

2016 年江苏省泰州市中考数学试卷

一、选择题：本大题共有 6 小题，每小题 3 分，共 18 分

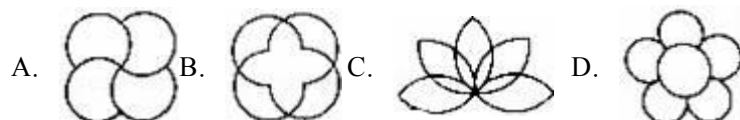
1. 4 的平方根是 ()

- A. ± 2 B. -2 C. 2 D. $\pm \frac{1}{2}$

2. 人体中红细胞的直径约为 0.0000077m，将数 0.0000077 用科学记数法表示为 ()

- A. 77×10^{-5} B. 0.77×10^{-7} C. 7.7×10^{-6} D. 7.7×10^{-7}

3. 下列图案中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



4. 如图所示的几何体，它的左视图与俯视图都正确的是 ()



- A.  B.  C.  D. 

5. 对于一组数据 $-1, -1, 4, 2$ ，下列结论不正确的是 ()

- A. 平均数是 1 B. 众数是 -1 C. 中位数是 0.5 D. 方差是 3.5

6. 实数 a, b 满足 $\sqrt{a+1} + 4a^2 + 4ab + b^2 = 0$ ，则 b^a 的值为 ()

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. $-\frac{1}{2}$

二、填空题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分

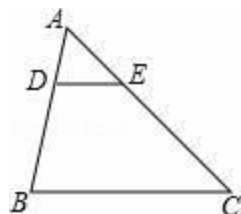
7. $(-\frac{1}{2})^0$ 等于_____.

8. 函数 $y = \frac{1}{2x-3}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____.

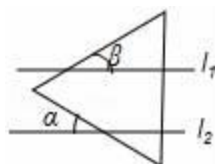
9. 抛掷一枚质地均匀的正方体骰子 1 枚，朝上一面的点数为偶数的概率是_____.

10. 五边形的内角和是_____°.

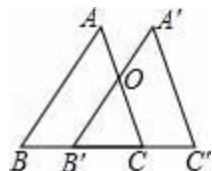
11. 如图， $\triangle ABC$ 中， D, E 分别在 AB, AC 上， $DE \parallel BC$ ， $AD: AB = 1: 3$ ，则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比为_____.



12. 如图，已知直线 $l_1 \parallel l_2$ ，将等边三角形如图放置，若 $\angle \alpha = 40^\circ$ ，则 $\angle \beta$ 等于_____.

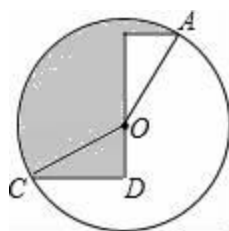


13. 如图, $\triangle ABC$ 中, $BC=5\text{cm}$, 将 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移至 $\triangle A'B'C'$ 的对应位置时, $A'B'$ 恰好经过 AC 的中点 O , 则 $\triangle ABC$ 平移的距离为 _____ cm .

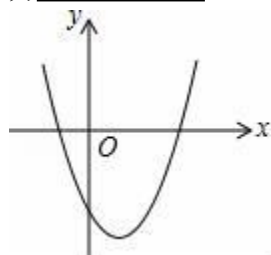


14. 方程 $2x - 4 = 0$ 的解也是关于 x 的方程 $x^2 + mx + 2 = 0$ 的一个解, 则 m 的值为 _____.

15. 如图, $\odot O$ 的半径为 2, 点 A, C 在 $\odot O$ 上, 线段 BD 经过圆心 O , $\angle ABD = \angle CDB = 90^\circ$, $AB=1$, $CD=\sqrt{3}$, 则图中阴影部分的面积为 _____.



16. 二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 的图象如图所示, 若线段 AB 在 x 轴上, 且 AB 为 $2\sqrt{3}$ 个单位长度, 以 AB 为边作等边 $\triangle ABC$, 使点 C 落在该函数 y 轴右侧的图象上, 则点 C 的坐标为 _____.



三、解答题

17. 计算或化简:

(1) $\frac{1}{2}\sqrt{12} - (3\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{2})$;

(2) $(\frac{m}{m-2} - \frac{2m}{m^2-4}) \div \frac{m}{m+2}$.

18. 某校为更好地开展“传统文化进校园”活动, 随机抽查了部分学生, 了解他们最喜爱的传统文化项目类型 (分为书法、围棋、戏剧、国画共 4 类), 并将统计结果绘制成如图不完整的频数分布表及频数分布直方图.

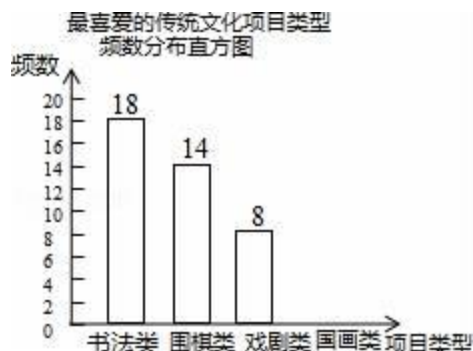
最喜爱的传统文化项目类型频数分布表

项目类型	频数	频率
书法类	18	a
围棋类	14	0.28
喜剧类	8	0.16

国画类	b	0.20
-----	---	------

根据以上信息完成下列问题:

- (1) 直接写出频数分布表中 a 的值;
- (2) 补全频数分布直方图;
- (3) 若全校共有学生 1500 名, 估计该校最喜爱围棋的学生大约有多少人?



