

南京市2016年初中毕业生学业考试数学

一. 选择题

1. 为了方便市民出行, 提倡低碳交通, 近几年南京市大力发展公共自行车系统. 根据规划, 全市公共自行车总量明年将达 70 000 辆. 用科学计数法表示 70 000 是

- A. 0.7×10^5 B. 7×10^4 C. 7×10^5 D. 70×10^3

2. 数轴上点 A、B 表示的数分别是 5、-3, 它们之间的距离可以表示为

- A. $-3+5$ B. $-3-5$ C. $|-3+5|$ D. $|-3-5|$

3. 下列计算中, 结果是 a^6 的是

- A. $a^2 + a^4$ B. $a^2 \cdot a^3$ C. $a^{12} \div a^2$ D. $(a^2)^3$

4. 下列长度的三条线段能组成钝角三角形的是

- A. 3, 4, 4 B. 3, 4, 5 C. 3, 4, 6 D. 3, 4, 7

5. 已知正六边形的边长为 2, 则它的内切圆的半径为

- A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $2\sqrt{3}$

6. 若一组数据 2,3,4,5,x 的方差与另一组数据 5,6,7,8,9 的方差相等, 则 x 的值为

- A. 1 B. 6 C. 1或6 D. 5或6

二. 填空题

7. 化简: $\sqrt{8} =$ _____; $\sqrt[3]{8} =$ _____.

8. 若式子 $x + \sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是_____.

9. 分解因式 $2a(b+c) - 3(b+c)$ 的结果是_____.

10. 比较大小: $\sqrt{5} - 3$ _____ $\frac{\sqrt{5}-2}{2}$. (填“>”“<”或“=”号)

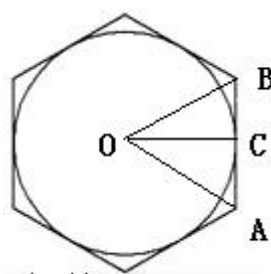
11. 方程 $\frac{1}{x-2} = \frac{3}{x}$ 的解是_____.

12. 设 x_1, x_2 是方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 的两个根, 且 $x_1 + x_2 - x_1x_2 = 1$,

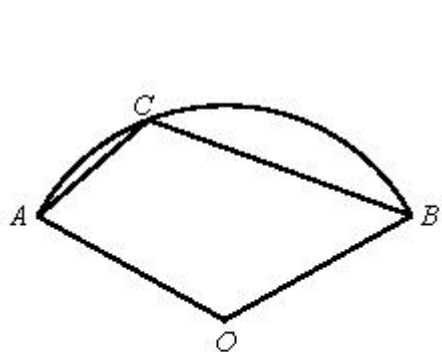
则 $x_1 + x_2 =$ _____, $m =$ _____.

13. 如图, 扇形 OAB 的圆心角为 122° , C 是弧 AB 上一点, 则 $\angle ACB =$ _____ $^\circ$.

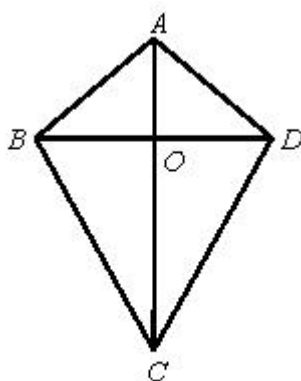
14. 如图, 四边形 ABCD 的对角线 AC、BD 相交于点 O, $\triangle ABO \cong \triangle ADO$, 下列结论



① $AC \perp BD$; ② $CB=CD$; ③ $\triangle ABC \cong \triangle ADC$; ④ $DA=DC$, 其中正确结论的序号是_____.

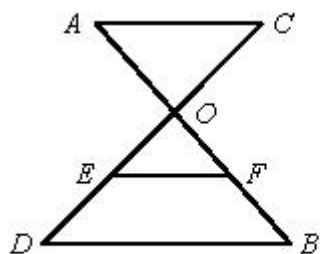


(第 13 题)

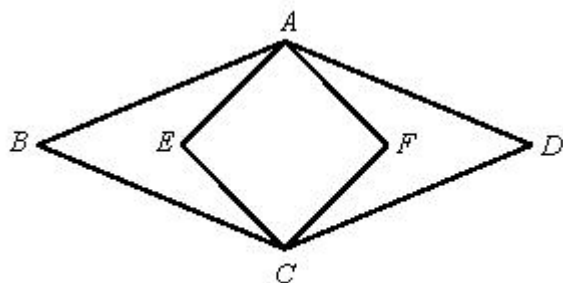


(第 14 题)

15. 如图, AB 、 CD 相交于点 O , $OC=2$, $OD=3$, $AC \parallel BD$. EF 是 $\triangle ODB$ 的中位线, 且 $EF=2$, 则 AC 的长为_____.



