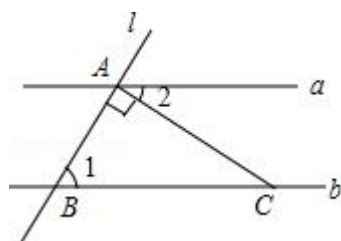


2016 年江苏省苏州市中考数学试卷

一、选择题 (共 10 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分)

1. (3 分) (2016•苏州) $\frac{2}{3}$ 的倒数是 ()
- A. $\frac{3}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$
2. (3 分) (2016•苏州) 肥皂泡的泡壁厚度大约是 0.0007mm, 0.0007 用科学记数法表示为 ()
- A. 0.7×10^{-3} B. 7×10^{-3} C. 7×10^{-4} D. 7×10^{-5}
3. (3 分) (2016•苏州) 下列运算结果正确的是 ()
- A. $a+2b=3ab$ B. $3a^2-2a^2=1$
- C. $a^2 \cdot a^4=a^8$ D. $(-a^2b)^3 \div (a^3b)^2 = -b$
4. (3 分) (2016•苏州) 一次数学测试后, 某班 40 名学生的成绩被分为 5 组, 第 1~4 组的频数分别为 12、10、6、8, 则第 5 组的频率是 ()
- A. 0.1 B. 0.2 C. 0.3 D. 0.4
5. (3 分) (2016•苏州) 如图, 直线 $a \parallel b$, 直线 l 与 a 、 b 分别相交于 A、B 两点, 过点 A 作直线 l 的垂线交直线 b 于点 C, 若 $\angle 1=58^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()



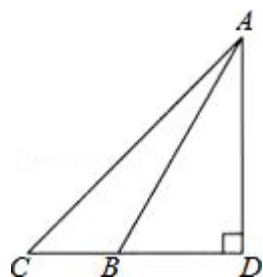
- A. 58° B. 42° C. 32° D. 28°
6. (3 分) (2016•苏州) 已知点 A (2, y_1)、B (4, y_2) 都在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的图象上, 则 y_1 、 y_2 的大小关系为 ()
- A. $y_1 > y_2$ B. $y_1 < y_2$ C. $y_1=y_2$ D. 无法确定
7. (3 分) (2016•苏州) 根据国家发改委实施“阶梯水价”的有关文件要求, 某市结合地方实际, 决定从 2016 年 1 月 1 日起对居民生活用水按新的“阶梯水价”标准收费, 某中学研究学习小组的同学们在社会实践活动中调查了 30 户家庭某月的用水量, 如表所示:

用水量 (吨)	15	20	25	30	35
户数	3	6	7	9	5

则这 30 户家庭该用用水量的众数和中位数分别是 ()

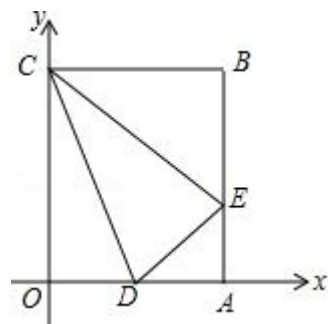
- A. 25, 27 B. 25, 25 C. 30, 27 D. 30, 25

8. (3 分) (2016•苏州) 如图, 长 4m 的楼梯 AB 的倾斜角 $\angle ABD$ 为 60° , 为了改善楼梯的安全性能, 准备重新建造楼梯, 使其倾斜角 $\angle ACD$ 为 45° , 则调整后的楼梯 AC 的长为 ()



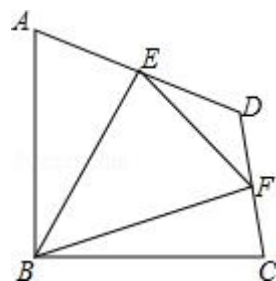
- A. $2\sqrt{3}$ m B. $2\sqrt{6}$ m C. $(2\sqrt{3}-2)$ m D. $(2\sqrt{6}-2)$ m

9. (3 分) (2016•苏州) 矩形 OABC 在平面直角坐标系中的位置如图所示, 点 B 的坐标为 (3, 4), D 是 OA 的中点, 点 E 在 AB 上, 当 $\triangle CDE$ 的周长最小时, 点 E 的坐标为 ()



- A. (3, 1) B. $(3, \frac{4}{3})$ C. $(3, \frac{5}{3})$ D. (3, 2)

10. (3 分) (2016•苏州) 如图, 在四边形 ABCD 中, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=BC=2\sqrt{2}$, E、F 分别是 AD、CD 的中点, 连接 BE、BF、EF. 若四边形 ABCD 的面积为 6, 则 $\triangle BEF$ 的面积为 ()



- A. 2 B. $\frac{9}{4}$ C. $\frac{5}{2}$ D. 3

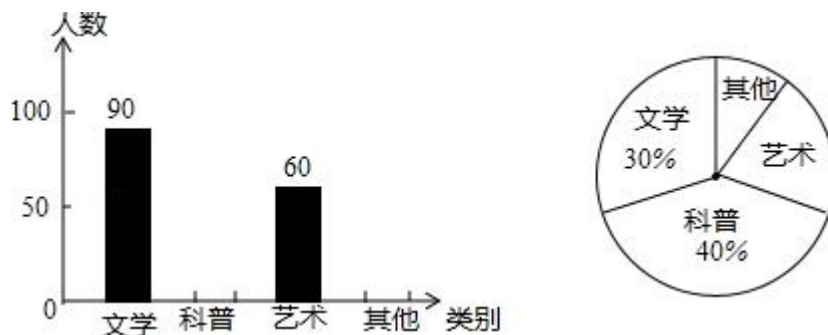
二、填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

11. (3 分) (2016•苏州) 分解因式: $x^2 - 1 =$ _____.

12. (3 分) (2016•苏州) 当 $x =$ _____时, 分式 $\frac{x-2}{2x+5}$ 的值为 0.

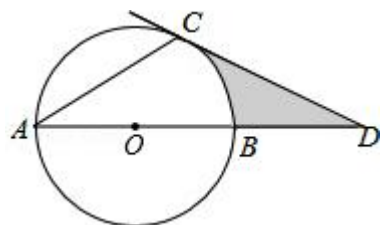
13. (3 分) (2016•苏州) 要从甲、乙两名运动员中选出一名参加“2016 里约奥运会”100m 比赛, 对这两名运动员进行了 10 次测试, 经过数据分析, 甲、乙两名运动员的平均成绩均为 10.05 (s), 甲的方差为 0.024 (s^2), 乙的方差为 0.008 (s^2), 则这 10 次测试成绩比较稳定的是_____运动员. (填“甲”或“乙”)

14. (3 分) (2016•苏州) 某学校计划购买一批课外读物, 为了了解学生对课外读物的需求情况, 学校进行了一次“我最喜爱的课外读物”的调查, 设置了“文学”、“科普”、“艺术”和“其他”四个类别, 规定每人必须并且只能选择其中一类, 现从全体学生的调查表中随机抽取了部分学生的调查表进行统计, 并把统计结果绘制了如图所示的两幅不完整的统计图, 则在扇形统计图中, 艺术类读物所在扇形的圆心角是_____度.

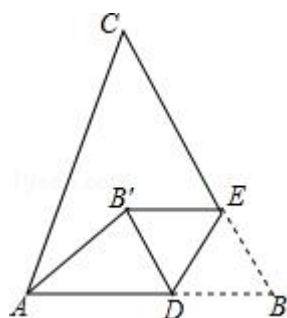


15. (3 分) (2016•苏州) 不等式组 $\begin{cases} x+2 > 1 \\ 2x-1 \leq 8-x \end{cases}$ 的最大整数解是_____.

