

2016 年江苏省扬州市中考数学试卷

一、选择题（本大题共有 8 小题，每题 3 分，共 24 分）

1. 与 -2 的乘积为 1 的数是 ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

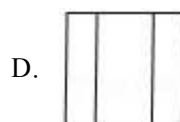
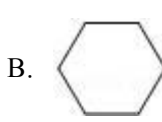
2. 函数 $y=\sqrt{x-1}$ 中，自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x > 1$ B. $x \geq 1$ C. $x < 1$ D. $x \leq 1$

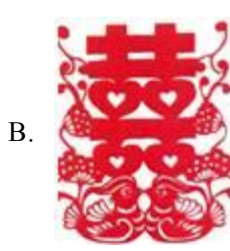
3. 下列运算正确的是 ()

- A. $3x^2 - x^2 = 3$ B. $a \cdot a^3 = a^3$ C. $a^6 \div a^3 = a^2$ D. $(a^2)^3 = a^6$

4. 下列选项中，不是如图所示几何体的主视图、左视图、俯视图之一的是 ()



5. 剪纸是扬州的非物质文化遗产之一，下列剪纸作品中是中心对称图形的是 ()



6. 某社区青年志愿者小分队年龄情况如下表所示：

年龄 (岁)	18	19	20	21	22
人数	2	5	2	2	1

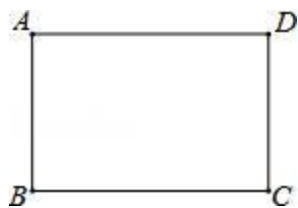
则这 12 名队员年龄的众数、中位数分别是 ()

- A. $2, 20$ 岁 B. $2, 19$ 岁 C. 19 岁, 20 岁 D. 19 岁, 19 岁

7. 已知 $M = \frac{2}{9}a - 1$, $N = a^2 - \frac{7}{9}a$ (a 为任意实数), 则 M, N 的大小关系为 ()

- A. $M < N$ B. $M = N$ C. $M > N$ D. 不能确定

8. 如图，矩形纸片 $ABCD$ 中， $AB=4$, $BC=6$. 将该矩形纸片剪去 3 个等腰直角三角形，所有剪法中剩余部分面积的最小值是 ()

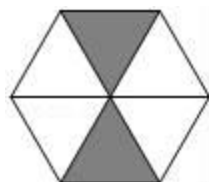


A. 6 B. 3 C. 2.5 D. 2

二、填空题（本大题共有 10 小题，每题 3 分，共 30 分）

9. 2015 年 9 月 3 日在北京举行的中国人民抗日战争暨世界反法西斯战争胜利 70 周年阅兵活动中，12000 名将士接受了党和人民的检阅，将 12000 用科学记数法表示为_____.

10. 如图所示的六边形广场由若干个大小完全相同的黑色和白色正三角形组成，一只小鸟在广场上随机停留，刚好落在黑色三角形区域的概率为_____.

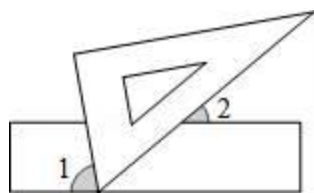


11. 当 $a=2016$ 时，分式 $\frac{a^2-4}{a-2}$ 的值是_____.

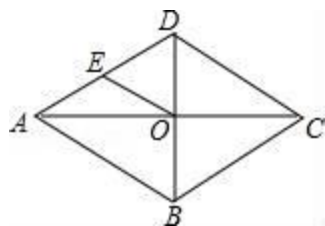
12. 以方程组 $\begin{cases} y=2x+2 \\ y=-x+1 \end{cases}$ 的解为坐标的点 (x, y) 在第_____象限.

13. 若多边形的每一个内角均为 135° ，则这个多边形的边数为_____.

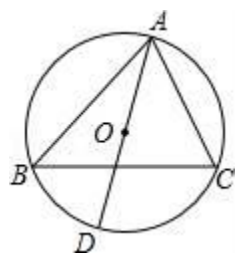
14. 如图，把一块三角板的 60° 角的顶点放在直尺的一边上，若 $\angle 1=2\angle 2$ ，则 $\angle 1=$ _____°.



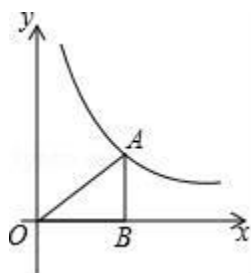
15. 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ， E 为 AD 的中点，若 $OE=3$ ，则菱形 $ABCD$ 的周长为_____.



16. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 直径 $AD=4$, $\angle ABC=\angle DAC$, 则 AC 长为_____.



17. 如图, 点 A 在函数 $y=\frac{4}{x}$ ($x>0$) 的图象上, 且 $OA=4$, 过点 A 作 $AB\perp x$ 轴于点 B , 则 $\triangle ABO$ 的周长为_____.



18. 某电商销售一款夏季时装, 进价 40 元/件, 售价 110 元/件, 每天销售 20 件, 每销售一件需缴纳电商平台推广费用 a 元 ($a>0$). 未来 30 天, 这款时装将开展“每天降价 1 元”的夏令促销活动, 即从第 1 天起每天的单价均比前一天降 1 元. 通过市场调研发现, 该时装单价每降 1 元, 每天销量增加 4 件. 在这 30 天内, 要使每天缴纳电商平台推广费用后的利润随天数 t (t 为正整数) 的增大而增大, a 的取值范围应为_____.

三、解答题 (共 10 小题, 满分 96 分)

19. (1) 计算: $(-\frac{1}{3})^{-2} - \sqrt{12} + 6\cos 30^\circ$;

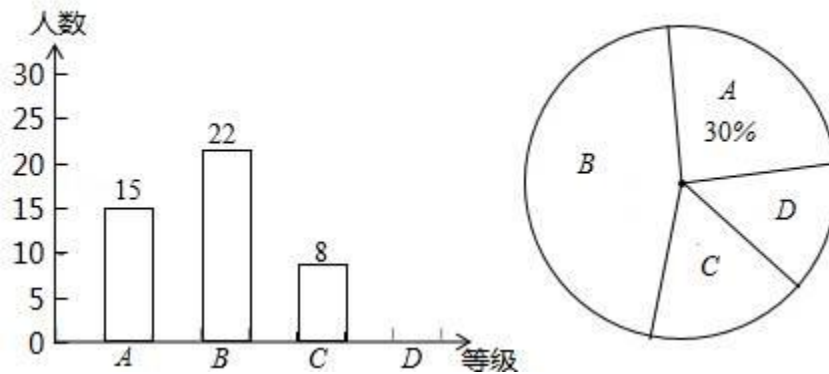
(2) 先化简, 再求值: $(a+b)(a-b) - (a-2b)^2$, 其中 $a=2$, $b=-1$.

20. 解不等式组 $\begin{cases} 2-x \leq 2(x+4) \\ x < \frac{x-1}{3} + 1 \end{cases}$, 并写出该不等式组的最大整数解.

21. 从今年起, 我市生物和地理会考实施改革, 考试结果以等级形式呈现, 分 A、B、C、D 四个等级. 某校八年级为了迎接会考, 进行了一次模拟考试, 随机抽取部分学生的生物成绩进行统计, 绘制成如下两幅不完整的统计图.

生物考试成绩各等级人数条形统计图

生物考试成绩人数分布扇形统计图



- (1) 这次抽样调查共抽取了_____名学生的生物成绩. 扇形统计图中, D 等级所对应的扇形圆心角度数为_____°;
- (2) 将条形统计图补充完整;
- (3) 如果该校八年级共有 600 名学生, 请估计这次模拟考试有多少名学生的生物成绩等级为 D?

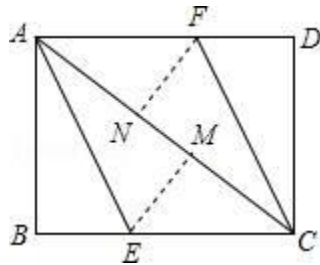
22. 小明、小刚和小红打算各自随机选择本周日的上午或下午去扬州马可波罗花世界游玩.