(第 15 题)



(第 16 题)

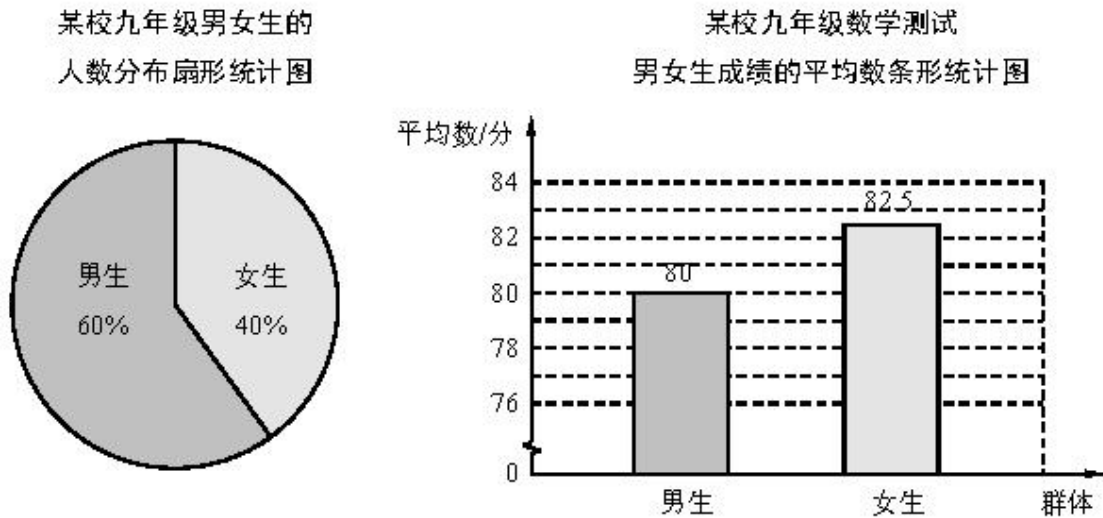
16. 如图, 菱形 $ABCD$ 的面积为 120cm^2 , 正方形 $AECF$ 的面积为 50cm^2 , 则菱形的边长为 _____ cm .

三.解答题

17. 解不等式组 $\begin{cases} 3x+1 \leq 2(x+1) \\ -x < 5x+12 \end{cases}$, 并写出它的整数解.

18. 计算 $\frac{a}{a-1} - \frac{3a-1}{a^2-1}$.

19. 某校九年级有 24 个班，共 1000 名学生，他们参加了一次数学测试，学校统计了所有学生的乘积，得到下列统计图，



- (1) 求该校九年级学生本次数学测试成绩的平均数；

(2) 下列关于本次数学测试说法正确的是 ()

A. 九年级学生成绩的众数与平均数相等

B. 九年级学生成绩的中位数与平均数相等

C. 随机抽取一个班，该班学生成绩的平均数等于九年级学生成绩的平均数

D. 随机抽取 300 名学生，可以用他们成绩的平均数估计九年级学生成绩的平均数。

20. 我们在学完“平移、轴对称、旋转”三种图形的变化后，可以进行进一步研究，请根据示例图形，完成下表.

图形的变化	示例图形	与对应线段有关的结论	与对应点有关的结论
平移		(1) .	$AA' = BB'$; $AA' \parallel BB'$.
轴对称		(2) .	(3) .
旋转		$AB = A'B'$ ；对应线段 AB 和 $A'B'$ 所在的直线相交所成的角与旋转角相等或互补.	(4) .

21. (8 分) 用两种方法证明“三角形的外角和等于 360° ”.

如图, $\angle BAE$ 、 $\angle CBF$ 、 $\angle ACD$ 是 $\triangle ABC$ 的三个外角.

求证: $\angle BAE + \angle CBF + \angle ACD = 360^\circ$

证法 1: $\therefore$ _____

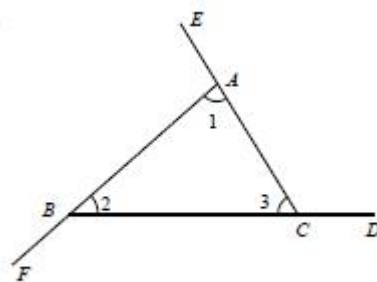
$$\therefore \angle BAE + \angle 1 + \angle CBF + \angle 2 + \angle ACD + \angle 3 = 180^\circ \times 3 = 540^\circ$$

$$\therefore \angle BAE + \angle CBF + \angle ACD = 540^\circ - (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) = 360^\circ$$

$\therefore$ _____

$$\therefore \angle BAE + \angle CBF + \angle ACD = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ$$

请把证法 1 补充完整, 并用不同方法完成证法 2.



