

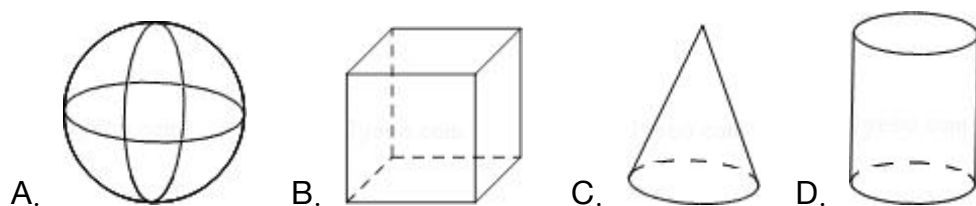
2016 年江苏省宿迁市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．在每小题所给出的四个选项中，有且仅有一项是符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. (3 分) -2 的绝对值是 ()

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

2. (3 分) 下列四个几何体中，左视图为圆的几何体是 ()



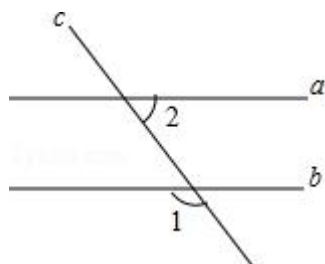
3. (3 分) 地球与月球的平均距离为 384 000km，将 384 000 这个数用科学记数法表示为 ()

- A. 3.84×10^3 B. 3.84×10^4 C. 3.84×10^5 D. 3.84×10^6

4. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^2 + a^3 = a^5$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $(a^2)^3 = a^5$ D. $a^5 \div a^2 = a^3$

5. (3 分) 如图，已知直线 a 、 b 被直线 c 所截．若 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 120^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()

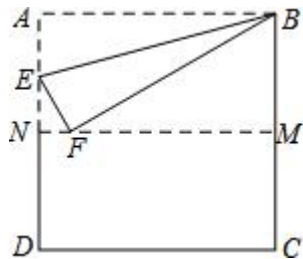


- A. 50° B. 60° C. 120° D. 130°

6. (3 分) 一组数据 5, 4, 2, 5, 6 的中位数是 ()

- A. 5 B. 4 C. 2 D. 6

7. (3分) 如图, 把正方形纸片 $ABCD$ 沿对边中点所在的直线对折后展开, 折痕为 MN , 再过点 B 折叠纸片, 使点 A 落在 MN 上的点 F 处, 折痕为 BE . 若 AB 的长为 2, 则 FM 的长为 ()



- A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. 1

8. (3分) 若二次函数 $y=ax^2-2ax+c$ 的图象经过点 $(-1, 0)$, 则方程 $ax^2-2ax+c=0$ 的解为 ()

- A. $x_1=-3, x_2=-1$ B. $x_1=1, x_2=3$
C. $x_1=-1, x_2=3$ D. $x_1=-3, x_2=1$

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

9. (3分) 因式分解: $2a^2-8=$ _____.

10. (3分) 计算: $\frac{x^2}{x-1} - \frac{x}{x-1} =$ _____.

11. (3分) 若两个相似三角形的面积比为 1: 4, 则这两个相似三角形的周长比是_____.

12. (3分) 若一元二次方程 $x^2-2x+k=0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围是_____.

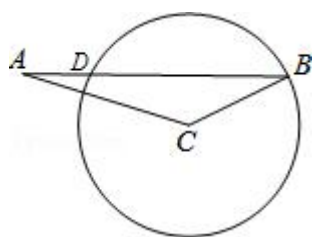
13. (3分) 某种油菜籽在相同条件下发芽试验的结果如表:

每批粒数 n	100	300	400	600	1000	2000	3000
----------	-----	-----	-----	-----	------	------	------

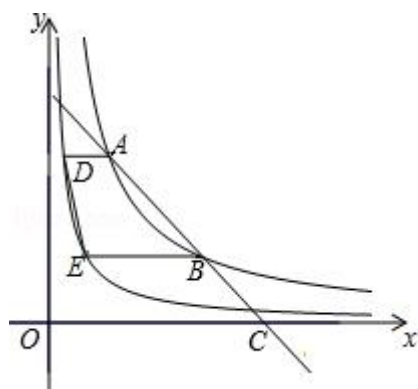
发芽的频数 m	96	284	380	571	948	1902	2848
发芽的频率 $\frac{m}{n}$	0.960	0.947	0.950	0.952	0.948	0.951	0.949

那么这种油菜籽发芽的概率是____ (结果精确到 0.01).

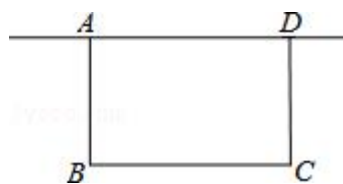
14. (3 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle ACB=130^\circ$, $\angle BAC=20^\circ$, $BC=2$, 以点 C 为圆心, CB 为半径的圆交 AB 于点 D , 则 BD 的长为____.



15. (3 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 一条直线与反比例函数 $y=\frac{8}{x}$ ($x>0$) 的图象交于两点 A 、 B , 与 x 轴交于点 C , 且点 B 是 AC 的中点, 分别过两点 A 、 B 作 x 轴的平行线, 与反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ ($x>0$) 的图象交于两点 D 、 E , 连接 DE , 则四边形 $ABED$ 的面积为____.



16. (3 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AD=4$, 点 P 是直线 AD 上一动点, 若满足 $\triangle PBC$ 是等腰三角形的点 P 有且只有 3 个, 则 AB 的长为____.



三、解答题（本大题共 10 题，共 72 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

17. (6 分) 计算: $2\sin 30^\circ + 3^{-1} + (\sqrt{2} - 1)^0 - \sqrt{4}$.

18. (6 分) 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x > x+1 \\ 3x < 2(x+1) \end{cases}$$
.

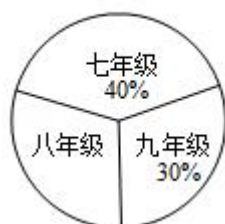
19. (6 分) 某校对七、八、九年级的学生进行体育水平测试，成绩评定为优秀、良好、合格、不合格四个等第. 为了解这次测试情况，学校从三个年级随机抽取 200 名学生的体育成绩进行统计分析. 相关数据的统计图、表如下:

各年级学生成绩统计表				
	优秀	良好	合格	不合格
七年级	a	20	24	8
八年级	29	13	13	5
九年级	24	b	14	7

根据以上信息解决下列问题:

- (1) 在统计表中, a 的值为____, b 的值为____;
- (2) 在扇形统计图中, 八年级所对应的扇形圆心角为____度;
- (3) 若该校三个年级共有 2000 名学生参加考试, 试估计该校学生体育成绩不合格的人数.

