $\angle AON$.

问题思考:

(1) 如图 1, 一束光线从点 A 处入射到平面镜上, 反射后恰好过点 B , 请在图中确定平面镜上的入射点 P , 保留作图痕迹, 并简要说明理由;

(2) 如图 2, 两平面镜 OM 、 ON 相交于点 O , 且 $OM \perp ON$, 一束光线从点 A 出发, 经过平面镜反射后, 恰好经过点 B . 小昕说, 光线可以只经过平面镜 OM 反射后过点 B , 也可以只经过平面镜 ON 反射后过点 B . 除了小昕的两种做法外, 你还有其它做法吗? 如果有, 请在图中画出光线的行进路线, 保留作图痕迹, 并简要说明理由;



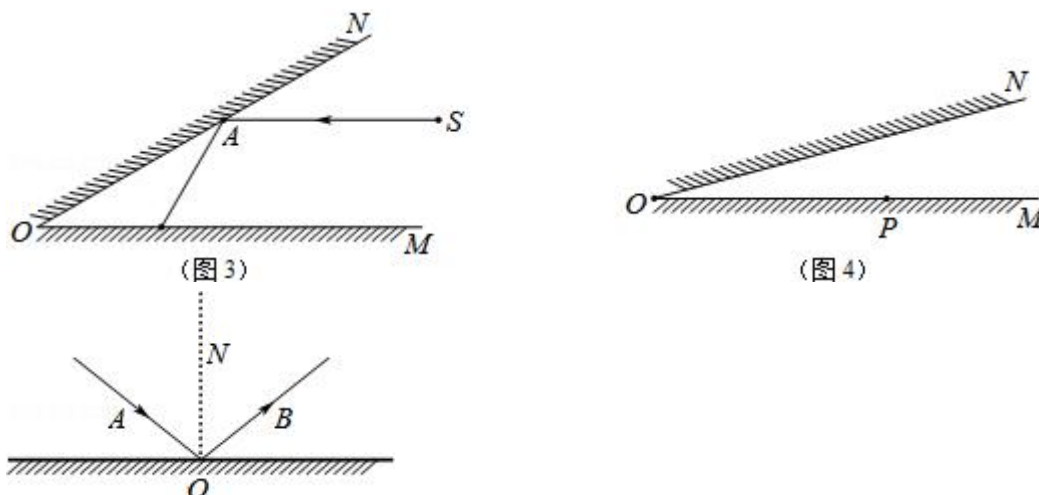
(图 1)

(图 2)

问题拓展:

(3) 如图 3, 两平面镜 OM 、 ON 相交于点 O , 且 $\angle MON = 30^\circ$, 一束光线从点 S 出发, 且平行于平面镜 OM , 第一次在点 A 处反射, 经过若干次反射后又回到了点 S , 如果 SA 和 AO 的长均为 1m , 求这束光线经过的路程;

(4) 如图 4, 两平面镜 OM 、 ON 相交于点 O , 且 $\angle MON = 15^\circ$, 一束光线从点 P 出发, 经过若干次反射后, 最后反射出去时, 光线平行于平面镜 OM . 设光线出发时与射线 PM 的夹角为 θ ($0^\circ < \theta < 180^\circ$), 请直接写出满足条件的所有 θ 的度数 (注: OM 、 ON 足够长)



(图 3)

(图 4)

【考点】 几何变换综合题; 轴对称的性质; 翻折变换 (折叠问题).