(第 21 题)

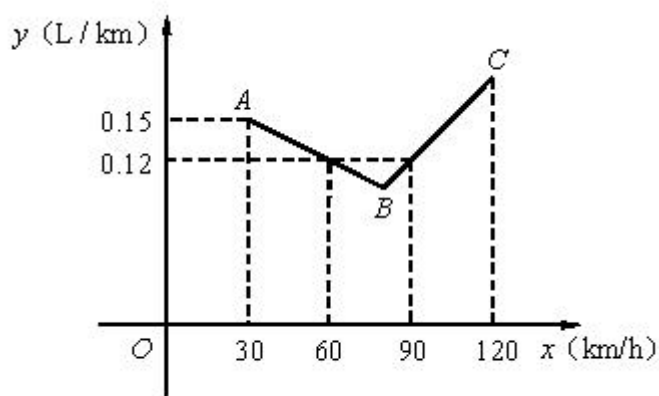
22. 某景区 7 月 1 日-7 月 7 日一周天气预报如下, 小丽打算选择这期间的一天或两天去该景区旅游, 求下列事件的概率;

- (1) 随机选择一天, 恰好天气预报是晴;
- (2) 随机选择连续两天, 恰好天气预报都是晴.

某景区一周天气预报	
日期	天气
7 月 1 日	晴
7 月 2 日	晴
7 月 3 日	雨
7 月 4 日	阴
7 月 5 日	晴
7 月 6 日	晴
7 月 7 日	阴

23. 下图中的折线 ABC 表示某汽车的耗油量 y (单位: L/km) 与速度 x (单位: km/h) 之间的函数关系 ($30 \leq x \leq 120$)，已知线段 BC 表示的函数关系中，该汽车的速度每增加 1km/h，耗油量增加 0.002L/km.

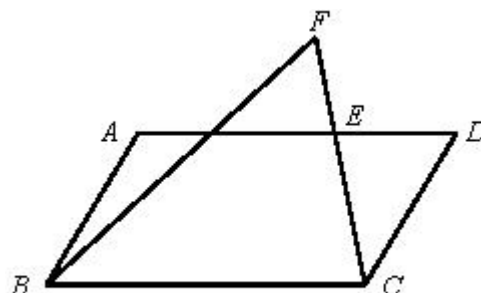
- (1) 当速度为 50km/h、100km/h 时，该汽车的耗油量分别为 _____ L/km、_____ L/km.
- (2) 求线段 AB 所表示的 y 与 x 之间的函数表达式
- (3) 速度是多少时，该汽车的耗油量最低？最低是多少？



(第 23 题)

24. 如图，在四边形 ABCD 中，E 是 AD 上一点，延长 CE 到点 F，使 $\angle FBC = \angle DCE$.

- (1) 求证: $\angle D = \angle F$
- (2) 用直尺和圆规在 AD 上作出一点 P，使 $\triangle BPC \sim \triangle CDP$ (保留作图痕迹，不写作法)。

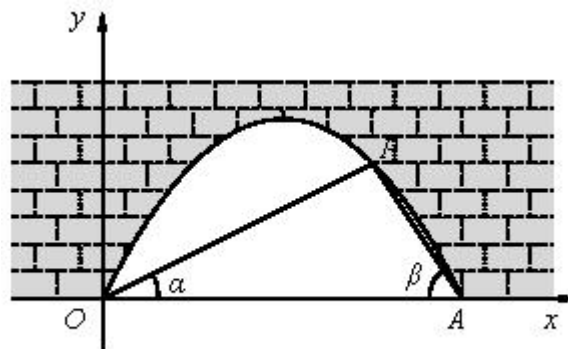


(第 24 题)

25.图中是抛物线形拱桥，P 处有一照明灯，水面 OA 宽 4m，从 O、A 两处观测 P 处，仰角分别为 α, β ，且 $\tan\alpha = \frac{1}{2}$ ， $\tan\beta = \frac{3}{2}$ ，以 O 为原点，OA 所在直线为 x 轴建立直角坐标系.

(1) 求点 P 的坐标

(2) 水面上升 1m，水面宽多少 ($\sqrt{2}$ 取 1.41，结果精确到 0.1m) ?

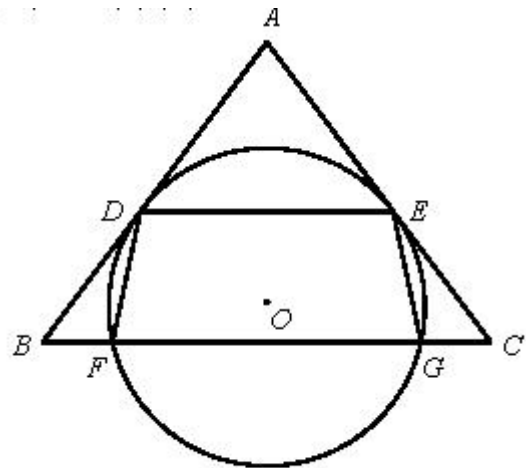


(第 25 题)

26.如图, O 是 $\triangle ABC$ 内一点, $\odot O$ 与 BC 相交于 F 、 G 两点, 且与 AB 、 AC 分别相切于点 D 、 E , $DE \parallel BC$ 。连接 DF 、 EG 。

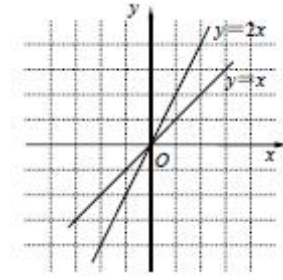
(1) 求证: $AB=AC$

(2) 已知 $AB=10$, $BC=12$, 求四边形 $DFGE$ 是矩形时 $\odot O$ 的半径.