各年级学生人数统计图

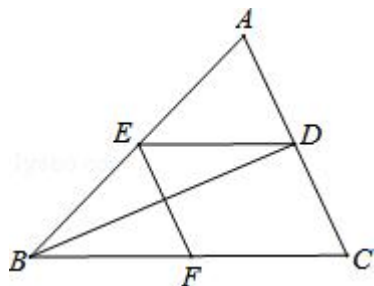


20. (6分) 在一只不透明的袋子中装有 2 个白球和 2 个黑球，这些球除颜色外都相同.

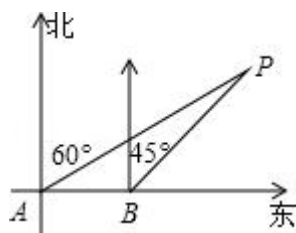
(1) 若先从袋子中拿走 m 个白球，这时从袋子中随机摸出一个球是黑球的事件为“必然事件”，则 m 的值为_____；

(2) 若将袋子中的球搅匀后随机摸出 1 个球 (不放回)，再从袋中余下的 3 个球中随机摸出 1 个球，求两次摸到的球颜色相同的概率.

21. (6分) 如图，已知 BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，点 E 、 F 分别在边 AB 、 BC 上， $ED \parallel BC$ ， $EF \parallel AC$. 求证： $BE = CF$.



22. (6分) 如图，大海中某灯塔 P 周围 10 海里范围内有暗礁，一艘海轮在点 A 处观察灯塔 P 在北偏东 60° 方向，该海轮向正东方向航行 8 海里到达点 B 处，这时观察灯塔 P 恰好在北偏东 45° 方向. 如果海轮继续向正东方向航行，会有触礁的危险吗？试说明理由. (参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.73$)



23. (8 分) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, $\angle ABC: \angle ACB: \angle ADB=1: 2: 3$, $\odot O$ 是 $\triangle ABD$ 的外接圆.

(1) 求证: AC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 当 BD 是 $\odot O$ 的直径时 (如图 2), 求 $\angle CAD$ 的度数.

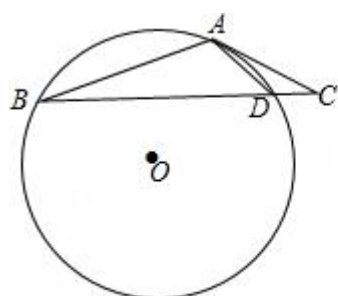


图1

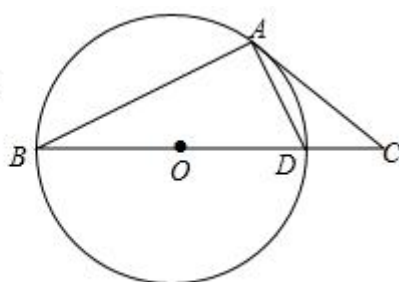


图2

24. (8 分) 某景点试开放期间, 团队收费方案如下: 不超过 30 人时, 人均收费 120 元; 超过 30 人且不超过 m ($30 < m \leq 100$) 人时, 每增加 1 人, 人均收费降低 1 元; 超过 m 人时, 人均收费都按照 m 人时的标准. 设景点接待有 x 名游客的某团队, 收取总费用为 y 元.

(1) 求 y 关于 x 的函数表达式;

(2) 景点工作人员发现: 当接待某团队人数超过一定数量时, 会出现随着人数的增加收取的总费用反而减少这一现象. 为了让收取的总费用随着团队中人数的增加而增加, 求 m 的取值范围.

25. (10 分) 已知 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $AC=BC=2$, D 是边 AB 上一动点 (A、B 两点除外), 将 $\triangle CAD$ 绕点 C 按逆时针方向旋转角 α 得到 $\triangle CEF$, 其中点 E 是点 A 的对应点, 点 F 是点 D 的对应点.

(1) 如图 1, 当 $\alpha=90^\circ$ 时, G 是边 AB 上一点, 且 $BG=AD$, 连接 GF . 求证:
 $GF \parallel AC$;

(2) 如图 2, 当 $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ 时, AE 与 DF 相交于点 M .

①当点 M 与点 C 、 D 不重合时, 连接 CM , 求 $\angle CMD$ 的度数;

②设 D 为边 AB 的中点, 当 α 从 90° 变化到 180° 时, 求点 M 运动的路径长.

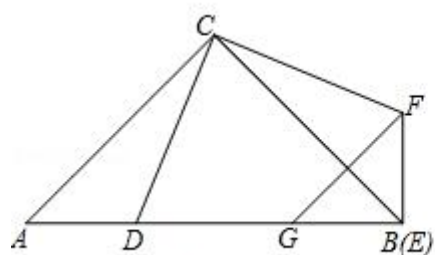


图1

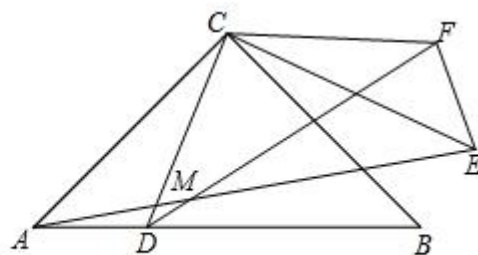


图2

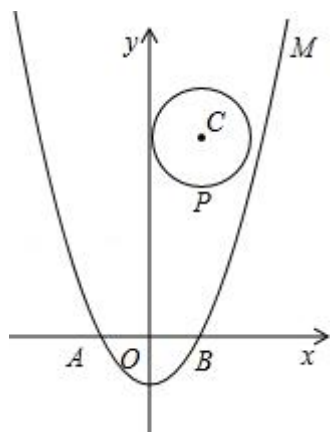
26. (10 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 将二次函数 $y=x^2-1$ 的图象 M 沿 x 轴翻折, 把所得到的图象向右平移 2 个单位长度后再向上平移 8 个单位长度, 得到二次函数图象 N .

(1) 求 N 的函数表达式;

(2) 设点 $P(m, n)$ 是以点 $C(1, 4)$ 为圆心、1 为半径的圆上一动点, 二次

函数的图象 M 与 x 轴相交于两点 A 、 B ，求 PA^2+PB^2 的最大值；

(3) 若一个点的横坐标与纵坐标均为整数，则该点称为整点. 求 M 与 N 所围成封闭图形内（包括边界）整点的个数.



