

2016 年江苏省无锡市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分

1. -2 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. ± 2 C. 2 D. $-\frac{1}{2}$

2. 函数 $y = \sqrt{2x - 4}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x > 2$ B. $x \geq 2$ C. $x \leq 2$ D. $x \neq 2$

3. $\sin 30^\circ$ 的值为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

4. 初三 (1) 班 12 名同学练习定点投篮，每人各投 10 次，进球数统计如下：

进球数 (个)	1	2	3	4	5	7
人数 (人)	1	1	4	2	3	1

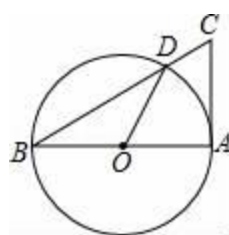
这 12 名同学进球数的众数是 ()

- A. 3.75 B. 3 C. 3.5 D. 7

5. 下列图案中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是 ()



6. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， AC 切 $\odot O$ 于 A ， BC 交 $\odot O$ 于点 D ，若 $\angle C = 70^\circ$ ，则 $\angle AOD$ 的度数为 ()



- A. 70° B. 35° C. 20° D. 40°

7. 已知圆锥的底面半径为 4cm ，母线长为 6cm ，则它的侧面展开图的面积等于 ()

- A. 24cm^2 B. 48cm^2 C. $24\pi\text{cm}^2$ D. $12\pi\text{cm}^2$

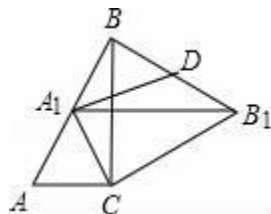
8. 下列性质中，菱形具有而矩形不一定具有的是 ()

- A. 对角线相等 B. 对角线互相平分
C. 对角线互相垂直 D. 邻边互相垂直

9. 一次函数 $y = \frac{4}{3}x - b$ 与 $y = \frac{4}{3}x - 1$ 的图象之间的距离等于 3, 则 b 的值为 ()

A. -2 或 4 B. 2 或 -4 C. 4 或 -6 D. -4 或 6

10. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, $AC = 2$, $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转得 $\triangle A_1B_1C$, 当 A_1 落在 AB 边上时, 连接 B_1B , 取 BB_1 的中点 D , 连接 A_1D , 则 A_1D 的长度是 ()



A. $\sqrt{7}$ B. $2\sqrt{2}$ C. 3 D. $2\sqrt{3}$

二、填空题: 本大题共 8 小题, 每小题 2 分, 共 16 分

11. 分解因式: $ab - a^2 =$ _____.

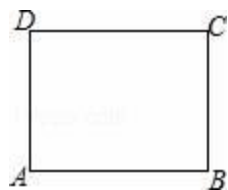
12. 某公司在埃及新投产一座鸡饲料厂, 年生产饲料可饲养 57000000 只肉鸡, 这个数据用科学记数法可表示为_____.

13. 分式方程 $\frac{4}{x} = \frac{3}{x-1}$ 的解是_____.

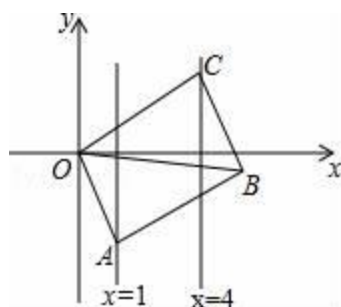
14. 若点 $A(1, -3)$, $B(m, 3)$ 在同一反比例函数的图象上, 则 m 的值为_____.

15. 写出命题“如果 $a=b$ ”, 那么“ $3a=3b$ ”的逆命题_____.

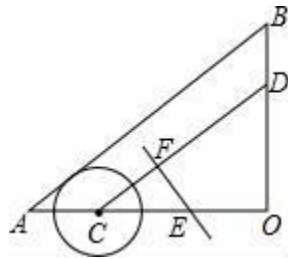
16. 如图, 矩形 $ABCD$ 的面积是 15, 边 AB 的长比 AD 的长大 2, 则 AD 的长是_____.



17. 如图, 已知 $\square OABC$ 的顶点 A 、 C 分别在直线 $x=1$ 和 $x=4$ 上, O 是坐标原点, 则对角线 OB 长的最小值为_____.



18. 如图, $\triangle AOB$ 中, $\angle O=90^\circ$, $AO=8\text{cm}$, $BO=6\text{cm}$, 点 C 从 A 点出发, 在边 AO 上以 2cm/s 的速度向 O 点运动, 与此同时, 点 D 从点 B 出发, 在边 BO 上以 1.5cm/s 的速度向 O 点运动, 过 OC 的中点 E 作 CD 的垂线 EF , 则当点 C 运动了_____s 时, 以 C 点为圆心, 1.5cm 为半径的圆与直线 EF 相切.



三、解答题: 本大题共 10 小题, 共 84 分

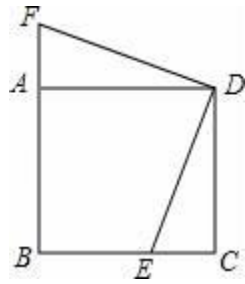
19. (1) $|-5| - (-3)^2 - (\sqrt{7})^0$

(2) $(a-b)^2 - a(a-2b)$

20. (1) 解不等式: $2x - 3 \leq \frac{1}{2}(x+2)$

(2) 解方程组:
$$\begin{cases} 2x = 3 - y \cdots \textcircled{1} \\ 3x + 2y = 2 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

21. 已知, 如图, 正方形 $ABCD$ 中, E 为 BC 边上一点, F 为 BA 延长线上一点, 且 $CE=AF$. 连接 DE 、 DF . 求证: $DE=DF$.



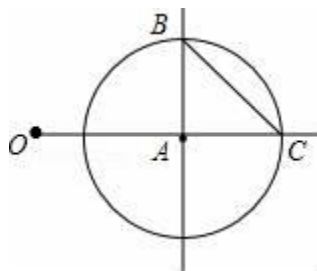
22. 如图, $OA=2$, 以点 A 为圆心, 1 为半径画 $\odot A$ 与 OA 的延长线交于点 C , 过点 A 画 OA 的垂线, 垂线与 $\odot A$ 的一个交点为 B , 连接 BC

(1) 线段 BC 的长等于_____;

(2) 请在图中按下列要求逐一操作, 并回答问题:

①以点_____为圆心, 以线段_____的长为半径画弧, 与射线 BA 交于点 D , 使线段 OD 的长等于 $\sqrt{6}$

②连 OD , 在 OD 上画出点 P , 使 OP 得长等于 $\frac{2\sqrt{6}}{3}$, 请写出画法, 并说明理由.