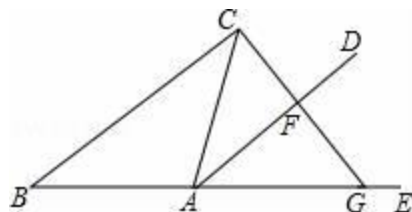
19. 一只不透明的袋子中装有 3 个球, 球上分别标有数字 0, 1, 2, 这些球除了数字外其余都相同, 甲、以两人玩摸球游戏, 规则如下: 先由甲随机摸出一个球 (不放回), 再由乙随机摸出一个球, 两人摸出的球所标的数字之和为偶数时则甲胜, 和为奇数时则乙胜.

- (1) 用画树状图或列表的方法列出所有可能的结果;
- (2) 这样的游戏规则是否公平? 请说明理由.

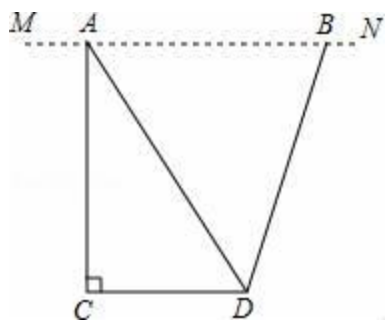
20. 随着互联网的迅速发展, 某购物网站的年销售额从 2013 年的 200 万元增长到 2015 年的 392 万元. 求该购物网站平均每年销售额增长的百分率.

21. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, E 在 BA 的延长线上, AD 平分 $\angle CAE$.

- (1) 求证: $AD \parallel BC$;
- (2) 过点 C 作 $CG \perp AD$ 于点 F , 交 AE 于点 G , 若 $AF=4$, 求 BC 的长.



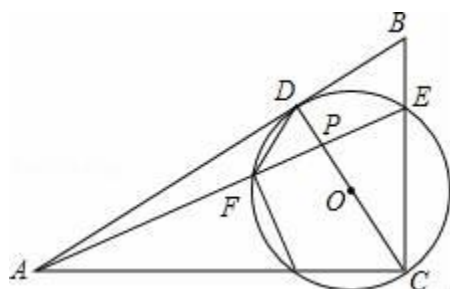
22. 如图, 地面上两个村庄 C 、 D 处于同一水平线上, 一飞行器在空中以 6 千米/小时的速度沿 MN 方向水平飞行, 航线 MN 与 C 、 D 在同一铅直平面内. 当该飞行器飞行至村庄 C 的正上方 A 处时, 测得 $\angle NAD=60^\circ$; 该飞行器从 A 处飞行 40 分钟至 B 处时, 测得 $\angle ABD=75^\circ$. 求村庄 C 、 D 间的距离 ($\sqrt{3}$ 取 1.73, 结果精确到 0.1 千米)



23. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, D 为 AB 上一点, 以 CD 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 E , 连接 AE 交 CD 于点 P , 交 $\odot O$ 于点 F , 连接 DF , $\angle CAE=\angle ADF$.

- (1) 判断 AB 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 若 $PF:PC=1:2$, $AF=5$, 求 CP 的长.

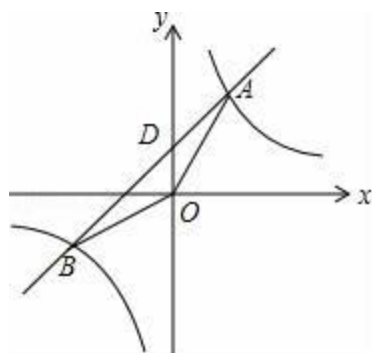


24. 如图, 点 $A(m, 4)$, $B(-4, n)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象上, 经过点 A 、 B 的直线与 x 轴相交于点 C , 与 y 轴相交于点 D .

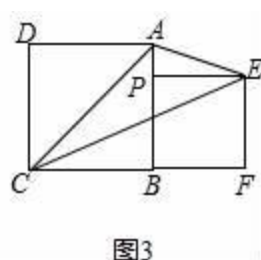
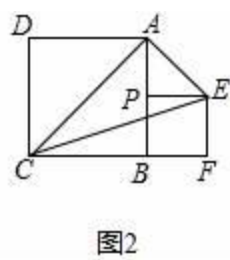
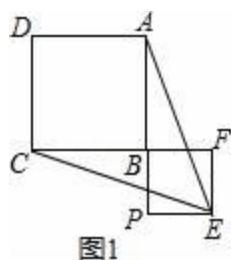
(1) 若 $m=2$, 求 n 的值;

(2) 求 $m+n$ 的值;

(3) 连接 OA 、 OB , 若 $\tan \angle AOD + \tan \angle BOC = 1$, 求直线 AB 的函数关系式.



25. 已知正方形 $ABCD$, P 为射线 AB 上的一点, 以 BP 为边作正方形 $BPEF$, 使点 F 在线段 CB 的延长线上, 连接 EA 、 EC .



(1) 如图 1, 若点 P 在线段 AB 的延长线上, 求证: $EA=EC$;

(2) 若点 P 在线段 AB 上.

①如图 2, 连接 AC , 当 P 为 AB 的中点时, 判断 $\triangle ACE$ 的形状, 并说明理由;

②如图 3, 设 $AB=a$, $BP=b$, 当 EP 平分 $\angle AEC$ 时, 求 $a:b$ 及 $\angle AEC$ 的度数.

2016 年江苏省泰州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共有 6 小题，每小题 3 分，共 18 分

1. 4 的平方根是 ()

- A. ± 2 B. -2 C. 2 D. $\pm \frac{1}{2}$

【考点】平方根.