2016 年江苏省宿迁市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．在每小题所给出的四个选项中，有且仅有一项是符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. (3 分) (2016•宿迁) -2 的绝对值是 ()

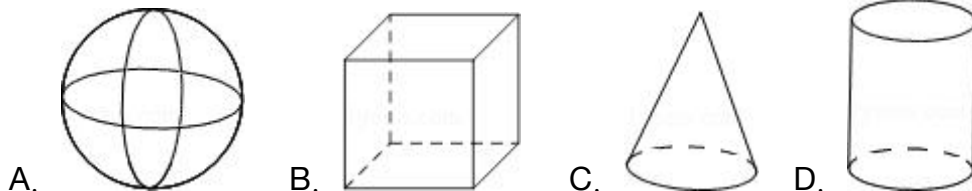
A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

【解答】解： $\because -2 < 0$,

$$\therefore |-2| = -(-2) = 2.$$

故选 D.

2. (3 分) (2016•宿迁) 下列四个几何体中，左视图为圆的几何体是 ()



【解答】解： A、球的左视图是圆，故选项正确；

B、正方体的左视图是正方形，故选项错误；

C、圆锥的左视图是等腰三角形，故选项错误；

D、圆柱的左视图是长方形，故选项错误；

故选： A.

3. (3 分) (2016•宿迁) 地球与月球的平均距离为 384 000km，将 384 000 这

个数用科学记数法表示为 ()

- A. 3.84×10^3 B. 3.84×10^4 C. 3.84×10^5 D. 3.84×10^6

【解答】解: $384\ 000=3.84 \times 10^5$.

故选: C.

4. (3分) (2016•宿迁) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^2+a^3=a^5$ B. $a^2 \cdot a^3=a^6$ C. $(a^2)^3=a^5$ D. $a^5 \div a^2=a^3$

【解答】解: A、不是同类项不能合并, 故 A 错误;

B、同底数幂的乘法底数不变指数相加, 故 B 错误;

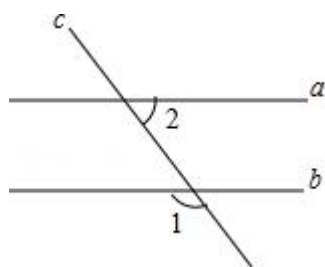
C、幂的乘方底数不变指数相乘, 故 C 错误;

D、同底数幂的除法底数不变指数相减, 故 D 正确;

故选: D.

5. (3分) (2016•宿迁) 如图, 已知直线 a 、 b 被直线 c 所截. 若 $a \parallel b$, $\angle 1=120^\circ$,

则 $\angle 2$ 的度数为 ()



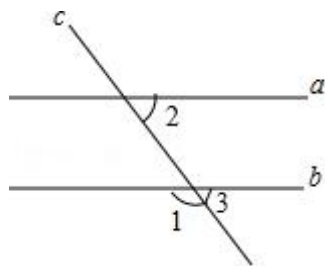
- A. 50° B. 60° C. 120° D. 130°

【解答】解: 如图, $\angle 3=180^\circ - \angle 1=180^\circ - 120^\circ=60^\circ$,

$\therefore a \parallel b$,

$\therefore \angle 2=\angle 3=60^\circ$.

故选：B.



6. (3分) (2016•宿迁) 一组数据 5, 4, 2, 5, 6 的中位数是 ()

A. 5 B. 4 C. 2 D. 6

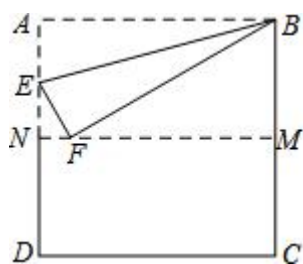
【解答】解：将题目中数据按照从小到大排列是：

2, 4, 5, 5, 6,

故这组数据的中位数是 5,

故选 A.

7. (3分) (2016•宿迁) 如图，把正方形纸片 ABCD 沿对边中点所在的直线对折后展开，折痕为 MN，再过点 B 折叠纸片，使点 A 落在 MN 上的点 F 处，折痕为 BE. 若 AB 的长为 2，则 FM 的长为 ()



A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. 1

【解答】解：∵ 四边形 ABCD 为正方形，AB=2，过点 B 折叠纸片，使点 A 落在 MN 上的点 F 处，

∴ FB=AB=2，BM=1，

则在 $Rt\triangle BMF$ 中,

$$FM = \sqrt{BF^2 - BM^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3},$$

故选: B.

8. (3分) (2016•宿迁) 若二次函数 $y = ax^2 - 2ax + c$ 的图象经过点 $(-1, 0)$,

则方程 $ax^2 - 2ax + c = 0$ 的解为 ()

A. $x_1 = -3, x_2 = -1$ B. $x_1 = 1, x_2 = 3$ C. $x_1 = -1, x_2 = 3$ D. $x_1 = -3, x_2 = 1$

【解答】解: $\because$ 二次函数 $y = ax^2 - 2ax + c$ 的图象经过点 $(-1, 0)$,

$\therefore$ 方程 $ax^2 - 2ax + c = 0$ 一定有一个解为: $x = -1$,

$\because$ 抛物线的对称轴为: 直线 $x = 1$,

$\therefore$ 二次函数 $y = ax^2 - 2ax + c$ 的图象与 x 轴的另一个交点为: $(3, 0)$,

$\therefore$ 方程 $ax^2 - 2ax + c = 0$ 的解为: $x_1 = -1, x_2 = 3$.

故选: C.

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

9. (3分) (2016•临夏州) 因式分解: $2a^2 - 8 = \underline{2(a+2)(a-2)}$.

【解答】解: $2a^2 - 8 = 2(a^2 - 4) = 2(a+2)(a-2)$.

故答案为: $2(a+2)(a-2)$.

10. (3分) (2016•宿迁) 计算: $\frac{x^2}{x-1} - \frac{x}{x-1} = \underline{x}$.

【解答】解: $\frac{x^2}{x-1} - \frac{x}{x-1} = \frac{x^2 - x}{x-1} = \frac{x(x-1)}{x-1} = x$. 故答案为 x .

11. (3分) (2016•宿迁) 若两个相似三角形的面积比为 1: 4, 则这两个相似三角形的周长比是 1: 2.

