

2016 年江苏省盐城市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分

1. (3 分) -5 的相反数是 ()

- A. -5 B. 5 C. $-\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

2. (3 分) 计算 $(-x^2y)^2$ 的结果是 ()

- A. x^4y^2 B. $-x^4y^2$ C. x^2y^2 D. $-x^2y^2$

3. (3 分) 我国 2016 年第一季度 GDP 总值经初步核算大约为 159000 亿元，数据 159000 用科学记数法表示为 ()

- A. 1.59×10^4 B. 1.59×10^5 C. 1.59×10^4 D. 15.9×10^4

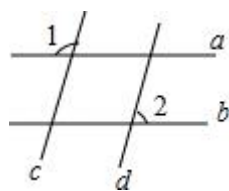
4. (3 分) 下列实数中，是无理数的为 ()

- A. -4 B. 0.101001 C. $\frac{1}{3}$ D. $\sqrt{2}$

5. (3 分) 下列调查中，最适宜采用普查方式的是 ()

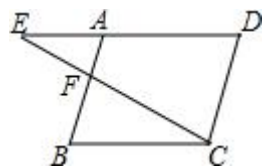
- A. 对我国初中学生视力状况的调查
B. 对量子科学通信卫星上某种零部件的调查
C. 对一批节能灯管使用寿命的调查
D. 对“最强大脑”节目收视率的调查

6. (3 分) 如图，已知 a 、 b 、 c 、 d 四条直线， $a \parallel b$ ， $c \parallel d$ ， $\angle 1 = 110^\circ$ ，则 $\angle 2$ 等于 ()



- A. 50° B. 70° C. 90° D. 110°

7. (3 分) 如图，点 F 在平行四边形 $ABCD$ 的边 AB 上，射线 CF 交 DA 的延长线于点 E ，在不添加辅助线的情况下，与 $\triangle AEF$ 相似的三角形有 ()



- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

8. (3分) 若 a 、 b 、 c 为 $\triangle ABC$ 的三边长, 且满足 $|a-4|+\sqrt{b-2}=0$, 则 c 的值可以为 ()

A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

二、填空题: 本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分

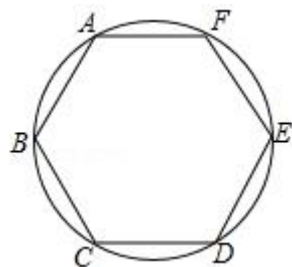
9. (3分) 分解因式: $a^2-ab=$ _____.

10. (3分) 当 $x=$ _____时, 分式 $\frac{x-1}{3x+2}$ 的值为 0.

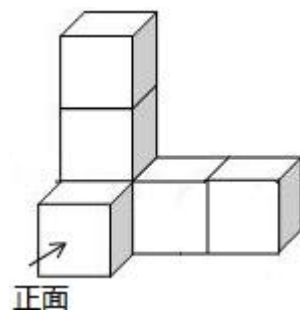
11. (3分) 如图, 转盘中 6 个小扇形的面积都相等, 任意转动转盘 1 次, 当转盘停止转动时, 指针指向红色区域的概率为_____.



12. (3分) 如图, 正六边形 $ABCDEF$ 内接于半径为 4 的圆, 则 B 、 E 两点间的距离为_____.



13. (3分) 如图是由 6 个棱长均为 1 的正方体组成的几何体, 它的主视图的面积为_____.



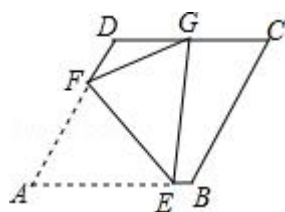
14. (3分) 已知圆锥的底面半径是 2, 母线长是 4, 则圆锥的侧面积是_____.

15. (3分) 方程 $x - \frac{2}{x} = 1$ 的正根为_____.

16. (3分) 李师傅加工 1 个甲种零件和 1 个乙种零件的时间分别是固定的, 现知道李师傅加工 3 个甲种零件和 5 个乙种零件共需 55 分钟; 加工 4 个甲种零件和 9 个乙种零件共需 85 分钟, 则李师傅加工 2 个甲种零件和 4 个乙种零件共需分钟.

17. (3分) 已知 $\triangle ABC$ 中, $\tan B = \frac{2}{3}$, $BC = 6$, 过点 A 作 BC 边上的高, 垂足为点 D, 且满足 $BD:CD = 2:1$, 则 $\triangle ABC$ 面积的所有可能值为_____.

18. (3分) 如图, 已知菱形 ABCD 的边长 2, $\angle A = 60^\circ$, 点 E、F 分别在边 AB、AD 上, 若将 $\triangle AEF$ 沿直线 EF 折叠, 使得点 A 恰好落在 CD 边的中点 G 处, 则 $EF =$ _____.



三、解答题: 本大题共 10 小题, 共 96 分

19. (8分) 计算:

(1) $|-2| - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$

(2) $(3 - \sqrt{7})(3 + \sqrt{7}) + \sqrt{2}(2 - \sqrt{2})$

20. (8分) 先化简, 再求 $\left(\frac{x}{x-2} + \frac{2x-4}{x^2-4x+4}\right) \times \frac{1}{x+2}$ 的值, 其中 $x=3$.

21. (8 分) 甲、乙两位同学参加数学综合素质测试, 各项成绩如下 (单位: 分)

	数与代数	空间与图形	统计与概率	综合与实践
学生甲	90	93	89	90
学生乙	94	92	94	86

(1) 分别计算甲、乙成绩的中位数;

(2) 如果数与代数、空间与图形、统计与概率、综合与实践的成绩按 3: 3: 2: 2 计算, 那么甲、乙的数学综合素质成绩分别为多少分?

22. (8 分) 一个不透明的袋子中装有大小、质地完全相同的 4 只小球, 小球上分别标有 1、2、3、4 四个数字

(1) 从袋中随机摸出一只小球, 求小球上所标数字为奇数的概率;

(2) 从袋中随机摸出一只小球, 再从剩下的小球中随机摸出一只小球, 求两次摸出的小球上所标数字之和为 5 的概率.

23. (10 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$

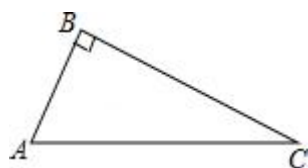
(1) 尺规作图: 按下列要求完成作图 (保留作图痕迹, 请标明字母)

①作线段 AC 的垂直平分线 l , 交 AC 于点 O ;

②连接 BO 并延长, 在 BO 的延长线上截取 OD , 使得 $OD=OB$;

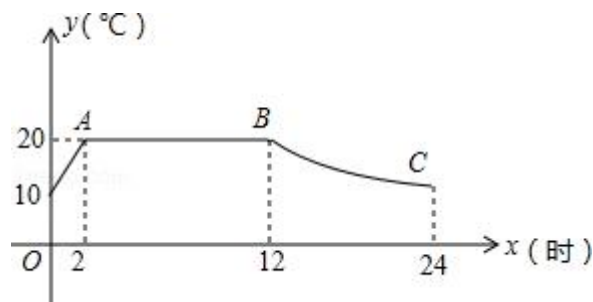
③连接 DA 、 DC

(2) 判断四边形 $ABCD$ 的形状, 并说明理由.