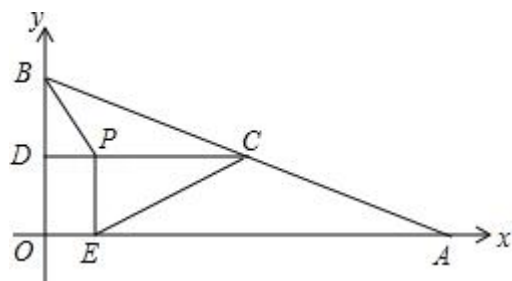
16. (3 分) (2016•苏州) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 是 $\odot O$ 的弦, 过点 C 的切线交 AB 的延长线于点 D, 若 $\angle A = \angle D$, $CD = 3$, 则图中阴影部分的面积为_____.



17. (3 分) (2016•苏州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 10$, $\angle B = 60^\circ$, 点 D、E 分别在 AB、BC 上, 且 $BD = BE = 4$, 将 $\triangle BDE$ 沿 DE 所在直线折叠得到 $\triangle B'DE$ (点 B' 在四边形 ADEC 内), 连接 AB' , 则 AB' 的长为_____.



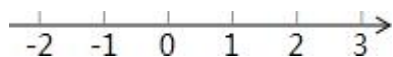
18. (3 分) (2016•苏州) 如图，在平面直角坐标系中，已知点 A、B 的坐标分别为 $(8, 0)$ 、 $(0, 2\sqrt{3})$ ，C 是 AB 的中点，过点 C 作 y 轴的垂线，垂足为 D，动点 P 从点 D 出发，沿 DC 向点 C 匀速运动，过点 P 作 x 轴的垂线，垂足为 E，连接 BP、EC. 当 BP 所在直线与 EC 所在直线第一次垂直时，点 P 的坐标为_____.



三、解答题 (共 10 小题，满分 76 分)

19. (5 分) (2016•苏州) 计算: $(\sqrt{5})^2 + |-3| - (\pi + \sqrt{3})^0$.

20. (5 分) (2016•苏州) 解不等式 $2x - 1 > \frac{3x - 1}{2}$, 并把它的解集在数轴上表示出来.



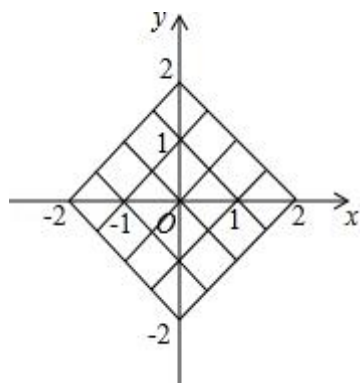
21. (6分) (2016•苏州) 先化简, 再求值: $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + x} \div (1 - \frac{2}{x+1})$, 其中 $x = \sqrt{3}$.

22. (6分) (2016•苏州) 某停车场的收费标准如下: 中型汽车的停车费为 12 元/辆, 小型汽车的停车费为 8 元/辆, 现在停车场共有 50 辆中、小型汽车, 这些车共缴纳停车费 480 元, 中、小型汽车各有多少辆?

23. (8分) (2016•苏州) 在一个不透明的布袋中装有三个小球, 小球上分别标有数字 -1、0、2, 它们除了数字不同外, 其他都完全相同.

(1) 随机地从布袋中摸出一个小球, 则摸出的球为标有数字 2 的小球的概率为_____;

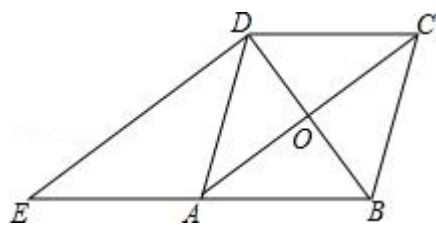
(2) 小丽先从布袋中随机摸出一个小球, 记下数字作为平面直角坐标系内点 M 的横坐标. 再将此球放回、搅匀, 然后由小华再从布袋中随机摸出一个小球, 记下数字作为平面直角坐标系内点 M 的纵坐标, 请用树状图或表格列出点 M 所有可能的坐标, 并求出点 M 落在如图所示的正方形网格内 (包括边界) 的概率.



24. (8 分) (2016•苏州) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 过点 D 作对角线 BD 的垂线交 BA 的延长线于点 E .

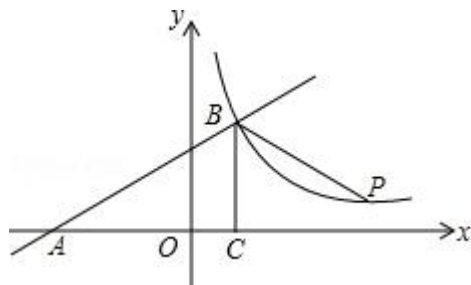
(1) 证明: 四边形 $ACDE$ 是平行四边形;

(2) 若 $AC=8$, $BD=6$, 求 $\triangle ADE$ 的周长.



25. (8 分) (2016•苏州) 如图, 一次函数 $y=kx+b$ 的图象与 x 轴交于点 A , 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$

($x > 0$) 的图象交于点 $B(2, n)$, 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴于点 C , 点 $P(3n-4, 1)$ 是该反比例函数图象上的一点, 且 $\angle PBC = \angle ABC$, 求反比例函数和一次函数的表达式.

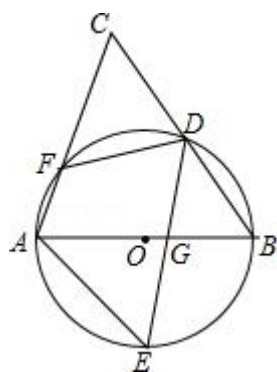


26. (10 分) (2016•苏州) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, D、E 为 $\odot O$ 上位于 AB 异侧的两点, 连接 BD 并延长至点 C, 使得 $CD=BD$, 连接 AC 交 $\odot O$ 于点 F, 连接 AE、DE、DF.

(1) 证明: $\angle E = \angle C$;

(2) 若 $\angle E = 55^\circ$, 求 $\angle BDF$ 的度数;

(3) 设 DE 交 AB 于点 G, 若 $DF=4$, $\cos B = \frac{2}{3}$, E 是 $\widehat{AB}$ 的中点, 求 $EG \cdot ED$ 的值.



27. (10 分) (2016•苏州) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=6\text{cm}$, $AD=8\text{cm}$, 点 P 从点 B 出发, 沿对角线 BD 向点 D 匀速运动, 速度为 4cm/s , 过点 P 作 $PQ \perp BD$ 交 BC 于点 Q , 以 PQ 为一边作正方形 $PQMN$, 使得点 N 落在射线 PD 上, 点 O 从点 D 出发, 沿 DC 向点 C 匀速运动, 速度为 3m/s , 以 O 为圆心, 0.8cm 为半径作 $\odot O$, 点 P 与点 O 同时出发, 设它们的运动时间为 t (单位: s) ($0 < t < \frac{8}{5}$).