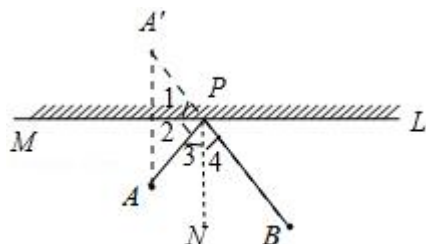
【分析】(1) 如图 1，作 A 关于平面镜 ML 的对称点 A'，连接 A'B 交 ML 于点 P，则点 P 即为所求，只要证明 $\angle 3 = \angle 4$ 即可。

(2) 如图 2，作 A 关于 OM 的对称点 A'，作 B 关于 ON 的对称点 B'，连接 A'B' 分别交 OM、ON 于点 P、Q。

(3) 如图 3，光线的行进路线为 $S \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow S$ ，则光线的行进路线为 $A \rightarrow P \rightarrow Q \rightarrow B$ ，求出 $SA + AB + BC + CB + BA + AS$ 即可。

(4) $\theta = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$ ，分别作出图形即可解决问题。

【解答】解：(1) 如图 1，作 A 关于平面镜 ML 的对称点 A'，连接 A'B 交 ML 于点 P，则点 P 即为所求。



(图 1)

证明：如图作 $PN \perp ML$ ，

$\because A$ 与 A' 关于 ML 对称，

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ ，

$\because \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$ ， $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ ，

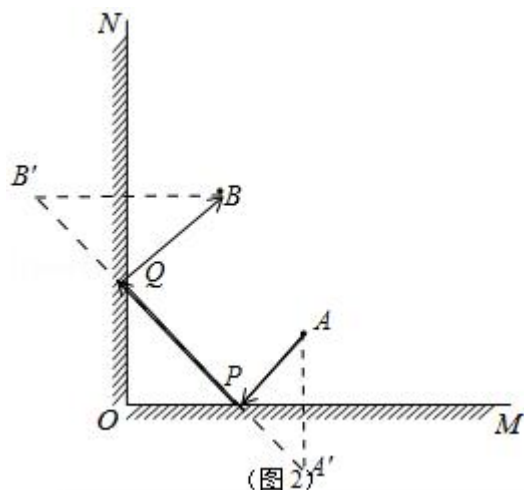
$\therefore \angle 1 + \angle 4 = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle 3 = \angle 4$ ，

$\therefore AP$ 是入射光线， PB 是反射光线， P 即为入射点。

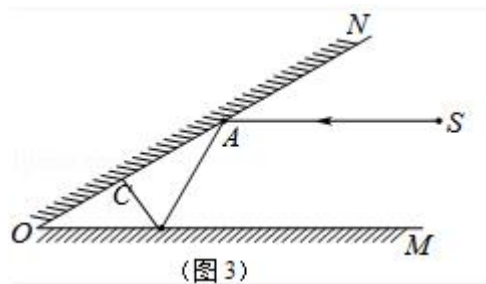
(2) 如图 2，作 A 关于 OM 的对称点 A'，作 B 关于 ON 的对称点 B'，连接 A'B' 分别交 OM、ON 于点 P、Q。

则光线的行进路线为 $A \rightarrow P \rightarrow Q \rightarrow B$ 。



(图 2)

(3) 如图 3，光线的行进路线为 $S \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow S$ 。