- (1) 小明和小刚都在本周日上午去游玩的概率为_____;
- (2) 求他们三人在同一个半天去游玩的概率.

23. 如图, AC 为矩形 $ABCD$ 的对角线, 将边 AB 沿 AE 折叠, 使点 B 落在 AC 上的点 M 处, 将边 CD 沿 CF 折叠, 使点 D 落在 AC 上的点 N 处.

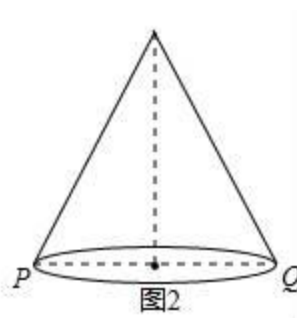
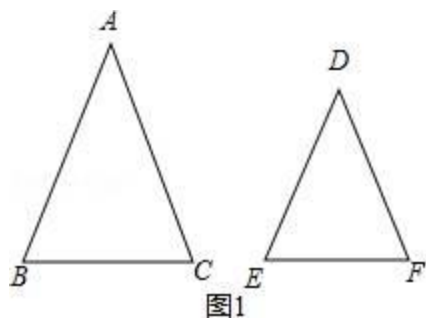
(1) 求证: 四边形 $AECF$ 是平行四边形;

(2) 若 $AB=6$, $AC=10$, 求四边形 $AECF$ 的面积.



24. 动车的开通为扬州市民的出行带来了方便. 从扬州到合肥, 路程为 360km , 某趟动车的平均速度比普通列车快 50% , 所需时间比普通列车少 1 小时, 求该趟动车的平均速度.

25. 如图 1, $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中, $AB=AC$, $DE=DF$, $\angle A=\angle D$.



(1) 求证: $\frac{BC}{AB} = \frac{EF}{DE}$;

(2) 由 (1) 中的结论可知, 等腰三角形 ABC 中, 当顶角 $\angle A$ 的大小确定时, 它的对边 (即底边 BC) 与邻边 (即腰 AB 或 AC) 的比值也就确定, 我们把这个比值记作 $T(A)$, 即

$$T(A) = \frac{\angle A \text{ 的对边 (底边)}}{\angle A \text{ 的邻边 (腰)}} = \frac{BC}{AB}, \text{ 如 } T(60^\circ) = 1.$$

①理解巩固: $T(90^\circ) =$ _____, $T =$ _____, 若 α 是等腰三角形的顶角, 则 T

(α) 的取值范围是 _____;

②学以致用: 如图 2, 圆锥的母线长为 9, 底面直径 $PQ=8$, 一只蚂蚁从点 P 沿着圆锥的侧面爬行到点 Q , 求蚂蚁爬行的最短路径长 (精确到 0.1).

(参考数据: $T \approx 1.97$, $T(80^\circ) \approx 1.29$, $T(40^\circ) \approx 0.68$)

26. 如图 1, 以 $\triangle ABC$ 的边 AB 为直径的 $\odot O$ 交边 BC 于点 E , 过点 E 作 $\odot O$ 的切线交 AC 于点 D , 且 $ED \perp AC$.

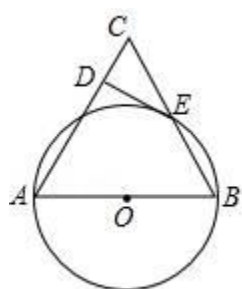


图1

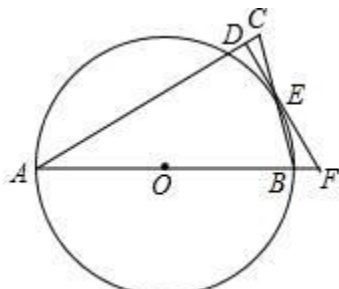


图2

- (1) 试判断 $\triangle ABC$ 的形状, 并说明理由;
- (2) 如图 2, 若线段 AB 、 DE 的延长线交于点 F , $\angle C = 75^\circ$, $CD = 2 - \sqrt{3}$, 求 $\odot O$ 的半径和 BF 的长.

27. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 4, 一个以点 A 为顶点的 45° 角绕点 A 旋转, 角的两边分别与边 BC 、 DC 的延长线交于点 E 、 F , 连接 EF . 设 $CE = a$, $CF = b$.

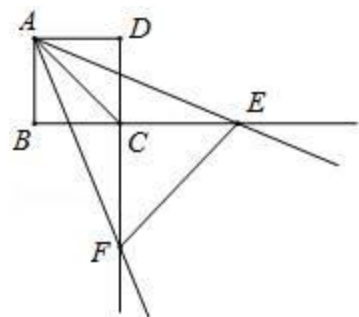


图1

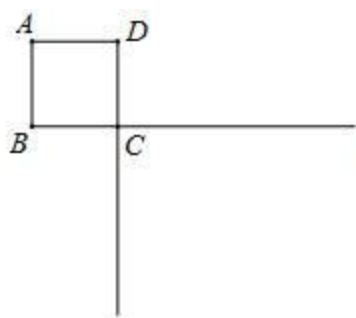


图2 (备用图)

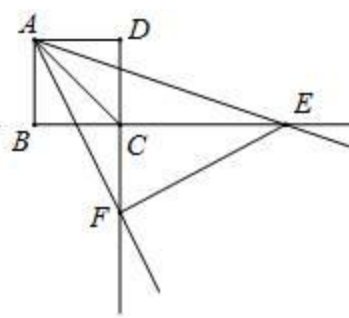
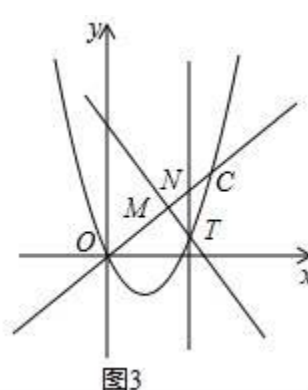
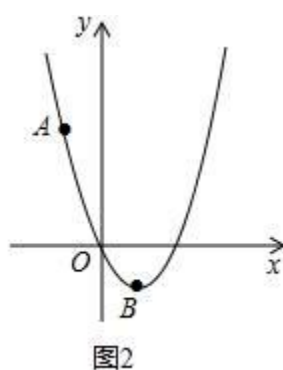
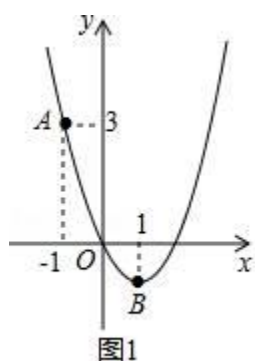


图3

- (1) 如图 1, 当 $\angle EAF$ 被对角线 AC 平时, 求 a 、 b 的值;
- (2) 当 $\triangle AEF$ 是直角三角形时, 求 a 、 b 的值;
- (3) 如图 3, 探索 $\angle EAF$ 绕点 A 旋转的过程中 a 、 b 满足的关系式, 并说明理由.

28. 如图 1, 二次函数 $y=ax^2+bx$ 的图象过点 A $(-1, 3)$, 顶点 B 的横坐标为 1.



(1) 求这个二次函数的表达式;

(2) 点 P 在该二次函数的图象上, 点 Q 在 x 轴上, 若以 A、B、P、Q 为顶点的四边形是平行四边形, 求点 P 的坐标;

(3) 如图 3, 一次函数 $y=kx$ ($k>0$) 的图象与该二次函数的图象交于 O、C 两点, 点 T 为该二次函数图象上位于直线 OC 下方的动点, 过点 T 作直线 $TM \perp OC$, 垂足为点 M, 且 M 在线段 OC 上 (不与 O、C 重合), 过点 T 作直线 $TN \parallel y$ 轴交 OC 于点 N. 若在点 T 运动的过程中, $\frac{ON^2}{OM}$ 为常数, 试确定 k 的值.