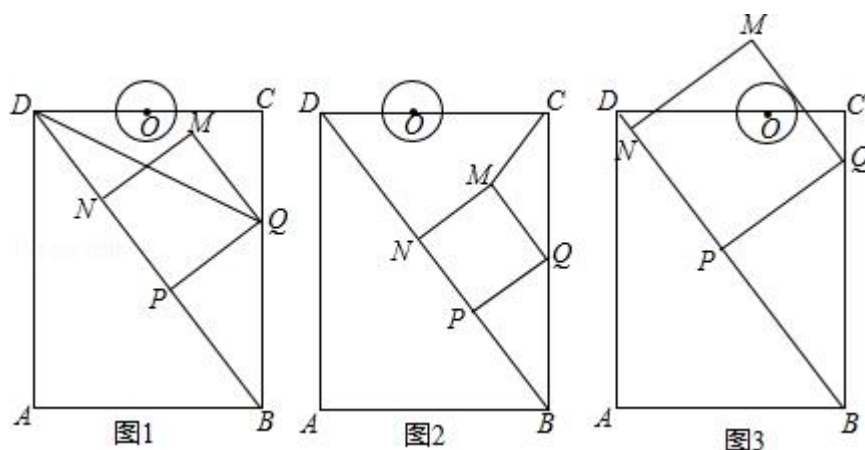
(1) 如图 1, 连接 DQ 平分 $\angle BDC$ 时, t 的值为_____;

(2) 如图 2, 连接 CM , 若 $\triangle CMQ$ 是以 CQ 为底的等腰三角形, 求 t 的值;

(3) 请你继续进行探究, 并解答下列问题:

①证明: 在运动过程中, 点 O 始终在 QM 所在直线的左侧;

②如图 3, 在运动过程中, 当 QM 与 $\odot O$ 相切时, 求 t 的值; 并判断此时 PM 与 $\odot O$ 是否也相切? 说明理由.



28. (10 分) (2016•苏州) 如图, 直线 $l: y = -3x + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于 A 、 B 两点, 抛物线 $y = ax^2 - 2ax + a + 4$ ($a < 0$) 经过点 B .

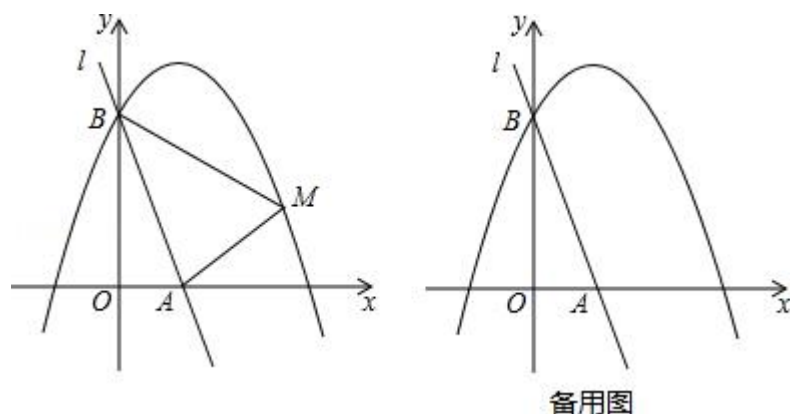
(1) 求该抛物线的函数表达式;

(2) 已知点 M 是抛物线上的一个动点, 并且点 M 在第一象限内, 连接 AM 、 BM , 设点 M 的横坐标为 m , $\triangle ABM$ 的面积为 S , 求 S 与 m 的函数表达式, 并求出 S 的最大值;

(3) 在 (2) 的条件下, 当 S 取得最大值时, 动点 M 相应的位置记为点 M' .

①写出点 M' 的坐标;

②将直线 l 绕点 A 按顺时针方向旋转得到直线 l' , 当直线 l' 与直线 AM' 重合时停止旋转, 在旋转过程中, 直线 l' 与线段 BM' 交于点 C , 设点 B 、 M' 到直线 l' 的距离分别为 d_1 、 d_2 , 当 $d_1 + d_2$ 最大时, 求直线 l' 旋转的角度 (即 $\angle BAC$ 的度数).



2016 年江苏省苏州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分) (2016•苏州) $\frac{2}{3}$ 的倒数是 ()

A. $\frac{3}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

【解答】解：∵ $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$,

∴ $\frac{2}{3}$ 的倒数是 $\frac{3}{2}$.

故选 A.

2. (3 分) (2016•苏州) 肥皂泡的泡壁厚度大约是 0.0007mm, 0.0007 用科学记数法表示为 ()

A. 0.7×10^{-3} B. 7×10^{-3} C. 7×10^{-4} D. 7×10^{-5}

【解答】解：0.0007 = 7×10^{-4} ,

故选：C.

3. (3 分) (2016•苏州) 下列运算结果正确的是 ()

A. $a+2b=3ab$ B. $3a^2-2a^2=1$

C. $a^2 \cdot a^4 = a^8$ D. $(-a^2b)^3 \div (a^3b)^2 = -b$

【解答】解：A、 $a+2b$ ，无法计算，故此选项错误；

B、 $3a^2-2a^2=a^2$ ，故此选项错误；

C、 $a^2 \cdot a^4 = a^6$ ，故此选项错误；

D、 $(-a^2b)^3 \div (a^3b)^2 = -b$ ，故此选项正确；

故选：D.

4. (3 分) (2016•苏州) 一次数学测试后，某班 40 名学生的成绩被分为 5 组，第 1~4 组的频数分别为 12、10、6、8，则第 5 组的频率是 ()

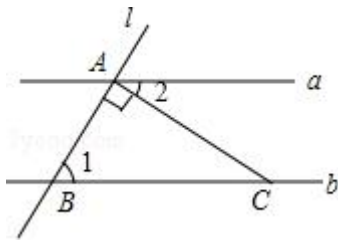
A. 0.1 B. 0.2 C. 0.3 D. 0.4

【解答】解：根据题意得：40 - (12+10+6+8) = 40 - 36 = 4，

则第 5 组的频率为 $4 \div 40 = 0.1$ ，

故选 A.

5. (3 分) (2016•苏州) 如图，直线 $a \parallel b$ ，直线 l 与 a 、 b 分别相交于 A、B 两点，过点 A 作直线 l 的垂线交直线 b 于点 C，若 $\angle 1 = 58^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()



A. 58° B. 42° C. 32° D. 28°

【解答】解：∵ 直线 $a \parallel b$,

$$\therefore \angle ACB = \angle 2,$$

$$\because AC \perp BA,$$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle ACB = 180^\circ - \angle 1 - \angle BAC = 180^\circ - 90^\circ - 58^\circ = 32^\circ,$$

故选 C.

6. (3 分) (2016•苏州) 已知点 A (2, y_1)、B (4, y_2) 都在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的图

象上, 则 y_1 、 y_2 的大小关系为 ()

A. $y_1 > y_2$ B. $y_1 < y_2$ C. $y_1 = y_2$ D. 无法确定

【解答】解：∵ 点 A (2, y_1)、B (4, y_2) 都在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的图象上,

∴ 每个象限内, y 随 x 的增大而增大,

$$\therefore y_1 < y_2,$$

故选: B.

7. (3 分) (2016•苏州) 根据国家发改委实施“阶梯水价”的有关文件要求, 某市结合地方实际, 决定从 2016 年 1 月 1 日起对居民生活用水按新的“阶梯水价”标准收费, 某中学研究学习小组的同学们在社会实践活动中调查了 30 户家庭某月的用水量, 如表所示:

用水量(吨)	15	20	25	30	35
户数	3	6	7	9	5

则这 30 户家庭该月用水量的众数和中位数分别是 ()

A. 25, 27 B. 25, 25 C. 30, 27 D. 30, 25

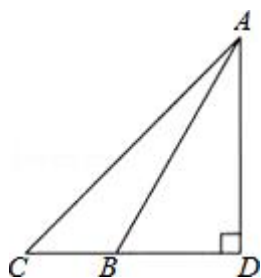
【解答】解: 因为 30 出现了 9 次,

所以 30 是这组数据的众数,

将这 30 个数据从小到大排列, 第 15、16 个数据的平均数就是中位数, 所以中位数是 25,

故选 D.