【解答】解: $\because$ 两个相似三角形的面积比为 1: 4,
 $\therefore$ 这两个相似三角形的相似比为 1: 2,
 $\therefore$ 这两个相似三角形的周长比是 1: 2,
故答案为: 1: 2.

12. (3分) (2016•宿迁) 若一元二次方程 $x^2 - 2x + k = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围是 $k < 1$.

【解答】解: $\because$ 一元二次方程 $x^2 - 2x + k = 0$ 有两个不相等的实数根,
 $\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4k > 0$,
解得: $k < 1$,
则 k 的取值范围是: $k < 1$.
故答案为: $k < 1$.

13. (3分) (2016•宿迁) 某种油菜籽在相同条件下发芽试验的结果如表:

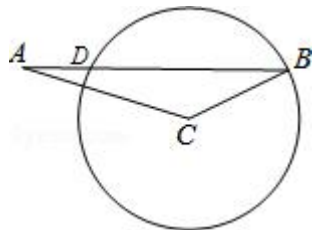
每批粒数 n	100	300	400	600	1000	2000	3000
发芽的频数 m	96	284	380	571	948	1902	2848
发芽的频率 $\frac{m}{n}$	0.960	0.947	0.950	0.952	0.948	0.951	0.949

那么这种油菜籽发芽的概率是 0.95 (结果精确到 0.01).

【解答】解: 观察表格得到这种油菜籽发芽的频率稳定在 0.95 附近,
则这种油菜籽发芽的概率是 0.95,

故答案为：0.95.

14. (3分) (2016•宿迁) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle ACB=130^\circ$ ， $\angle BAC=20^\circ$ ， $BC=2$ ，以点 C 为圆心， CB 为半径的圆交 AB 于点 D ，则 BD 的长为 $2\sqrt{3}$.



【解答】解：如图，作 $CE \perp AB$ 于 E .

$$\therefore \angle B = 180^\circ - \angle A - \angle ACB = 180^\circ - 20^\circ - 130^\circ = 30^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中， $\therefore \angle CEB=90^\circ$ ， $\angle B=30^\circ$ ， $BC=2$ ，

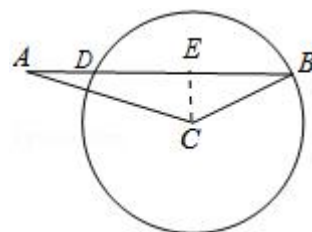
$$\therefore CE = \frac{1}{2}BC = 1, \quad BE = \sqrt{3}CE = \sqrt{3},$$

$$\therefore CE \perp BD,$$

$$\therefore DE = EB,$$

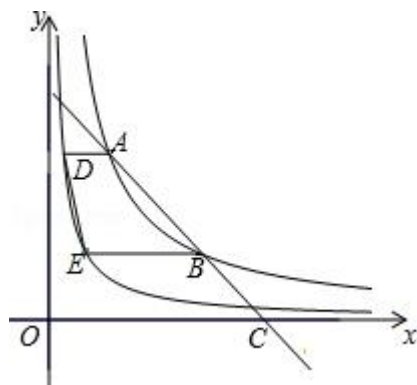
$$\therefore BD = 2EB = 2\sqrt{3}.$$

故答案为 $2\sqrt{3}$.



15. (3分) (2016•宿迁) 如图，在平面直角坐标系中，一条直线与反比例函数 $y = \frac{8}{x}$ ($x > 0$) 的图象交于两点 A 、 B ，与 x 轴交于点 C ，且点 B 是 AC 的中点，分别过两点 A 、 B 作 x 轴的平行线，与反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 的图象交于两点

D、E，连接 DE，则四边形 ABED 的面积为 $\frac{9}{2}$ 。



【解答】解：∵点 A、B 在反比例函数 $y = \frac{8}{x}$ ($x > 0$) 的图象上，

设点 B 的坐标为 $(\frac{8}{m}, m)$ ，

∵点 B 为线段 AC 的中点，且点 C 在 x 轴上，

∴点 A 的坐标为 $(\frac{4}{m}, 2m)$ 。

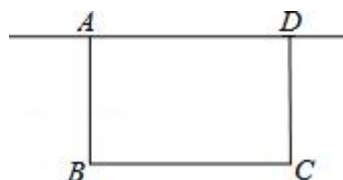
∵AD//x 轴、BE//x 轴，且点 D、E 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 的图象上，

∴点 D 的坐标为 $(\frac{1}{m}, 2m)$ ，点 E 的坐标为 $(\frac{2}{m}, m)$ 。

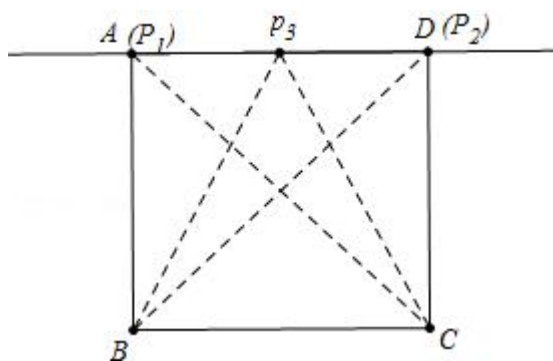
∴ $S_{\text{梯形 ABED}} = \frac{1}{2} (\frac{4}{m} - \frac{1}{m} + \frac{8}{m} - \frac{2}{m}) \times (2m - m) = \frac{9}{2}$ 。

故答案为： $\frac{9}{2}$ 。

16. (3 分) (2016•宿迁) 如图，在矩形 ABCD 中，AD=4，点 P 是直线 AD 上一动点，若满足 $\triangle PBC$ 是等腰三角形的点 P 有且只有 3 个，则 AB 的长为 4 或 $2\sqrt{3}$ 。



【解答】解：①如图，当 AB=AD 时

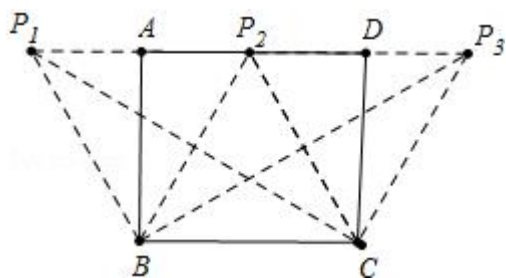


满足 $\triangle PBC$ 是等腰三角形的点 P 有且只有3个,

$\triangle P_1BC$, $\triangle P_2BC$ 是等腰直角三角形, $\triangle P_3BC$ 是等腰直角三角形 ($P_3B=P_3C$),

则 $AB=AD=4$.