24. (10 分) 我市某蔬菜生产基地用装有恒温系统的大棚栽培一种适宜生长温度为 $15 - 20^{\circ}\text{C}$ 的新品种，如图是某天恒温系统从开启到关闭及关闭后，大棚里温度 y ($^{\circ}\text{C}$) 随时间 x (h) 变化的函数图象，其中 AB 段是恒温阶段，BC 段是双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 的一部分，请根据图中信息解答下列问题：

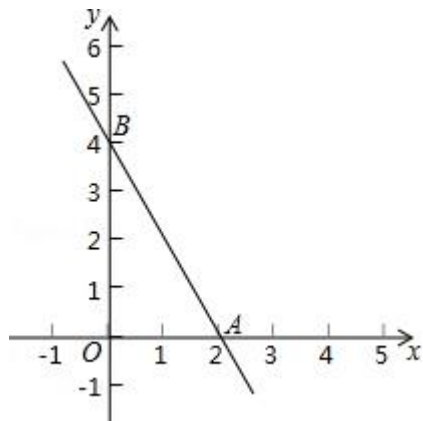
- (1) 求 k 的值；
- (2) 恒温系统在一天内保持大棚里温度在 15°C 及 15°C 以上的时间有多少小时？



25. (10 分) 如果两个一次函数 $y = k_1x + b_1$ 和 $y = k_2x + b_2$ 满足 $k_1 = k_2$, $b_1 \neq b_2$, 那么称这两个一次函数为“平行一次函数”.

如图，已知函数 $y = -2x + 4$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别交于 A、B 两点，一次函数 $y = kx + b$ 与 $y = -2x + 4$ 是“平行一次函数”

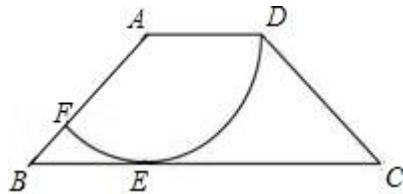
- (1) 若函数 $y = kx + b$ 的图象过点 $(3, 1)$ ，求 b 的值；
- (2) 若函数 $y = kx + b$ 的图象与两坐标轴围成的三角形和 $\triangle AOB$ 构成位似图形，位似中心为原点，位似比为 $1:2$ ，求函数 $y = kx + b$ 的表达式.



26. (10 分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD=2$, $AB=2\sqrt{2}$, 以点 A 为圆心, AD 为半径的圆与 BC 相切于点 E , 交 AB 于点 F

(1) 求 $\angle ABE$ 的大小及 $\widehat{DEF}$ 的长度;

(2) 在 BE 的延长线上取一点 G , 使得 $\widehat{DE}$ 上的一个动点 P 到点 G 的最短距离为 $2\sqrt{2}-2$, 求 BG 的长.



27. (12 分) 某地拟召开一场安全级别较高的会议, 预估将有 4000 至 7000 名人员参加会议, 为了确保会议的安全, 会议组委会决定对每位入场人员进行安全检查, 现了解到安检设备有门式安检仪和手持安检仪两种: 门式安检仪每台 3000 元, 需安检员 2 名, 每分钟可通过 10 人; 手持安检仪每只 500 元, 需安检员 1 名, 每分钟可通过 2 人, 该会议中心共有 6 个不同的入口, 每个入口都有 5 条通道可供使用, 每条通道只可安放一台门式安检仪或一只手持安检仪, 每位安检员的劳务费用均为 200 元. (安检总费用包括安检设备费用和安检员的劳务费用) 现知道会议当日人员从上午 9:00 开始入场, 到上午 9:30 结束入场, 6 个入口都采用相同的安检方案, 所有人员须提前到达并根据会议通知从相应入口进入

(1) 如果每个入口处, 只有 2 个通道安放门式安检仪, 而其余 3 个通道均为手持安检仪, 在这个安检方案下, 请问: 在规定时间内可通过多少名人员? 安检所需要的总费用为多少元?

(2) 请你设计一个安检方案, 确保安检工作的正常进行, 同时使得安检所需要的总费用尽可能少.

28. (12 分) 如图 1, 已知一次函数 $y=x+3$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点, 抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 过 A 、 B 两点, 且与 x 轴交于另一点 C .

(1) 求 b 、 c 的值;

(2) 如图 1, 点 D 为 AC 的中点, 点 E 在线段 BD 上, 且 $BE=2ED$, 连接 CE 并延长交抛物线于点 M , 求点 M 的坐标;

(3) 将直线 AB 绕点 A 按逆时针方向旋转 15° 后交 y 轴于点 G , 连接 CG , 如图 2, P 为 $\triangle ACG$ 内一点, 连接 PA 、 PC 、 PG , 分别以 AP 、 AG 为边, 在他们的左侧作等边 $\triangle APR$, 等边 $\triangle AGQ$, 连接 QR

①求证: $PG=RQ$;

②求 $PA+PC+PG$ 的最小值, 并求出当 $PA+PC+PG$ 取得最小值时点 P 的坐标.

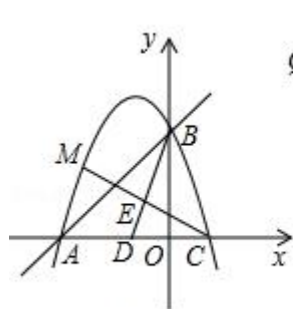


图1

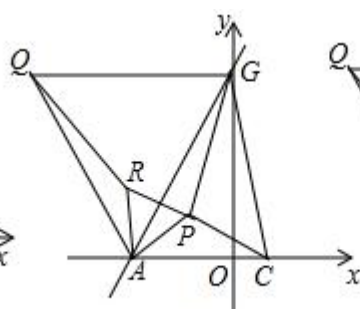
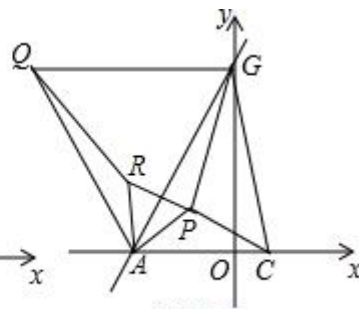


图2



备用图

2016 年江苏省盐城市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分

1. (3 分) (2016•盐城) -5 的相反数是 ()

A. -5 B. 5 C. $-\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

【考点】相反数.

【分析】根据相反数的概念解答即可.

【解答】解： -5 的相反数是 5 .

故选：B.

【点评】本题考查了相反数的意义：只有符号不同的两个数互为相反数， 0 的相反数是 0 .

2. (3 分) (2016•盐城) 计算 $(-x^2y)^2$ 的结果是 ()

A. x^4y^2 B. $-x^4y^2$ C. x^2y^2 D. $-x^2y^2$

【考点】幂的乘方与积的乘方.

【分析】直接利用积的乘方运算法则计算得出答案.

【解答】解： $(-x^2y)^2 = x^4y^2$.

故选：A.

【点评】此题主要考查了积的乘方运算，正确掌握运算法则是解题关键.

3. (3 分) (2016•盐城) 我国 2016 年第一季度 GDP 总值经初步核算大约为 159000 亿元，数据 159000 用科学记数法表示为 ()

A. 1.59×10^4 B. 1.59×10^5 C. 1.59×10^4 D. 15.9×10^4

【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：159000= 1.59×10^5 ，

故选：B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a\times 10^n$ 的形式，其中 $1\leq |a|<10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (3 分) (2016•盐城) 下列实数中，是无理数的为 ()

A. -4 B. 0.101001 C. $\frac{1}{3}$ D. $\sqrt{2}$

【考点】无理数.

【分析】无理数就是无限不循环小数. 理解无理数的概念，一定要同时理解有理数的概念，有理数是整数与分数的统称. 即有限小数和无限循环小数是有理数，而无限不循环小数是无理数. 由此即可判定选择项.

【解答】解：解：A、 -4 是整数，是有理数，故本选项不符合题意；

B、 0.101001 是小数，属于分数，故本选项不符合题意；是无理数，故本选项符合题意；

C、 $\frac{1}{3}$ 是小数，属于分数，故本选项不符合题意；

D、 $\sqrt{2}$ 是无理数，正确；

故选 D.