23. 某校为了了解全校学生上学期参加社区活动的情况，学校随机调查了本校 50 名学生参加社区活动的次数，并将调查所得的数据整理如下：

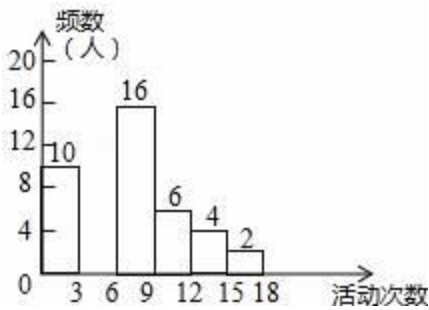
参加社区活动次数的频数、频率分布表

活动次数 x	频数	频率
$0 < x \leq 3$	10	0.20
$3 < x \leq 6$	a	0.24
$6 < x \leq 9$	16	0.32
$9 < x \leq 12$	6	0.12
$12 < x \leq 15$	m	b
$15 < x \leq 18$	2	n

根据以上图表信息，解答下列问题：

- (1) 表中 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 请把频数分布直方图补充完整（画图后请标注相应的数据）；
- (3) 若该校共有 1200 名学生，请估计该校在上学期参加社区活动超过 6 次的学生有多少人？

参加社区活动次数的频数分布直方图



24. 甲、乙两队进行打乒乓球团体赛，比赛规则规定：两队之间进行 3 局比赛，3 局比赛必须全部打完，只要赢满 2 局的队为获胜队，假如甲、乙两队之间每局比赛输赢的机会相同，且甲队已经赢得了第 1 局比赛，那么甲队最终获胜的概率是多少？（请用“画树状图”或“列表”等方法写出分析过程）

25. 某公司今年如果用原线下销售方式销售一产品, 每月的销售额可达 100 万元. 由于该产品供不应求, 公司计划于 3 月份开始全部改为线上销售, 这样, 预计今年每月的销售额 y (万元) 与月份 x (月) 之间的函数关系的图象如图 1 中的点状图所示 (5 月及以后每月的销售额都相同), 而经销成本 p (万元) 与销售额 y (万元) 之间函数关系的图象图 2 中线段 AB 所示.

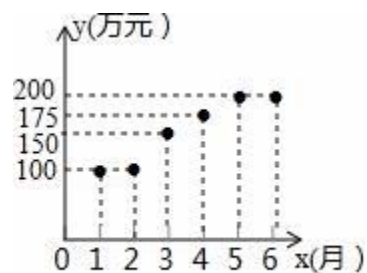


图1

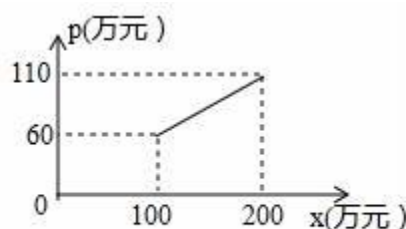
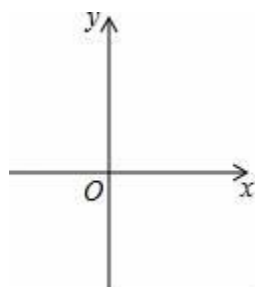


图2

- (1) 求经销成本 p (万元) 与销售额 y (万元) 之间的函数关系式;
- (2) 分别求该公司 3 月, 4 月的利润;
- (3) 问: 把 3 月作为第一个月开始往后算, 最早到第几个月止, 该公司改用线上销售后所获得利润总额比同期用线下方式销售所能获得的利润总额至少多出 200 万元? (利润=销售额-经销成本)

26. 已知二次函数 $y=ax^2-2ax+c$ ($a>0$) 的图象与 x 轴的负半轴和正半轴分别交于 A、B 两点, 与 y 轴交于点 C, 它的顶点为 P, 直线 CP 与过点 B 且垂直于 x 轴的直线交于点 D, 且 $CP:PD=2:3$

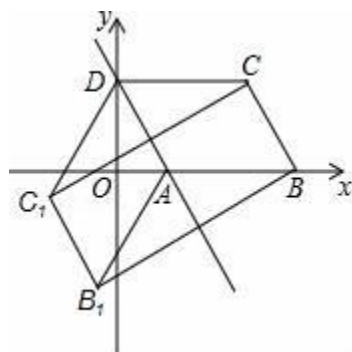
- (1) 求 A、B 两点的坐标;
- (2) 若 $\tan \angle PDB = \frac{5}{4}$, 求这个二次函数的关系式.



27. 如图, 已知 $\square ABCD$ 的三个顶点 $A(n, 0)$ 、 $B(m, 0)$ 、 $D(0, 2n)$ ($m > n > 0$), 作 $\square ABCD$ 关于直线 AD 的对称图形 AB_1C_1D

(1) 若 $m=3$, 试求四边形 CC_1B_1B 面积 S 的最大值;

(2) 若点 B_1 恰好落在 y 轴上, 试求 $\frac{n}{\pi}$ 的值.



28. 如图 1 是一个用铁丝围成的篮框，我们来仿制一个类似的柱体形篮框. 如图 2，它是由一个半径为 r 、圆心角 90° 的扇形 A_2OB_2 ，矩形 A_2C_2EO 、 B_2D_2EO ，及若干个缺一边的矩形状框 $A_1C_1D_1B_1$ 、 $A_2C_2D_2B_2$ 、 $\dots$ 、 $A_nB_nC_nD_n$ ， $OEFG$ 围成，其中 A_1 、 G 、 B_1 在 $\widehat{A_2B_2}$ 上， A_2 、 $A_3\dots$ 、 A_n 与 B_2 、 B_3 、 $\dots$ 、 B_n 分别在半径 OA_2 和 OB_2 上， C_2 、 C_3 、 $\dots$ 、 C_n 和 D_2 、 D_3 、 $\dots$ 、 D_n 分别在 EC_2 和 ED_2 上， $EF \perp C_2D_2$ 于 H_2 ， $C_1D_1 \perp EF$ 于 H_1 ， $FH_1 = H_1H_2 = d$ ， C_1D_1 、 C_2D_2 、 C_3D_3 、 C_nD_n 依次等距离平行排放（最后一个矩形状框的边 C_nD_n 与点 E 间的距离应不超过 d ），

$$A_1C_1 \parallel A_2C_2 \parallel A_3C_3 \parallel \dots \parallel A_nC_n$$

(1) 求 d 的值；

(2) 问： C_nD_n 与点 E 间的距离能否等于 d ？如果能，求出这样的 n 的值，如果不能，那么它们之间的距离是多少？



图1

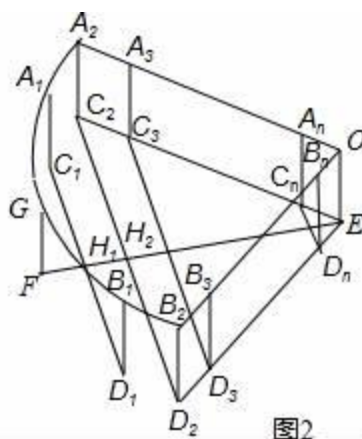


图2

2016 年江苏省无锡市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分

1. -2 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. ± 2 C. 2 D. $-\frac{1}{2}$

【考点】相反数.