2016 年江苏省扬州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共有 8 小题，每题 3 分，共 24 分）

1. 与 -2 的乘积为 1 的数是（ ）

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

【考点】有理数的除法.

【分析】根据因数等于积除以另一个因数计算即可得解.

【解答】解： $1 \div (-2) = -\frac{1}{2}$.

故选 D.

2. 函数 $y = \sqrt{x-1}$ 中，自变量 x 的取值范围是（ ）

- A. $x > 1$ B. $x \geq 1$ C. $x < 1$ D. $x \leq 1$

【考点】函数自变量的取值范围.

【分析】根据被开方数大于等于 0 列式计算即可得解.

【解答】解：由题意得， $x - 1 \geq 0$,

解得 $x \geq 1$.

故选 B.

3. 下列运算正确的是（ ）

- A. $3x^2 - x^2 = 3$ B. $a \cdot a^3 = a^3$ C. $a^6 \div a^3 = a^2$ D. $(a^2)^3 = a^6$

【考点】同底数幂的除法；合并同类项；同底数幂的乘法；幂的乘方与积的乘方.

【分析】根据合并同类项，同底数幂的乘除法以及幂的乘方与积的乘方计算法则进行计算即可.

【解答】解：A、原式 $= (3 - 1)x^2 = 2x^2$ ，故本选项错误；

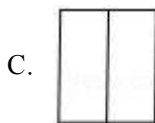
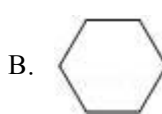
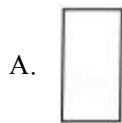
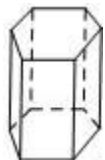
B、原式 $= a^{1+3} = a^4$ ，故本选项错误；

C、原式 $= a^{6-3} = a^3$ ，故本选项错误；

D、原式 $= a^{2 \times 3} = a^6$ ，故本选项正确.

故选：D.

4. 下列选项中，不是如图所示几何体的主视图、左视图、俯视图之一的是（ ）

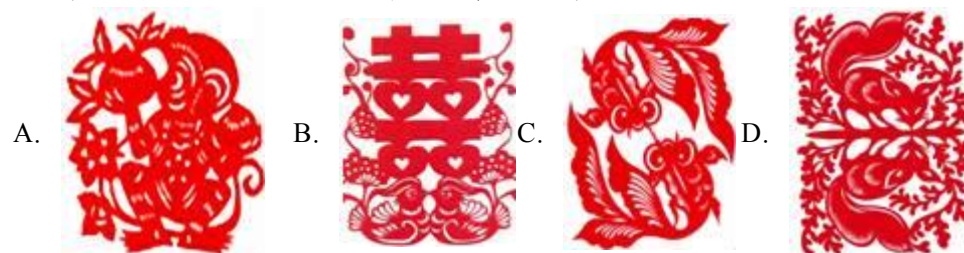


【考点】简单几何体的三视图.

【分析】首先判断几何体的三视图，然后找到答案即可.

【解答】解：几何体的主视图为选项 D，俯视图为选项 B，左视图为选项 C.
故选 A.

5. 剪纸是扬州的非物质文化遗产之一，下列剪纸作品中是中心对称图形的是（ ）



【考点】中心对称图形.

【分析】根据中心对称图形的概念进行判断.

【解答】解：A、不是中心对称图形，故错误；

B、不是中心对称图形，故错误；

C、是中心对称图形，故正确；

D、不是中心对称图形，故错误；

故选：C.

6. 某社区青年志愿者小分队年龄情况如下表所示：

年龄（岁）	18	19	20	21	22
人数	2	5	2	2	1

则这 12 名队员年龄的众数、中位数分别是（ ）

A. 2, 20 岁 B. 2, 19 岁 C. 19 岁, 20 岁 D. 19 岁, 19 岁

【考点】众数；中位数.

【分析】根据中位数和众数的定义分别进行解答即可.

【解答】解：把这些数从小到大排列，最中间的数是第 6、7 个数的平均数，

则这 12 名队员年龄的中位数是 $\frac{19+19}{2}=19$ （岁）；

19 岁的人数最多，有 5 个，则众数是 19 岁.

故选 D.

7. 已知 $M=\frac{2}{9}a-1$, $N=a^2-\frac{7}{9}a$ (a 为任意实数)，则 M 、 N 的大小关系为（ ）

A. $M < N$ B. $M = N$ C. $M > N$ D. 不能确定

【考点】配方法的应用；非负数的性质：偶次方.

【分析】将 M 与 N 代入 $N-M$ 中，利用完全平方公式变形后，根据完全平方式恒大于等于 0 得到差为正数，即可判断出大小.

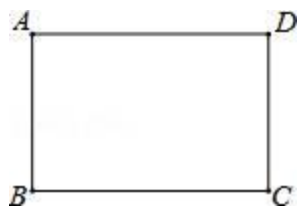
【解答】解：∵ $M=\frac{2}{9}a-1$, $N=a^2-\frac{7}{9}a$ (a 为任意实数)，

$$\therefore N-M=a^2-a+1=\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4},$$

∴ $N > M$ ，即 $M < N$.

故选 A

8. 如图，矩形纸片 ABCD 中，AB=4，BC=6. 将该矩形纸片剪去 3 个等腰直角三角形，所有剪法中剩余部分面积的最小值是 ()



- A. 6 B. 3 C. 2.5 D. 2

【考点】几何问题的最值.

【分析】以 BC 为边作等腰直角三角形 $\triangle EBC$ ，延长 BE 交 AD 于 F，得 $\triangle ABF$ 是等腰直角三角形，作 $EG \perp CD$ 于 G，得 $\triangle EGC$ 是等腰直角三角形，在矩形 ABCD 中剪去 $\triangle ABF$ ， $\triangle BCE$ ， $\triangle ECG$ 得到四边形 EFDG，此时剩余部分面积的最小

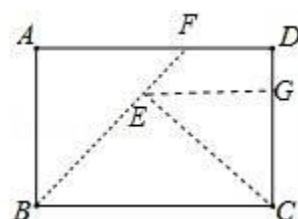
【解答】解：如图以 BC 为边作等腰直角三角形 $\triangle EBC$ ，延长 BE 交 AD 于 F，得 $\triangle ABF$ 是等腰直角三角形，

作 $EG \perp CD$ 于 G，得 $\triangle EGC$ 是等腰直角三角形，

在矩形 ABCD 中剪去 $\triangle ABF$ ， $\triangle BCE$ ， $\triangle ECG$ 得到四边形 EFDG，此时剩余部分面积的最

$$\text{小} = 4 \times 6 - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 6 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = 2.5.$$

故选 C.



二、填空题 (本大题共有 10 小题，每题 3 分，共 30 分)

9. 2015 年 9 月 3 日在北京举行的中国人民抗日战争暨世界反法西斯战争胜利 70 周年阅兵活动中，12000 名将士接受了党和人民的检阅，将 12000 用科学记数法表示为 1.2×10^4 .

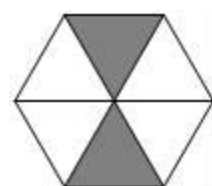
【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时，n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时，n 是负数.

【解答】解：12000 = 1.2×10^4 ，

故答案为： 1.2×10^4 .

10. 如图所示的六边形广场由若干个大小完全相同的黑色和白色正三角形组成，一只小鸟在广场上随机停留，刚好落在黑色三角形区域的概率为 $\frac{1}{3}$.



【考点】几何概率.

【分析】刚好落在黑色三角形上的概率就是黑色三角形面积与总面积的比值,从而得出答案.

【解答】解: $\because$ 黑色三角形的面积占总面积的 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$,

$\therefore$ 刚好落在黑色三角形区域的概率为 $\frac{1}{3}$.

故答案为: $\frac{1}{3}$.

11. 当 $a=2016$ 时, 分式 $\frac{a^2-4}{a-2}$ 的值是 2018.

【考点】分式的值.

【分析】首先将分式化简, 进而代入求出答案.