8. (3 分) (2016•苏州) 如图, 长 4m 的楼梯 AB 的倾斜角 $\angle ABD$ 为 60° , 为了改善楼梯的安全性能, 准备重新建造楼梯, 使其倾斜角 $\angle ACD$ 为 45° , 则调整后的楼梯 AC 的长为 ()



A. $2\sqrt{3}$ m B. $2\sqrt{6}$ m C. $(2\sqrt{3}-2)$ m D. $(2\sqrt{6}-2)$ m

【解答】解：在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中， $\because \sin \angle ABD = \frac{AD}{AB}$,

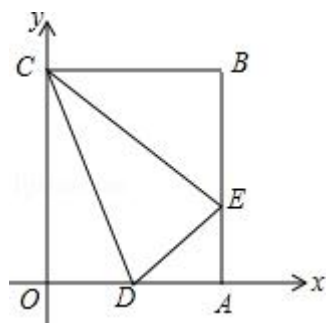
$$\therefore AD = 4 \sin 60^\circ = 2\sqrt{3} \text{ (m)},$$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中， $\because \sin \angle ACD = \frac{AD}{AC}$,

$$\therefore AC = \frac{2\sqrt{3}}{\sin 45^\circ} = 2\sqrt{6} \text{ (m)}.$$

故选 B.

9. (3 分) (2016•苏州) 矩形 OABC 在平面直角坐标系中的位置如图所示，点 B 的坐标为 (3, 4)，D 是 OA 的中点，点 E 在 AB 上，当 $\triangle CDE$ 的周长最小时，点 E 的坐标为 ()



A. (3, 1) B. $(3, \frac{4}{3})$ C. $(3, \frac{5}{3})$ D. (3, 2)

【解答】解：如图，作点 D 关于直线 AB 的对称点 H，连接 CH 与 AB 的交点为 E，此时 $\triangle CDE$ 的周长最小.

$$\because D \left(\frac{3}{2}, 0 \right), A (3, 0),$$

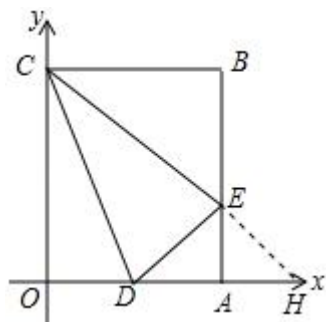
$$\therefore H \left(\frac{9}{2}, 0 \right),$$

$$\therefore \text{直线 CH 解析式为 } y = -\frac{8}{9}x + 4,$$

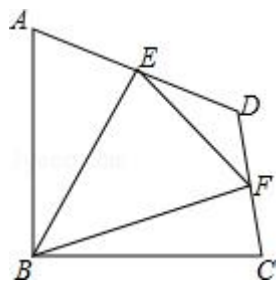
$$\therefore x=3 \text{ 时, } y = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \text{点 E 坐标 } \left(3, \frac{4}{3} \right)$$

故选：B.



10. (3分) (2016•苏州) 如图, 在四边形 ABCD 中, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=BC=2\sqrt{2}$, E、F 分别是 AD、CD 的中点, 连接 BE、BF、EF. 若四边形 ABCD 的面积为 6, 则 $\triangle BEF$ 的面积为 ()



- A. 2 B. $\frac{9}{4}$ C. $\frac{5}{2}$ D. 3

【解答】解: 连接 AC, 过 B 作 EF 的垂线交 AC 于点 G, 交 EF 于点 H,

$\because \angle ABC=90^\circ$, $AB=BC=2\sqrt{2}$,

$$\therefore AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2}=4,$$

$\because \triangle ABC$ 为等腰三角形, $BH \perp AC$,

$\therefore \triangle ABG$, $\triangle BCG$ 为等腰直角三角形,

$\therefore AG=BG=2$

$$\because S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC=\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}=4,$$

$$\therefore S_{\triangle ADC}=2,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ACD}}=2,$$

$$\therefore GH=\frac{1}{4}BG=\frac{1}{2},$$

$$\therefore BH=\frac{5}{2},$$

$$\text{又} \because EF=\frac{1}{2}AC=2,$$

$$\therefore S_{\triangle BEF}=\frac{1}{2} \cdot EF \cdot BH=\frac{1}{2} \times 2 \times \frac{5}{2}=\frac{5}{2},$$

故选 C.

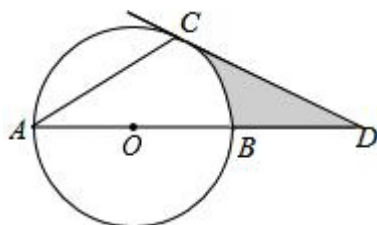
则艺术类读物所在扇形的圆心角是 $360^\circ \times \frac{60}{300} = 72^\circ$;

故答案为：72.

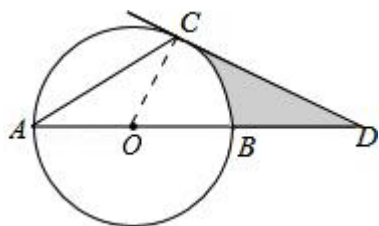
15. (3分) (2016•苏州) 不等式组 $\begin{cases} x+2 > 1 \\ 2x-1 \leq 8-x \end{cases}$ 的最大整数解是 3.

【解答】解：解不等式 $x+2 > 1$ ，得： $x > -1$ ，
解不等式 $2x-1 \leq 8-x$ ，得： $x \leq 3$ ，
则不等式组的解集为： $-1 < x \leq 3$ ，
则不等式组的最大整数解为 3，
故答案为：3.

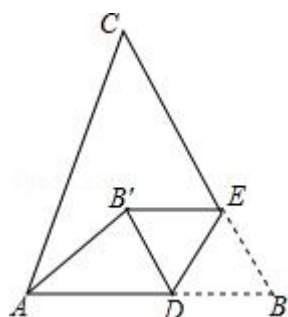
16. (3分) (2016•苏州) 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，AC 是 $\odot O$ 的弦，过点 C 的切线交 AB 的延长线于点 D，若 $\angle A = \angle D$ ， $CD=3$ ，则图中阴影部分的面积为 $\frac{3\sqrt{3} - \pi}{2}$.



【解答】解：连接 OC，
 $\because$ 过点 C 的切线交 AB 的延长线于点 D，
 $\therefore OC \perp CD$ ，
 $\therefore \angle OCD = 90^\circ$ ，
即 $\angle D + \angle COD = 90^\circ$ ，
 $\because AO = CO$ ，
 $\therefore \angle A = \angle ACO$ ，
 $\therefore \angle COD = 2\angle A$ ，
 $\because \angle A = \angle D$ ，
 $\therefore \angle COD = 2\angle D$ ，
 $\therefore 3\angle D = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle D = 30^\circ$ ，
 $\therefore \angle COD = 60^\circ$ ，
 $\because CD = 3$ ，
 $\therefore OC = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$ ，
 $\therefore$ 阴影部分的面积 $= \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{3} - \frac{60 \cdot \pi \times 3}{360} = \frac{3\sqrt{3} - \pi}{2}$ ，
故答案为： $\frac{3\sqrt{3} - \pi}{2}$.



17. (3 分) (2016•苏州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=10$, $\angle B=60^\circ$, 点 D 、 E 分别在 AB 、 BC 上, 且 $BD=BE=4$, 将 $\triangle BDE$ 沿 DE 所在直线折叠得到 $\triangle B'DE$ (点 B' 在四边形 $ADEC$ 内), 连接 AB' , 则 AB' 的长为 $2\sqrt{7}$.