$\because \angle SAN = \angle OAB = \angle MON = \angle 30^\circ$,

$\therefore OB = BA$,

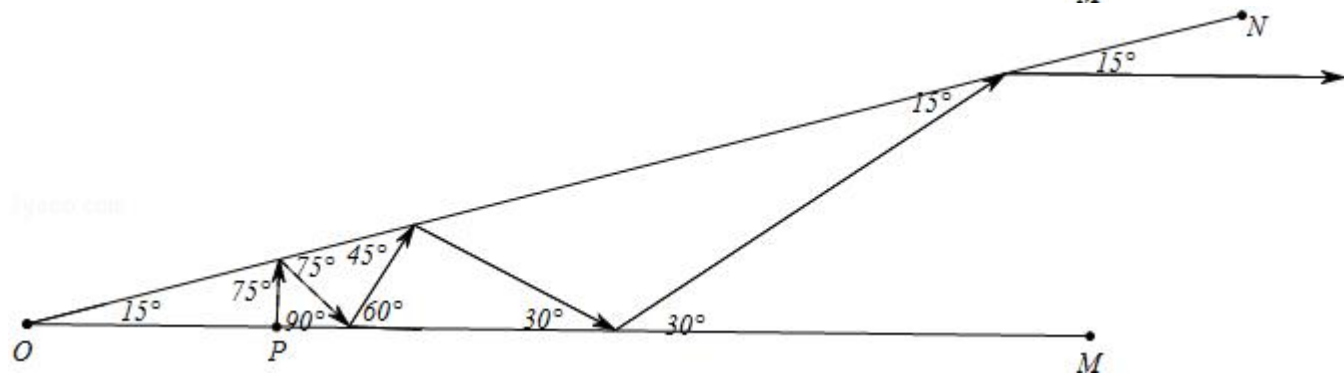
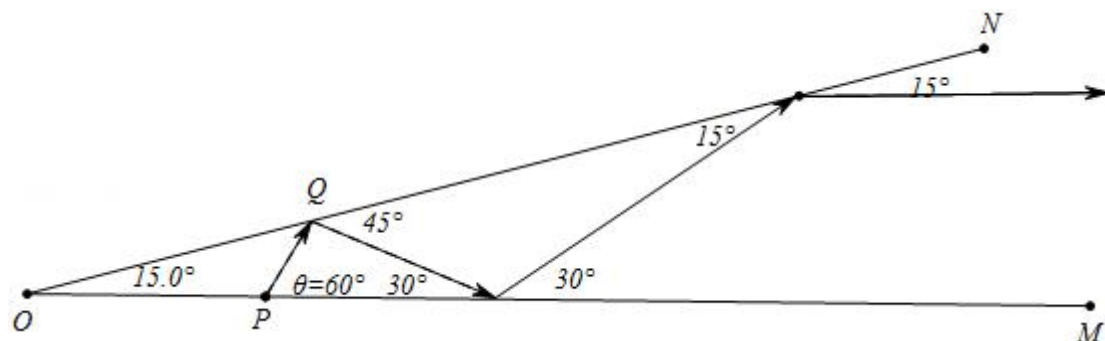
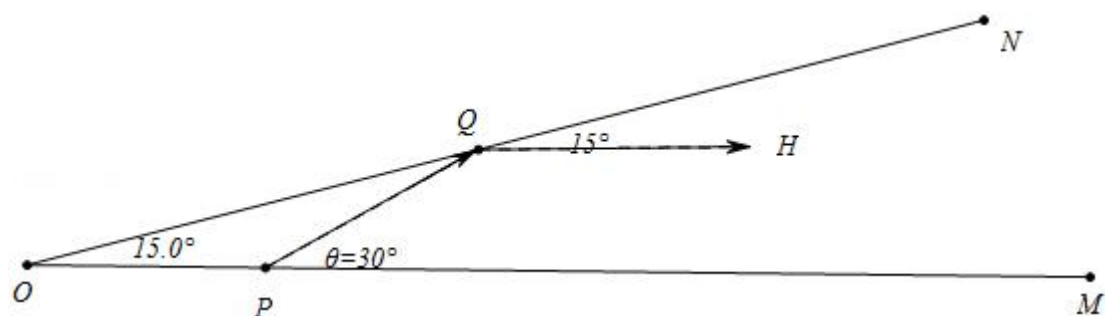
$\because BC \perp ON$,