(第 26 题)

27. (11 分) 如图, 把函数 $y = x$ 的图像上各点的纵坐标变为原来的 2 倍, 横坐标不变, 得到函数 $y = 2x$ 的图像; 也可以把函数 $y = x$ 的图像上各点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍, 纵坐标不变, 得到函数 $y = 2x$ 的图像。



类似地, 我们可以认识其他函数。

- (1) 把函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图像上各点的纵坐标变为原来的_____倍, 横坐标不变, 得到函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图像; 也可以把函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图像上各点的横坐标变为原来的_____倍, 纵坐标不变, 得到函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图像。

- (2) 已知下列变化: ①向下平移 2 个单位长度; ②向右平移 1 个单位长; ③向右平移 $\frac{1}{2}$ 个单位长度; ④纵坐标变为原来的 4 倍, 横坐标不变; ⑤横坐标变原来的 $\frac{1}{2}$ 倍, 纵坐标不变; ⑥横坐标变原来的 2 倍, 纵坐标不变。

(i) 函数 $y = x^2$ 的图像上所有的点经过④→②→①, 得到函数_____的图像;

(ii) 为了得到函数 $y = \frac{1}{4}(x-1)^2 - 2$ 的图像, 可以把函数 $y = -x^2$ 的图像上所有的点 ()

- A. ①→⑤→③ B. ①→⑥→③ C. ①→②→⑥ D. ①→③→⑥

(3) 函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图像可以经过怎样的变化得到函数 $y = -\frac{2x+1}{2x+4}$ 的图像? (写出一种即可)

南京市2016年初中毕业生学业考试数学

一. 选择题

1. 为了方便市民出行, 提倡低碳交通, 近几年南京市大力发展公共自行车系统. 根据规划, 全市公共自行车总量明年将达 70 000 辆. 用科学计数法表示 70 000 是

- A. 0.7×10^5 B. 7×10^4 C. 7×10^5 D. 70×10^3

答案: B

考点: 本题考查科学记数法。

解析: 科学记数的表示形式为 $a \times 10^n$ 形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, $70000 = 7 \times 10^4$. 故选 B。

2. 数轴上点 A、B 表示的数分别是 5、-3, 它们之间的距离可以表示为

- A. $-3 + 5$ B. $-3 - 5$ C. $|-3 + 5|$ D. $|-3 - 5|$

答案: D

考点: 数轴, 数形结合思想。

解析: AB 之间的距离为: $|-3 - 5|$ 或 $|5 - (-3)|$, 所以, 选 D。

3. 下列计算中, 结果是 a^6 的是

- A. $a^2 + a^4$ B. $a^2 \cdot a^3$ C. $a^{12} \div a^2$ D. $(a^2)^3$

答案: D

考点: 单项式的运算。

解析: A 中, 不是同类项不能相加减; B 中, $a^2 \cdot a^3 = a^5$, 故错误, C 中 $a^{12} \div a^2 = a^{12-2} = a^{10}$, 错误. D 是正确的。

4. 下列长度的三条线段能组成钝角三角形的是

- A. 3, 4, 4 B. 3, 4, 5 C. 3, 4, 6 D. 3, 4, 7

答案: C

考点: 构成三角形的条件, 勾股定理的应用, 钝角三角形的判断。

解析: 由两边之和大于第三边, 可排除 D;

由勾股定理: $a^2 + b^2 = c^2$, 当最长边比斜边 c 更长时, 最大角为钝角,

即满足 $a^2 + b^2 < c^2$, 所以, 选 C。

5. 已知正六边形的边长为 2, 则它的内切圆的半径为

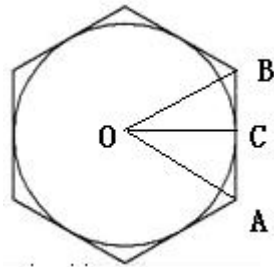
- A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $2\sqrt{3}$