【分析】直接利用平方根的定义分析得出答案.

【解答】解：4 的平方根是： $\pm\sqrt{4}=\pm 2$.

故选：A.

2. 人体中红细胞的直径约为 0.0000077m，将数 0.0000077 用科学记数法表示为 ()

- A. 77×10^{-5} B. 0.77×10^{-7} C. 7.7×10^{-6} D. 7.7×10^{-7}

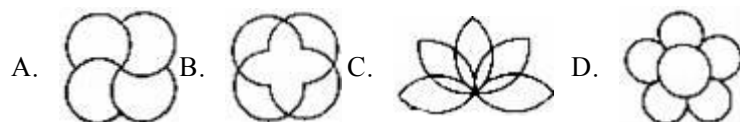
【考点】科学记数法—表示较小的数.

【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a\times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解：0.0000077= 7.7×10^{-6} ,

故选：C.

3. 下列图案中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



【考点】中心对称图形；轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：A、不是轴对称图形，是中心对称图形，故错误；

B、是轴对称图形，又是中心对称图形，故正确；

C、是轴对称图形，不是中心对称图形，故错误；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故错误.

故选 B.

4. 如图所示的几何体，它的左视图与俯视图都正确的是 ()



- A.  B.  C.  D. 

【考点】简单组合体的三视图.

【分析】该几何体的左视图为一个矩形，俯视图为矩形.

【解答】解：该几何体的左视图是边长分别为圆的半径和厚的矩形，俯视图是边长分别为圆的直径和厚的矩形，
故选 D.

5. 对于一组数据 $-1, -1, 4, 2$ ，下列结论不正确的是 ()

A. 平均数是 1 B. 众数是 -1 C. 中位数是 0.5 D. 方差是 3.5

【考点】方差；算术平均数；中位数；众数.

【分析】根据众数、中位数、方差和平均数的定义和计算公式分别对每一项进行分析，即可得出答案.

【解答】解：这组数据的平均数是： $(-1-1+4+2) \div 4=1$ ；

-1 出现了 2 次，出现的次数最多，则众数是 -1 ；

把这组数据从小到大排列为： $-1, -1, 2, 4$ ，最中间的数是第 2、3 个数的平均数，则中

位数是 $\frac{-1+2}{2}=0.5$ ；

这组数据的方差是： $\frac{1}{4} [(-1-1)^2 + (-1-1)^2 + (4-1)^2 + (2-1)^2] = 4.5$ ；

则下列结论不正确的是 D；

故选 D.

6. 实数 a, b 满足 $\sqrt{a+1} + 4a^2 + 4ab + b^2 = 0$ ，则 b^a 的值为 ()

A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. $-\frac{1}{2}$

【考点】非负数的性质：算术平方根；非负数的性质：偶次方.

【分析】先根据完全平方公式整理，再根据非负数的性质列方程求出 a, b 的值，然后代入代数式进行计算即可得解.

【解答】解：整理得， $\sqrt{a+1} + (2a+b)^2 = 0$ ，

所以， $a+1=0, 2a+b=0$ ，

解得 $a=-1, b=2$ ，

所以， $b^a = 2^{-1} = \frac{1}{2}$.

故选 B.

二、填空题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分

7. $(-\frac{1}{2})^0$ 等于 1.

【考点】零指数幂.

【分析】依据零指数幂的性质求解即可.

【解答】解：由零指数幂的性质可知： $(-\frac{1}{2})^0 = 1$.

故答案为：1.

8. 函数 $y = \frac{1}{2x-3}$ 中，自变量 x 的取值范围是 $x \neq \frac{3}{2}$.

【考点】函数自变量的取值范围；分式有意义的条件.

【分析】根据分式有意义的条件是分母不为 0；令分母为 0，可得到答案.

【解答】解：根据题意得 $2x - 3 \neq 0$,

解可得 $x \neq \frac{3}{2}$,

故答案为 $x \neq \frac{3}{2}$.

9. 抛掷一枚质地均匀的正方体骰子 1 枚，朝上一面的点数为偶数的概率是 $\frac{1}{2}$.

【考点】概率公式.

【分析】根据概率公式知，6 个数中有 3 个偶数，故掷一次骰子，向上一面的点数为偶数的概率是 $\frac{1}{2}$.

【解答】解：根据题意可得：掷一次骰子，向上一面的点数有 6 种情况，其中有 3 种为向上一面的点数为偶数，

故其概率是 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

故答案为： $\frac{1}{2}$.

10. 五边形的内角和是 540° .

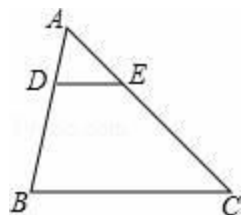
【考点】多边形内角与外角.

【分析】根据多边形的内角和是 $(n - 2) \cdot 180^\circ$ ，代入计算即可.

【解答】解： $(5 - 2) \cdot 180^\circ$
 $= 540^\circ$,

故答案为： 540° .

11. 如图， $\triangle ABC$ 中，D、E 分别在 AB、AC 上， $DE \parallel BC$ ， $AD: AB = 1: 3$ ，则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比为 $1: 9$.

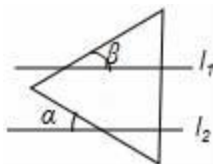


【考点】相似三角形的判定与性质.

【分析】由 DE 与 BC 平行，得到两对同位角相等，利用两对角相等的三角形相似得到三角形 ADE 与三角形 ABC 相似，利用相似三角形的面积之比等于相似比的平方即可得到结果.