【点评】此题主要考查了无理数的定义，其中初中范围内学习的无理数有： π ， 2π 等；开方开不尽的数；以及像 $0.1010010001\dots$ ，等有这样规律的数.

5. (3 分) (2016•盐城) 下列调查中，最适宜采用普查方式的是 ()

- A. 对我国初中学生视力状况的调查
- B. 对量子科学通信卫星上某种零部件的调查
- C. 对一批节能灯管使用寿命的调查
- D. 对“最强大脑”节目收视率的调查

【考点】全面调查与抽样调查.

【分析】调查方式的选择需要将普查的局限性和抽样调查的必要性结合起来，具体问题具体分析，普查结果准确，所以在要求精确、难度相对不大，实验无破坏性的情况下应选择普查方式，当考查的对象很多或考查会给被调查对象带来损伤

破坏，以及考查经费和时间都非常有限时，普查就受到限制，这时就应选择抽样调查.

【解答】解：A、对我国初中学生视力状况的调查，人数太多，调查的工作量大，适合抽样调查，故此选项错误；

B、对量子科学通信卫星上某种零部件的调查，关系到量子科学通信卫星的运行安全，必须全面调查，故此选项正确；

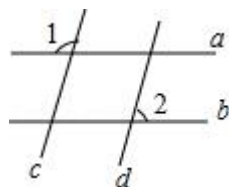
C、对一批节能灯管使用寿命的调查具有破坏性，适合抽样调查，故此选项错误；

D、对“最强大脑”节目收视率的调查，人数较多，不便测量，应当采用抽样调查，故本选项错误；

故选：B.

【点评】本题考查了抽样调查和全面调查的区别，选择普查还是抽样调查要根据所要考查的对象的特征灵活选用，一般来说，对于具有破坏性的调查、无法进行普查、普查的意义或价值不大时，应选择抽样调查，对于精确度要求高的调查，事关重大的调查往往选用普查.

6. (3 分) (2016•盐城) 如图，已知 $a \parallel b$, $c \parallel d$, $\angle 1 = 110^\circ$, 则 $\angle 2$ 等于 ()



A. 50° B. 70° C. 90° D. 110°

【考点】平行线的性质.

【分析】根据平行线的性质得到 $\angle 3 = \angle 1$, $\angle 4 = \angle 3$, 然后由邻补角的定义即可得到结论.

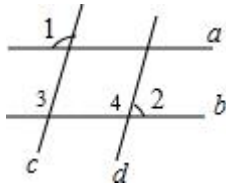
【解答】解： $\because a \parallel b$, $c \parallel d$,

$$\therefore \angle 3 = \angle 1, \angle 4 = \angle 3,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 4 = 110^\circ,$$

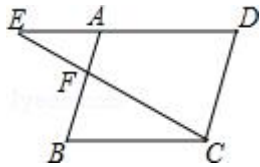
$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 4 = 70^\circ,$$

故选 B.



【点评】 本题考查了平行线的性质，注意：两直线平行，同位角相等是解答此题的关键.

7. (3 分) (2016•盐城) 如图，点 F 在平行四边形 ABCD 的边 AB 上，射线 CF 交 DA 的延长线于点 E，在不添加辅助线的情况下，与 $\triangle AEF$ 相似的三角形有 ()



A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

【考点】 相似三角形的判定；平行四边形的性质.

【分析】 直接利用平行四边形的性质得出 $AD \parallel BC$ ， $AB \parallel DC$ ，再结合相似三角形的判定方法得出答案.

【解答】 解： $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$ ， $AB \parallel DC$ ，

$\therefore \triangle AEF \sim \triangle CBF$ ， $\triangle AEF \sim \triangle DEC$ ，

$\therefore$ 与 $\triangle AEF$ 相似的三角形有 2 个.

故选： C.

【点评】 此题主要考查了相似三角形的判定以及平行四边形的性质，正确掌握相似三角形的判定方法是解题关键.

8. (3 分) (2016•盐城) 若 a、b、c 为 $\triangle ABC$ 的三边长，且满足 $|a - 4| + \sqrt{b - 2} = 0$ ，则 c 的值可以为 ()

A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

【考点】 三角形三边关系；非负数的性质：绝对值；非负数的性质：算术平方根.

【分析】先根据非负数的性质，求出 a 、 b 的值，进一步根据三角形的三边关系“第三边大于两边之差，而小于两边之和”，求得第三边的取值范围，从而确定 c 的可能值；

【解答】解： $\because |a-4| + \sqrt{b-2} = 0$,

$\therefore a-4=0$, $a=4$; $b-2=0$, $b=2$;

则 $4-2 < c < 4+2$,

$2 < c < 6$, 5 符合条件;

故选 A.

【点评】本题考查了等腰三角形的性质、三角形三边关系及非负数的性质：有限个非负数的和为零，那么每一个加数也必为零；注意初中阶段有三种类型的非负数：(1) 绝对值；(2) 偶次方；(3) 二次根式（算术平方根）.

二、填空题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分

9. (3 分) (2016•盐城) 分解因式： $a^2 - ab = \underline{a(a-b)}$.

【考点】因式分解-提公因式法.

【专题】计算题.

【分析】直接把公因式 a 提出来即可.

【解答】解： $a^2 - ab = a(a-b)$.

【点评】本题主要考查提公因式法分解因式，准确找出公因式是 a 是解题的关键.

10. (3 分) (2016•盐城) 当 $x = \underline{1}$ 时，分式 $\frac{x-1}{3x+2}$ 的值为 0.

【考点】分式的值为零的条件.

【分析】直接利用分式的值为 0，则其分子为零，进而得出答案.

【解答】解：当 $x-1=0$ 时， $x=1$ ，此时分式 $\frac{x-1}{3x+2}$ 的值为 0.

故答案为：1.

【点评】此题主要考查了分式的值为零的条件，正确把握定义是解题关键.

11. (3 分) (2016•盐城) 如图，转盘中 6 个小扇形的面积都相等，任意转动转盘

1 次，当转盘停止转动时，指针指向红色区域的概率为 $\frac{1}{3}$ 。



【考点】 几何概率.

【分析】 首先确定在图中红色区域的面积在整个面积中占的比例，根据这个比例即可求出指针指向红色区域的概率.

【解答】 解：∵圆被等分成 6 份，其中红色部分占 2 份，

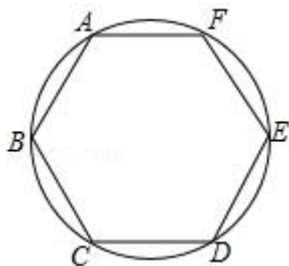
∴落在阴影区域的概率 $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$,

故答案为 $\frac{1}{3}$.

【点评】 本题考查几何概率的求法：首先根据题意将代数关系用面积表示出来，一般用阴影区域表示所求事件 (A)；然后计算阴影区域的面积在总面积中占的比例，这个比例即事件 (A) 发生的概率；

此题将概率的求解设置于几何图象或游戏中，考查学生对简单几何概型的掌握情况，既避免了单纯依靠公式机械计算的做法，又体现了数学知识在现实生活、甚至娱乐中的运用，体现了数学学科的基础性.

12. (3 分) (2016•盐城) 如图，正六边形 ABCDEF 内接于半径为 4 的圆，则 B、E 两点间的距离为 8。

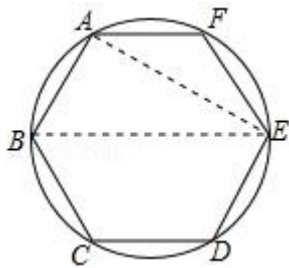


【考点】 正多边形和圆.

【专题】 推理填空题.