答案: B

考点: 正六边形、正三角形的性质, 勾股定理。

解析: 如下图, 由正六边形的性质知, 三角形 AOB 为等边三角形,

所以, $OA = OB = AB = 2$, $AC = 1$, 由勾股定理, 得内切圆半径: $OC = \sqrt{3}$



6、若一组数据 2,3,4,5,x 的方差与另一组数据 5,6,7,8,9 的方差相等, 则 x 的值为

- A. 1 B. 6 C. 1或6 D. 5或6

答案: C

考点: 数据的方差, 一元二次方程。

解析: 数据 5,6,7,8,9 的平均数为: 7, 方差为: $\frac{1}{5} (4+1+0+1+4) = 2$,

数据 2,3,4,5,x 的平均数为: $\frac{14}{5} + \frac{1}{5}x$,

因为两组数据的方差相等, 所以,

$$\frac{1}{5} \left[\left(-\frac{4}{5} - \frac{x}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{5} - \frac{x}{5}\right)^2 + \left(\frac{6}{5} - \frac{x}{5}\right)^2 + \left(\frac{11}{5} - \frac{x}{5}\right)^2 + \left(-\frac{14}{5} + \frac{4x}{5}\right)^2 \right] = 2$$

$$\frac{1}{125} [(4+x)^2 + (1-x)^2 + (6-x)^2 + (11-x)^2 + (14-4x)^2] = 2$$

解得: $x = 1$ 或 6 。

二. 填空题

7. 化简: $\sqrt{8} =$ _____; $\sqrt[3]{8} =$ _____.

答案: $2\sqrt{2}$, 2

考点: 算术平方根, 三次方根, 根式的运算。

解析: $\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{8} = 2$

8. 若式子 $x + \sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是_____.

答案: $x \geq 1$

考点: 二次根式的意义。

解析: 由二次根式的意义, 得: $x-1 \geq 0$, 解得: $x \geq 1$ 。

9. 分解因式 $2a(b+c) - 3(b+c)$ 的结果是_____.

答案: $(b+c)(2a-3)$

考点: 因式分解, 提公因式法.

解析: 原式 = $(b+c)(2a-3)$

10. 比较大小: $\sqrt{5} - 3$ _____ $\frac{\sqrt{5}-2}{2}$.(填“>”“<”或“=”号)

答案: <

考点: 二次根式的估算.

解析: 由于 $2 < \sqrt{5} < 3$, 所以, $\sqrt{5} - 3 < 0$, $\frac{\sqrt{5}-2}{2} > 0$, 所以, 填空“<”.

11. 方程 $\frac{1}{x-2} = \frac{3}{x}$ 的解是_____.

答案: $x=3$

考点: 分式方程.

解析: 去分母, 得: $x=3(x-2)$, 化简, 得: $x=3$, 经检验 $x=3$ 是原方程的解.

12. 设 x_1, x_2 是方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 的两个根, 且 $x_1 + x_2 - x_1x_2 = 1$,

则 $x_1 + x_2 =$ _____, $m =$ _____.

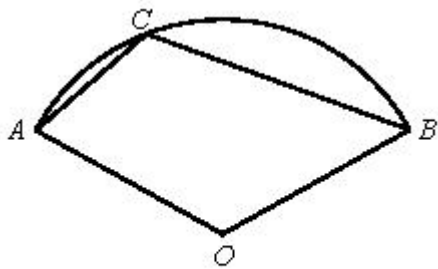
答案: 4, 3

考点: 一元二次方程根与系数的关系.

解析: 由韦达定理, 得: $x_1x_2 = 4, x_1 + x_2 = m$, 化入: $x_1 + x_2 - x_1x_2 = 1$, 得:

$4 - m = 1$, 解得: $m = 3$, 所以填 4, 3.

13. 如图, 扇形 OAB 的圆心角为 122° , C 是弧 AB 上一点, 则 $\angle ACB =$ _____ $^\circ$.



(第 13 题)

答案: 119

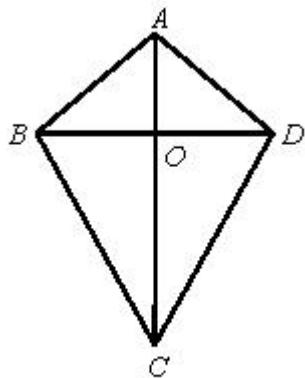
考点: 圆内接四边形内角和定理, 圆周角定理。

解析: 由同弧所对的圆心角等于它所对的圆周角的一半, 所以, 与 $\angle AOB$ 所对同弧的圆周角度数为 $\frac{1}{2} \angle AOB = 61^\circ$, 由圆内接四边形对角互补, 得:

$$\angle ACB = 180^\circ - 61^\circ = 119^\circ.$$

14. 如图, 四边形 ABCD 的对角线 AC、BD 相交于点 O, $\triangle ABO \cong \triangle ADO$, 下列结论

① $AC \perp BD$; ② $CB = CD$; ③ $\triangle ABC \cong \triangle ADC$; ④ $DA = DC$, 其中正确结论的序号是_____.