【分析】根据一个数的相反数就是在这个数前面添上“ $-$ ”号，求解即可.

【解答】解： -2 的相反数是 2 ；

故选 C.

2. 函数 $y=\sqrt{2x-4}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x > 2$ B. $x \geq 2$ C. $x \leq 2$ D. $x \neq 2$

【考点】函数自变量的取值范围.

【分析】因为当函数表达式是二次根式时，被开方数为非负数，所以 $2x-4 \geq 0$ ，可求 x 的范围.

【解答】解：依题意有：

$$2x-4 \geq 0,$$

解得 $x \geq 2$.

故选：B.

3. $\sin 30^\circ$ 的值为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

【考点】特殊角的三角函数值.

【分析】根据特殊角的三角函数值，可以求得 $\sin 30^\circ$ 的值.

【解答】解： $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$.

故选 A.

4. 初三 (1) 班 12 名同学练习定点投篮，每人各投 10 次，进球数统计如下：

进球数 (个)	1	2	3	4	5	7
人数 (人)	1	1	4	2	3	1

这 12 名同学进球数的众数是 ()

- A. 3.75 B. 3 C. 3.5 D. 7

【考点】众数.

【分析】根据统计表找出各进球数出现的次数，根据众数的定义即可得出结论.

【解答】解：观察统计表发现：1 出现 1 次，2 出现 1 次，3 出现 4 次，4 出现 2 次，5 出现 3 次，7 出现 1 次，

故这 12 名同学进球数的众数是 3.

故选 B.

5. 下列图案中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是（ ）



【考点】中心对称图形；轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的性质对各选项进行逐一分析即可.

【解答】解：A、是轴对称图形，但不是中心对称图形，故本选项正确；

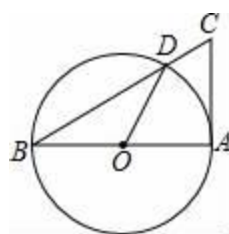
B、既是轴对称图形，又是中心对称图形，故本选项错误；

C、既不是轴对称图形，又不是中心对称图形，故本选项错误；

D、不是轴对称图形，但是中心对称图形，故本选项错误.

故选 A.

6. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，AC 切 $\odot O$ 于 A，BC 交 $\odot O$ 于点 D，若 $\angle C=70^\circ$ ，则 $\angle AOD$ 的度数为（ ）



A. 70° B. 35° C. 20° D. 40°

【考点】切线的性质；圆周角定理.

【分析】先依据切线的性质求得 $\angle CAB$ 的度数，然后依据直角三角形两锐角互余的性质得到 $\angle CBA$ 的度数，然后由圆周角定理可求得 $\angle AOD$ 的度数.

【解答】解： $\because AC$ 是圆 O 的切线， AB 是圆 O 的直径，

$\therefore AB \perp AC$.

$\therefore \angle CAB=90^\circ$.

又 $\because \angle C=70^\circ$,

$\therefore \angle CBA=20^\circ$.

$\therefore \angle DOA=40^\circ$.

故选：D.

7. 已知圆锥的底面半径为 4cm，母线长为 6cm，则它的侧面展开图的面积等于（ ）

A. 24cm^2 B. 48cm^2 C. $24\pi\text{cm}^2$ D. $12\pi\text{cm}^2$

【考点】圆锥的计算.

【分析】根据圆锥的侧面积 $=\frac{1}{2}\times$ 底面圆的周长 $\times$ 母线长即可求解.

【解答】解：底面半径为 4cm，则底面周长 $=8\pi\text{cm}$ ，侧面面积 $=\frac{1}{2}\times 8\pi\times 6=24\pi$ (cm^2).

故选：C.

8. 下列性质中，菱形具有而矩形不一定具有的是（ ）

A. 对角线相等 B. 对角线互相平分

C. 对角线互相垂直 D. 邻边互相垂直

【考点】菱形的性质；矩形的性质.

【分析】菱形的性质有：四边形相等，两组对边分别平行，对角相等，邻角互补，对角线互相垂直且平分，且每一组对角线平分一组对角.

矩形的性质有：两组对边分别相等，两组对边分别平行，四个内角都是直角，对角线相等且平分.

【解答】解：(A) 对角线相等是矩形具有的性质，菱形不一定具有；

(B) 对角线互相平分是菱形和矩形共有的性质；

(C) 对角线互相垂直是菱形具有的性质，矩形不一定具有；

(D) 邻边互相垂直是矩形具有的性质，菱形不一定具有.

故选：C.

9. 一次函数 $y = \frac{4}{3}x - b$ 与 $y = \frac{4}{3}x - 1$ 的图象之间的距离等于 3，则 b 的值为 ()

A. -2 或 4 B. 2 或 -4 C. 4 或 -6 D. -4 或 6

【考点】一次函数的性质；含绝对值符号的一元一次方程.

【分析】将两个一次函数解析式进行变形，根据两平行线间的距离公式即可得出关于 b 的含绝对值符号的一元一次方程，解方程即可得出结论.

【解答】解：一次函数 $y = \frac{4}{3}x - b$ 可变形为： $4x - 3y - 3b = 0$;

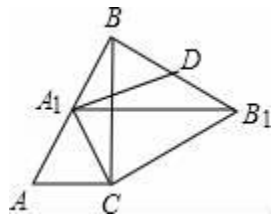
一次函数 $y = \frac{4}{3}x - 1$ 可变形为 $4x - 3y - 3 = 0$.

两平行线间的距离为： $d = \frac{|4x - 3y - 3b - (4x - 3y - 3)|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{3}{5}|b - 1| = 3$,

解得： $b = -4$ 或 $b = 6$.

故选 D.

10. 如图， $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 30^\circ$ ， $AC = 2$ ， $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转得 $\triangle A_1B_1C$ ，当 A_1 落在 AB 边上时，连接 B_1B ，取 BB_1 的中点 D ，连接 A_1D ，则 A_1D 的长度是 ()



A. $\sqrt{7}$ B. $2\sqrt{2}$ C. 3 D. $2\sqrt{3}$

【考点】旋转的性质；含 30° 度角的直角三角形.

【分析】首先证明 $\triangle ACA_1$ ， $\triangle BCB_1$ 是等边三角形，推出 $\triangle A_1BD$ 是直角三角形即可解决问题.

【解答】解： $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 30^\circ$ ， $AC = 2$ ，

$\therefore \angle A = 90^\circ - \angle ABC = 60^\circ$ ， $AB = 4$ ， $BC = 2\sqrt{3}$ ，

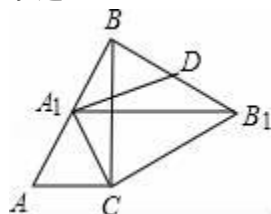
$\because CA = CA_1$ ，

$\therefore \triangle ACA_1$ 是等边三角形， $AA_1 = AC = BA_1 = 2$ ，

$\therefore \angle BCB_1 = \angle ACA_1 = 60^\circ$ ，

$\because CB=CB_1$,
 $\therefore \triangle BCB_1$ 是等边三角形,
 $\therefore BB_1=2\sqrt{3}$, $BA_1=2$, $\angle A_1BB_1=90^\circ$,
 $\therefore BD=DB_1=\sqrt{3}$,
 $\therefore A_1D=\sqrt{A_1B^2+BD^2}=\sqrt{7}$.