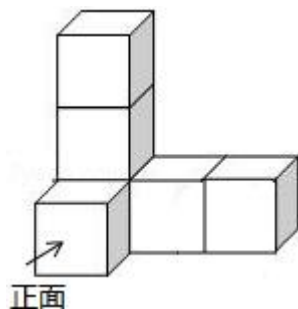
【分析】 根据题意可以求得 $\angle BAE$ 的度数，由正六边形 ABCDEF 内接于半径为 4 的圆，可以求得 B、E 两点间的距离.

【解答】解：连接 BE、AE，如右图所示，
 $\because$ 六边形 ABCDEF 是正六边形，
 $\therefore \angle BAF = \angle AFE = 120^\circ$ ， $FA = FE$ ，
 $\therefore \angle FAE = \angle FEA = 30^\circ$ ，
 $\therefore \angle BAE = 90^\circ$ ，
 $\therefore$ BE 是正六边形 ABCDEF 的外接圆的直径，
 $\because$ 正六边形 ABCDEF 内接于半径为 4 的圆，
 $\therefore BE = 8$ ，
 即则 B、E 两点间的距离为 8，
 故答案为：8.



【点评】本题考查正多边形和圆，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件.

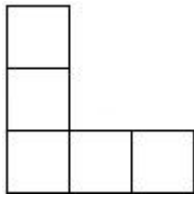
13. (3 分) (2016•盐城) 如图是由 6 个棱长均为 1 的正方体组成的几何体，它的主视图的面积为 5.



【考点】简单组合体的三视图.

【分析】根据立体图形画出它的主视图，再求出面积.

【解答】解：主视图如图所示，



∴由 6 个棱长均为 1 的正方体组成的几何体，

∴主视图的面积为 $5 \times 1^2 = 5$ ，

故答案为 5.

【点评】此题是简单组合体的三视图，主要考查了立体图的主视图，解本题的关键是画出它的主视图.

14. (3 分) (2016•盐城) 已知圆锥的底面半径是 2，母线长是 4，则圆锥的侧面积是 8π .

【考点】圆锥的计算.

【专题】压轴题.

【分析】圆锥的侧面积=底面周长×母线长÷2.

【解答】解：底面半径是 2，则底面周长= 4π ，圆锥的侧面积= $\frac{1}{2} \times 4\pi \times 4 = 8\pi$.

【点评】本题利用了圆的周长公式和扇形面积公式求解.

15. (3 分) (2016•盐城) 方程 $x - \frac{2}{x} = 1$ 的正根为 $x=2$.

【考点】分式方程的解.

【专题】计算题.

【分析】先去分母得到 $x^2 - x - 2 = 0$ ，再利用因式分解法解方程得到 $x_1 = 2$ ， $x_2 = -1$ ，然后进行检验确定原方程的根，从而得到原方程的正根.

【解答】解：去分母得 $x^2 - 2 = x$ ，

整理得 $x^2 - x - 2 = 0$ ，

解得 $x_1 = 2$ ， $x_2 = -1$ ，

经检验 $x_1 = 2$ ， $x_2 = -1$ 都是分式方程的解，

所以原方程的正根为 $x = 2$.

故答案为 $x = 2$.

【点评】 本题考查了分式方程的解：在解方程的过程中因为在把分式方程化为整式方程的过程中，扩大了未知数的取值范围，可能产生增根，增根是令分母等于 0 的值，不是原分式方程的解.

16. (3 分) (2016•盐城) 李师傅加工 1 个甲种零件和 1 个乙种零件的时间分别是固定的，现知道李师傅加工 3 个甲种零件和 5 个乙种零件共需 55 分钟；加工 4 个甲种零件和 9 个乙种零件共需 85 分钟，则李师傅加工 2 个甲种零件和 4 个乙种零件共需 40 分钟.

【考点】 二元一次方程组的应用.

【分析】 设李师傅加工 1 个甲种零件需要 x 分钟，加工 1 个乙种零件需要 y 分钟，根据题中“加工 3 个甲种零件和 5 个乙种零件共需 55 分钟；加工 4 个甲种零件和 9 个乙种零件共需 85 分钟”列出方程组并解答.

【解答】 解：设李师傅加工 1 个甲种零件需要 x 分钟，加工 1 个乙种零件需要 y 分钟，

依题意得：
$$\begin{cases} 3x+5y=55 \text{ ①} \\ 4x+9y=85 \text{ ②} \end{cases}$$

由①+②，得

$$7x+14y=140,$$

所以 $x+2y=20$,

则 $2x+4y=40$,

所以李师傅加工 2 个甲种零件和 4 个乙种零件共需 40 分钟.

故答案是：40.

【点评】 本题考查了二元一次方程组的应用. 解题的关键是弄清题意，找出题中的等量关系，列出方程组并能正确解答.

17. (3 分) (2016•盐城) 已知 $\triangle ABC$ 中， $\tan B = \frac{2}{3}$ ， $BC=6$ ，过点 A 作 BC 边上的高，垂足为点 D，且满足 $BD:CD=2:1$ ，则 $\triangle ABC$ 面积的所有可能值为 8 或 24.

【考点】 解直角三角形.

【专题】 分类讨论.

【分析】分两种情况，根据已知条件确定高 AD 的长，然后根据三角形面积公式即可求得.

【解答】解：如图 1 所示：

$$\because BC=6, BD: CD=2: 1,$$

$$\therefore BD=4,$$

$$\because AD \perp BC, \tan B = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore AD = \frac{2}{3}BD = \frac{8}{3},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{8}{3} = 8;$$

如图 2 所示：

$$\because BC=6, BD: CD=2: 1,$$

$$\therefore BD=12,$$

$$\because AD \perp BC, \tan B = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore AD = \frac{2}{3}BD = 8,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24;$$

综上， $\triangle ABC$ 面积的所有可能值为 8 或 24，

故答案为 8 或 24.

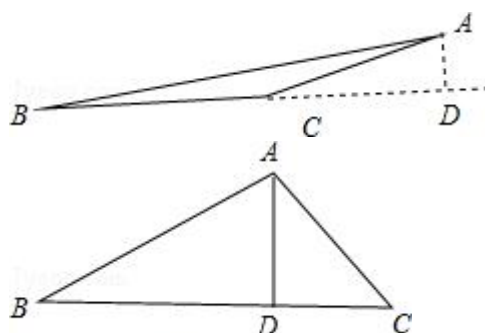
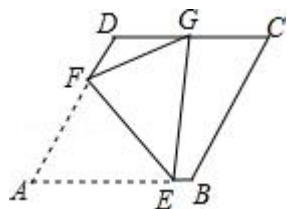


图1

【点评】本题考查了解直角三角形，以及三角函数的定义，三角形面积，分类讨论思想的运用是本题的关键.

18. (3 分) (2016•盐城) 如图, 已知菱形 ABCD 的边长 2, $\angle A=60^\circ$, 点 E、F 分别在边 AB、AD 上, 若将 $\triangle AEF$ 沿直线 EF 折叠, 使得点 A 恰好落在 CD 边的中点 G 处, 则 $EF=\frac{7\sqrt{21}}{20}$.



【考点】 菱形的性质; 翻折变换 (折叠问题).

【分析】 延长 CD, 过点 F 作 $FM \perp CD$ 于点 M, 连接 GB、BD, 作 $FH \perp AE$ 交于点 H, 由菱形的性质和已知条件得出 $\angle MFD=30^\circ$, 设 $MD=x$, 则 $DF=2x$, $FM=\sqrt{3}x$, 得出 $MG=x+1$, 由勾股定理得出 $(x+1)^2 + (\sqrt{3}x)^2 = (2-2x)^2$, 解方程得出 $DF=0.6$, $AF=1.4$, 求出 $AH=\frac{1}{2}AF=0.7$, $FH=\frac{7\sqrt{3}}{10}$, 证明 $\triangle DCB$ 是等边三角形, 得出 $BG \perp CD$, 由勾股定理求出 $BG=\sqrt{3}$, 设 $BE=y$, 则 $GE=2-y$, 由勾股定理得出 $(\sqrt{3})^2 + y^2 = (2-y)^2$, 解方程求出 $y=0.25$, 得出 AE、EH, 再由勾股定理求出 EF 即可.