(第 14 题)

答案: ①②③

考点: 三角形全等的判定与性质。

解析: 由 $\triangle ABO \cong \triangle ADO$ 得: $AB = AD$, $\angle AOB = \angle AOD = 90^\circ$, $\angle BAC = \angle DAC$, 又 $AC = AC$, 所以, 有 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$, $CB = CD$, 所以, ①②③正确。

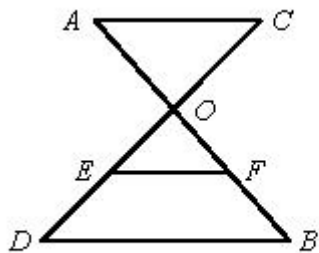
15. 如图, AB、CD 相交于点 O, $OC=2$, $OD=3$, $AC \parallel BD$. EF 是 $\triangle ODB$ 的中位线, 且 $EF=2$, 则 AC 的长为_____.

答案: $\frac{8}{3}$

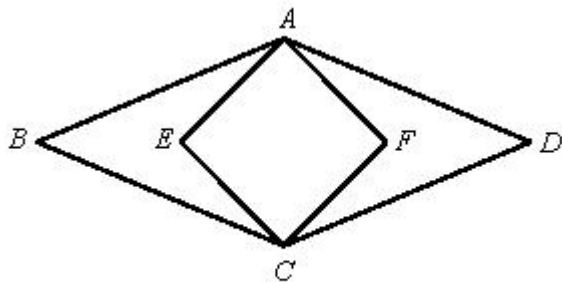
考点: 三角形的中位线, 三角形相似的性质。

解析: 因为 EF 是 $\triangle ODB$ 的中位线, $EF = 2$, 所以, $DB = 4$,

又 $AC \parallel BD$, 所以, $\frac{AC}{DB} = \frac{OC}{OD} = \frac{2}{3}$, 所以, $AC = \frac{8}{3}$



(第 15 题)



(第 16 题)

16. 如图, 菱形 ABCD 的面积为 120cm^2 , 正方形 AECF 的面积为 50cm^2 , 则菱形的边长为 _____ cm .

答案: 13

考点: 菱形、正方形的性质及其面积的计算方法, 勾股定理。

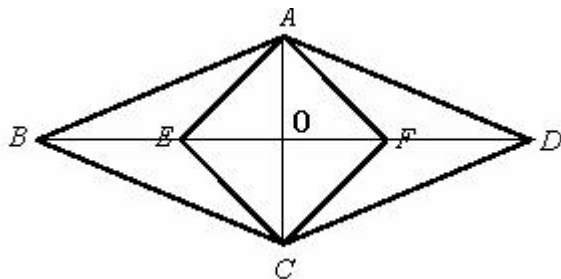
解析: 连结 AC、BD 交于点 O, 由对称性知, 菱形的对角线 BD 过点 E、F, 由菱形性质知, $BD \perp AC$,

所以, $\frac{1}{2}BD \cdot AC = 120$ ①,

又正方形的面积为 50, 所以, $AE = 5\sqrt{2}$, 所以, $AO^2 + EO^2 = 50$, $AO = EO = 5$

所以, $AC = 10$, 代入①式, 得 $BD = 24$, 所以, $BO = 12$,

由 $AO^2 + BO^2 = AB^2$, 得 $AB = 13$



三.解答题

17. 解不等式组 $\begin{cases} 3x + 1 \leq 2(x + 1), \\ -x < 5x + 12. \end{cases}$ 并写出它的整数解.

考点: 不等式组的解法。

解析: 解不等式①, 得 $x \leq 1$.

解不等式②, 得 $x > -2$.

所以，不等式组的解集是 $-2 < x \leq 1$.

该不等式组的整数解是 $-1, 0, 1$7 分

18. 计算 $\frac{a}{a-1} - \frac{3a-1}{a^2-1}$.