②当 $AB < AD$, 且满足 $\triangle PBC$ 是等腰三角形的点 P 有且只有3个时, 如图,



$\therefore P_2$ 是 AD 的中点,

$$\therefore BP_2 = \sqrt{2^2 + AB^2} = \sqrt{4 + AB^2},$$

易证得 $BP_1 = BP_2$,

又 $\therefore BP_1 = BC$,

$$\therefore \sqrt{4 + AB^2} = 4$$

$$\therefore AB = 2\sqrt{3}.$$

③当 $AB > AD$ 时, 直线 AD 上只有一个点 P 满足 $\triangle PBC$ 是等腰三角形.

故答案为: 4 或 $2\sqrt{3}$.

三、解答题 (本大题共 10 题, 共 72 分, 请在答题卡指定区域内作答, 解答时

应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (6分) (2016•宿迁) 计算: $2\sin 30^{\circ} + 3^{-1} + (\sqrt{2} - 1)^0 - \sqrt{4}$.

【解答】解: $2\sin 30^{\circ} + 3^{-1} + (\sqrt{2} - 1)^0 - \sqrt{4}$
 $= 2 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + 1 - 2$
 $= \frac{1}{3}.$

18. (6分) (2016•宿迁) 解不等式组: $\begin{cases} 2x > x+1 \\ 3x < 2(x+1) \end{cases}$.

【解答】解: $\begin{cases} 2x > x+1 & \text{①} \\ 3x < 2(x+1) & \text{②} \end{cases}$

由①得, $x > 1$,

由②得, $x < 2$,

由①②可得, 原不等式组的解集是: $1 < x < 2$.

19. (6分) (2016•宿迁) 某校对七、八、九年级的学生进行体育水平测试, 成绩评定为优秀、良好、合格、不合格四个等第. 为了解这次测试情况, 学校从三个年级随机抽取 200 名学生的体育成绩进行统计分析. 相关数据的统计图、表如下:

各年级学生成绩统计表				
	优秀	良好	合格	不合格
七年级	a	20	24	8
八年级	29	13	13	5
九年级	24	b	14	7

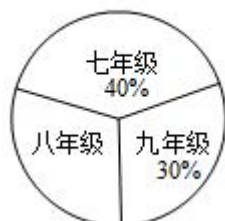
根据以上信息解决下列问题:

(1) 在统计表中, a 的值为 28, b 的值为 15;

(2) 在扇形统计图中, 八年级所对应的扇形圆心角为 108 度;

(3) 若该校三个年级共有 2000 名学生参加考试，试估计该校学生体育成绩不合格的人数.

各年级学生人数统计图



【解答】解：(1) 由题意和扇形统计图可得，

$$a = 200 \times 40\% - 20 - 24 - 8 = 80 - 20 - 24 - 8 = 28,$$

$$b = 200 \times 30\% - 24 - 14 - 7 = 60 - 24 - 14 - 7 = 15,$$

故答案为：28，15；

(2) 由扇形统计图可得，

$$\text{八年级所对应的扇形圆心角为：} 360^\circ \times (1 - 40\% - 30\%) = 360^\circ \times 30\% = 108^\circ,$$

故答案为：108；

(3) 由题意可得，

$$2000 \times \frac{8+5+7}{200} = 200 \text{ 人},$$

即该校三个年级共有 2000 名学生参加考试，该校学生体育成绩不合格的有 200 人.

20. (6 分) (2016•宿迁) 在一只不透明的袋子中装有 2 个白球和 2 个黑球，这些球除颜色外都相同.

(1) 若先从袋子中拿走 m 个白球，这时从袋子中随机摸出一个球是黑球的事件为“必然事件”，则 m 的值为 2；

(2) 若将袋子中的球搅匀后随机摸出 1 个球（不放回），再从袋中余下的 3 个球中随机摸出 1 个球，求两次摸到的球颜色相同的概率.

【解答】解：

(1) $\because$ 在一只不透明的袋子中装有 2 个白球和 2 个黑球，这些球除颜色外都相同，从袋子中拿走 m 个白球，这时从袋子中随机摸出一个球是黑球的事件为“必然事件”，

$\therefore$ 透明的袋子中装的都是黑球，

$\therefore m=2$ ，

故答案为：2；

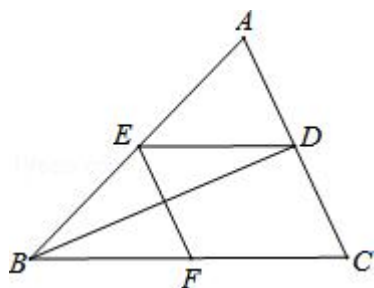
(2) 设红球分别为 H_1 、 H_2 ，黑球分别为 B_1 、 B_2 ，列表得：

第二 球 第一 球	H_1	H_2	B_1	B_2
H_1		(H_1, H_2)	(H_1, B_1)	(H_1, B_2)
H_2	(H_2, H_1)		(H_2, B_1)	(H_2, B_2)
B_1	(B_1, H_1)	(B_1, H_2)		(B_1, B_2)
B_2	(B_2, H_1)	(B_2, H_2)	(B_2, B_1)	

总共有 12 种结果，每种结果的可能性相同，两次都摸到球颜色相同结果有 4 种，

所以两次摸到的球颜色相同的概率 $= \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ 。

21. (6 分) (2016•宿迁) 如图，已知 BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，点 E 、 F 分别在边 AB 、 BC 上， $ED \parallel BC$ ， $EF \parallel AC$ 。求证： $BE=CF$ 。