【解答】解: 如图, 作 $DF \perp B'E$ 于点 F , 作 $B'G \perp AD$ 于点 G ,

$\because \angle B=60^\circ$, $BE=BD=4$,

$\therefore \triangle BDE$ 是边长为 4 的等边三角形,

$\therefore$ 将 $\triangle BDE$ 沿 DE 所在直线折叠得到 $\triangle B'DE$,

$\therefore \triangle B'DE$ 也是边长为 4 的等边三角形,

$\therefore GD=B'F=2$,

$\therefore B'D=4$,

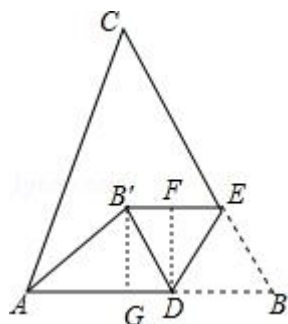
$$\therefore B'G = \sqrt{B'D^2 - GD^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3},$$

$\therefore AB=10$,

$\therefore AG=10-6=4$,

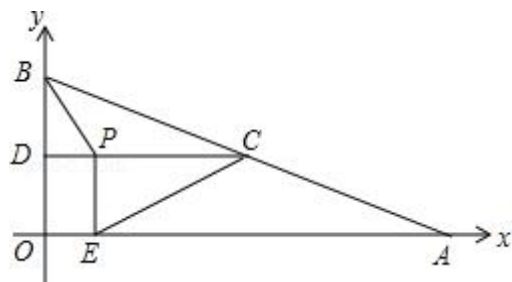
$$\therefore AB' = \sqrt{AG^2 + B'G^2} = \sqrt{4^2 + (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{7}.$$

故答案为: $2\sqrt{7}$.



18. (3 分) (2016•苏州) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知点 A 、 B 的坐标分别为 $(8, 0)$ 、 $(0, 2\sqrt{3})$, C 是 AB 的中点, 过点 C 作 y 轴的垂线, 垂足为 D , 动点 P 从点 D 出发, 沿

DC 向点 C 匀速运动，过点 P 作 x 轴的垂线，垂足为 E，连接 BP、EC。当 BP 所在直线与 EC 所在直线第一次垂直时，点 P 的坐标为 $(1, \sqrt{3})$ 。



【解答】解：∵点 A、B 的坐标分别为 $(8, 0)$ ， $(0, 2\sqrt{3})$

∴ $BO = 2\sqrt{3}$ ， $AO = 8$

由 $CD \perp BO$ ，C 是 AB 的中点，可得 $BD = DO = \frac{1}{2}BO = \sqrt{3} = PE$ ， $CD = \frac{1}{2}AO = 4$

设 $DP = a$ ，则 $CP = 4 - a$

当 BP 所在直线与 EC 所在直线第一次垂直时， $\angle FCP = \angle DBP$

又∵ $EP \perp CP$ ， $PD \perp BD$

∴ $\angle EPC = \angle PDB = 90^\circ$

∴ $\triangle EPC \sim \triangle PDB$

∴ $\frac{DP}{PE} = \frac{DB}{PC}$ ，即 $\frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{4 - a}$

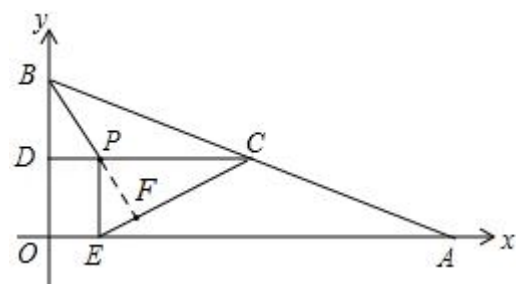
解得 $a_1 = 1$ ， $a_2 = 3$ （舍去）

∴ $DP = 1$

又∵ $PE = \sqrt{3}$

∴ $P(1, \sqrt{3})$

故答案为： $(1, \sqrt{3})$

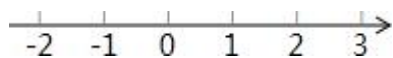


三、解答题（共 10 小题，满分 76 分）

19. (5 分) (2016•苏州) 计算： $(\sqrt{5})^2 + |-3| - (\pi + \sqrt{3})^0$ 。

【解答】解：原式 $= 5 + 3 - 1$
 $= 7$ 。

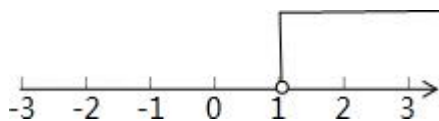
20. (5 分) (2016•苏州) 解不等式 $2x - 1 > \frac{3x - 1}{2}$ ，并把它的解集在数轴上表示出来。



【解答】解：去分母，得： $4x - 2 > 3x - 1$ ，
 移项，得： $4x - 3x > 2 - 1$ ，

合并同类项，得： $x > 1$ ，

将不等式解集表示在数轴上如图：



21. (6分) (2016•苏州) 先化简，再求值： $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + x} \div (1 - \frac{2}{x+1})$ ，其中 $x = \sqrt{3}$ 。

【解答】解：原式 $= \frac{(x-1)^2}{x(x+1)} \div \frac{x-1}{x+1}$

$$= \frac{(x-1)^2}{x(x+1)} \cdot \frac{x+1}{x-1}$$
$$= \frac{x-1}{x},$$

当 $x = \sqrt{3}$ 时，原式 $= \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} = \frac{3-\sqrt{3}}{3}$ 。

22. (6分) (2016•苏州) 某停车场的收费标准如下：中型汽车的停车费为 12 元/辆，小型汽车的停车费为 8 元/辆，现在停车场共有 50 辆中、小型汽车，这些车共缴纳停车费 480 元，中、小型汽车各有多少辆？

【解答】解：设中型车有 x 辆，小型车有 y 辆，根据题意，得

$$\begin{cases} x+y=50 \\ 12x+8y=480 \end{cases}$$

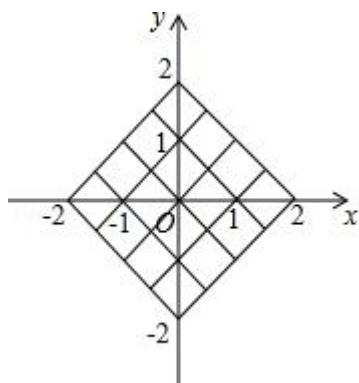
解得 $\begin{cases} x=20 \\ y=30 \end{cases}$

答：中型车有 20 辆，小型车有 30 辆。

23. (8分) (2016•苏州) 在一个不透明的布袋中装有三个小球，小球上分别标有数字 -1、0、2，它们除了数字不同外，其他都完全相同。

(1) 随机地从布袋中摸出一个小球，则摸出的球为标有数字 2 的小球的概率为 $\frac{1}{3}$ ；

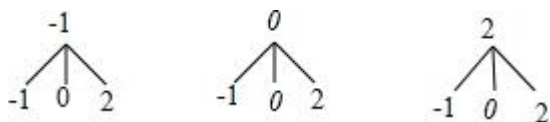
(2) 小丽先从布袋中随机摸出一个小球，记下数字作为平面直角坐标系内点 M 的横坐标，再将此球放回、搅匀，然后由小华再从布袋中随机摸出一个小球，记下数字作为平面直角坐标系内点 M 的纵坐标，请用树状图或表格列出点 M 所有可能的坐标，并求出点 M 落在如图所示的正方形网格内（包括边界）的概率。



【解答】解：（1）随机地从布袋中摸出一个小球，则摸出的球为标有数字 2 的小球的概率 $=\frac{1}{3}$ ；

故答案为 $\frac{1}{3}$ ；

（2）画树状图为：

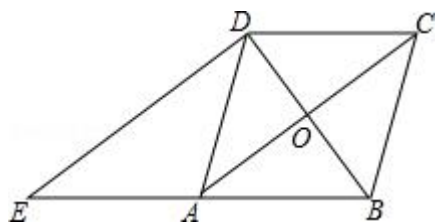


共有 9 种等可能的结果数，其中点 M 落在如图所示的正方形网格内（包括边界）的结果数为 6，

所以点 M 落在如图所示的正方形网格内（包括边界）的概率 $=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$ 。