【解答】 解: 延长 CD, 过点 F 作 $FM \perp CD$ 于点 M, 连接 GB、BD, 作 $FH \perp AE$ 交于点 H, 如图所示:

$\because \angle A=60^\circ$, 四边形 ABCD 是菱形,

$\therefore \angle MDF=60^\circ$,

$\therefore \angle MFD=30^\circ$,

设 $MD=x$, 则 $DF=2x$, $FM=\sqrt{3}x$,

$\because DG=1$, $\therefore MG=x+1$,

$\therefore (x+1)^2 + (\sqrt{3}x)^2 = (2-2x)^2$,

解得: $x=0.3$,

$\therefore DF=0.6$, $AF=1.4$,

$\therefore AH=\frac{1}{2}AF=0.7$, $FH=AF \cdot \sin \angle A = 1.4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{7\sqrt{3}}{10}$,

$\because CD=BC$, $\angle C=60^\circ$,

$\therefore \triangle DCB$ 是等边三角形,

$\because G$ 是 CD 的中点,

$$\therefore BG \perp CD,$$

$$\because BC=2, GC=1,$$

$$\therefore BG=\sqrt{3},$$

$$\text{设 } BE=y, \text{ 则 } GE=2-y,$$

$$\therefore (\sqrt{3})^2 + y^2 = (2-y)^2,$$

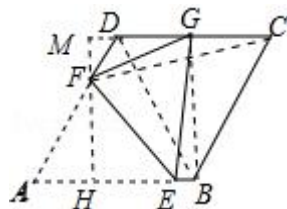
$$\text{解得: } y=0.25,$$

$$\therefore AE=1.75,$$

$$\therefore EH=AE-AH=1.75-0.7=1.05,$$

$$\therefore EF=\sqrt{EH^2+FH^2}=\sqrt{1.05^2+\left(\frac{7\sqrt{3}}{10}\right)^2}=\frac{7\sqrt{21}}{20}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{7\sqrt{21}}{20}.$$



【点评】 本题考查了菱形的性质、翻折变换的性质、勾股定理、等边三角形的判定与性质等知识；本题综合性强，难度较大，运用勾股定理得出方程是解决问题的关键。

三、解答题：本大题共 10 小题，共 96 分

19. (8 分) (2016•盐城) 计算：

$$(1) |-2| - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$$

$$(2) (3 - \sqrt{7})(3 + \sqrt{7}) + \sqrt{2}(2 - \sqrt{2})$$

【考点】 二次根式的混合运算.

【专题】 计算题.

【分析】 (1) 根据负整数指数幂的意义和绝对值意义计算；

(2) 利用平方差公式和二次根式的乘法法则运算.

【解答】 解：(1) 原式=2-3
=-1；

$$(2) \text{原式}=9-7+2\sqrt{2}-2$$

$$=2\sqrt{2}.$$

【点评】 本题考查了二次根式的计算：先把各二次根式化为最简二次根式，再进行二次根式的乘除运算，然后合并同类二次根式. 在二次根式的混合运算中，如能结合题目特点，灵活运用二次根式的性质，选择恰当的解题途径，往往能事半功倍.

20. (8 分) (2016•盐城) 先化简，再求 $(\frac{x}{x-2} + \frac{2x-4}{x^2-4x+4}) \times \frac{1}{x+2}$ 的值，其中 $x=3$.

【考点】 分式的化简求值.

【专题】 计算题；分式.

【分析】 原式括号中两项通分并利用同分母分式的加法法则计算，约分得到最简结果，把 x 的值代入计算即可求出值.

【解答】 解：原式 $= \frac{x(x-2)+2x-4}{(x-2)^2} \cdot \frac{1}{x+2} = \frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)^2} \cdot \frac{1}{x+2} = \frac{1}{x-2},$

当 $x=3$ 时，原式 $=1$.

【点评】 此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

21. (8 分) (2016•盐城) 甲、乙两位同学参加数学综合素质测试，各项成绩如下 (单位：分)

	数与代数	空间与图形	统计与概率	综合与实践
学生甲	90	93	89	90
学生乙	94	92	94	86

(1) 分别计算甲、乙成绩的中位数；

(2) 如果数与代数、空间与图形、统计与概率、综合与实践的成绩按 3: 3: 2: 2 计算，那么甲、乙的数学综合素质成绩分别为多少分？

【考点】 中位数；加权平均数.

【分析】 (1) 将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列，处于中间位置的数就是这组数据的中位数进行分析；

(2) 数学综合素质成绩=数与代数成绩 $\times\frac{3}{10}$ +空间与图形成绩 $\times\frac{3}{10}$ +统计与概率成绩 $\times\frac{2}{10}$ +综合与实践成绩 $\times\frac{2}{10}$ ，依此分别进行计算即可求解.

【解答】解：(1) 甲的成绩从小到大的顺序排列为：89，90，90，93，中位数为90；

乙的成绩从小到大的顺序排列为：86，92，94，94，中位数为 $(92+94)\div2=93$.

答：甲成绩的中位数是90，乙成绩的中位数是93；

(2) $6+3+2+2=10$

$$\text{甲 } 90\times\frac{3}{10}+93\times\frac{3}{10}+89\times\frac{2}{10}+90\times\frac{2}{10}$$

$$=27+27.9+17.8+18$$

$$=90.7 \text{ (分)}$$

$$\text{乙 } 94\times\frac{3}{10}+92\times\frac{3}{10}+94\times\frac{2}{10}+86\times\frac{2}{10}$$

$$=28.2+27.6+18.8+17.2$$

$$=91.8 \text{ (分)}$$

答：甲的数学综合素质成绩为90.7分，乙的数学综合素质成绩为91.8分.

【点评】此题考查了中位数和加权平均数，用到的知识点是中位数和加权平均数，掌握它们的计算公式是本题的关键.

22. (8分) (2016•盐城) 一个不透明的袋子中装有大小、质地完全相同的4只小球，小球上分别标有1、2、3、4四个数字

(1) 从袋中随机摸出一只小球，求小球上所标数字为奇数的概率；

(2) 从袋中随机摸出一只小球，再从剩下的小球中随机摸出一只小球，求两次摸出的小球上所标数字之和为5的概率.

【考点】列表法与树状图法；概率公式.

【分析】(1) 用奇数的个数除以总数即可求出小球上所标数字为奇数的概率；

(2) 首先根据题意画出表格，然后由表格求得所有等可能的结果与两次摸出的小球上所标数字之和为5的情况数即可求出其概率.

【解答】解：(1) $\because$ 质地完全相同的4只小球，小球上分别标有1、2、3、4四

个数字,

∴ 袋中随机摸出一只小球, 求小球上所标数字为奇数的概率= $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$;

(2) 列表得:

和	1	2	3	4
1		3	4	5
2	3		5	6
3	4	5		7
4	5	6	7	

∴ 共有 12 种等可能的结果, 两次摸出的小球上所标数字之和为 5 的情况数为 4,

∴ 两次摸出的小球上所标数字之和为 5 的概率= $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.

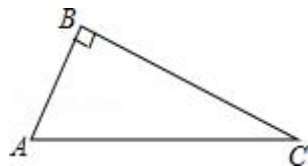
【点评】此题考查的是用列表法或树状图法求概率与不等式的性质. 注意树状图法与列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 列表法适合于两步完成的事件; 树状图法适合两步或两步以上完成的事件; 注意概率=所求情况数与总情况数之比.