【解答】证明： $\because ED \parallel BC, EF \parallel AC,$

$\therefore$ 四边形 EFCD 是平行四边形,

$\therefore DE = CF,$

$\because BD$ 平分 $\angle ABC,$

$\therefore \angle EBD = \angle DBC,$

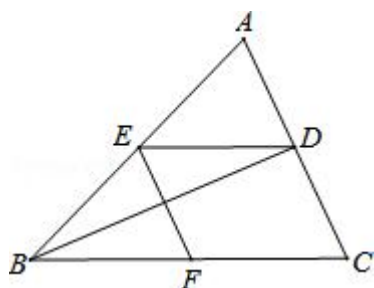
$\because DE \parallel BC,$

$\therefore \angle EDB = \angle DBC,$

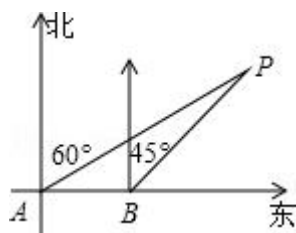
$\therefore \angle EBD = \angle EDB,$

$\therefore EB = ED,$

$\therefore EB = CF.$



22. (6 分) (2016•宿迁) 如图, 大海中某灯塔 P 周围 10 海里范围内有暗礁, 一艘海轮在点 A 处观察灯塔 P 在北偏东 60° 方向, 该海轮向正东方向航行 8 海里到达点 B 处, 这时观察灯塔 P 恰好在北偏东 45° 方向. 如果海轮继续向正东方向航行, 会有触礁的危险吗? 试说明理由. (参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.73$)



【解答】解：没有触礁的危险．理由如下：

作 $PC \perp AB$ 于 C ，如图， $\angle PAC = 30^\circ$ ， $\angle PBC = 45^\circ$ ， $AB = 8$ ，

设 $BC = x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle PBC$ 中， $\because \angle PBC = 45^\circ$ ，

$\therefore \triangle PBC$ 为等腰直角三角形，

$\therefore BC = PC = x$ ，

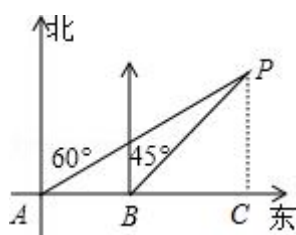
在 $\text{Rt}\triangle PAC$ 中， $\therefore \tan \angle PAC = \frac{PC}{AC}$ ，

$\therefore AC = \frac{PC}{\tan 30^\circ}$ ，即 $8 + x = \frac{x}{\frac{\sqrt{3}}{3}}$ ，解得 $x = 4(\sqrt{3} + 1) \approx 10.92$ ，

即 $AC \approx 10.92$ ，

$\therefore 10.92 > 10$ ，

$\therefore$ 海轮继续向正东方向航行，没有触礁的危险．



23. (8分) (2016•宿迁) 如图1，在 $\triangle ABC$ 中，点D在边BC上， $\angle ABC$ ： $\angle ACB$ ： $\angle ADB = 1$ ：2：3， $\odot O$ 是 $\triangle ABD$ 的外接圆．

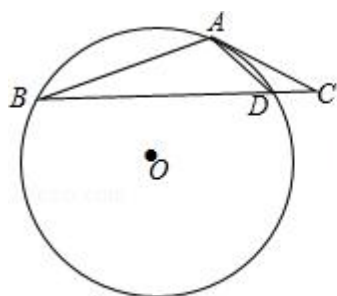


图1

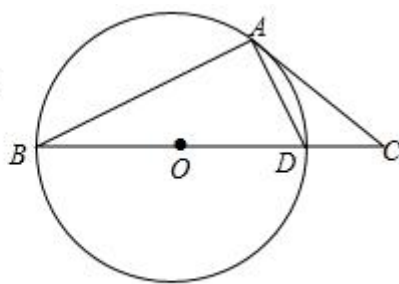


图2

(1) 求证: AC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 当 BD 是 $\odot O$ 的直径时 (如图 2), 求 $\angle CAD$ 的度数.

【解答】 (1) 证明: 连接 AO , 延长 AO 交 $\odot O$ 于点 E , 则 AE 为 $\odot O$ 的直径, 连接 DE , 如图所示:

$$\because \angle ABC : \angle ACB : \angle ADB = 1 : 2 : 3, \quad \angle ADB = \angle ACB + \angle CAD,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle CAD,$$

$$\because AE \text{ 为 } \odot O \text{ 的直径},$$

$$\therefore \angle ADE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAD = 90^\circ - \angle AED,$$

$$\because \angle AED = \angle ABD,$$

$$\therefore \angle AED = \angle ABC = \angle CAD,$$

$$\therefore \angle EAD = 90^\circ - \angle CAD,$$

$$\text{即 } \angle EAD + \angle CAD = 90^\circ,$$

$$\therefore EA \perp AC,$$

$$\therefore AC \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线};$$

(2) 解: $\because BD$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle ADB = 90^\circ,$$

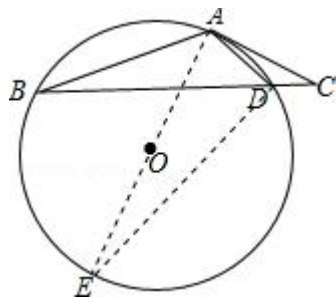
$$\therefore \angle ABC: \angle ACB: \angle ADB=1: 2: 3,$$

$$\therefore 4\angle ABC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC=22.5^\circ,$$

由 (1) 知: $\angle ABC=\angle CAD$,

$$\therefore \angle CAD=22.5^\circ.$$



24. (8 分) (2016·宿迁) 某景点试开放期间, 团队收费方案如下: 不超过 30 人时, 人均收费 120 元; 超过 30 人且不超过 m ($30 < m \leq 100$) 人时, 每增加 1 人, 人均收费降低 1 元; 超过 m 人时, 人均收费都按照 m 人时的标准. 设景点接待有 x 名游客的某团队, 收取总费用为 y 元.

(1) 求 y 关于 x 的函数表达式;

(2) 景点工作人员发现: 当接待某团队人数超过一定数量时, 会出现随着人数的增加收取的总费用反而减少这一现象. 为了让收取的总费用随着团队中人数的增加而增加, 求 m 的取值范围.

【解答】解: (1) $y = \begin{cases} 120x & (0 < x \leq 30) \\ 120 - (x - 30)x & (30 < x \leq m) \\ [120 - (m - 30)]x & (x > m) \end{cases}$, 其中 ($30 < m \leq 100$).

(2) 由 (1) 可知当 $0 < x \leq 30$ 或 $m < x < 100$, 函数值 y 都是随着 x 是增加而增加,

当 $30 < x \leq m$ 时, $y = -x^2 + 150x = -(x - 75)^2 + 5625$,

$$\therefore a = -1 < 0,$$

$\therefore x \leq 75$ 时, y 随着 x 增加而增加,

$\therefore$ 为了让收取的总费用随着团队中人数的增加而增加,

$$\therefore 30 < m \leq 75.$$

25. (10 分) (2016·宿迁) 已知 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $AC=BC=2$, D 是边 AB 上一动点 (A 、 B 两点除外), 将 $\triangle CAD$ 绕点 C 按逆时针方向旋转角 α 得到 $\triangle CEF$, 其中点 E 是点 A 的对应点, 点 F 是点 D 的对应点.