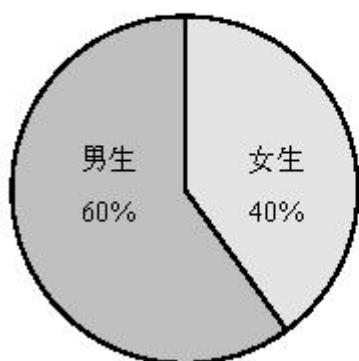
考点：分式的运算，平方差公式，完成平方公式。

解析：

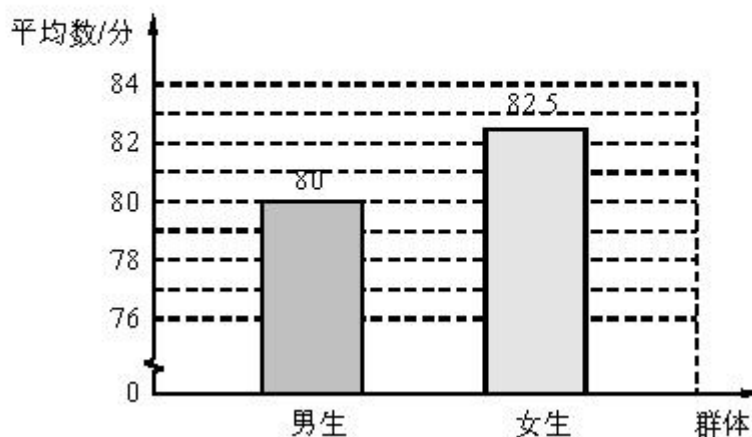
$$\begin{aligned} & \frac{a}{a-1} - \frac{3a-1}{a^2-1} \\ &= \frac{a}{a-1} - \frac{3a-1}{(a-1)(a+1)} \\ &= \frac{a(a+1) - (3a-1)}{(a-1)(a+1)} \\ &= \frac{a^2 + a - 3a + 1}{(a-1)(a+1)} \\ &= \frac{(a-1)^2}{(a-1)(a+1)} \\ &= \frac{a-1}{a+1} \end{aligned}$$

19. 某校九年级有 24 个班，共 1000 名学生，他们参加了一次数学测试，学校统计了所有学生的成绩，得到下列统计图，

某校九年级男女生的人数分布扇形统计图



某校九年级数学测试男女生成绩的平均数条形统计图



- (3) 求该校九年级学生本次数学测试成绩的平均数；
 (4) 下列关于本次数学测试说法正确的是 ()

- A. 九年级学生成绩的众数与平均数相等
- B. 九年级学生成绩的中位数与平均数相等
- C. 随机抽取一个班，该班学生成绩的平均数等于九年级学生成绩的平均数
- D. 随机抽取 300 名学生，可以用他们成绩的平均数估计九年级学生成绩的平均数。

考点：统计图，众数、平均数的计算。

解析：（1）该校九年级学生本次数学测试成绩的平均数为 $80 \times 60\% + 82.5 \times 40\% = 81$ （分）。

（2）D.

20. 我们在学完“平移、轴对称、旋转”三种图形的变化后，可以进行进一步研究，请根据示例图形，完成下表。

图形的变化	示例图形	与对应线段有关的结论	与对应点有关的结论
平移		(1) .	$AA' = BB'$; $AA' \parallel BB'$.
轴对称		(2) .	(3) .
旋转		$AB = A'B'$; 对应线段 AB 和 $A'B'$ 所在的直线相交所成的角与旋转角相等或互补.	(4) .

考点：轴对称图形及其性质。

解析：（1） $AB = A'B'$ ； $AB \parallel A'B'$ 。

（2） $AB = A'B'$ ；对应线段 AB 和 $A'B'$ 所在的直线相交，交点在对称轴 l 上。

（3） l 垂直平分 AA' 。

（4） $OA = OA'$ ； $\angle AOA' = \angle BOB'$ 。

21. 用两种方法证明“三角形的外角和等于 360° ”。

如图， $\angle BAE$ 、 $\angle CBF$ 、 $\angle ACD$ 是 $\triangle ABC$ 的三个外角。

求证 $\angle BAE + \angle CBF + \angle ACD = 360^\circ$ 。

证法 1: $\therefore$ _____.

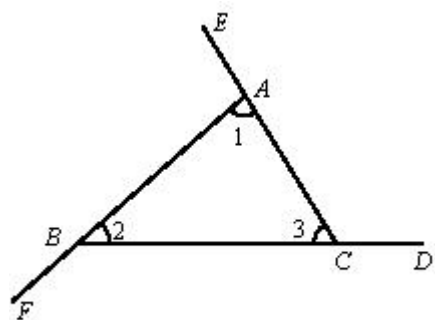
$$\therefore \angle BAE + \angle 1 + \angle CBF + \angle 2 + \angle ACD + \angle 3 = 180^\circ \times 3 = 540^\circ.$$

$$\therefore \angle BAE + \angle CBF + \angle ACD = 540^\circ - \angle 1 + \angle 2 + \angle 3.$$

$$\therefore$$
 _____ .

$$\therefore \angle BAE + \angle CBF + \angle ACD = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ$$

请把证法 1 补充完整，并用不同的方法完成证法 2.



(第 21 题)

考点：三角形的内角和定理，两直线平行的性质。

解析： $\angle BAE + \angle 1 = \angle CBF + \angle 2 = \angle ACD + \angle 3 = 180^\circ$.

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ.$$

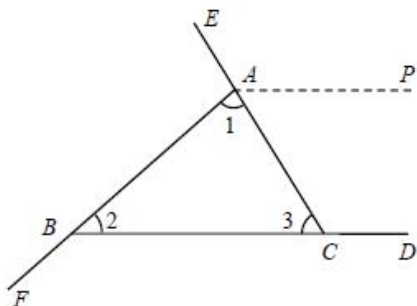
证法2: 过点A 作射线AP, 使 $AP \parallel BD$.

$$\because AP \parallel BD,$$

$$\therefore \angle CBF = \angle PAB, \angle ACD = \angle EAP.$$

$$\because \angle BAE + \angle PAB + \angle EAP = 360^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle CBF + \angle ACD = 360^\circ.$$



22.某景区 7 月 1 日-7 月 7 日一周天气预报如下,小丽打算选择这期间的一天或两天去该景区旅游, 求下列事件的概率;

- (1) 随机选择一天, 恰好天气预报是晴;
- (2) 随机选择连续两天, 恰好天气预报都是晴.