【解答】解: $\frac{a^2-4}{a-2} = \frac{(a-2)(a+2)}{a-2} = a+2$,

把 $a=2016$ 代入得:

原式 $= 2016+2=2018$.

故答案为: 2018.

12. 以方程组 $\begin{cases} y=2x+2 \\ y=-x+1 \end{cases}$ 的解为坐标的点 (x, y) 在第 二 象限.

【考点】二元一次方程组的解; 点的坐标.

【分析】先求出 x, y 的值, 再根据各象限内点的坐标特点即可得出结论.

【解答】解: $\begin{cases} y=2x+2 \text{ ①} \\ y=-x+1 \text{ ②} \end{cases}$,

$\because$ ① - ② 得, $3x+1=0$, 解得 $x=-\frac{1}{3}$,

把 x 的值代入②得, $y=-\frac{1}{3}+1=\frac{2}{3}$,

$\therefore$ 点 (x, y) 的坐标为: $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$,

$\therefore$ 此点在第二象限.

故答案为: 二.

13. 若多边形的每一个内角均为 135° , 则这个多边形的边数为 8.

【考点】多边形内角与外角.

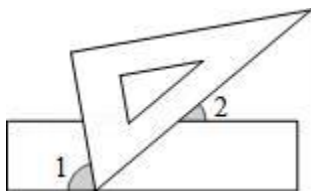
【分析】先求出每一外角的度数是 45° , 然后用多边形的外角和为 $360^\circ \div 45^\circ$ 进行计算即可得解.

【解答】解: $\because$ 所有内角都是 135° ,

$\therefore$ 每一个外角的度数是 $180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$,

$\therefore$ 多边形的外角和为 360° ,
 $\therefore 360^\circ \div 45^\circ = 8$,
 即这个多边形是八边形.
 故答案为: 8.

14. 如图, 把一块三角板的 60° 角的顶点放在直尺的一边上, 若 $\angle 1 = 2\angle 2$, 则 $\angle 1 = \underline{80}^\circ$.



【考点】 平行线的性质.

【分析】 先根据两直线平行的性质得到 $\angle 3 = \angle 2$, 再根据平角的定义列方程即可得解.

【解答】 解: $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle 3 = \angle 2,$$

$$\because \angle 1 = 2\angle 2,$$

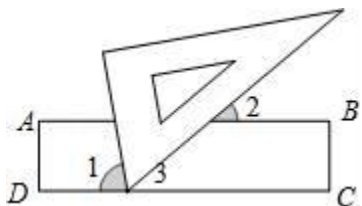
$$\therefore \angle 1 = 2\angle 3,$$

$$\therefore 3\angle 3 + 60^\circ = 180^\circ,$$

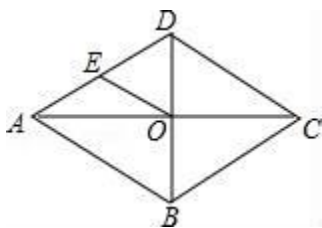
$$\therefore \angle 3 = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 80^\circ,$$

故答案为: 80.



15. 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , E 为 AD 的中点, 若 $OE = 3$, 则菱形 $ABCD$ 的周长为 24.



【考点】 菱形的性质.

【分析】 由菱形的性质可得出 $AC \perp BD$, $AB = BC = CD = DA$, 再根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半得出 AD 的长, 结合菱形的周长公式即可得出结论.

【解答】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形,

$$\therefore AC \perp BD, AB = BC = CD = DA,$$

$$\therefore \triangle AOD \text{ 为直角三角形.}$$

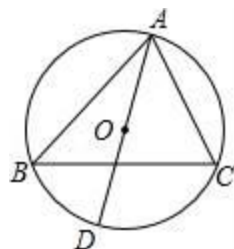
$$\because OE = 3, \text{ 且点 } E \text{ 为线段 } AD \text{ 的中点,}$$

$$\therefore AD = 2OE = 6.$$

$$C_{\text{菱形 } ABCD} = 4AD = 4 \times 6 = 24.$$

故答案为：24.

16. 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，直径 $AD=4$ ， $\angle ABC=\angle DAC$ ，则 AC 长为 $2\sqrt{2}$.



【考点】三角形的外接圆与外心；圆周角定理.

【分析】连接 CD ，由 $\angle ABC=\angle DAC$ 可得 $\widehat{AC}=\widehat{CD}$ ，得出则 $AC=CD$ ，又 $\angle ACD=90^\circ$ ，由等腰直角三角形的性质和勾股定理可求得 AC 的长.

【解答】解：连接 CD ，如图所示：

$\because \angle B=\angle DAC$,

$\therefore \widehat{AC}=\widehat{CD}$,

$\therefore AC=CD$,

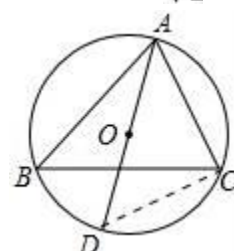
$\because AD$ 为直径,

$\therefore \angle ACD=90^\circ$,

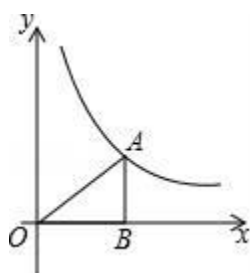
在 $Rt\triangle ACD$ 中， $AD=4$,

$$\therefore AC=CD=\frac{\sqrt{2}}{2}AD=\frac{\sqrt{2}}{2}\times 4=2\sqrt{2}.$$

故答案为： $2\sqrt{2}$.



17. 如图，点 A 在函数 $y=\frac{4}{x}$ ($x>0$) 的图象上，且 $OA=4$ ，过点 A 作 $AB\perp x$ 轴于点 B ，则 $\triangle ABO$ 的周长为 $2\sqrt{6}+4$.



【考点】反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】由点 A 在反比例函数的图象上，设出点 A 的坐标，结合勾股定理可以表现出 $OA^2=AB^2+OB^2$ ，再根据反比例函数图象上点的坐标特征可得出 $AB\cdot OB$ 的值，根据配方法求出 $(AB+OB)^2$ ，由此即可得出 $AB+OB$ 的值，结合三角形的周长公式即可得出结论.

【解答】解：∵点 A 在函数 $y=\frac{4}{x}$ ($x>0$) 的图象上，

∴设点 A 的坐标为 $(n, \frac{4}{n})$ ($n>0$)。

在 $Rt\triangle ABO$ 中， $\angle ABO=90^\circ$ ， $OA=4$ ，

$$\therefore OA^2=AB^2+OB^2,$$

$$\text{又} \because AB \cdot OB = \frac{4}{n} \cdot n = 4,$$

$$\therefore (AB+OB)^2 = AB^2 + OB^2 + 2AB \cdot OB = 4^2 + 2 \times 4 = 24,$$

$$\therefore AB+OB = 2\sqrt{6}, \text{ 或 } AB+OB = -2\sqrt{6} \text{ (舍去)}.$$

$$\therefore C_{\triangle ABO} = AB+OB+OA = 2\sqrt{6}+4.$$

故答案为： $2\sqrt{6}+4$ 。

18. 某电商销售一款夏季时装，进价 40 元/件，售价 110 元/件，每天销售 20 件，每销售一件需缴纳电商平台推广费用 a 元 ($a>0$)。未来 30 天，这款时装将开展“每天降价 1 元”的夏令促销活动，即从第 1 天起每天的单价均比前一天降 1 元。通过市场调研发现，该时装单价每降 1 元，每天销量增加 4 件。在这 30 天内，要使每天缴纳电商平台推广费用后的利润随天数 t (t 为正整数) 的增大而增大， a 的取值范围应为 $0 < a \leq 5$ 。

【考点】二次函数的应用。

【分析】根据题意可以列出相应的不等式，从而可以解答本题。

【解答】解：设未来 30 天每天获得的利润为 y ，

$$y = (20+4t) - (20+4t)a$$

化简，得

$$y = -4t^2 + t + 1400 - 20a$$

每天缴纳电商平台推广费用后的利润随天数 t (t 为正整数) 的增大而增大，

$$\therefore \frac{4 \times (-4) \times (1400 - 20a) - (260 - 4a)^2}{4 \times (-4)} \geq -4 \times 30^2 + 30 + 1400 - 20a$$