24. (8 分) (2016•苏州) 如图，在菱形 ABCD 中，对角线 AC、BD 相交于点 O，过点 D 作对角线 BD 的垂线交 BA 的延长线于点 E。

- （1）证明：四边形 ACDE 是平行四边形；
- （2）若 $AC=8$ ， $BD=6$ ，求 $\triangle ADE$ 的周长。



【解答】（1）证明：∵ 四边形 ABCD 是菱形，

∴ $AB \parallel CD$ ， $AC \perp BD$ ，

∴ $AE \parallel CD$ ， $\angle AOB=90^\circ$ ，

∵ $DE \perp BD$ ，即 $\angle EDB=90^\circ$ ，

∴ $\angle AOB=\angle EDB$ ，

∴ $DE \parallel AC$ ，

∴ 四边形 ACDE 是平行四边形；

（2）解：∵ 四边形 ABCD 是菱形， $AC=8$ ， $BD=6$ ，

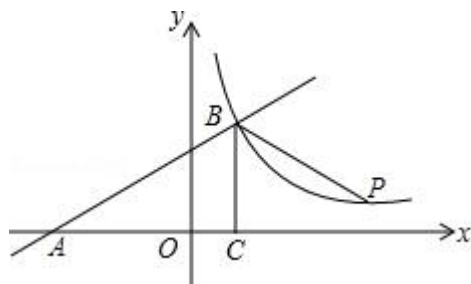
∴ $AO=4$ ， $DO=3$ ， $AD=CD=5$ ，

∵ 四边形 ACDE 是平行四边形，

∴ $AE=CD=5$ ， $DE=AC=8$ ，

$\therefore \triangle ADE$ 的周长为 $AD+AE+DE=5+5+8=18$.

25. (8 分) (2016•苏州) 如图, 一次函数 $y=kx+b$ 的图象与 x 轴交于点 A , 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ ($x>0$) 的图象交于点 $B(2, n)$, 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴于点 C , 点 $P(3n-4, 1)$ 是该反比例函数图象上的一点, 且 $\angle PBC = \angle ABC$, 求反比例函数和一次函数的表达式.



【解答】 解: $\because$ 点 $B(2, n)$ 、 $P(3n-4, 1)$ 在反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ ($x>0$) 的图象上,

$$\therefore \begin{cases} 2n=m \\ 3n-4=m \end{cases}$$

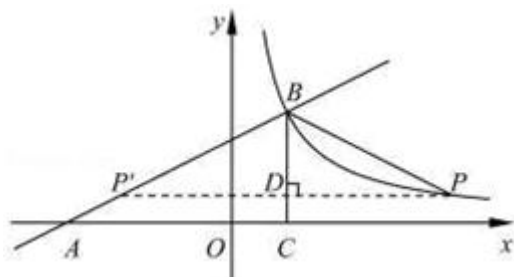
解得: $m=8, n=4$.

$\therefore$ 反比例函数的表达式为 $y=\frac{8}{x}$.

$\because m=8, n=4$,

$\therefore$ 点 $B(2, 4), (8, 1)$.

过点 P 作 $PD \perp BC$, 垂足为 D , 并延长交 AB 与点 P' .



在 $\triangle BDP$ 和 $\triangle BDP'$ 中,

$$\begin{cases} \angle PBD = \angle P'BD \\ BD = BD \\ \angle BDP = \angle BDP' \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDP \cong \triangle BDP'$.

$\therefore DP' = DP = 6$.

$\therefore$ 点 $P'(-4, 1)$.

将点 $P'(-4, 1)$, $B(2, 4)$ 代入直线的解析式得: $\begin{cases} 2k+b=4 \\ -4k+b=1 \end{cases}$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=\frac{1}{2} \\ b=3 \end{cases}$$

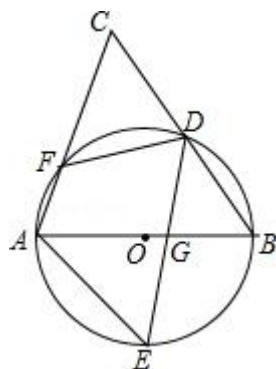
$\therefore$ 一次函数的表达式为 $y=\frac{1}{2}x+3$.

26. (10分) (2016•苏州) 如图, AB是 $\odot O$ 的直径, D、E为 $\odot O$ 上位于AB异侧的两点, 连接BD并延长至点C, 使得 $CD=BD$, 连接AC交 $\odot O$ 于点F, 连接AE、DE、DF.

(1) 证明: $\angle E = \angle C$;

(2) 若 $\angle E = 55^\circ$, 求 $\angle BDF$ 的度数;

(3) 设DE交AB于点G, 若 $DF=4$, $\cos B = \frac{2}{3}$, E是 $\widehat{AB}$ 的中点, 求 $EG \cdot ED$ 的值.



【解答】(1) 证明: 连接AD,

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$, 即 $AD \perp BC$,

$\because CD = BD$,

$\therefore AD$ 垂直平分BC,

$\therefore AB = AC$,

$\therefore \angle B = \angle C$,

又 $\because \angle B = \angle E$,

$\therefore \angle E = \angle C$;

(2) 解: $\because$ 四边形AEDF是 $\odot O$ 的内接四边形,

$\therefore \angle AFD = 180^\circ - \angle E$,

又 $\because \angle CFD = 180^\circ - \angle AFD$,

$\therefore \angle CFD = \angle E = 55^\circ$,

又 $\because \angle E = \angle C = 55^\circ$,

$\therefore \angle BDF = \angle C + \angle CFD = 110^\circ$;

(3) 解: 连接OE,

$\because \angle CFD = \angle E = \angle C$,

$\therefore FD = CD = BD = 4$,

在 $Rt\triangle ABD$ 中, $\cos B = \frac{2}{3}$, $BD = 4$,

$\therefore AB = 6$,

$\because E$ 是 $\widehat{AB}$ 的中点, AB 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle AOE = 90^\circ$,

$\because AO = OE = 3$,

$\therefore AE = 3\sqrt{2}$.

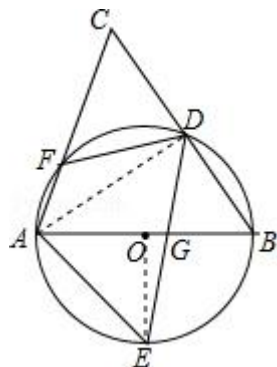
∵ E 是 $\widehat{AB}$ 的中点,

∴ $\angle ADE = \angle EAB$,

∴ $\triangle AEG \sim \triangle DEA$,

$$\therefore \frac{AE}{EG} = \frac{DE}{AE},$$

即 $EG \cdot ED = AE^2 = 18$.



27. (10 分) (2016•苏州) 如图, 在矩形 ABCD 中, $AB=6\text{cm}$, $AD=8\text{cm}$, 点 P 从点 B 出发, 沿对角线 BD 向点 D 匀速运动, 速度为 4cm/s , 过点 P 作 $PQ \perp BD$ 交 BC 于点 Q, 以 PQ 为一边作正方形 PQMN, 使得点 N 落在射线 PD 上, 点 O 从点 D 出发, 沿 DC 向点 C 匀速运动, 速度为 3m/s , 以 O 为圆心, 0.8cm 为半径作 $\odot O$, 点 P 与点 O 同时出发, 设它们的运动时间为 t (单位: s) ($0 < t < \frac{8}{5}$).