故选 A.



二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分

11. 分解因式： $ab - a^2 = \underline{a(b - a)}$.

【考点】因式分解-提公因式法.

【分析】直接把公因式 a 提出来即可.

【解答】解： $ab - a^2 = a(b - a)$.

故答案为： $a(b - a)$.

12. 某公司在埃及新投产一座鸡饲料厂，年生产饲料可饲养 57000000 只肉鸡，这个数据用科学记数法可表示为 $\underline{5.7 \times 10^7}$.

【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：将 57000000 用科学记数法表示为： 5.7×10^7 .

故答案为： 5.7×10^7 .

13. 分式方程 $\frac{4}{x} = \frac{3}{x-1}$ 的解是 $\underline{x=4}$.

【考点】分式方程的解.

【分析】首先把分式方程 $\frac{4}{x} = \frac{3}{x-1}$ 的两边同时乘 $x(x-1)$ ，把化分式方程为整式方程；然后

根据整式方程的求解方法，求出分式方程 $\frac{4}{x} = \frac{3}{x-1}$ 的解是多少即可.

【解答】解：分式方程的两边同时乘 $x(x-1)$ ，可得

$$4(x-1) = 3x$$

解得 $x=4$,

经检验 $x=4$ 是分式方程的解.

故答案为： $x=4$.

14. 若点 A (1, -3)，B (m, 3) 在同一反比例函数的图象上，则 m 的值为 $\underline{-1}$.

【考点】反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】由 A、B 点的坐标结合反比例函数图象上点的坐标特征即可得出关于 m 的一元一次方程，解方程即可得出结论.

【解答】解：∵ 点 A (1, -3), B (m, 3) 在同一反比例函数的图象上，
 $\therefore 1 \times (-3) = 3m$,

解得： $m = -1$.

故答案为： -1.

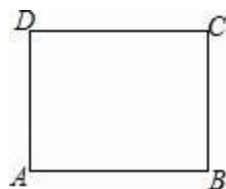
15. 写出命题“如果 $a=b$ ”，那么“ $3a=3b$ ”的逆命题 如果 $3a=3b$ ，那么 $a=b$.

【考点】命题与定理.

【分析】先找出命题的题设和结论，再说出自即可.

【解答】解：命题“如果 $a=b$ ”，那么“ $3a=3b$ ”的逆命题是： 如果 $3a=3b$ ，那么 $a=b$ ，
 故答案为： 如果 $3a=3b$ ，那么 $a=b$.

16. 如图，矩形 ABCD 的面积是 15，边 AB 的长比 AD 的长大 2，则 AD 的长是 3.



【考点】矩形的性质.

【分析】根据矩形的面积公式，可得关于 AD 的方程，根据解方程，可得答案.

【解答】解：由边 AB 的长比 AD 的长大 2，得

$$AB = AD + 2.$$

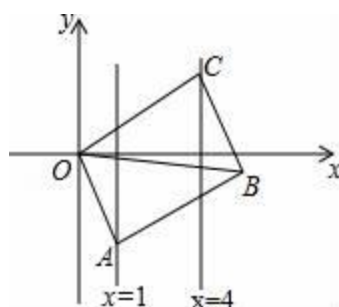
由矩形的面积，得

$$AD (AD + 2) = 15.$$

解得 $AD = 3$, $AD = -5$ (舍),

故答案为： 3.

17. 如图，已知 $\square OABC$ 的顶点 A、C 分别在直线 $x=1$ 和 $x=4$ 上，O 是坐标原点，则对角线 OB 长的最小值为 5.



【考点】平行四边形的性质；坐标与图形性质.

【分析】当 B 在 x 轴上时，对角线 OB 长的最小，由题意得出 $\angle ADO = \angle CEB = 90^\circ$ ， $OD = 1$ ， $OE = 4$ ，由平行四边形的性质得出 $OA \parallel BC$ ， $OA = BC$ ，得出 $\angle AOD = \angle CBE$ ，由 AAS 证明 $\triangle AOD \cong \triangle CBE$ ，得出 $OD = BE = 1$ ，即可得出结果.

【解答】解：当 B 在 x 轴上时，对角线 OB 长的最小，如图所示：直线 $x=1$ 与 x 轴交于点 D，直线 $x=4$ 与 x 轴交于点 E，

根据题意得： $\angle ADO = \angle CEB = 90^\circ$ ， $OD = 1$ ， $OE = 4$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore OA \parallel BC$ ， $OA = BC$ ，

$\therefore \angle AOD = \angle CBE$ ，

在 $\triangle AOD$ 和 $\triangle CBE$ 中，

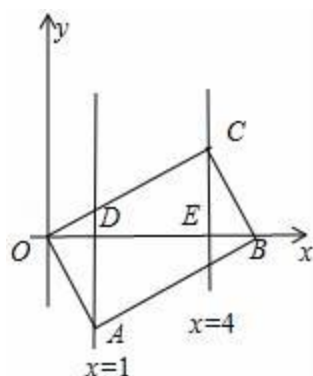
$$\begin{cases} \angle AOD = \angle CBE \\ \angle ADO = \angle CEB \\ OA = BC \end{cases},$$

$\therefore \triangle AOD \cong \triangle CBE$ (AAS)，

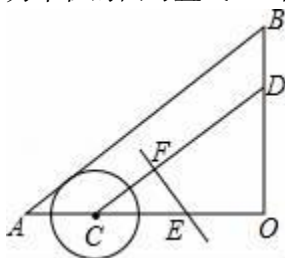
$\therefore OD = BE = 1$ ，

$\therefore OB = OE + BE = 5$ ；

故答案为： 5.



18. 如图， $\triangle AOB$ 中， $\angle O = 90^\circ$ ， $AO = 8\text{cm}$ ， $BO = 6\text{cm}$ ， 点 C 从 A 点出发， 在边 AO 上以 2cm/s 的速度向 O 点运动， 与此同时， 点 D 从点 B 出发， 在边 BO 上以 1.5cm/s 的速度向 O 点运动， 过 OC 的中点 E 作 CD 的垂线 EF ， 则当点 C 运动了 $\frac{17}{8}\text{s}$ 时， 以 C 点为圆心， 1.5cm 为半径的圆与直线 EF 相切.



【考点】 直线与圆的位置关系.