【解答】解： $\because DE \parallel BC$,
 $\therefore \angle ADE = \angle B$, $\angle AED = \angle C$,
 $\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$,
 $\therefore S_{\triangle ADE}: S_{\triangle ABC} = (AD: AB)^2 = 1: 9$,
故答案为： $1: 9$.

12. 如图，已知直线 $l_1 \parallel l_2$ ，将等边三角形如图放置，若 $\angle \alpha = 40^\circ$ ，则 $\angle \beta$ 等于 20° .



【考点】等边三角形的性质；平行线的性质.

【分析】过点 A 作 $AD \parallel l_1$, 如图, 根据平行线的性质可得 $\angle BAD = \angle \beta$. 根据平行线的传递性可得 $AD \parallel l_2$, 从而得到 $\angle DAC = \angle \alpha = 40^\circ$. 再根据等边 $\triangle ABC$ 可得到 $\angle BAC = 60^\circ$, 就可求出 $\angle DAC$, 从而解决问题.

【解答】解: 过点 A 作 $AD \parallel l_1$, 如图,
则 $\angle BAD = \angle \beta$.

$\because l_1 \parallel l_2$,

$\therefore AD \parallel l_2$,

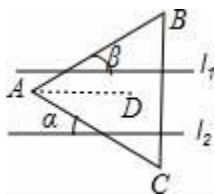
$\therefore \angle DAC = \angle \alpha = 40^\circ$.

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

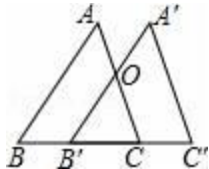
$\therefore \angle BAC = 60^\circ$,

$\therefore \angle \beta = \angle BAD = \angle BAC - \angle DAC = 60^\circ - 40^\circ = 20^\circ$.

故答案为 20° .



13. 如图, $\triangle ABC$ 中, $BC = 5\text{cm}$, 将 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移至 $\triangle A'B'C'$ 的对应位置时, $A'B'$ 恰好经过 AC 的中点 O , 则 $\triangle ABC$ 平移的距离为 2.5 cm.



【考点】平移的性质.

【分析】根据平移的性质: 对应线段平行, 以及三角形中位线定理可得 B' 是 BC 的中点, 求出 BB' 即为所求.

【解答】解: $\because$ 将 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移至 $\triangle A'B'C'$ 的对应位置,

$\therefore A'B' \parallel AB$,

$\because O$ 是 AC 的中点,

$\therefore B'$ 是 BC 的中点,

$\therefore BB' = 5 \div 2 = 2.5$ (cm).

故 $\triangle ABC$ 平移的距离为 2.5cm.

故答案为: 2.5.

14. 方程 $2x - 4 = 0$ 的解也是关于 x 的方程 $x^2 + mx + 2 = 0$ 的一个解, 则 m 的值为 -3.

【考点】一元二次方程的解.

【分析】先求出方程 $2x - 4 = 0$ 的解, 再把 x 的值代入方程 $x^2 + mx + 2 = 0$, 求出 m 的值即可.

【解答】解: $2x - 4 = 0$,

解得: $x=2$,

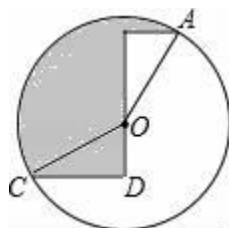
把 $x=2$ 代入方程 $x^2+mx+2=0$ 得:

$$4+2m+2=0,$$

解得: $m=-3$.

故答案为: -3 .

15. 如图, $\odot O$ 的半径为 2, 点 A、C 在 $\odot O$ 上, 线段 BD 经过圆心 O, $\angle ABD=\angle CDB=90^\circ$, $AB=1$, $CD=\sqrt{3}$, 则图中阴影部分的面积为 $\frac{5}{3}\pi$.



【考点】扇形面积的计算.

【分析】通过解直角三角形可求出 $\angle AOB=30^\circ$, $\angle COD=60^\circ$, 从而可求出 $\angle AOC=150^\circ$, 再通过证三角形全等找出 $S_{\text{阴影}}=S_{\text{扇形 OAC}}$, 套入扇形的面积公式即可得出结论.

【解答】解: 在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中, $\angle ABO=90^\circ$, $OA=2$, $AB=1$,

$$\therefore OB=\sqrt{OA^2-AB^2}=\sqrt{3}, \quad \sin \angle AOB=\frac{AB}{OA}=\frac{1}{2}, \quad \angle AOB=30^\circ.$$

同理, 可得出: $OD=1$, $\angle COD=60^\circ$.

$$\therefore \angle AOC=\angle AOB+\angle BOC+\angle COD=30^\circ+180^\circ-60^\circ=150^\circ.$$

在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle OCD$ 中, 有 $\begin{cases} AO=OC \\ AB=OD \\ BO=DC \end{cases}$

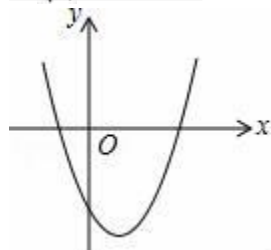
$$\therefore \triangle AOB \cong \triangle OCD \text{ (SSS)}.$$

$$\therefore S_{\text{阴影}}=S_{\text{扇形 OAC}}.$$

$$\therefore S_{\text{扇形 OAC}}=\frac{150}{360}\pi R^2=\frac{150}{360}\pi \times 2^2=\frac{5}{3}\pi.$$

故答案为: $\frac{5}{3}\pi$.