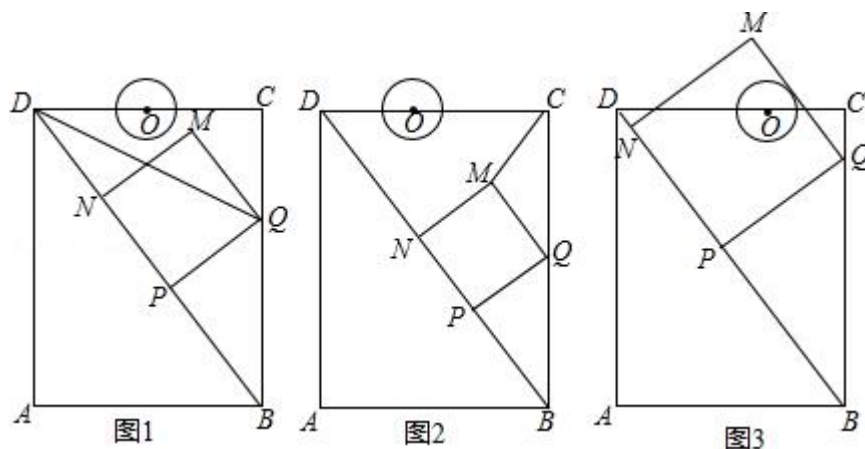
(1) 如图 1, 连接 DQ 平分 $\angle BDC$ 时, t 的值为 $\frac{3}{4}$;

(2) 如图 2, 连接 CM, 若 $\triangle CMQ$ 是以 CQ 为底的等腰三角形, 求 t 的值;

(3) 请你继续进行探究, 并解答下列问题:

①证明: 在运动过程中, 点 O 始终在 QM 所在直线的左侧;

②如图 3, 在运动过程中, 当 QM 与 $\odot O$ 相切时, 求 t 的值; 并判断此时 PM 与 $\odot O$ 是否也相切? 说明理由.



【解答】(1) 解: 如图 1 中, ∵ 四边形 ABCD 是矩形,

∴ $\angle A = \angle C = \angle ADC = \angle ABC = 90^\circ$, $AB = CD = 6$, $AD = BC = 8$,

$$\therefore BD = \sqrt{AD^2 + AB^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10,$$

$$\begin{aligned}
&\because PQ \perp BD, \\
&\therefore \angle BPQ = 90^\circ = \angle C, \\
&\because \angle PBQ = \angle DBC, \\
&\therefore \triangle PBQ \sim \triangle CBD, \\
&\therefore \frac{PB}{BC} = \frac{PQ}{DC} = \frac{BQ}{BD}, \\
&\therefore \frac{4t}{8} = \frac{PQ}{6} = \frac{BQ}{10}, \\
&\therefore PQ = 3t, \quad BQ = 5t, \\
&\because DQ \text{ 平分 } \angle BDC, \quad QP \perp DB, \quad QC \perp DC, \\
&\therefore QP = QC, \\
&\therefore 3t = 6 - 5t, \\
&\therefore t = \frac{3}{4},
\end{aligned}$$

故答案为 $\frac{3}{4}$.

(2) 解: 如图 2 中, 作 $MT \perp BC$ 于 T .

$$\begin{aligned}
&\because MC = MQ, \quad MT \perp CQ, \\
&\therefore TC = TQ,
\end{aligned}$$

由 (1) 可知 $TQ = \frac{1}{2}(8 - 5t)$, $QM = 3t$,

$$\begin{aligned}
&\because MQ \parallel BD, \\
&\therefore \angle MQT = \angle DBC, \\
&\because \angle MTQ = \angle BCD = 90^\circ, \\
&\therefore \triangle QTM \sim \triangle BCD,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\therefore \frac{QM}{BD} = \frac{TQ}{BC}, \\
&\therefore \frac{3t}{10} = \frac{\frac{1}{2}(8 - 5t)}{8},
\end{aligned}$$

$$\therefore t = \frac{40}{49} \text{ (s)},$$

$\therefore t = \frac{40}{49}$ s 时, $\triangle CMQ$ 是以 CQ 为底的等腰三角形.

(3) ①证明: 如图 2 中, 由此 QM 交 CD 于 E ,

$$\begin{aligned}
&\because EQ \parallel BD, \\
&\therefore \frac{EC}{CD} = \frac{CQ}{CB},
\end{aligned}$$

$$\therefore EC = \frac{3}{4}(8 - 5t), \quad ED = DC - EC = 6 - \frac{3}{4}(8 - 5t) = \frac{15}{4}t,$$

$$\because DO = 3t,$$

$$\therefore DE - DO = \frac{15}{4}t - 3t = \frac{3}{4}t > 0,$$

$\therefore$ 点 O 在直线 QM 左侧.

②解：如图 3 中，由①可知 $\odot O$ 只有在左侧与直线 QM 相切于点 H，QM 与 CD 交于点 E.

$$\because EC = \frac{3}{4}(8 - 5t), DO = 3t,$$

$$\therefore OE = 6 - 3t - \frac{3}{4}(8 - 5t) = \frac{3}{4}t,$$

$$\because OH \perp MQ,$$

$$\therefore \angle OHE = 90^\circ,$$

$$\because \angle HEO = \angle CEQ,$$

$$\therefore \angle HOE = \angle CQE = \angle CBD,$$

$$\because \angle OHE = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle OHE \sim \triangle BCD,$$

$$\therefore \frac{OH}{BC} = \frac{OE}{BD},$$

$$\therefore \frac{0.8}{8} = \frac{\frac{3}{4}t}{10},$$

$$\therefore t = \frac{4}{3}.$$

$$\therefore t = \frac{4}{3} \text{ s 时, } \odot O \text{ 与直线 QM 相切.}$$

连接 PM，假设 PM 与 $\odot O$ 相切，则 $\angle OMH = \frac{1}{2}\angle PMQ = 22.5^\circ$,

在 MH 上取一点 F，使得 MF=FO，则 $\angle FMO = \angle FOM = 22.5^\circ$,

$$\therefore \angle OFH = \angle FOH = 45^\circ,$$

$$\therefore OH = FH = 0.8, FO = FM = 0.8\sqrt{2},$$

$$\therefore MH = 0.8(\sqrt{2} + 1),$$

$$\text{由 } \frac{OH}{BC} = \frac{HE}{DC} \text{ 得到 } HE = \frac{3}{5},$$

$$\text{由 } \frac{EC}{BD} = \frac{CQ}{CB} \text{ 得到 } EQ = \frac{5}{3},$$

$$\therefore MH = MQ - HE - EQ = 4 - \frac{3}{5} - \frac{5}{3} = \frac{26}{15},$$

$$\therefore 0.8(\sqrt{2} + 1) \neq \frac{26}{15}, \text{ 矛盾,}$$

$\therefore$ 假设不成立.

$\therefore$ 直线 PM 与 $\odot O$ 不相切.

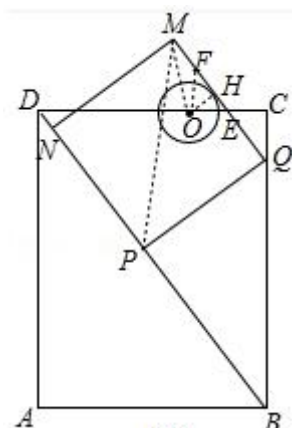


图3

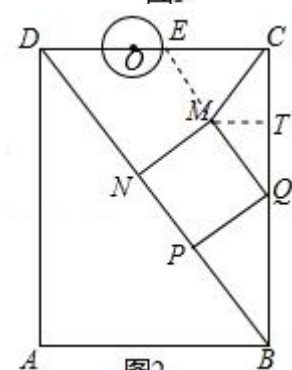


图2

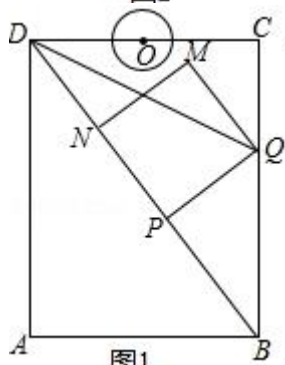


图1

28. (10 分) (2016•苏州) 如图，直线 $l: y = -3x + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于 A 、 B 两点，抛物线 $y = ax^2 - 2ax + a + 4$ ($a < 0$) 经过点 B .