23. (10 分) (2016•盐城) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$

(1) 尺规作图: 按下列要求完成作图 (保留作图痕迹, 请标明字母)

- ①作线段 AC 的垂直平分线 l, 交 AC 于点 O;
- ②连接 BO 并延长, 在 BO 的延长线上截取 OD, 使得 $OD=OB$;
- ③连接 DA、DC

(2) 判断四边形 ABCD 的形状, 并说明理由.



【考点】作图—基本作图; 矩形的判定.

【分析】(1) ①利用线段垂直平分线的作法得出即可;

②利用射线的作法得出 D 点位置;

③连接 DA、DC 即可求解;

(2) 利用直角三角形斜边与其边上中线的关系进而得出 $AO=CO=BO=DO$, 进而

得出答案.

【解答】解: (1) ①如图所示:

②如图所示:

③如图所示:

(2) 四边形 ABCD 是矩形,

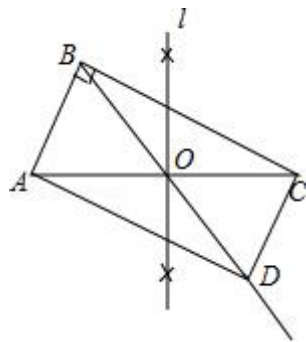
理由: $\because$ Rt $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, BO 是 AC 边上的中线,

$$\therefore BO=\frac{1}{2}AC,$$

$$\therefore BO=DO, AO=CO,$$

$$\therefore AO=CO=BO=DO,$$

$\therefore$ 四边形 ABCD 是矩形.

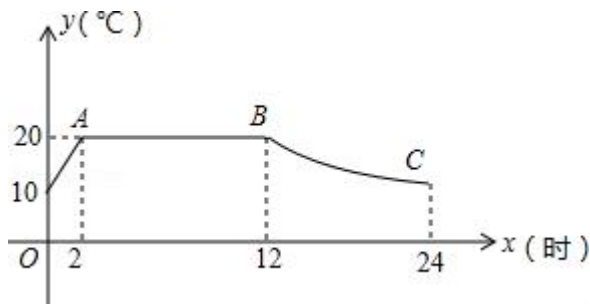


【点评】此题主要考查了复杂作图以及矩形的判定, 得出 $BO=\frac{1}{2}AC$ 是解题关键.

24. (10 分) (2016•盐城) 我市某蔬菜生产基地用装有恒温系统的大棚栽培一种适宜生长温度为 $15-20^\circ\text{C}$ 的新品种, 如图是某天恒温系统从开启到关闭及关闭后, 大棚里温度 y ($^\circ\text{C}$) 随时间 x (h) 变化的函数图象, 其中 AB 段是恒温阶段, BC 段是双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 的一部分, 请根据图中信息解答下列问题:

(1) 求 k 的值;

(2) 恒温系统在一天内保持大棚里温度在 15°C 及 15°C 以上的时间有多少小时?



【考点】反比例函数的应用.

【分析】(1) 直接将点 B 的坐标代入即可;

(2) 观察图象可知: 三段函数都有 $y \geq 15$ 的点, 而且 AB 段是恒温阶段, $y=20$, 所以计算 AD 和 BC 两段当 $y=15$ 时对应的 x 值, 相减就是结论.

【解答】解: (1) 把 B (12, 20) 代入 $y=\frac{k}{x}$ 中得:

$$k=12 \times 20=240$$

(2) 设 AD 的解析式为: $y=mx+n$

把 (0, 10)、(2, 20) 代入 $y=mx+n$ 中得:

$$\begin{cases} n=10 \\ 2m+n=20 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} m=5 \\ n=10 \end{cases}$$

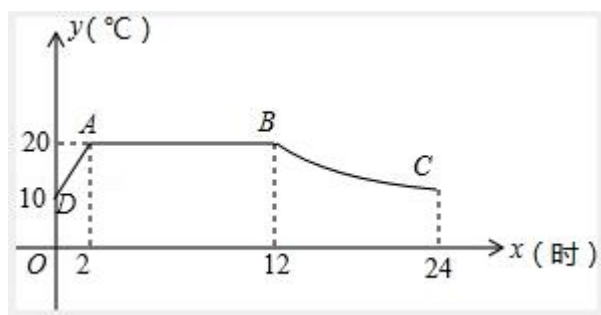
$\therefore$ AD 的解析式为: $y=5x+10$

当 $y=15$ 时, $15=5x+10$, $x=1$

$$15=\frac{240}{x}, \quad x=\frac{240}{15}=16$$

$$\therefore 16-1=15$$

答: 恒温系统在一天内保持大棚里温度在 15°C 及 15°C 以上的时间有 15 小时.



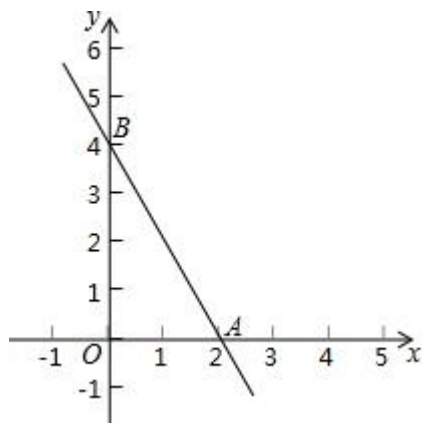
【点评】本题是反比例函数和一次函数的综合, 考查了反比例函数和一次函数的性质和应用, 解答此题时要先利用待定系数法确定函数的解析式, 再观察图象特点, 结合反比例函数和一次函数的性质作答.

25. (10 分) (2016•盐城) 如果两个一次函数 $y=k_1x+b_1$ 和 $y=k_2x+b_2$ 满足 $k_1=k_2$, $b_1 \neq b_2$, 那么称这两个一次函数为“平行一次函数”.

如图, 已知函数 $y=-2x+4$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点, 一次函数 $y=kx+b$ 与 $y=-2x+4$ 是“平行一次函数”

(1) 若函数 $y=kx+b$ 的图象过点 $(3, 1)$, 求 b 的值;

(2) 若函数 $y=kx+b$ 的图象与两坐标轴围成的三角形和 $\triangle AOB$ 构成位似图形, 位似中心为原点, 位似比为 $1:2$, 求函数 $y=kx+b$ 的表达式.



【考点】 位似变换; 两条直线相交或平行问题.

【分析】 (1) 根据平行一次函数的定义可知: $k=-2$, 再利用待定系数法求出 b 的值即可;

(2) 根据位似比为 $1:2$ 可知: 函数 $y=kx+b$ 与两坐标的交点坐标, 再利用待定系数法求出函数 $y=kx+b$ 的表达式.

【解答】 解: (1) 由已知得: $k=-2$,

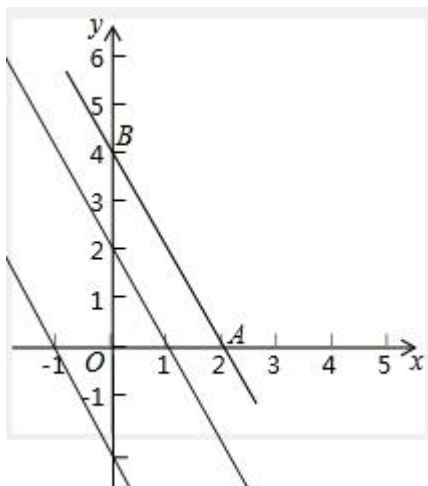
把点 $(3, 1)$ 和 $k=-2$ 代入 $y=kx+b$ 中得: $1=-2 \times 3+b$,

$\therefore b=7$;

(2) 根据位似比为 $1:2$ 得: 函数 $y=kx+b$ 的图象有两种情况:

①不经过第三象限时, 过 $(1, 0)$ 和 $(0, 2)$, 这时表达式为: $y=-2x+2$;

②不经过第一象限时, 过 $(-1, 0)$ 和 $(0, -2)$, 这时表达式为: $y=-2x-2$;

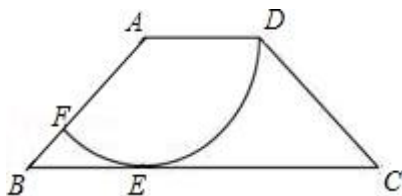


【点评】 本题考查了位似变换和两条直线的平行问题，位似是相似的特殊形式，位似比等于相似比；同时还要熟练掌握若两条直线是平行的关系，那么他们的自变量系数相同，即 k 值相同.