【分析】 当以点 C 为圆心， 1.5cm 为半径的圆与直线 EF 相切时， 即 $CF = 1.5\text{cm}$ ， 又因为 $\angle EFC = \angle O = 90^\circ$ ， 所以 $\triangle EFC \sim \triangle DCO$ ， 利用对应边的比相等即可求出 EF 的长度， 再利用勾股定理列出方程即可求出 t 的值， 要注意 t 的取值范围为 $0 \leq t \leq 4$.

【解答】 解： 当以点 C 为圆心， 1.5cm 为半径的圆与直线 EF 相切时， 此时， $CF = 1.5$ ，

$$\because AC = 2t, \quad BD = \frac{3}{2}t,$$

$$\therefore OC = 8 - 2t, \quad OD = 6 - \frac{3}{2}t,$$

$\because$ 点 E 是 OC 的中点，

$$\therefore CE = \frac{1}{2}OC = 4 - t,$$

$$\because \angle EFC = \angle O = 90^\circ, \quad \angle FCE = \angle DCO$$

$$\therefore \triangle EFC \sim \triangle DCO$$

$$\therefore \frac{EF}{OD} = \frac{CF}{OC}$$

$$\therefore EF = \frac{3OD}{2OC} = \frac{3(6 - \frac{3}{2}t)}{2(8 - 2t)} = \frac{9}{8}$$

由勾股定理可知: $CE^2 = CF^2 + EF^2$,

$$\therefore (4 - t)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{9}{8}\right)^2,$$

$$\text{解得: } t = \frac{17}{8} \text{ 或 } t = \frac{47}{8},$$

$$\because 0 \leq t \leq 4,$$

$$\therefore t = \frac{17}{8}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{17}{8}$$

三、解答题: 本大题共 10 小题, 共 84 分

$$19. (1) |-5| - (-3)^2 - (\sqrt{7})^0$$

$$(2) (a-b)^2 - a(a-2b)$$

【考点】 单项式乘多项式; 完全平方公式; 零指数幂.

【分析】 (1) 原式利用绝对值的代数意义, 乘方的意义, 以及零指数幂法则计算即可得到结果;

(2) 原式利用完全平方公式, 单项式乘以多项式法则计算, 去括号合并即可得到结果.

【解答】 解: (1) 原式 = $5 - 9 - 1 = -5$;

$$(2) a^2 - 2ab + b^2 - a^2 + 2ab = b^2.$$

$$20. (1) \text{解不等式: } 2x - 3 \leq \frac{1}{2}(x+2)$$

$$(2) \text{解方程组: } \begin{cases} 2x = 3 - y \cdots \text{①} \\ 3x + 2y = 2 \cdots \text{②} \end{cases}$$

【考点】 解一元一次不等式; 解二元一次方程组.

【分析】 (1) 根据解一元一次不等式的步骤, 去分母、移项、合并同类项、系数化为 1, 即可得出结果;

(2) 用加减法消去未知数 y 求出 x 的值, 再代入求出 y 的值即可.

$$\text{【解答】解: (1) } 2x - 3 \leq \frac{1}{2}(x+2)$$

$$\text{去分母得: } 4x - 6 \leq x + 2,$$

$$\text{移项, 合并同类项得: } 3x \leq 8,$$

系数化为1得: $x \leq \frac{8}{3}$;

$$(2) \begin{cases} 2x=3-y \cdots ① \\ 3x+2y=2 \cdots ② \end{cases}$$

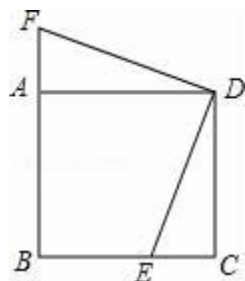
由①得: $2x+y=3$ ③,

③ $\times 2$ - ②得: $x=4$,

把 $x=4$ 代入③得: $y=-5$,

故原方程组的解为 $\begin{cases} x=4 \\ y=-5 \end{cases}$.

21. 已知, 如图, 正方形 ABCD 中, E 为 BC 边上一点, F 为 BA 延长线上一点, 且 $CE=AF$. 连接 DE、DF. 求证: $DE=DF$.



【考点】正方形的性质; 全等三角形的判定与性质.

【分析】根据正方形的性质可得 $AD=CD$, $\angle C=\angle DAF=90^\circ$, 然后利用“边角边”证明 $\triangle DCE$ 和 $\triangle DAF$ 全等, 再根据全等三角形对应边相等证明即可.

【解答】证明: $\because$ 四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore AD=CD$, $\angle DAB=\angle C=90^\circ$,

$\therefore \angle FAD=180^\circ - \angle DAB=90^\circ$.

在 $\triangle DCE$ 和 $\triangle DAF$ 中,

$$\begin{cases} CD=AD \\ \angle C=\angle DAF, \\ CE=AF \end{cases}$$

$\therefore \triangle DCE \cong \triangle DAF$ (SAS),

$\therefore DE=DF$.

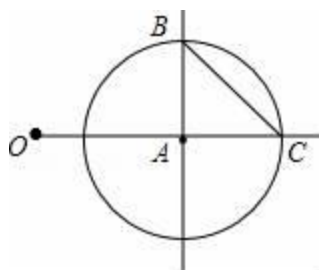
22. 如图, $OA=2$, 以点 A 为圆心, 1 为半径画 $\odot A$ 与 OA 的延长线交于点 C, 过点 A 画 OA 的垂线, 垂线与 $\odot A$ 的一个交点为 B, 连接 BC

(1) 线段 BC 的长等于 $\sqrt{2}$;

(2) 请在图中按下列要求逐一操作, 并回答问题:

①以点 A 为圆心, 以线段 BC 的长为半径画弧, 与射线 BA 交于点 D, 使线段 OD 的长等于 $\sqrt{6}$

②连 OD, 在 OD 上画出点 P, 使 OP 得长等于 $\frac{2\sqrt{6}}{3}$, 请写出画法, 并说明理由.



【考点】作图—复杂作图.

【分析】(1) 由圆的半径为 1, 可得出 $AB=AC=1$, 结合勾股定理即可得出结论;

(2) ①结合勾股定理求出 AD 的长度, 从而找出点 D 的位置, 根据画图的步骤, 完成图形即可;

②根据线段的三等分点的画法, 结合 $OA=2AC$, 即可得出结论.

【解答】解: (1) 在 $\text{Rt}\triangle BAC$ 中, $AB=AC=1$, $\angle BAC=90^\circ$,

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{2}.$$

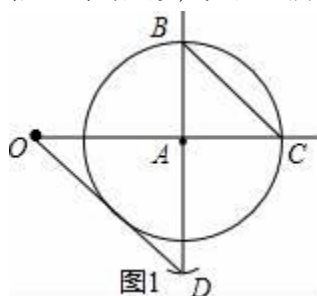
故答案为: $\sqrt{2}$.