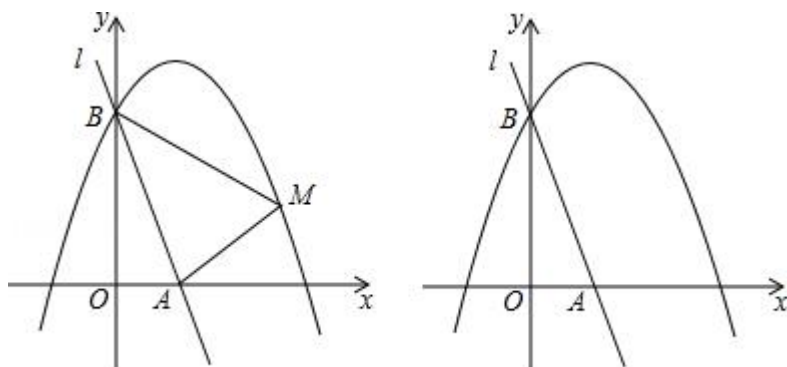
(1) 求该抛物线的函数表达式；

(2) 已知点 M 是抛物线上的一个动点，并且点 M 在第一象限内，连接 AM 、 BM ，设点 M 的横坐标为 m ， $\triangle ABM$ 的面积为 S ，求 S 与 m 的函数表达式，并求出 S 的最大值；

(3) 在 (2) 的条件下，当 S 取得最大值时，动点 M 相应的位置记为点 M' .

①写出点 M' 的坐标；

②将直线 l 绕点 A 按顺时针方向旋转得到直线 l' ，当直线 l' 与直线 AM' 重合时停止旋转，在旋转过程中，直线 l' 与线段 BM' 交于点 C ，设点 B 、 M' 到直线 l' 的距离分别为 d_1 、 d_2 ，当 $d_1 + d_2$ 最大时，求直线 l' 旋转的角度 (即 $\angle BAC$ 的度数).



备用图

【解答】解：(1) 令 $x=0$ 代入 $y=-3x+3$,
 $\therefore y=3$,
 $\therefore B(0, 3)$,
 把 $B(0, 3)$ 代入 $y=ax^2-2ax+a+4$,
 $\therefore 3=a+4$,
 $\therefore a=-1$,
 $\therefore$ 二次函数解析式为: $y=-x^2+2x+3$;

(2) 令 $y=0$ 代入 $y=-x^2+2x+3$,
 $\therefore 0=-x^2+2x+3$,
 $\therefore x=-1$ 或 3 ,
 $\therefore$ 抛物线与 x 轴的交点横坐标为 -1 和 3 ,
 $\therefore M$ 在抛物线上, 且在第一象限内,
 $\therefore 0 < m < 3$,
 过点 M 作 $ME \perp y$ 轴于点 E , 交 AB 于点 D ,
 由题意知: M 的坐标为 $(m, -m^2+2m+3)$,
 $\therefore D$ 的纵坐标为: $-m^2+2m+3$,
 $\therefore$ 把 $y=-m^2+2m+3$ 代入 $y=-3x+3$,

$$\therefore x = \frac{m^2 - 2m}{3},$$

$$\therefore D \text{ 的坐标为 } \left(\frac{m^2 - 2m}{3}, -m^2+2m+3 \right),$$

$$\therefore DM = m - \frac{m^2 - 2m}{3} = \frac{-m^2 + 5m}{3},$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} DM \cdot BE + \frac{1}{2} DM \cdot OE$$

$$= \frac{1}{2} DM (BE + OE)$$

$$= \frac{1}{2} DM \cdot OB$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \times \frac{-m^2 + 5m}{3} \times 3 \\
&= \frac{-m^2 + 5m}{2} \\
&= -\frac{1}{2} \left(m - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{8} \\
&\because 0 < m < 3, \\
&\therefore \text{当 } m = \frac{5}{2} \text{ 时,} \\
&S \text{ 有最大值, 最大值为 } \frac{25}{8};
\end{aligned}$$

(3) ①由 (2) 可知: M' 的坐标为 $\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{4}\right)$;

②过点 M' 作直线 $l_1 \parallel l'$, 过点 B 作 $BF \perp l_1$ 于点 F ,
根据题意知: $d_1 + d_2 = BF$,
此时只要求出 BF 的最大值即可,

$\because \angle BFM' = 90^\circ$,
 $\therefore$ 点 F 在以 BM' 为直径的圆上,
设直线 AM' 与该圆相交于点 H ,
 $\therefore$ 点 C 在线段 BM' 上,

$\therefore F$ 在优弧 $\widehat{BM'H}$ 上,

$\therefore$ 当 F 与 M' 重合时,
 BF 可取得最大值,
此时 $BM' \perp l_1$,

$\because A(1, 0), B(0, 3), M'\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{4}\right)$,

$\therefore$ 由勾股定理可求得: $AB = \sqrt{10}$, $M'B = \frac{5\sqrt{5}}{4}$, $M'A = \frac{\sqrt{85}}{4}$,

过点 M' 作 $M'G \perp AB$ 于点 G ,

设 $BG = x$,

$\therefore$ 由勾股定理可得: $M'B^2 - BG^2 = M'A^2 - AG^2$,

$$\therefore \frac{85}{16} - (\sqrt{10} - x)^2 = \frac{125}{16} - x^2,$$

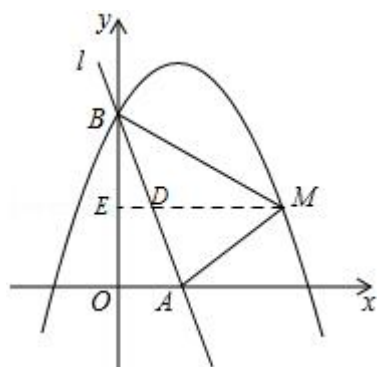
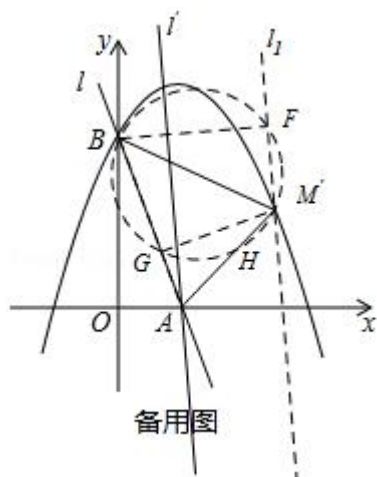
$$\therefore x = \frac{5\sqrt{10}}{8},$$

$$\cos \angle M'BG = \frac{BG}{M'B} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$\because l_1 \parallel l'$,

$\therefore \angle BCA = 90^\circ$,

$\angle BAC = 45^\circ$



参与本试卷答题和审题的老师有：ZJX；sd2011；sks；王学峰；弯弯的小河；gsls；fangcao；zcx；张其铎；lantin；三界无我；wd1899；sjzx；szl；gbl210；1987483819；梁宝华；神龙杉（排名不分先后）

菁优网

2016年7月3日