26. (10 分) (2016•盐城) 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AD=2$ ， $AB=2\sqrt{2}$ ，以点 A 为圆心， AD 为半径的圆与 BC 相切于点 E ，交 AB 于点 F

(1) 求 $\angle ABE$ 的大小及 $\widehat{DEF}$ 的长度；

(2) 在 BE 的延长线上取一点 G ，使得 $\widehat{DE}$ 上的一个动点 P 到点 G 的最短距离为 $2\sqrt{2}-2$ ，求 BG 的长.



【考点】 切线的性质；弧长的计算.

【专题】 计算题.

【分析】 (1) 连接 AE ，如图 1，根据圆的切线的性质可得 $AE \perp BC$ ，解 $\text{Rt}\triangle AEB$ 可求出 $\angle ABE$ ，进而得到 $\angle DAB$ ，然后运用圆弧长公式就可求出 $\widehat{DEF}$ 的长度；

(2) 如图 2，根据两点之间线段最短可得：当 A 、 P 、 G 三点共线时 PG 最短，此时 $AG=AP+PG=2\sqrt{2}=AB$ ，根据等腰三角形的性质可得 $BE=EG$ ，只需运用勾股定理求出 BE ，就可求出 BG 的长.

【解答】 解：(1) 连接 AE ，如图 1，

$\because AD$ 为半径的圆与 BC 相切于点 E ,

$\therefore AE \perp BC$, $AE=AD=2$.

在 $Rt\triangle AEB$ 中,

$$\sin \angle ABE = \frac{AE}{AB} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$\therefore \angle ABE = 45^\circ$.

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle DAB + \angle ABE = 180^\circ$,

$\therefore \angle DAB = 135^\circ$,

$\therefore \widehat{DEF}$ 的长度为 $\frac{135\pi \cdot 2}{180} = \frac{3\pi}{2}$;

(2) 如图 2,

根据两点之间线段最短可得:

当 A 、 P 、 G 三点共线时 PG 最短,

此时 $AG = AP + PG = 2 + 2\sqrt{2} - 2 = 2\sqrt{2}$,

$\therefore AG = AB$.

$\because AE \perp BG$,

$\therefore BE = EG$.

$\because BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = \sqrt{8 - 4} = 2$,

$\therefore EG = 2$,

$\therefore BG = 4$.

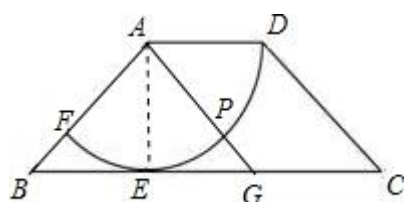


图2

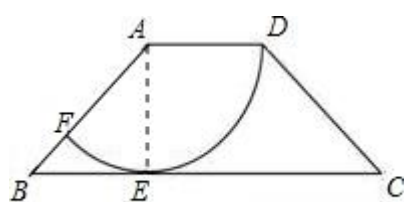


图1

【点评】 本题主要考查了圆的切线的性质、三角函数的定义、特殊角的三角函数值、平行线的性质、圆弧长公式、等腰三角形的性质、两点之间线段最短、勾股定理等知识，根据两点之间线段最短得到 A、P、G 三点共线时 PG 最短，是解决第 (2) 小题的关键.

27. (12 分) (2016•盐城) 某地拟召开一场安全级别较高的会议，预估将有 4000 至 7000 名人员参加会议，为了确保会议的安全，会议组委会决定对每位入场人员进行安全检查，现了解到安检设备有门式安检仪和手持安检仪两种：门式安检仪每台 3000 元，需安检员 2 名，每分钟可通过 10 人；手持安检仪每只 500 元，需安检员 1 名，每分钟可通过 2 人，该会议中心共有 6 个不同的入口，每个入口都有 5 条通道可供使用，每条通道只可安放一台门式安检仪或一只手持安检仪，每位安检员的劳务费用均为 200 元. (安检总费用包括安检设备费用和安检员的劳务费用)

现知道会议当日人员从上午 9:00 开始入场，到上午 9:30 结束入场，6 个入口都采用相同的安检方案，所有人员须提前到达并根据会议通知从相应入口进入

(1) 如果每个入口处，只有 2 个通道安放门式安检仪，而其余 3 个通道均为手持安检仪，在这个安检方案下，请问：在规定时间内可通过多少名人员？安检所需要的总费用为多少元？

(2) 请你设计一个安检方案，确保安检工作的正常进行，同时使得安检所需要的总费用尽可能少.

【考点】 一元一次不等式组的应用.

【分析】 (1) 依题意直接列式计算即可；

(2) 设每个入口处，有 n 个通道安放门式安检仪，而其余 $(5-n)$ 个通道均为手持安检仪 ($0 \leq n \leq 5$ 的整数)，根据题意列出不等式求出安检方案，用总费用函数关系式确定出安检所需要的总费用最少的方案.

【解答】 解：(1) 根据题意，得 $(10 \times 2 + 2 \times 3) \times 6 \times 30 = 4680$ (名)

安检所需要的总费用为： $(2 \times 3000 + 2 \times 2 \times 200 + 3 \times 500 + 3 \times 1 \times 200) \times 6 = 53400$ (元)，

答：在规定时间内可通过 4680 名人员，安检所需要的总费用为 53400 元，

(2) 设每个入口处，有 n 个通道安放门式安检仪，而其余 $(5-n)$ 个通道均为

手持安检仪 ($0 \leq n \leq 5$ 的整数),

根据题意得, $[10n+2(5-n)] \times 6 \times 30 \geq 7000$,

解不等式得, $n \geq 3.5$,

$\therefore 0 \leq n \leq 5$ 的整数,

$\therefore n=4$ 或 $n=5$;

安检所需要的总费用: $w=[3000n+2n \times 200+500(5-n) + (5-n) \times 1 \times 200] \times 6=16200n+21000$

当 n 越小, 安检所需要的总费用越少,

$\therefore n=4$ 时, 安检所需要的总费用最少, 为 85800.

【点评】 此题是一元一次不等式组的应用, 主要考查了, 列不等式, 列方程, 解本题的关键是申请题意, 列出不等式和函数关系式.

28. (12 分) (2016•盐城) 如图 1, 已知一次函数 $y=x+3$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别交于 A、B 两点, 抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 过 A、B 两点, 且与 x 轴交于另一点 C.

(1) 求 b、c 的值;

(2) 如图 1, 点 D 为 AC 的中点, 点 E 在线段 BD 上, 且 $BE=2ED$, 连接 CE 并延长交抛物线于点 M, 求点 M 的坐标;

(3) 将直线 AB 绕点 A 按逆时针方向旋转 15° 后交 y 轴于点 G, 连接 CG, 如图 2, P 为 $\triangle ACG$ 内一点, 连接 PA、PC、PG, 分别以 AP、AG 为边, 在他们的左侧作等边 $\triangle APR$, 等边 $\triangle AGQ$, 连接 QR

①求证: $PG=RQ$;

②求 $PA+PC+PG$ 的最小值, 并求出当 $PA+PC+PG$ 取得最小值时点 P 的坐标.