解得， $a \leq 5$ ，

又 $\because a > 0$ ，

即 a 的取值范围是： $0 < a \leq 5$ 。

三、解答题 (共 10 小题，满分 96 分)

19. (1) 计算： $(-\frac{1}{3})^{-2} - \sqrt{12} + 6\cos 30^\circ$ ；

(2) 先化简，再求值： $(a+b)(a-b) - (a-2b)^2$ ，其中 $a=2$ ， $b=-1$ 。

【考点】实数的运算；整式的混合运算—化简求值；负整数指数幂；特殊角的三角函数值。

【分析】(1) 本题涉及负整数指数幂、二次根式化简、特殊角的三角函数值 3 个考点。在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果；

(2) 根据完全平方公式和平方差公式化简，然后把 a 、 b 的值代入计算。

【解答】解：(1) $(-\frac{1}{3})^{-2} - \sqrt{12} + 6\cos 30^\circ$

$$= 9 - 2\sqrt{3} + 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=9-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}$$

=9;

$$(2) (a+b)(a-b) - (a-2b)^2$$

$$=a^2-b^2-a^2+4ab-4b^2$$

$$=4ab-5b^2,$$

当 $a=2$, $b=-1$ 时, 原式 $=4 \times 2 \times (-1) - 5 \times 1 = -13$.

20. 解不等式组 $\begin{cases} 2-x \leq 2(x+4) \\ x < \frac{x-1}{3} + 1 \end{cases}$, 并写出该不等式组的最大整数解.

【考点】一元一次不等式组的整数解; 解一元一次不等式组.

【分析】先解不等式①, 去括号, 移项, 系数化为 1, 再解不等式②, 取分母, 移项, 然后找出不等式组的解集.

【解答】解: $\begin{cases} 2-x \leq 2(x+4) & ① \\ x < \frac{x-1}{3} + 1 & ② \end{cases}$

解不等式①得, $x \geq -2$,

解不等式②得, $x < 1$,

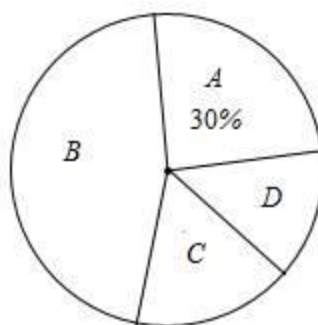
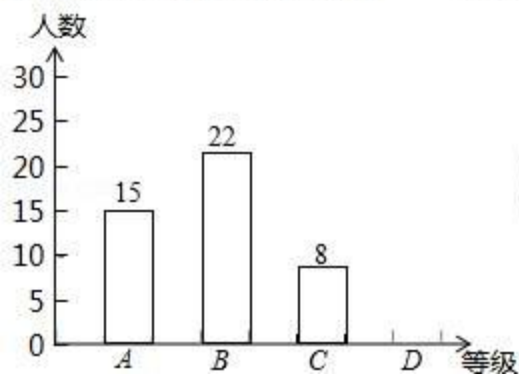
$\therefore$ 不等式组的解集为 $-2 \leq x < 1$.

$\therefore$ 不等式组的最大整数解为 $x=0$.

21. 从今年起, 我市生物和地理会考实施改革, 考试结果以等级形式呈现, 分 A、B、C、D 四个等级. 某校八年级为了迎接会考, 进行了一次模拟考试, 随机抽取部分学生的生物成绩进行统计, 绘制成如下两幅不完整的统计图.

生物考试成绩各等级人数条形统计图

生物考试成绩人数分布扇形统计图



(1) 这次抽样调查共抽取了 50 名学生的生物成绩. 扇形统计图中, D 等级所对应的扇形圆心角度数为 36°;

(2) 将条形统计图补充完整;

(3) 如果该校八年级共有 600 名学生, 请估计这次模拟考试有多少名学生的生物成绩等级为 D?

【考点】条形统计图; 用样本估计总体; 扇形统计图.

【分析】(1) 根据 A 等级的人数及所占的比例即可得出总人数, 进而可得出扇形统计图中 D 级所在的扇形的圆心角.

(2) 根据 D 等级的人数 = 总数 - A 等级的人数 - B 等级的人数 - C 等级的人数可补全图形.

(3) 先求出等级为 D 人数所占的百分比, 然后即可求出大概的等级为 D 的人数.

【解答】解：(1) $15 \div 30\% = 50$ (名)，

$50 - 15 - 22 - 8 = 5$ (名)，

$$360^\circ \times \frac{5}{50} = 36^\circ.$$

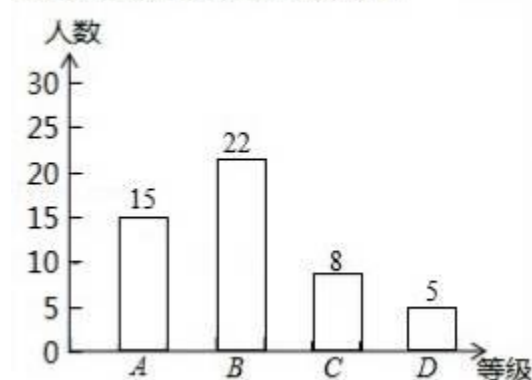
答：这次抽样调查共抽取了 50 名学生的生物成绩．扇形统计图中，D 等级所对应的扇形圆心角度数为 36° ．

故答案为：50，36；

(2) $50 - 15 - 22 - 8 = 5$ (名)，

如图所示：

生物考试成绩各等级人数条形统计图



(3) $600 \times \frac{5}{50} = 60$ (名)．

答：这次模拟考试有 60 名学生的生物成绩等级为 D．

22. 小明、小刚和小红打算各自随机选择本周日的上午或下午去扬州马可波罗花世界游玩．

(1) 小明和小刚都在本周日上午去游玩的概率为 $\frac{1}{4}$ ；

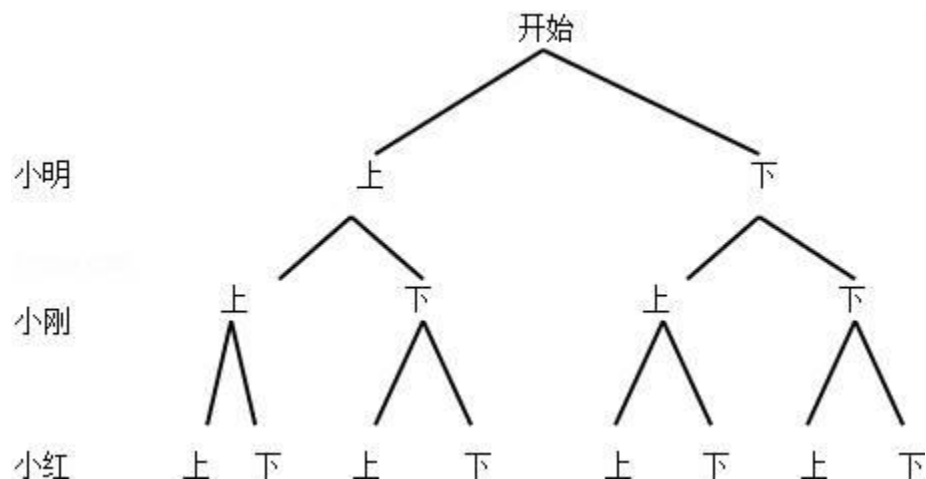
(2) 求他们三人在同一个半天去游玩的概率．

【考点】列表法与树状图法．

【分析】(1) 根据题意，画树状图列出三人随机选择上午或下午去游玩的所有等可能结果，找到小明和小刚都在本周日上午去游玩的结果，根据概率公式计算可得；

(2) 由 (1) 中树状图，找到三人在同一个半天去游玩的结果，根据概率公式计算可得．

【解答】解：(1) 根据题意，画树状图如图，



由树状图可知，三人随机选择本周日的上午或下午去游玩共有 8 种等可能结果，其中小明和小刚都在本周日上午去游玩的结果有（上，上，上）、（上，上，下）2 种，

∴ 小明和小刚都在本周日上午去游玩的概率为 $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$;

(2) 由 (1) 中树状图可知，他们三人在同一个半天去游玩的结果有（上，上，上）、（下，下，下）这 2 种，

∴ 他们三人在同一个半天去游玩的概率为 $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$;

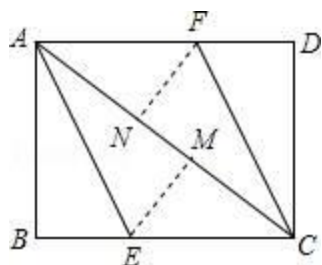
答：他们三人在同一个半天去游玩的概率是 $\frac{1}{4}$.