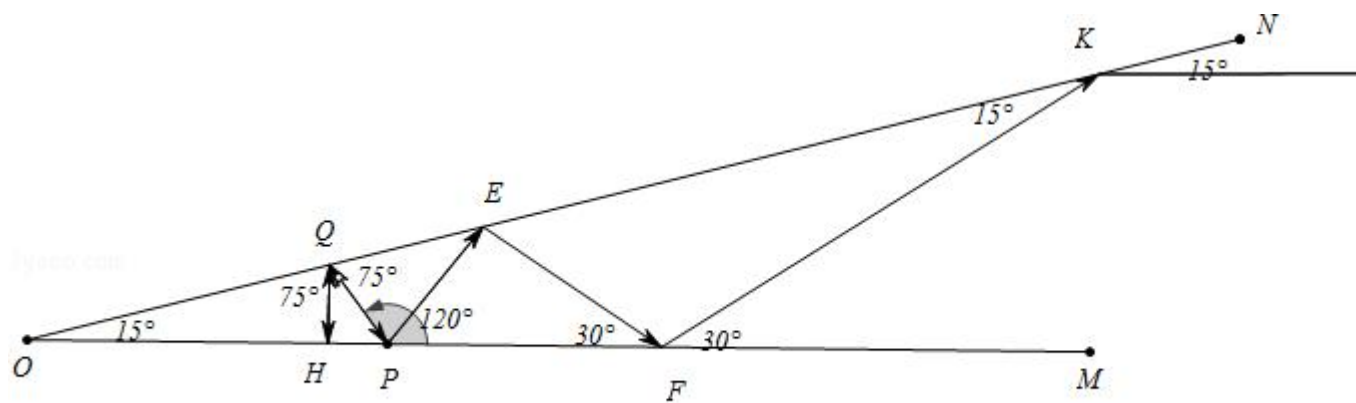
$\therefore CA = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2}$,

$\therefore AB = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $BC = \frac{\sqrt{3}}{6}$,

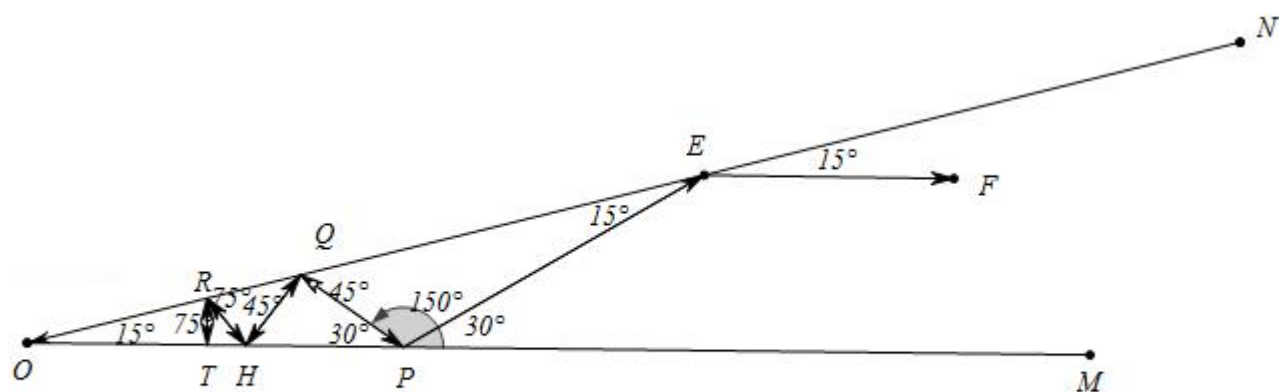
$\therefore$ 这束光线经过的路程为: $SA + AB + BC + CB + BA + AS = (1 + \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{6}) \times 2 = 2 + \sqrt{3}$.

(4) $\theta = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$. 理由如图所示,





光线 $P \rightarrow Q \rightarrow H \rightarrow Q \rightarrow P \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow K \rightarrow J$



光线 $P \rightarrow Q \rightarrow H \rightarrow R \rightarrow T \rightarrow R \rightarrow H \rightarrow Q \rightarrow P \rightarrow E \rightarrow F$

【点评】 本题考查轴对称、翻折变换等知识，解题的关键是充分利用反射角等于入射角解决问题，第四个问题容易漏解，考虑问题要全面，属于中考压轴题.

参与本试卷答题和审题的老师有： gsls; HLing; HJJ; sks; zgm666; nhx600; 弯弯的小河;
算术; 星期八; gbl210; 曹先生; fangcao; 2300680618; 三界无我; wdzymsy@126.com;
lantin; 王学峰 (排名不分先后)

菁优网

2016 年 7 月 8 日