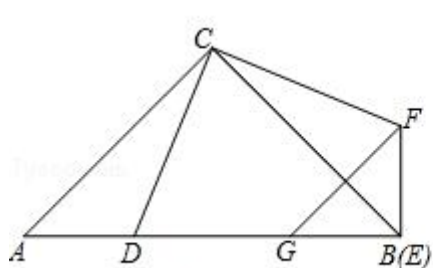


图1

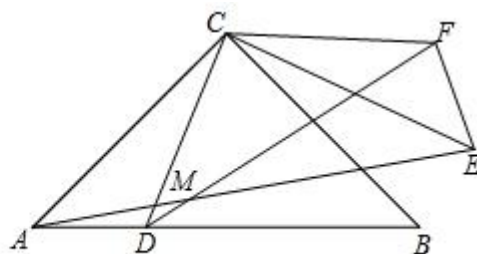


图2

(1) 如图 1, 当 $\alpha=90^\circ$ 时, G 是边 AB 上一点, 且 $BG=AD$, 连接 GF . 求证:

$GF \parallel AC$;

(2) 如图 2, 当 $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ 时, AE 与 DF 相交于点 M .

①当点 M 与点 C 、 D 不重合时, 连接 CM , 求 $\angle CMD$ 的度数;

②设 D 为边 AB 的中点, 当 α 从 90° 变化到 180° 时, 求点 M 运动的路径长.

【解答】 解: (1) 如图 1 中, $\because CA=CB$, $\angle ACB=90^\circ$,

$$\therefore \angle A = \angle ABC = 45^\circ,$$

$\because \triangle CEF$ 是由 $\triangle CAD$ 旋转逆时针 α 得到, $\alpha=90^\circ$,

$\therefore CB$ 与 CE 重合,

$$\therefore \angle CBE = \angle A = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ABF = \angle ABC + \angle CBF = 90^\circ,$$

$$\therefore BG=AD=BF,$$

$$\therefore \angle BGF=\angle BFG=45^{\circ},$$

$$\therefore \angle A=\angle BGF=45^{\circ},$$

$$\therefore GF\parallel AC.$$

(2) ①如图 2 中, $\therefore CA=CE$, $CD=CF$,

$$\therefore \angle CAE=\angle CEA, \angle CDF=\angle CFD,$$

$$\therefore \angle ACD=\angle ECF,$$

$$\therefore \angle ACE=\angle DCF,$$

$$\therefore 2\angle CAE+\angle ACE=180^{\circ}, 2\angle CDF+\angle DCF=180^{\circ},$$

$$\therefore \angle CAE=\angle CDF,$$

$$\therefore A、D、M、C \text{ 四点共圆},$$

$$\therefore \angle CMF=\angle CAD=45^{\circ},$$

$$\therefore \angle CMD=180^{\circ}-\angle CMF=135^{\circ}.$$

②如图 3 中, O 是 AC 中点, 连接 OD 、 CM .

$$\therefore AD=DB, CA=CB,$$

$$\therefore CD\perp AB,$$

$$\therefore \angle ADC=90^{\circ},$$

由①可知 $A、D、M、C$ 四点共圆,

$$\therefore \text{当}\alpha\text{从 }90^{\circ}\text{变化到 }180^{\circ}\text{时},$$

点 M 在以 AC 为直径的 $\odot O$ 上, 运动路径是弧 CD ,

$$\therefore OA=OC, CD=DA,$$

$$\therefore DO\perp AC,$$

$\therefore \angle DOC = 90^\circ$,

$\therefore \widehat{CD}$ 的长 $= \frac{90\pi \cdot 1}{180} = \frac{\pi}{2}$.

$\therefore$ 当 α 从 90° 变化到 180° 时, 点 M 运动的路径长为 $\frac{\pi}{2}$.