16. 二次函数 $y=x^2-2x-3$ 的图象如图所示, 若线段 AB 在 x 轴上, 且 AB 为 $2\sqrt{3}$ 个单位长度, 以 AB 为边作等边 $\triangle ABC$, 使点 C 落在该函数 y 轴右侧的图象上, 则点 C 的坐标为 $(1-\sqrt{7}, -3)$.



【考点】二次函数的性质.

【分析】 $\triangle ABC$ 是等边三角形，且边长为 $2\sqrt{3}$ ，所以该等边三角形的高为 3，又点 C 在二次函数上，所以令 $y=\pm 3$ 代入解析式中，分别求出 x 的值．由因为使点 C 落在该函数 y 轴右侧的图象上，所以 $x < 0$ ．

【解答】解： $\because \triangle ABC$ 是等边三角形，且 $AB=2\sqrt{3}$ ，

$\therefore AB$ 边上的高为 3，

又 $\because$ 点 C 在二次函数图象上，

$\therefore C$ 的坐标为 ± 3 ，

令 $y=\pm 3$ 代入 $y=x^2-2x-3$ ，

$\therefore x=1 \pm \sqrt{7}$ 或 0 或 2

$\because$ 使点 C 落在该函数 y 轴右侧的图象上，

$\therefore x < 0$ ，

$\therefore x=1-\sqrt{7}$ ，

$\therefore C(1-\sqrt{7}, -3)$ ．

故答案为： $(1-\sqrt{7}, -3)$

三、解答题

17. 计算或化简：

$$(1) \frac{1}{2}\sqrt{12} - (3\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{2})$$

$$(2) (\frac{m}{m-2} - \frac{2m}{m^2-4}) \div \frac{m}{m+2}$$

【考点】二次根式的加减法；分式的混合运算．

【分析】(1) 先化成最简二次根式，再去括号、合并同类二次根式即可；

(2) 先将括号内的分式通分，进行减法运算，再将除法转化为乘法，然后化简即可．

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：(1)} & \frac{1}{2}\sqrt{12} - (3\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{2}) \\ &= \sqrt{3} - (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \\ &= \sqrt{3} - \sqrt{3} - \sqrt{2} \\ &= -\sqrt{2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & (\frac{m}{m-2} - \frac{2m}{m^2-4}) \div \frac{m}{m+2} \\ &= (\frac{\frac{m^2+2m}{m^2-4} - \frac{2m}{m^2-4}}{\frac{m^2+2m}{m^2-4} - \frac{2m}{m^2-4}}) \cdot \frac{m+2}{m} \\ &= \frac{\frac{m^2}{m^2-4} \cdot \frac{m+2}{m}}{\frac{m^2}{m^2-4} \cdot \frac{m+2}{m}} \\ &= \frac{m}{m-2}. \end{aligned}$$

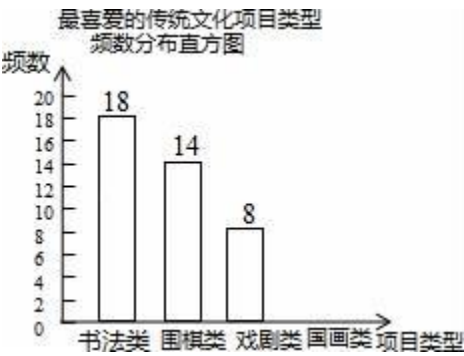
18. 某校为更好地开展“传统文化进校园”活动，随机抽查了部分学生，了解他们最喜爱的传统文化项目类型（分为书法、围棋、戏剧、国画共4类），并将统计结果绘制成如图不完整的频数分布表及频数分布直方图.

最喜爱的传统文化项目类型频数分布表

项目类型	频数	频率
书法类	18	a
围棋类	14	0.28
喜剧类	8	0.16
国画类	b	0.20

根据以上信息完成下列问题:

- (1) 直接写出频数分布表中 a 的值;
- (2) 补全频数分布直方图;
- (3) 若全校共有学生 1500 名, 估计该校最喜爱围棋的学生大约有多少人?



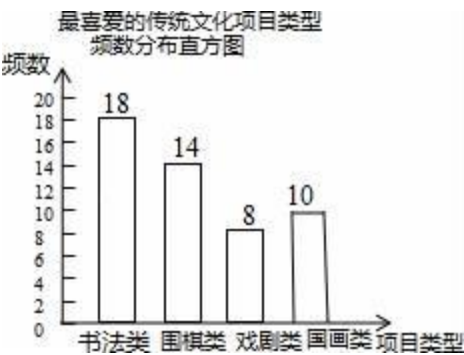
【考点】 频数（率）分布直方图；用样本估计总体；频数（率）分布表.

【分析】 (1) 首先根据围棋类是 14 人, 频率是 0.28, 据此即可求得总人数, 然后利用 18 除以总人数即可求得 a 的值;

- (2) 用 50 乘以 0.20 求出 b 的值, 即可解答;
- (4) 用总人数 1500 乘以喜爱围棋的学生频率即可求解.

【解答】 解: (1) $14 \div 0.28 = 50$ (人),
 $a = 18 \div 50 = 0.36$.

- (2) $b = 50 \times 0.20 = 10$, 如图,



- (3) $1500 \times 0.28 = 428$ (人),
- 答: 若全校共有学生 1500 名, 估计该校最喜爱围棋的学生大约有 428 人.