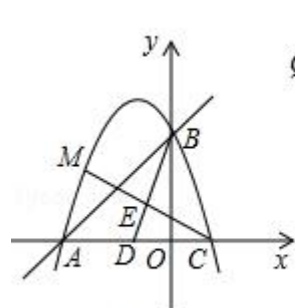


图1

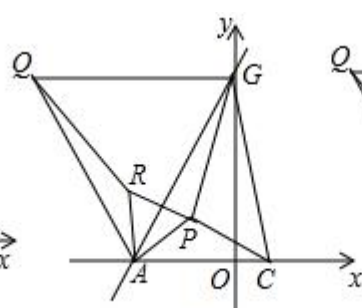
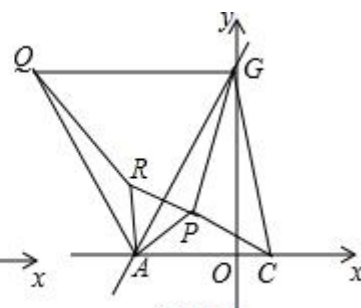


图2



备用图

【考点】 二次函数综合题.

【分析】(1) 把 A (-3, 0), B (0, 3) 代入抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 即可解决问题.

(2) 首先求出 A、C、D 坐标, 根据 $BE = 2ED$, 求出点 E 坐标, 求出直线 CE, 利用方程组求交点坐标 M.

(3) ①欲证明 $PG = QR$, 只要证明 $\triangle QAR \cong \triangle GAP$ 即可. ②当 Q、R、P、C 共线时, $PA + PG + PC$ 最小, 作 $QN \perp OA$ 于 N, $AM \perp QC$ 于 M, $PK \perp OA$ 于 K, 由 $\sin \angle ACM = \frac{AM}{AC} = \frac{NQ}{QC}$ 求出 AM, CM, 利用等边三角形性质求出 AP、PM、PC, 由此即可解决问题.

【解答】解: (1) $\because$ 一次函数 $y = x + 3$ 的图象与 x 轴、y 轴分别交于 A、B 两点,

$\therefore A(-3, 0), B(0, 3),$

$\because$ 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 过 A、B 两点,

$$\therefore \begin{cases} c = 3 \\ -9 - 3b + c = 0 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} b = -2 \\ c = 3 \end{cases},$$

$\therefore b = -2, c = 3.$

(2), 对于抛物线 $y = -x^2 - 2x + 3$, 令 $y = 0$, 则 $-x^2 - 2x + 3 = 0$, 解得 $x = -3$ 或 1 ,

$\therefore$ 点 C 坐标 $(1, 0),$

$\because AD = DC = 2,$

$\therefore$ 点 D 坐标 $(-1, 0),$

$\because BE = 2ED,$

$\therefore$ 点 E 坐标 $(-\frac{2}{3}, 1),$

设直线 CE 为 $y = kx + b$, 把 E、C 代入得到 $\begin{cases} -\frac{2}{3}k + b = 1 \\ k + b = 0 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = -\frac{3}{5} \\ b = \frac{3}{5} \end{cases},$

$\therefore$ 直线 CE 为 $y = -\frac{3}{5}x + \frac{3}{5},$

$$\text{由} \begin{cases} y = -\frac{3}{5}x + \frac{3}{5} \\ y = -x^2 - 2x + 3 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \text{或} \begin{cases} x = -\frac{12}{5} \\ y = \frac{51}{25} \end{cases},$$

$\therefore$ 点 M 坐标 $(-\frac{12}{5}, \frac{51}{25}).$

(3) ① $\because \triangle AGQ, \triangle APR$ 是等边三角形,

$\therefore AP = AR, AQ = AG, \angle QAC = \angle RAP = 60^\circ,$

$$\therefore \angle QAR = \angle GAP,$$

在 $\triangle QAR$ 和 $\triangle GAP$ 中,

$$\begin{cases} AQ=AG \\ \angle QAR=\angle GAP, \\ AR=AP \end{cases}$$

$$\therefore \triangle QAR \cong \triangle GAP,$$

$$\therefore QR=PG.$$

②如图 3 中, $\therefore PA+PB+PC=QR+PR+PC=QC$,

$\therefore$ 当 Q、R、P、C 共线时, $PA+PG+PC$ 最小,

作 $QN \perp OA$ 于 N, $AM \perp QC$ 于 M, $PK \perp OA$ 于 K.

$$\therefore \angle GAO = 60^\circ, AO = 3,$$

$$\therefore AG = QG = AQ = 6, \angle AGO = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle QGA = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle QGO = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{点 Q 坐标 } (-6, 3\sqrt{3}),$$

在 $RT\triangle QCN$ 中, $QN = 3\sqrt{3}$, $CN = 7$, $\angle QNC = 90^\circ$,

$$\therefore QC = \sqrt{QN^2 + NC^2} = 2\sqrt{19},$$

$$\therefore \sin \angle ACM = \frac{AM}{AC} = \frac{NQ}{QC},$$

$$\therefore AM = \frac{6\sqrt{57}}{19},$$

$\therefore \triangle APR$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle APM = 60^\circ, \therefore PM = PR, \cos 30^\circ = \frac{AM}{AP},$$

$$\therefore AP = \frac{12\sqrt{19}}{19}, PM = RM = \frac{6\sqrt{19}}{19}$$

$$\therefore MC = \sqrt{AC^2 - AM^2} = \frac{14\sqrt{19}}{19},$$

$$\therefore PC = CM - PM = \frac{8\sqrt{19}}{19},$$

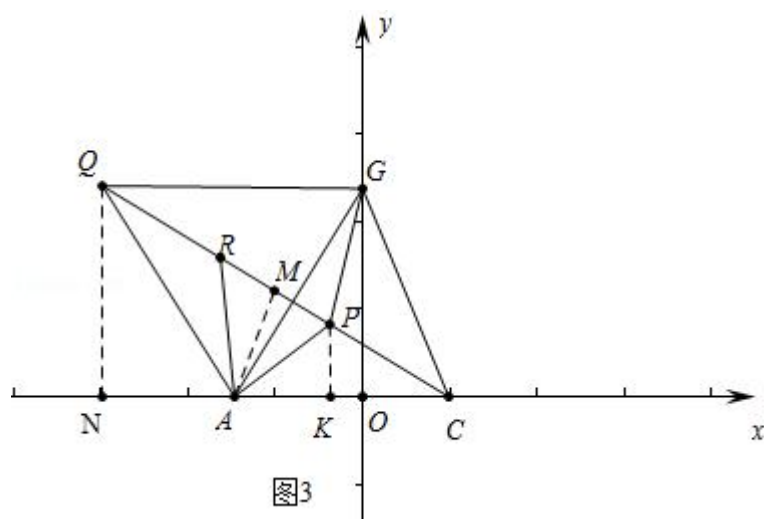
$$\therefore \frac{PK}{QN} = \frac{CP}{CQ} = \frac{CK}{CN},$$

$$\therefore CK = \frac{28}{19}, PK = \frac{12\sqrt{3}}{19},$$

$$\therefore OK = CK - CO = \frac{9}{19},$$

∴点 P 坐标 $(-\frac{9}{19}, \frac{12\sqrt{3}}{19})$.

∴PA+PC+PG 的最小值为 $2\sqrt{19}$, 此时点 P 的坐标 $(-\frac{9}{19}, \frac{12\sqrt{3}}{19})$.



【点评】 本题考查二次函数综合题、等边三角形的性质、全等三角形的判定和性质、勾股定理等知识，解题的关键是理解 Q、R、P、C 共线时，PA+PG+PC 最小，学会添加常用辅助线，属于中考压轴题.