故答案为：(1) $\frac{1}{4}$.

23. 如图，AC 为矩形 ABCD 的对角线，将边 AB 沿 AE 折叠，使点 B 落在 AC 上的点 M 处，将边 CD 沿 CF 折叠，使点 D 落在 AC 上的点 N 处.

(1) 求证：四边形 AECF 是平行四边形；

(2) 若 AB=6，AC=10，求四边形 AECF 的面积.



【考点】矩形的性质；平行四边形的判定与性质；翻折变换（折叠问题）.

【分析】(1) 首先由矩形的性质和折叠的性质证得 $AB=CD$ ， $AD \parallel BC$ ， $\angle ANF=90^\circ$ ， $\angle CME=90^\circ$ ，易得 $AN=CM$ ，可得 $\triangle ANF \cong \triangle CME$ (ASA)，由平行四边形的判定定理可得结论；

(2) 由 $AB=6$ ， $AC=10$ ，可得 $BC=8$ ，设 $CE=x$ ，则 $EM=8-x$ ， $CM=10-6=4$ ，在 $\text{Rt}\triangle CEM$ 中，利用勾股定理可解得 x ，由平行四边形的面积公式可得结果.

【解答】(1) 证明：∵ 折叠，

∴ $AM=AB$ ， $CN=CD$ ， $\angle FNC=\angle D=90^\circ$ ， $\angle AME=\angle B=90^\circ$ ，

∴ $\angle ANF=90^\circ$ ， $\angle CME=90^\circ$ ，

∵ 四边形 ABCD 为矩形，

∴ $AB=CD$ ， $AD \parallel BC$ ，

∴ $AM=CN$ ，

∴ $AM-MN=CN-MN$ ，

即 $AN=CM$ ，

在 $\triangle ANF$ 和 $\triangle CME$ 中，

$$\begin{cases} \angle FAN = \angle EMC \\ AN = CM \\ \angle ANF = \angle CME \end{cases},$$

∴ $\triangle ANF \cong \triangle CME$ (ASA)，

∴ $AF=CE$ ，

又 $\because AF \parallel CE$,
 $\therefore$ 四边形 AECF 是平行四边形;

(2) 解: $\because AB=6, AC=10, \therefore BC=8$,
 设 $CE=x$, 则 $EM=8-x, CM=10-6=4$,
 在 $Rt\triangle CEM$ 中,
 $(8-x)^2+4^2=x^2$,
 解得: $x=5$,
 $\therefore$ 四边形 AECF 的面积 $EC \cdot AB=5 \times 6=30$.

24. 动车的开通为扬州市民的出行带来了方便. 从扬州到合肥, 路程为 360km, 某趟动车的平均速度比普通列车快 50%, 所需时间比普通列车少 1 小时, 求该趟动车的平均速度.

【考点】分式方程的应用.

【分析】设普通列车的速度为 x km/h, 动车的平均速度为 $1.5x$ km/h, 根据走过相同的路程 360km, 坐动车所用的时间比坐普通列车所用的时间少 1 小时, 列方程求解.

【解答】解: 设普通列车的速度为 x km/h, 动车的平均速度为 $1.5x$ km/h,

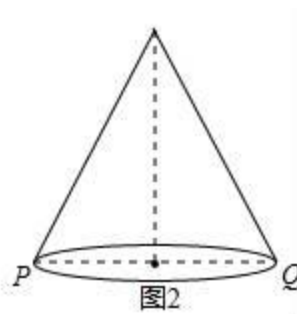
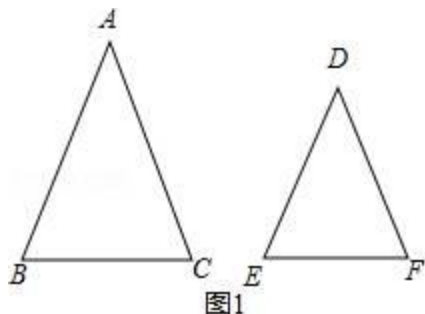
由题意得, $\frac{360}{x} - \frac{360}{1.5x} = 1$,

解得: $x=120$,

经检验, $x=120$ 是原分式方程的解, 且符合题意.

答: 该趟动车的平均速度为 120km/h.

25. 如图 1, $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中, $AB=AC, DE=DF, \angle A=\angle D$.



(1) 求证: $\frac{BC}{AB} = \frac{EF}{DE}$;

(2) 由 (1) 中的结论可知, 等腰三角形 ABC 中, 当顶角 $\angle A$ 的大小确定时, 它的对边 (即底边 BC) 与邻边 (即腰 AB 或 AC) 的比值也就确定, 我们把这个比值记作 $T(A)$, 即 T

$(A) = \frac{\angle A \text{ 的对边 (底边)}}{\angle A \text{ 的邻边 (腰)}} = \frac{BC}{AB}$, 如 $T(60^\circ) = 1$.

①理解巩固: $T(90^\circ) = \sqrt{2}$, $T = \sqrt{3}$, 若 α 是等腰三角形的顶角, 则 $T(\alpha)$ 的取值范围是 $0 < T(\alpha) < 2$;

②学以致用: 如图 2, 圆锥的母线长为 9, 底面直径 $PQ=8$, 一只蚂蚁从点 P 沿着圆锥的侧面爬行到点 Q, 求蚂蚁爬行的最短路径长 (精确到 0.1).

(参考数据: $T \approx 1.97, T(80^\circ) \approx 1.29, T(40^\circ) \approx 0.68$)

【考点】相似形综合题.

【分析】(1) 证明 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, 根据相似三角形的性质解答即可;

- (2) ①根据等腰直角三角形的性质和等腰三角形的性质进行计算即可；
 ②根据圆锥的侧面展开图的知识和扇形的弧长公式计算，得到扇形的圆心角，根据 $T(A)$ 的定义解答即可.

【解答】解：(1) $\because AB=AC, DE=DF,$

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF},$$

又 $\because \angle A = \angle D,$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF,$$

$$\therefore \frac{BC}{AB} = \frac{EF}{DE};$$

(2) ①如图 1, $\angle A = 90^\circ, AB=AC,$

$$\text{则 } \frac{BC}{AB} = \sqrt{2}.$$

$$\therefore T(90^\circ) = \sqrt{2},$$

如图 2, $\angle A = 90^\circ, AB=AC,$

作 $AD \perp BC$ 于 $D,$

则 $\angle B = 60^\circ,$

$$\therefore BD = \frac{\sqrt{3}}{2}AB,$$

$$\therefore BC = \sqrt{3}AB,$$

$$\therefore T = \sqrt{3};$$

$$\because AB - AC < BC < AB + AC,$$

$$\therefore 0 < T(\alpha) < 2,$$

故答案为: $\sqrt{2}; \sqrt{3}; 0 < T(\alpha) < 2;$

② $\because$ 圆锥的底面直径 $PQ=8,$

$\therefore$ 圆锥的底面周长为 8π , 即侧面展开图扇形的弧长为 $8\pi,$

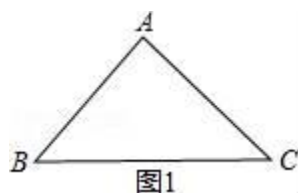
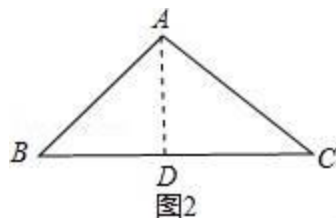
设扇形的圆心角为 $n^\circ,$

$$\text{则 } \frac{n \times \pi \times 9}{180} = 8\pi,$$

解得, $n=160,$

$$\therefore T \approx 1.97,$$

$\therefore$ 蚂蚁爬行的最短路径长为 $1.97 \times 9 \approx 17.7.$



26. 如图 1, 以 $\triangle ABC$ 的边 AB 为直径的 $\odot O$ 交边 BC 于点 E , 过点 E 作 $\odot O$ 的切线交 AC 于点 D , 且 $ED \perp AC$.