19. 一只不透明的袋子中装有 3 个球，球上分别标有数字 0, 1, 2, 这些球除了数字外其余都相同，甲、乙两人玩摸球游戏，规则如下：先由甲随机摸出一个球（不放回），再由乙随机摸出一个球，两人摸出的球所标的数字之和为偶数时则甲胜，和为奇数时则乙胜。

(1) 用画树状图或列表的方法列出所有可能的结果；

(2) 这样的游戏规则是否公平？请说明理由。

【考点】游戏公平性；列表法与树状图法。

【分析】(1) 根据列表，可得答案；

(2) 游戏是否公平，求出游戏双方获胜的概率，比较是否相等。

【解答】解：列举所有可能：

甲	0	1	2
乙	1	0	0
	2	2	1

(2) 游戏不公平，理由如下：

由表可知甲获胜的概率= $\frac{1}{3}$ ，乙获胜的概率= $\frac{2}{3}$ ，

乙获胜的可能性大，

所以游戏是不公平的。

20. 随着互联网的迅速发展，某购物网站的年销售额从 2013 年的 200 万元增长到 2015 年的 392 万元。求该购物网站平均每年销售额增长的百分率。

【考点】一元二次方程的应用。

【分析】增长率问题，一般用增长后的量=增长前的量 $\times$ (1+增长率)，参照本题，如果设平均增长率为 x，根据“从 2013 年的 200 万元增长到 2015 年的 392 万元”，即可得出方程。

【解答】解：设该购物网站平均每年销售额增长的百分率为 x，

根据题意，得：200 (1+x)²=392，

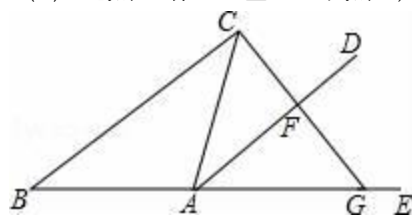
解得：x₁=0.4，x₂=-2.4（不符合题意，舍去）。

答：该购物网站平均每年销售额增长的百分率为 40%。

21. 如图，△ABC 中，AB=AC，E 在 BA 的延长线上，AD 平分∠CAE。

(1) 求证：AD ∥ BC；

(2) 过点 C 作 CG ⊥ AD 于点 F，交 AE 于点 G，若 AF=4，求 BC 的长。



【考点】相似三角形的判定与性质；角平分线的定义。

【分析】(1) 由 AB=AC，AD 平分∠CAE，易证得∠B=∠DAG= $\frac{1}{2}$ ∠CAG，继而证得结论；

(2) 由 CG ⊥ AD，AD 平分∠CAE，易得 CF=GF，然后由 AD ∥ BC，证得△AGF ∽ △BGC，再由相似三角形的对应边成比例，求得答案。

【解答】(1) 证明：∵ AD 平分∠CAE，

∴ ∠DAG= $\frac{1}{2}$ ∠CAG，

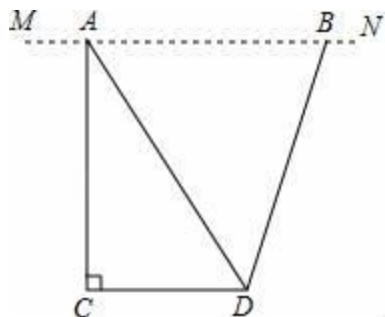
$\because AB=AC,$
 $\therefore \angle B=\angle ACB,$
 $\because \angle CAG=\angle B+\angle ACB,$
 $\therefore \angle B=\frac{1}{2}\angle CAG,$
 $\therefore \angle B=\angle CAG,$
 $\therefore AD \parallel BC;$

(2) 解: $\because CG \perp AD,$
 $\therefore \angle AFC=\angle AFG=90^\circ,$
 在 $\triangle AFC$ 和 $\triangle AFG$ 中,

$$\begin{cases} \angle CAF=\angle GAF \\ AF=AF \\ \angle AFC=\angle AFG \end{cases},$$

 $\therefore \triangle AFC \cong \triangle AFG \text{ (ASA)},$
 $\therefore CF=GF,$
 $\because AD \parallel BC,$
 $\therefore \triangle AGF \sim \triangle BGC,$
 $\therefore GF: GC=AF: BC=1: 2,$
 $\therefore BC=2AF=2 \times 4=8.$

22. 如图, 地面上两个村庄 C、D 处于同一水平线上, 一飞行器在空中以 6 千米/小时的速度沿 MN 方向水平飞行, 航线 MN 与 C、D 在同一铅直平面内. 当该飞行器飞行至村庄 C 的正上方 A 处时, 测得 $\angle NAD=60^\circ$; 该飞行器从 A 处飞行 40 分钟至 B 处时, 测得 $\angle ABD=75^\circ$. 求村庄 C、D 间的距离 ($\sqrt{3}$ 取 1.73, 结果精确到 0.1 千米)



【考点】解直角三角形的应用.

【分析】过 B 作 $BE \perp AD$ 于 E, 三角形的内角和得到 $\angle ADB=45^\circ$, 根据直角三角形的性质得到 $AE=2$. $BE=2\sqrt{3}$, 求得 $AD=2+2\sqrt{3}$, 即可得到结论.