(2) ①在 $\text{Rt}\triangle OAD$ 中, $OA=2$, $OD=\sqrt{6}$, $\angle OAD=90^\circ$,

$$\therefore AD = \sqrt{OD^2 - OA^2} = \sqrt{2} = BC.$$

$\therefore$ 以点 A 为圆心, 以线段 BC 的长为半径画弧, 与射线 BA 交于点 D, 使线段 OD 的长等于 $\sqrt{6}$.

依此画出图形, 如图 1 所示.



故答案为: A; BC.

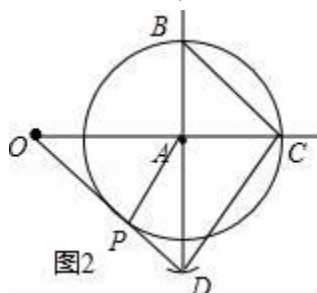
② $\because OD = \sqrt{6}$, $OP = \frac{2\sqrt{6}}{3}$, $OC = OA + AC = 3$, $OA = 2$,

$$\therefore \frac{OA}{OC} = \frac{OP}{OD} = \frac{2}{3}.$$

故作法如下:

连接 CD, 过点 A 作 $AP \parallel CD$ 交 OD 于点 P, P 点即是所要找的点.

依此画出图形, 如图 2 所示.



23. 某校为了了解全校学生上学期参加社区活动的情况, 学校随机调查了本校 50 名学生参加社区活动的次数, 并将调查所得的数据整理如下:

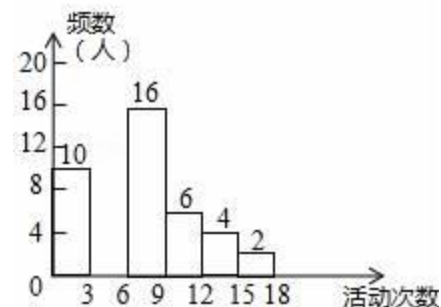
参加社区活动次数的频数、频率分布表

活动次数 x	频数	频率
$0 < x \leq 3$	10	0.20
$3 < x \leq 6$	a	0.24
$6 < x \leq 9$	16	0.32
$9 < x \leq 12$	6	0.12
$12 < x \leq 15$	m	b
$15 < x \leq 18$	2	n

根据以上图表信息, 解答下列问题:

- (1) 表中 $a = \underline{12}$, $b = \underline{0.08}$;
- (2) 请把频数分布直方图补充完整 (画图后请标注相应的数据);
- (3) 若该校共有 1200 名学生, 请估计该校在上学期参加社区活动超过 6 次的学生有多少人?

参加社区活动次数的频数分布直方图



【考点】 频数 (率) 分布直方图; 用样本估计总体; 频数 (率) 分布表.

【分析】 (1) 直接利用已知表格中 $3 < x \leq 6$ 范围的频率求出频数 a 即可, 再求出 m 的值, 即可得出 b 的值;

(2) 利用 (1) 中所求补全条形统计图即可;

(3) 直接利用参加社区活动超过 6 次的学生所占频率乘以总人数进而求出答案.

【解答】 解: (1) 由题意可得: $a = 50 \times 0.24 = 12$ (人),

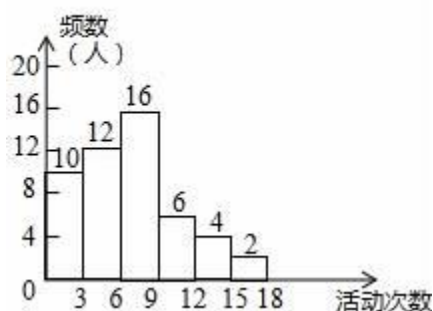
$$\therefore m = 50 - 10 - 12 - 16 - 6 - 2 = 4,$$

$$\therefore b = \frac{4}{50} = 0.08;$$

故答案为: 12, 0.08;

(2) 如图所示:

参加社区活动次数的频数分布直方图



(3) 由题意可得，该校在上学期参加社区活动超过 6 次的学生有： $1200 \times (1 - 0.20 - 0.24) = 648$ (人)，

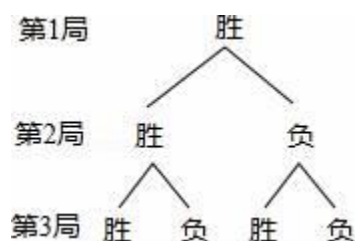
答：该校在上学期参加社区活动超过 6 次的学生有 648 人。

24. 甲、乙两队进行打乒乓球团体赛，比赛规则规定：两队之间进行 3 局比赛，3 局比赛必须全部打完，只要赢满 2 局的队为获胜队，假如甲、乙两队之间每局比赛输赢的机会相同，且甲队已经赢得了第 1 局比赛，那么甲队最终获胜的概率是多少？（请用“画树状图”或“列表”等方法写出分析过程）

【考点】列表法与树状图法.

【分析】根据甲队第 1 局胜画出第 2 局和第 3 局的树状图，然后根据概率公式列式计算即可得解.

【解答】解：根据题意画出树状图如下：



一共有 4 种情况，确保两局胜的有 4 种，

所以， $P = \frac{3}{4}$.

25. 某公司今年如果用原线下销售方式销售一产品，每月的销售额可达 100 万元. 由于该产品供不应求，公司计划于 3 月份开始全部改为线上销售，这样，预计今年每月的销售额 y (万元) 与月份 x (月) 之间的函数关系的图象如图 1 中的点状图所示 (5 月及以后每月的销售额都相同)，而经销成本 p (万元) 与销售额 y (万元) 之间函数关系的图象图 2 中线段 AB 所示.

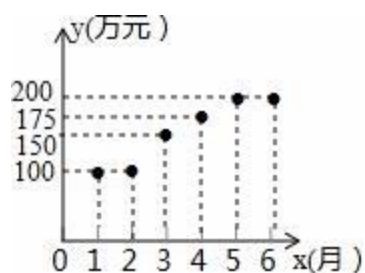


图1

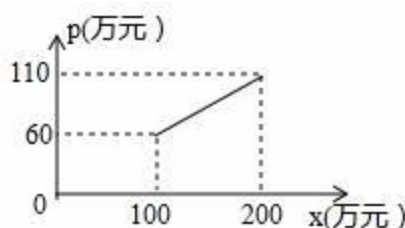


图2

- (1) 求经销成本 p (万元) 与销售额 y (万元) 之间的函数关系式;
 (2) 分别求该公司 3 月, 4 月的利润;
 (3) 问: 把 3 月作为第一个月开始往后算, 最早到第几个月止, 该公司改用线上销售后所获得利润总额比同期用线下方式销售所能获得的利润总额至少多出 200 万元? (利润=销售额-经销成本)

【考点】一次函数的应用.

【分析】(1) 设 $p=kx+b$, , 代入即可解决问题.

(2) 根据利润=销售额-经销成本, 即可解决问题.

(3) 设最早到第 x 个月止, 该公司改用线上销售后所获得利润总额比同期用线下方式销售所能获得的利润总额至少多出 200 万元, 列出不等式即可解决问题.