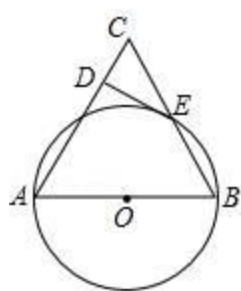


图1

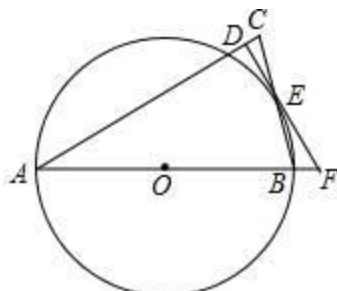


图2

(1) 试判断 $\triangle ABC$ 的形状, 并说明理由;

(2) 如图 2, 若线段 AB 、 DE 的延长线交于点 F , $\angle C = 75^\circ$, $CD = 2 - \sqrt{3}$, 求 $\odot O$ 的半径和 BF 的长.

【考点】 切线的性质.

【分析】 (1) 连接 OE , 根据切线性质得 $OE \perp DE$, 与已知中的 $ED \perp AC$ 得平行, 由此得 $\angle 1 = \angle C$, 再根据同圆的半径相等得 $\angle 1 = \angle B$, 可得出三角形为等腰三角形;

(2) 通过作辅助线构建矩形 $OGDE$, 再设与半径有关系的边 $OG = x$, 通过 $AB = AC$ 列等量关系式, 可求得结论.

【解答】 解: (1) $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 理由是:

如图 1, 连接 OE ,

$\because DE$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore OE \perp DE$,

$\because ED \perp AC$,

$\therefore AC \parallel OE$,

$\therefore \angle 1 = \angle C$,

$\because OB = OE$,

$\therefore \angle 1 = \angle B$,

$\therefore \angle B = \angle C$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形;

(2) 如图 2, 过点 O 作 $OG \perp AC$, 垂足为 G , 则得四边形 $OGDE$ 是矩形,

$\because \triangle ABC$ 是等腰三角形,

$\therefore \angle B = \angle C = 75^\circ$,

$\therefore \angle A = 180^\circ - 75^\circ - 75^\circ = 30^\circ$,

设 $OG = x$, 则 $OA = OB = OE = 2x$, $AG = \sqrt{3}x$,

$\therefore DG = OE = 2x$,

根据 $AC = AB$ 得: $4x = \sqrt{3}x + 2x + 2 - \sqrt{3}$,

$x = 1$,

$\therefore OE = OB = 2$,

在直角 $\triangle OEF$ 中, $\angle EOF = \angle A = 30^\circ$,

$$\cos 30^\circ = \frac{OE}{OF}, \quad OF = \frac{2}{\cos 30^\circ} = 2 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore BF = \frac{4\sqrt{3}}{3} - 2, \quad \odot O \text{ 的半径为 } 2.$$

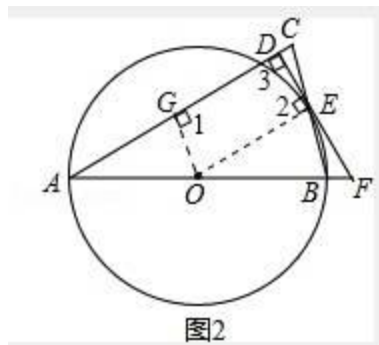


图2

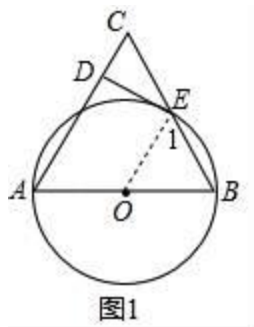


图1

27. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 4，一个以点 A 为顶点的 45° 角绕点 A 旋转，角的两边分别与边 BC 、 DC 的延长线交于点 E 、 F ，连接 EF 。设 $CE=a$ ， $CF=b$ 。

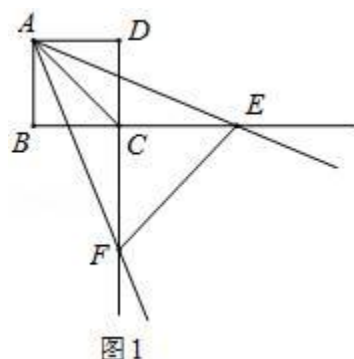


图1

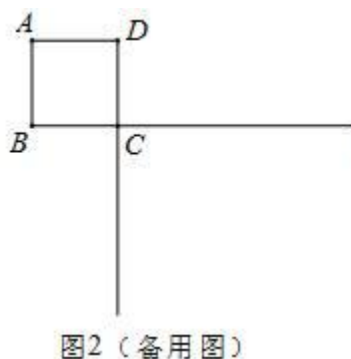


图2 (备用图)

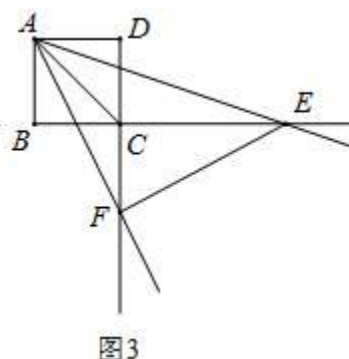


图3

- (1) 如图 1，当 $\angle EAF$ 被对角线 AC 平时，求 a 、 b 的值；
- (2) 当 $\triangle AEF$ 是直角三角形时，求 a 、 b 的值；
- (3) 如图 3，探索 $\angle EAF$ 绕点 A 旋转的过程中 a 、 b 满足的关系式，并说明理由。

【考点】 四边形综合题。

【分析】 (1) 当 $\angle EAF$ 被对角线 AC 平时，易证 $\triangle ACF \cong \triangle ACE$ ，因此 $CF=CE$ ，即 $a=b$ 。

(2) 分两种情况进行计算，①先用勾股定理得出 $CF^2=8(CE+4)$ ①，再用相似三角形得出 $4CF=CE(CE+4)$ ②，两式联立解方程组即可；

(3) 先判断出 $\angle AFC+\angle CAF=45^\circ$ ，再判断出 $\angle AFC+\angle AEC=45^\circ$ ，从而求出 $\angle AEC$ ，而 $\angle ACF=\angle ACE=135^\circ$ ，得到 $\triangle ACF \sim \triangle ECA$ ，即可。

【解答】 解：(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle ACF=\angle DCD=90^\circ$ ，