【解答】解: 过 B 作 $BE \perp AD$ 于 E,

$\because \angle NAD=60^\circ, \angle ABD=75^\circ,$
 $\therefore \angle ADB=45^\circ,$

$\because AB=6 \times \frac{40}{60}=4,$

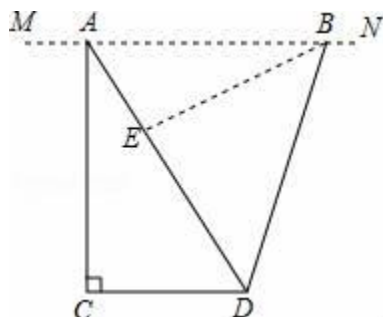
$\therefore AE=2, BE=2\sqrt{3},$

$\therefore DE=BE=2\sqrt{3},$

$\therefore AD=2+2\sqrt{3},$

$$\because \angle C=90^\circ, \angle CAD=30^\circ,$$

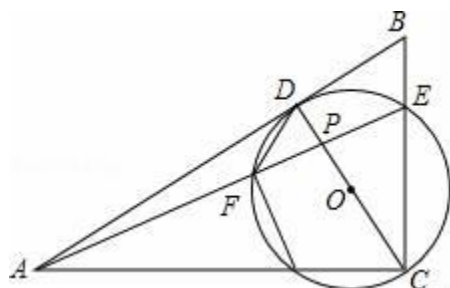
$$\therefore CD=\frac{1}{2}AD=1+\sqrt{3}.$$



23. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, D 为 AB 上一点, 以 CD 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 E , 连接 AE 交 CD 于点 P , 交 $\odot O$ 于点 F , 连接 DF , $\angle CAE=\angle ADF$.

(1) 判断 AB 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 若 $PF:PC=1:2$, $AF=5$, 求 CP 的长.



【考点】 直线与圆的位置关系.

【分析】 (1) 结论: AB 是 $\odot O$ 切线, 连接 DE , CF , 由 $\angle FCD+\angle CDF=90^\circ$, 只要证明 $\angle ADF=\angle DCF$ 即可解决问题.

(2) 只要证明 $\triangle PCF \sim \triangle PAC$, 得 $\frac{PC}{PA} = \frac{PF}{PC}$, 设 $PF=a$. 则 $PC=2a$, 列出方程即可解决问题.

【解答】 解: (1) AB 是 $\odot O$ 切线.

理由: 连接 DE , CF .

$\because CD$ 是直径,

$$\therefore \angle DEC=\angle DFC=90^\circ,$$

$$\because \angle ACB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle DEC+\angle ACE=180^\circ,$$

$$\therefore DE \parallel AC,$$

$$\therefore \angle DEA=\angle EAC=\angle DCF,$$

$$\because \angle DFC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle FCD+\angle CDF=90^\circ,$$

$$\because \angle ADF=\angle EAC=\angle DCF,$$

$$\therefore \angle ADF+\angle CDF=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC=90^\circ,$$

$$\therefore CD \perp AD,$$

$\therefore AB$ 是 $\odot O$ 切线.

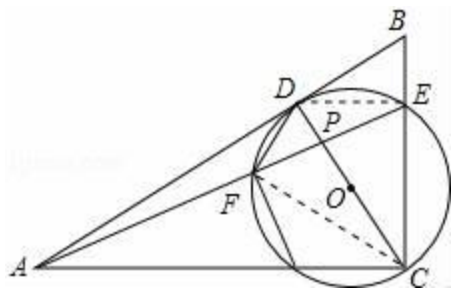
(2) $\because \angle CPF=\angle CPA$, $\angle PCF=\angle PAC$,

$$\therefore \frac{PC}{PA} = \frac{PF}{PC},$$

$$\therefore 4a^2 = a(a+5),$$

$$\therefore a = \frac{5}{3},$$

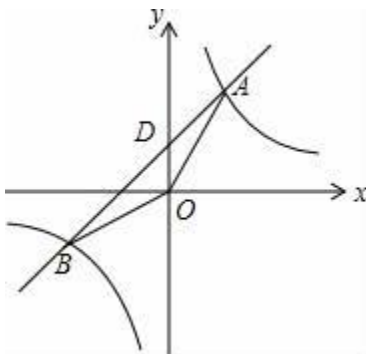
$$\therefore PC = 2a = \frac{10}{3}.$$



B 的直线与 x 轴相交于点 C, 与 y 轴相交于点 D.

(2) 求 $m+n$ 的值;

(3) 连接 OA、OB, 若 $\tan \angle AOD + \tan \angle BOC = 1$, 求直线 AB 的函数关系式.



【分析】 (1) 先把 A 点坐标代入 $y = \frac{k}{x}$ 求出 k 的值得到反比例函数解析式为 $y = \frac{8}{x}$, 然后把 B

$(-4, n)$ 代入 $y = \frac{8}{x}$ 可求出 n 的值;

(3) 作 $AE \perp y$ 轴于 E, $BF \perp x$ 轴于 F, 如图, 利用正切的定义得到 $\tan \angle AOE = \frac{AE}{OE} = \frac{\pi}{4}$,

$\tan \angle BOF = \frac{BF}{OF} = \frac{-n}{4}$, 则 $\frac{\pi}{4} + \frac{-n}{4} = 1$, 加上 $m+n=0$, 于是可解得 $m=2$, $n=-2$, 从而得到 A (2, 4), B (-4, -2), 然后利用待定系数法求直线 AB 的解析式.