【解答】解: (1) 设 $p=kx+b$, , 代入得 $\begin{cases} 100k+b=60 \\ 200k+b=110 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=\frac{1}{2} \\ b=10 \end{cases}$,

$$\therefore p=\frac{1}{2}x+10, .$$

(2) $\because x=150$ 时, $p=85$, $\therefore$ 三月份利润为 $150-85=65$ 万元.

$\because x=175$ 时, $p=97.5$, $\therefore$ 四月份的利润为 $175-97.5=77.5$ 万元.

(3) 设最早到第 x 个月止, 该公司改用线上销售后所获得利润总额比同期用线下方式销售所能获得的利润总额至少多出 200 万元

$\because$ 5 月份以后的每月利润为 90 万元,

$$\therefore 65+77.5+90(x-2)-40x \geq 200,$$

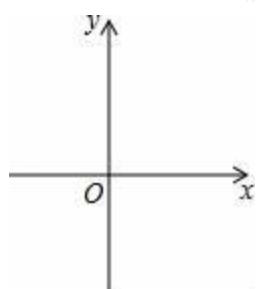
$$\therefore x \geq 4.75,$$

$\therefore$ 最早到第 5 个月止, 该公司改用线上销售后所获得利润总额比同期用线下方式销售所能获得的利润总额至少多出 200 万元

26. 已知二次函数 $y=ax^2-2ax+c$ ($a>0$) 的图象与 x 轴的负半轴和正半轴分别交于 A、B 两点, 与 y 轴交于点 C, 它的顶点为 P, 直线 CP 与过点 B 且垂直于 x 轴的直线交于点 D, 且 CP: PD=2: 3

(1) 求 A、B 两点的坐标;

(2) 若 $\tan \angle PDB = \frac{5}{4}$, 求这个二次函数的关系式.



【考点】抛物线与 x 轴的交点; 二次函数的性质; 待定系数法求二次函数解析式.

【分析】(1) 由二次函数的解析式可求出对称轴为 $x=1$, 过点 P 作 $PE \perp x$ 轴于点 E, 所以 OE: EB=CP: PD;

(2) 过点 C 作 $CF \perp BD$ 于点 F, 交 PE 于点 G, 构造直角三角形 CDF, 利用 $\tan \angle PDB = \frac{5}{4}$ 即可求出 FD, 由于 $\triangle CPG \sim \triangle CDF$, 所以可求出 PG 的长度, 进而求出 a 的值, 最后将 A (或 B) 的坐标代入解析式即可求出 c 的值.

【解答】解: (1) 过点 P 作 $PE \perp x$ 轴于点 E,

$$\because y = ax^2 - 2ax + c,$$

$\therefore$ 该二次函数的对称轴为: $x=1$,

$$\therefore OE=1$$

$\because OC \parallel BD$,

$$\therefore CP: PD = OE: EB,$$

$$\therefore OE: EB = 2: 3,$$

$$\therefore EB = \frac{3}{2},$$

$$\therefore OB = OE + EB = \frac{5}{2},$$

$$\therefore B \left(\frac{5}{2}, 0 \right)$$

$\because A$ 与 B 关于直线 $x=1$ 对称,

$$\therefore A \left(-\frac{1}{2}, 0 \right);$$

(2) 过点 C 作 $CF \perp BD$ 于点 F, 交 PE 于点 G,

令 $x=1$ 代入 $y = ax^2 - 2ax + c$,

$$\therefore y = c - a,$$

令 $x=0$ 代入 $y = ax^2 - 2ax + c$,

$$\therefore y = c$$

$$\therefore PG = a,$$

$$\because CF = OB = \frac{5}{2},$$

$$\therefore \tan \angle PDB = \frac{CF}{FD},$$

$$\therefore FD = 2,$$

$\because PG \parallel BD$

$$\therefore \triangle CPG \sim \triangle CDF,$$

$$\therefore \frac{PG}{FD} = \frac{CF}{CD} = \frac{2}{5}$$

$$\therefore PG = \frac{4}{5},$$

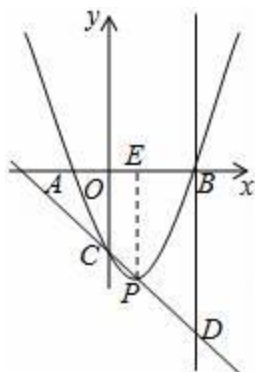
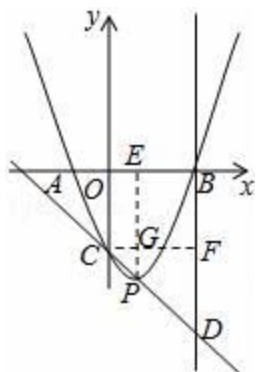
$$\therefore a = \frac{4}{5},$$

$$\therefore y = \frac{4}{5}x^2 - \frac{8}{5}x + c,$$

把 $A \left(-\frac{1}{2}, 0 \right)$ 代入 $y = \frac{4}{5}x^2 - \frac{8}{5}x + c$,

∴解得: $c = -1$,

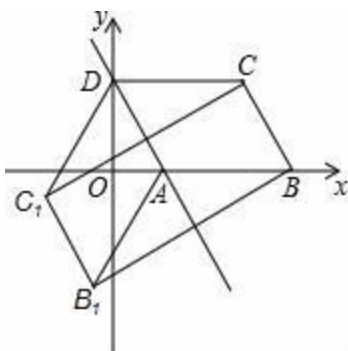
∴该二次函数解析式为: $y = \frac{4}{5}x^2 - \frac{8}{5}x - 1$.



27. 如图, 已知 $\square ABCD$ 的三个顶点 $A(n, 0)$ 、 $B(m, 0)$ 、 $D(0, 2n)$ ($m > n > 0$), 作 $\square ABCD$ 关于直线 AD 的对称图形 AB_1C_1D

(1) 若 $m=3$, 试求四边形 CC_1B_1B 面积 S 的最大值;

(2) 若点 B_1 恰好落在 y 轴上, 试求 $\frac{n}{m}$ 的值.



【考点】 坐标与图形性质; 勾股定理; 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 如图 1, 易证 $S_{\square BCEF} = S_{\square BCDA} = S_{\square B_1C_1DA} = S_{\square B_1C_1EF}$, 从而可得 $S_{\square BCC_1B_1} = 2S_{\square BCDA} = -4(n - \frac{3}{2})^2 + 9$, 根据二次函数的最值性就可解决问题;

(2) 如图 2, 易证 $\triangle AOD \sim \triangle B_1OB$, 根据相似三角形的性质可得 $OB_1 = \frac{n}{2}$, 然后在 $Rt\triangle AOB_1$ 中运用勾股定理就可解决问题.