$\because AC$ 是正方形 $ABCD$ 的对角线，

$\therefore \angle ACB=\angle ACD=45^\circ$ ，

$\therefore \angle ACF=\angle ACE$ ，

$\because \angle EAF$ 被对角线 AC 平分，

$$\therefore \angle CAF = \angle CAE,$$

在 $\triangle ACF$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} \angle ACF = \angle ACE \\ AC = AC \\ \angle CAF = \angle CAE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ACF \cong \triangle ACE,$$

$$\therefore CE = CF,$$

$$\therefore CE = a, CF = b,$$

$$\therefore a = b;$$

(2) 当 $\triangle AEF$ 是直角三角形时,

①当 $\angle AEF = 90^\circ$ 时,

$$\therefore \angle EAF = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AFE = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle AEF$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore AF^2 = 2FE^2 = 2(CE^2 + CF^2),$$

$$AF^2 = 2(AD^2 + BE^2),$$

$$\therefore 2(CE^2 + CF^2) = 2(AD^2 + BE^2),$$

$$\therefore CE^2 + CF^2 = AD^2 + BE^2,$$

$$\therefore CE^2 + CF^2 = 16 + (4 + CE)^2,$$

$$\therefore CF^2 = 8(CE + 4) \quad ①$$

$$\therefore \angle AEB + \angle BEF = 90^\circ, \angle AEB + \angle BAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEF = \angle BAE,$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ECF,$$

$$\therefore \frac{AB}{CE} = \frac{BE}{CF},$$

$$\therefore \frac{4}{CE} = \frac{CE + 4}{CF},$$

$$\therefore 4CF = CE(CE + 4) \quad ②,$$

联立①②得, $CE = 4, CF = 8$

$$\therefore a = 4, b = 8,$$

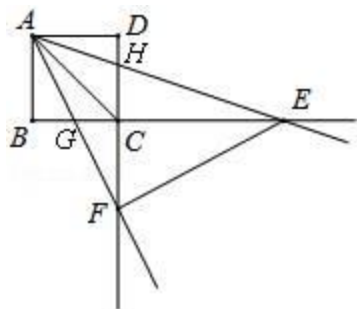
②当 $\angle AFE = 90^\circ$ 时,

同①的方法得, $CF = 4, CE = 8,$

$$\therefore a = 8, b = 4.$$

(3) $ab = 32,$

理由: 如图,



$$\therefore \angle BAG + \angle AGB = 90^\circ, \angle AFC + \angle CGF = 90^\circ, \angle AGB = \angle CGF,$$

$\therefore \angle BAG = \angle AFC$,
 $\because \angle BAC = 45^\circ$,
 $\therefore \angle BAG + \angle CAF = 45^\circ$,
 $\therefore \angle AFC + \angle CAF = 45^\circ$,
 $\because \angle AFC + \angle AEC = 180^\circ - (\angle CFE + \angle CEF) - \angle EAF = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$,
 $\therefore \angle CAF = \angle AEC$,
 $\therefore \angle ACF = \angle ACE = 135^\circ$,
 $\therefore \triangle ACF \sim \triangle ECA$,
 $\therefore \frac{AC}{EC} = \frac{CF}{AC}$,
 $\therefore EC \times CF = AC^2 = 2AB^2 = 32$,
 $\therefore ab = 32$.

28. 如图 1, 二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的图象过点 A (-1, 3), 顶点 B 的横坐标为 1.

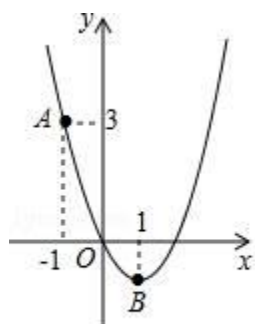


图1

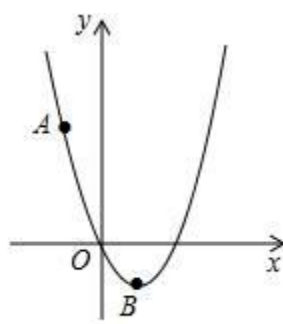


图2

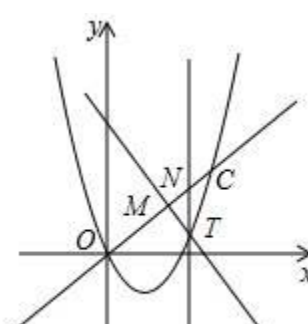


图3

- (1) 求这个二次函数的表达式;
- (2) 点 P 在该二次函数的图象上, 点 Q 在 x 轴上, 若以 A、B、P、Q 为顶点的四边形是平行四边形, 求点 P 的坐标;
- (3) 如图 3, 一次函数 $y = kx$ ($k > 0$) 的图象与该二次函数的图象交于 O、C 两点, 点 T 为该二次函数图象上位于直线 OC 下方的动点, 过点 T 作直线 $TM \perp OC$, 垂足为点 M, 且 M 在线段 OC 上 (不与 O、C 重合), 过点 T 作直线 $TN \parallel y$ 轴交 OC 于点 N. 若在点 T 运动的过程中, $\frac{ON^2}{OM}$ 为常数, 试确定 k 的值.

【考点】 二次函数综合题.

【分析】 (1) 利用待定系数法即可解决问题.

(2) ①当 AB 为对角线时, 根据中点坐标公式, 列出方程组解决问题. ②当 AB 为边时, 根据中点坐标公式列出方程组解决问题.

(3) 设 $T(m, m^2 - 2m)$, 由 $TM \perp OC$, 可以设直线 TM 为 $y = -\frac{1}{k}x + b$, 则 $m^2 - 2m = -\frac{1}{k}m + b$, $b = m^2 - 2m + \frac{m}{k}$, 求出点 M、N 坐标, 求出 OM、ON, 根据 $\frac{ON^2}{OM}$ 列出等式, 即可解决问题.

【解答】 解: (1) $\because$ 二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的图象过点 A (-1, 3), 顶点 B 的横坐标为 1,

$$\text{则有} \begin{cases} 3 = a - b \\ -\frac{b}{2a} = 1 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$$

∴二次函数 $y=x^2-2x$,

(2) 由 (1) 得, B (1, -1),

∴A (-1, 3),

∴直线 AB 解析式为 $y=-2x+1$, $AB=2\sqrt{5}$,

设点 Q (m, 0), P (n, n^2-2n)

∴以 A、B、P、Q 为顶点的四边形是平行四边形,

①当 AB 为对角线时, 根据中点坐标公式得, 则有 $\begin{cases} \frac{m+n}{2}=0 \\ \frac{n^2-2n}{2}=1 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} m=-1-\sqrt{3} \\ n=1+\sqrt{3} \end{cases}$ 或

$$\begin{cases} m=-1+\sqrt{3} \\ n=1-\sqrt{3} \end{cases}$$

∴P ($1+\sqrt{3}$, 2) 和 ($1-\sqrt{3}$, 2)

②当 AB 为边时, 根据中点坐标公式得 $\begin{cases} \frac{n+1}{2}=\frac{m-1}{2} \\ \frac{n^2-2n-1}{2}=\frac{3}{2} \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m=3+\sqrt{5} \\ n=1+\sqrt{5} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m=3-\sqrt{5} \\ n=1-\sqrt{5} \end{cases}$

∴P ($1+\sqrt{5}$, 4) 或 ($1-\sqrt{5}$, 4).

(3) 设 T (m, m^2-2m), ∴ $TM \perp OC$,

∴可以设直线 TM 为 $y=-\frac{1}{k}x+b$, 则 $m^2-2m=-\frac{1}{k}m+b$, $b=m^2-2m+\frac{m}{k}$,

$$\text{由 } \begin{cases} y=kx \\ y=-\frac{1}{k}x+m^2-2m+\frac{m}{k} \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=\frac{m^2k-2mk+m}{k^2+1} \\ y=\frac{k(m^2k-2mk+m)}{k^2+1} \end{cases},$$

$$\therefore OM=\sqrt{x^2+y^2}=\frac{\sqrt{k^2+1} \cdot (m^2k-2mk+m)}{k^2+1}, \quad ON=m \cdot \sqrt{k^2+1},$$

$$\therefore \frac{ON^2}{OM}=\frac{m(k^2+1)\sqrt{k^2+1}}{mk-2k+1},$$

$$\therefore k=\frac{1}{2} \text{ 时, } \frac{ON^2}{OM}=\frac{5\sqrt{5}}{4}.$$

∴当 $k=\frac{1}{2}$ 时, 点 T 运动的过程中, $\frac{ON^2}{OM}$ 为常数.

2016 年 6 月 27 日