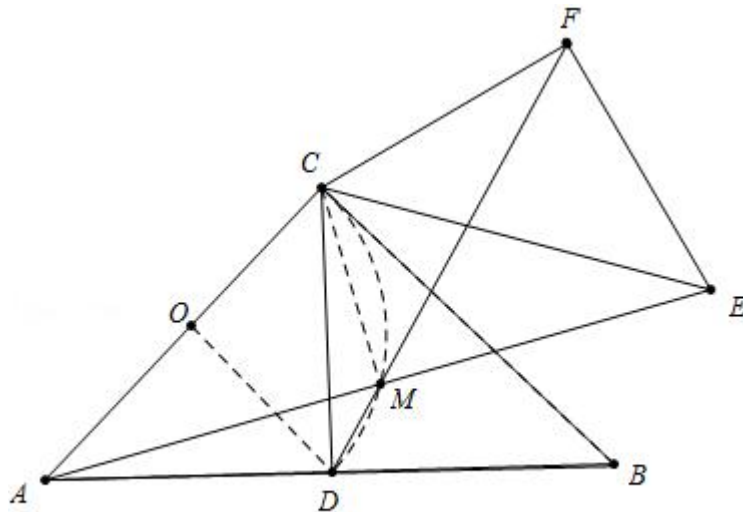


图3

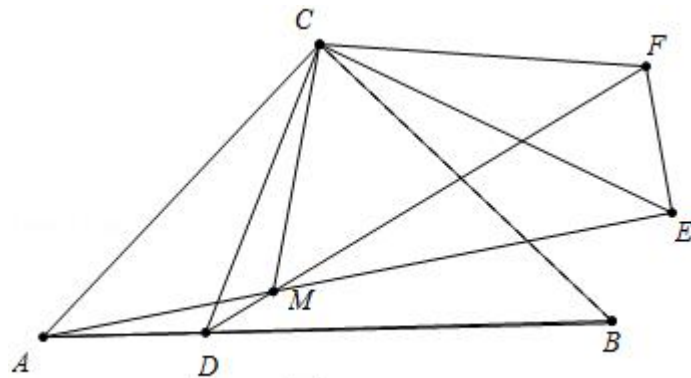


图2

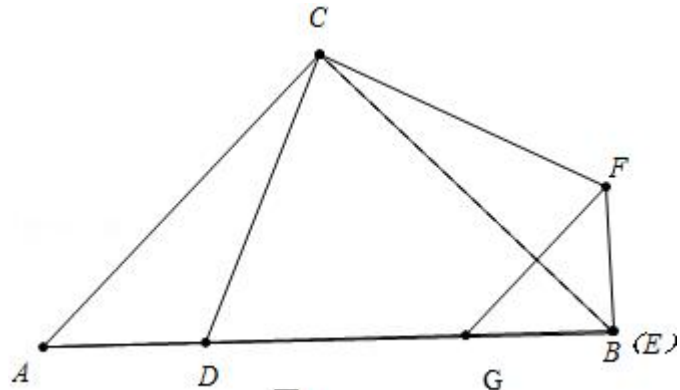


图1

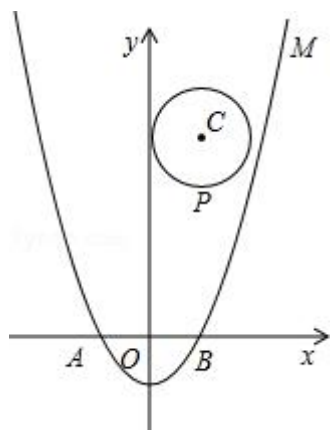
26. (10 分) (2016•宿迁) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 将二次函数 $y=x^2$

-1 的图象 M 沿 x 轴翻折，把所得到的图象向右平移 2 个单位长度后再向上平移 8 个单位长度，得到二次函数图象 N .

(1) 求 N 的函数表达式；

(2) 设点 $P(m, n)$ 是以点 $C(1, 4)$ 为圆心、1 为半径的圆上一动点，二次函数的图象 M 与 x 轴相交于两点 A 、 B ，求 PA^2+PB^2 的最大值；

(3) 若一个点的横坐标与纵坐标均为整数，则该点称为整点. 求 M 与 N 所围成封闭图形内（包括边界）整点的个数.



【解答】 (1) 解：二次函数 $y=x^2-1$ 的图象 M 沿 x 轴翻折得到函数的解析式为 $y=-x^2+1$ ，此时顶点坐标 $(0, 1)$ ，

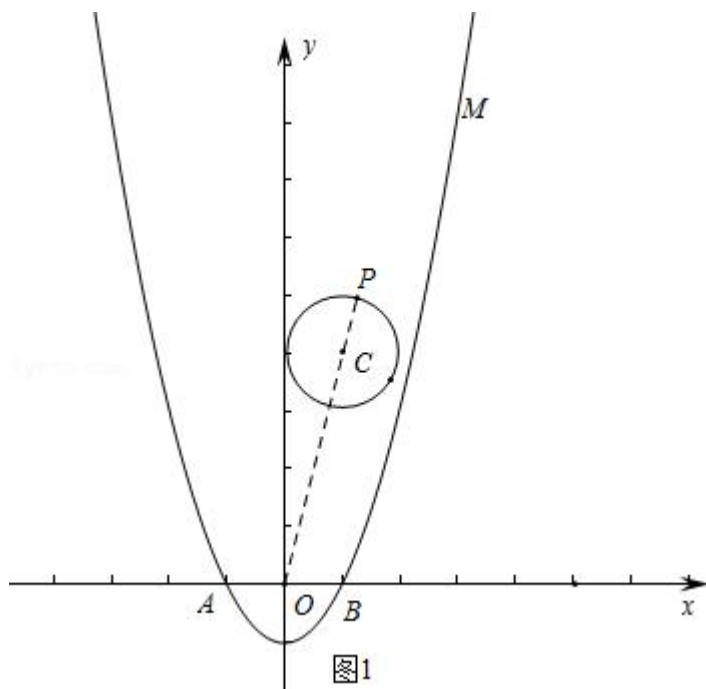
将此图象向右平移 2 个单位长度后再向上平移 8 个单位长度得到二次函数图象 N 的顶点为 $(2, 9)$ ，

故 N 的函数表达式 $y=-(x-2)^2+9=-x^2+4x+5$.

(2) $\because A(-1, 0)$ ， $B(1, 0)$ ，

$$\therefore PA^2+PB^2=(m+1)^2+n^2+(m-1)^2+n^2=2(m^2+n^2)+2=2\cdot PO^2+2,$$

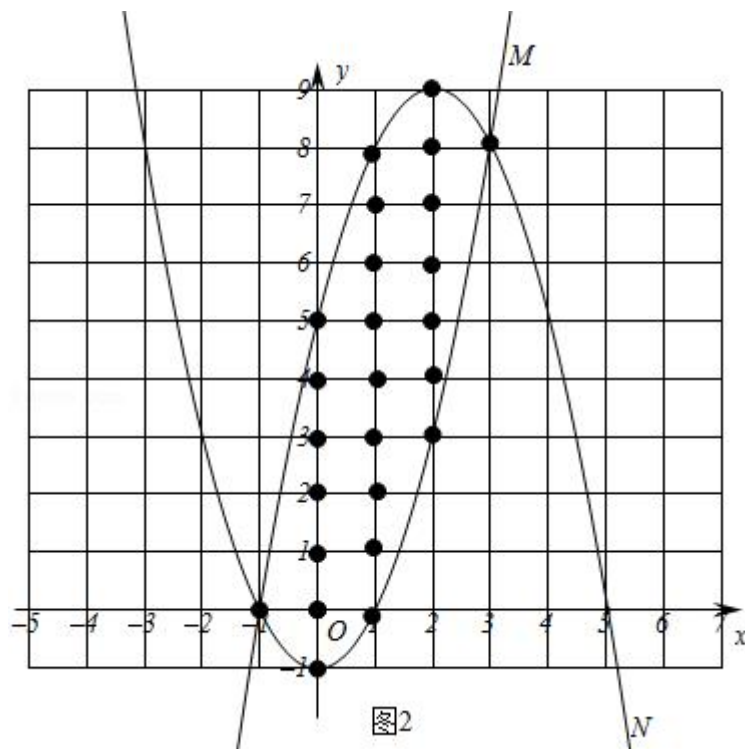
$\therefore$ 当 PO 最大时 PA^2+PB^2 最大. 如图，延长 OC 与 $\odot O$ 交于点 P ，此时 OP 最大，



$\therefore OP$ 的最大值 $= OC + PC = \sqrt{17} + 1$,

$\therefore PA^2 + PB^2$ 最大值 $= 2(\sqrt{17} + 1)^2 + 2 = 38 + 4\sqrt{17}$.

(3) M 与 N 所围成封闭图形如图所示,



由图象可知, M 与 N 所围成封闭图形内 (包括边界) 整点的个数为 25 个.