【解答】 解: (1) 如图 1,

$\because \square ABCD$ 与四边形 AB_1C_1D 关于直线 AD 对称,
 $\therefore$ 四边形 AB_1C_1D 是平行四边形, $CC_1 \perp EF$, $BB_1 \perp EF$,
 $\therefore BC \parallel AD \parallel B_1C_1$, $CC_1 \parallel BB_1$,
 $\therefore$ 四边形 $BCEF$ 、 B_1C_1EF 是平行四边形,
 $\therefore S_{\square BCEF} = S_{\square BCDA} = S_{\square B_1C_1DA} = S_{\square B_1C_1EF}$,
 $\therefore S_{\square BCC_1B_1} = 2S_{\square BCDA}$.
 $\because A(n, 0)$ 、 $B(m, 0)$ 、 $D(0, 2n)$ 、 $m=3$,
 $\therefore AB = m - n = 3 - n$, $OD = 2n$,
 $\therefore S_{\square BCDA} = AB \cdot OD = (3 - n) \cdot 2n = -2(n^2 - 3n) = -2\left(n - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{2}$,
 $\therefore S_{\square BCC_1B_1} = 2S_{\square BCDA} = -4\left(n - \frac{3}{2}\right)^2 + 9$.
 $\because -4 < 0$, $\therefore$ 当 $n = \frac{3}{2}$ 时, $S_{\square BCC_1B_1}$ 最大值为 9;

(2) 当点 B_1 恰好落在 y 轴上, 如图 2,
 $\because DF \perp BB_1$, $DB_1 \perp OB$,
 $\therefore \angle B_1DF + \angle DB_1F = 90^\circ$, $\angle B_1BO + \angle OB_1B = 90^\circ$,
 $\therefore \angle B_1DF = \angle OBB_1$.
 $\because \angle DOA = \angle BOB_1 = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle AOD \sim \triangle B_1OB$,
 $\therefore \frac{OA}{OD} = \frac{OB_1}{OB}$,
 $\therefore \frac{n}{2n} = \frac{OB_1}{m}$,
 $\therefore OB_1 = \frac{\pi}{2}$.

由轴对称的性质可得 $AB_1 = AB = m - n$.

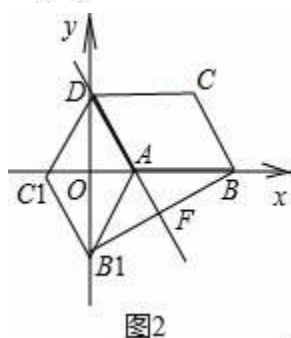
在 $Rt\triangle AOB_1$ 中,

$$n^2 + \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 = (m - n)^2,$$

整理得 $3m^2 - 8mn = 0$.

$\because m > 0$, $\therefore 3m - 8n = 0$,

$$\therefore \frac{n}{m} = \frac{3}{8}.$$



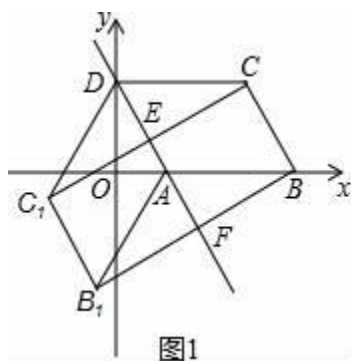


图1

28. 如图 1 是一个用铁丝围成的篮框，我们来仿制一个类似的柱体形篮框。如图 2，它是由一个半径为 r 、圆心角 90° 的扇形 A_2OB_2 ，矩形 A_2C_2EO 、 B_2D_2EO ，及若干个缺一边的矩形形状框 $A_1C_1D_1B_1$ 、 $A_2C_2D_2B_2$ 、 $\dots$ 、 $A_nC_nD_nB_n$ ， $OEFG$ 围成，其中 A_1 、 G 、 B_1 在 $\widehat{A_2B_2}$ 上， A_2 、 A_3 、 $\dots$ 、 A_n 与 B_2 、 B_3 、 $\dots$ 、 B_n 分别在半径 OA_2 和 OB_2 上， C_2 、 C_3 、 $\dots$ 、 C_n 和 D_2 、 D_3 、 $\dots$ 、 D_n 分别在 EC_2 和 ED_2 上， $EF \perp C_2D_2$ 于 H_2 ， $C_1D_1 \perp EF$ 于 H_1 ， $FH_1 = H_1H_2 = d$ ， C_1D_1 、 C_2D_2 、 C_3D_3 、 C_nD_n 依次等距离平行排放（最后一个矩形形状框的边 C_nD_n 与点 E 间的距离应不超过 d ）， $A_1C_1 \parallel A_2C_2 \parallel A_3C_3 \parallel \dots \parallel A_nC_n$

(1) 求 d 的值；

(2) 问： C_nD_n 与点 E 间的距离能否等于 d ？如果能，求出这样的 n 的值，如果不能，那么它们之间的距离是多少？



图1

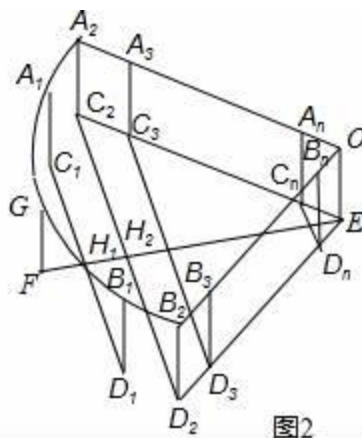


图2

【考点】 垂径定理.

【分析】 (1) 根据 $d = \frac{1}{2}FH_2$ ，求出 EH_2 即可解决问题.

(2) 假设 C_nD_n 与点 E 间的距离能等于 d ，列出关于 n 的方程求解，发现 n 没有整数解，由 $\frac{\sqrt{2}}{2}r \div \frac{2-\sqrt{2}}{4}r = 2+2\sqrt{2} \approx 4.8$ ，求出 n 即可解决问题.

【解答】 解：(1) 在 $RT\triangle D_2EC_2$ 中， $\because \angle D_2EC_2 = 90^\circ$ ， $EC_2 = ED_2 = r$ ， $EF \perp C_2D_2$ ，

$$\therefore EH_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}r, \quad FH_1 = r - \frac{\sqrt{2}}{2}r,$$

$$\therefore d = \frac{1}{2} \left(r - \frac{\sqrt{2}}{2}r \right) = \frac{2-\sqrt{2}}{4}r,$$

(2) 假设 C_nD_n 与点 E 间的距离能等于 d, 由题意 $\frac{1}{n-1} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}r = \frac{2-\sqrt{2}}{4}r$,

这个方程 n 没有整数解,

所以假设不成立.

$$\therefore \frac{\sqrt{2}}{2}r \div \frac{2-\sqrt{2}}{4}r = 2+2\sqrt{2} \approx 4.8,$$

$$\therefore n=6, \text{ 此时 } C_nD_n \text{ 与点 E 间的距离} = \frac{\sqrt{2}}{2}r - 4 \times \frac{2-\sqrt{2}}{4}r = \frac{3\sqrt{2}-4}{2}r.$$

2016 年 6 月 23 日