【解答】解：（1）当 $m=2$ ，则 $A(2, 4)$ ，

把 $A(2, 4)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$ 得 $k=2 \times 4=8$ ，

所以反比例函数解析式为 $y=\frac{8}{x}$ ，

把 $B(-4, n)$ 代入 $y=\frac{8}{x}$ 得 $-4n=8$ ，解得 $n=-2$ ；

（2）因为点 $A(m, 4)$ ， $B(-4, n)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0$) 的图象上，

所以 $4m=k$ ， $-4n=k$ ，

所以 $4m+4n=0$ ，即 $m+n=0$ ；

（3）作 $AE \perp y$ 轴于 E ， $BF \perp x$ 轴于 F ，如图，

在 $Rt\triangle AOE$ 中， $\tan \angle AOE = \frac{AE}{OE} = \frac{2}{4}$ ，

在 $Rt\triangle BOF$ 中， $\tan \angle BOF = \frac{BF}{OF} = \frac{-n}{4}$ ，

而 $\tan \angle AOD + \tan \angle BOC = 1$ ，

所以 $\frac{2}{4} + \frac{-n}{4} = 1$ ，

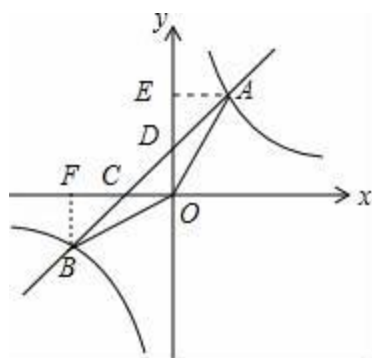
而 $m+n=0$ ，解得 $m=2$ ， $n=-2$ ，

则 $A(2, 4)$ ， $B(-4, -2)$ ，

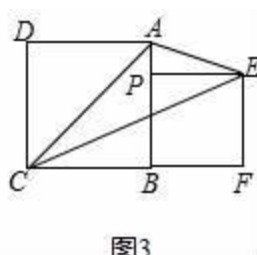
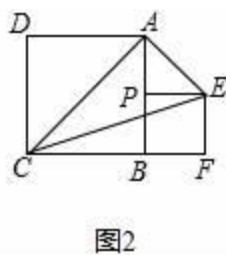
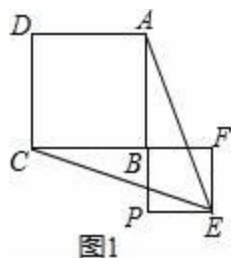
设直线 AB 的解析式为 $y=px+q$ ，

把 $A(2, 4)$ ， $B(-4, -2)$ 代入得 $\begin{cases} 2p+q=4 \\ -4p+q=-2 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} p=1 \\ q=2 \end{cases}$ ，

所以直线 AB 的解析式为 $y=x+2$ 。



25. 已知正方形 $ABCD$ ， P 为射线 AB 上的一点，以 BP 为边作正方形 $BPEF$ ，使点 F 在线段 CB 的延长线上，连接 EA 、 EC 。



(1) 如图 1, 若点 P 在线段 AB 的延长线上, 求证: $EA=EC$;

(2) 若点 P 在线段 AB 上.

①如图 2, 连接 AC, 当 P 为 AB 的中点时, 判断 $\triangle ACE$ 的形状, 并说明理由;

②如图 3, 设 $AB=a$, $BP=b$, 当 EP 平分 $\angle AEC$ 时, 求 $a:b$ 及 $\angle AEC$ 的度数.

【考点】四边形综合题.

【分析】(1) 根据正方形的性质和全等三角形的判定定理证明 $\triangle APE \cong \triangle CFE$, 根据全等三角形的性质证明结论;

(2) ①根据正方形的性质、等腰直角三角形的性质解答;

②根据 $PE \parallel CF$, 得到 $\frac{PE}{BC} = \frac{PG}{GB}$, 代入 a, b 的值计算求出 $a:b$, 根据角平分线的判定定理得

到 $\angle HCG = \angle BCG$, 证明 $\angle AEC = \angle ACB$, 即可求出 $\angle AEC$ 的度数.

【解答】解: (1) $\because$ 四边形 ABCD 和四边形 BPEF 是正方形,

$\therefore AB=BC$, $BP=BF$,

$\therefore AP=CF$,

在 $\triangle APE$ 和 $\triangle CFE$ 中,

$$\begin{cases} AP=CF \\ \angle P=\angle F, \\ PE=EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle APE \cong \triangle CFE$,

$\therefore EA=EC$;

(2) ① $\because P$ 为 AB 的中点,

$\therefore PA=PB$, 又 $PB=PE$,

$\therefore PA=PE$,

$\therefore \angle PAE=45^\circ$, 又 $\angle DAC=45^\circ$,

$\therefore \angle CAE=90^\circ$, 即 $\triangle ACE$ 是直角三角形;

② $\because EP$ 平分 $\angle AEC$, $EP \perp AG$,

$\therefore AP=PG=a-b$, $BG=a-(2a-2b)=2b-a$

$\because PE \parallel CF$,

$$\therefore \frac{PE}{BC} = \frac{PG}{GB}, \text{ 即 } \frac{b}{a} = \frac{a-b}{2b-a},$$

解得, $a=\sqrt{2}b$;

作 $GH \perp AC$ 于 H,

$\therefore \angle CAB=45^\circ$,

$$\therefore HG = \frac{\sqrt{2}}{2}AG = \frac{\sqrt{2}}{2} \times (2\sqrt{2}b - 2b) = (2 - \sqrt{2})b, \text{ 又 } BG = 2b - a = (2 - \sqrt{2})b,$$

$\therefore GH=GB$, $GH \perp AC$, $GB \perp BC$,

$\therefore \angle HCG = \angle BCG$,

$\because PE \parallel CF$,

$\therefore \angle PEG = \angle BCG$,

$\therefore \angle AEC = \angle ACB = 45^\circ$.

$\therefore a:b = \sqrt{2}:1$; $\therefore \angle AEC = 45^\circ$.

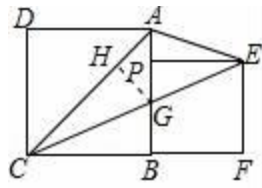


图3

2016 年 6 月 23 日