某景区一周天气预报	
日期	天气
7月1日	晴
7月2日	晴
7月3日	雨
7月4日	阴
7月5日	晴
7月6日	晴
7月7日	阴

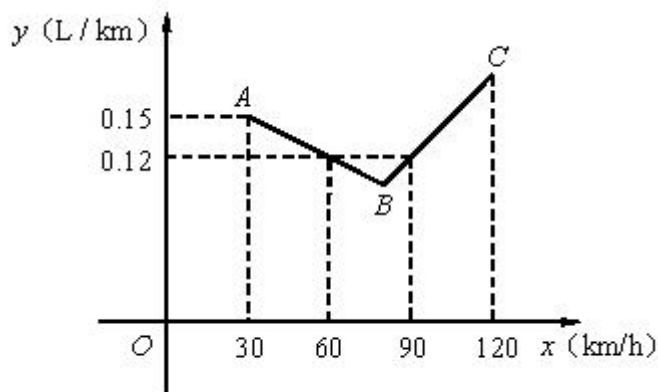
考点： 概率的求解。

解析： (1) 随机选择一天，天气预报可能出现的结果有7种，即7月1日晴、7月2日晴、7月3日雨、7月4日阴、7月5日晴、7月6日晴、7月7日阴，并且它们出现的可能性相等。恰好天气预报是晴（记为事件A）的结果有4种，即7月1日晴、7月2日晴、7月5日晴、7月6日晴，所以 $P(A) = \frac{4}{7}$

(2) 随机选择连续两天，天气预报可能出现的结果有6种，即（7月1日晴，7月2日晴）、（7月2日晴，7月3日雨）、（7月3日雨，7月4日阴）、（7月4日阴，7月5日晴）、（7月5日晴，7月6日晴）、（7月6日晴，7月7日阴），并且它们出现的可能性相等。恰好天气预报都是晴（记为事件B）的结果有2种，即（7月1日晴，7月2日晴）、（7月5日晴，7月6日晴），所以 $P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

23. 下图中的折线 ABC 表示某汽车的耗油量 y (单位: L/km) 与速度 x (单位: km/h) 之间的函数关系 ($30 \leq x \leq 120$)，已知线段 BC 表示的函数关系中，该汽车的速度每增加 1km/h，耗油量增加 0.002L/km.

- (1) 当速度为 50km/h、100km/h 时，该汽车的耗油量分别为 _____ L/km、_____ L/km.
- (2) 求线段 AB 所表示的 y 与 x 之间的函数表达式
- (3) 速度是多少时，该汽车的耗油量最低？最低是多少？



(第 23 题)

考点：函数图象，一次函数，二元一次方程组。

解析： (1) 0.13, 0.14.

(2) 设线段 AB 所表示的 y 与 x 之间的函数表达式为 $y = kx + b$.

因为 $y = kx + b$ 的图像过点 $(30, 0.15)$ 与 $(60, 0.12)$ ，所以

$$\begin{cases} 30k + b = 0.15, \\ 60k + b = 0.12. \end{cases}$$

解方程组，得 $k = -0.001$, $b = 0.18$.

所以线段 AB 所表示的 y 与 x 之间的函数表达式为 $y = -0.001x + 0.18$. ……5 分

(3) 根据题意，得线段 BC 所表示的 y 与 x 之间的函数表达式为 $y = 0.12 + 0.002(x - 90)$
 $= 0.002x - 0.06$.

由图像可知， B 是折线 ABC 的最低点.

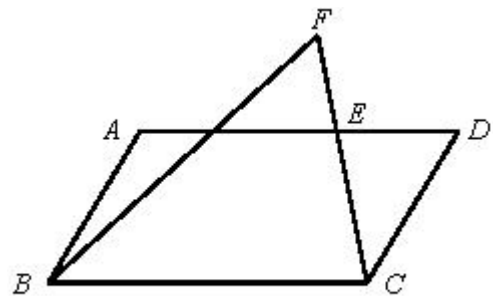
解方程组 $\begin{cases} y = -0.001x + 0.18, \\ y = 0.002x - 0.06, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = 80, \\ y = 0.1. \end{cases}$

因此，速度是 80 km/h 时，该汽车的耗油量最低，最低是 0.1 L / km. …… 8 分

24.如图，在四边形 $ABCD$ 中， E 是 AD 上一点，延长 CE 到点 F ，使 $\angle FBC = \angle DCE$.

(1) 求证: $\angle D = \angle F$

(2) 用直尺和圆规在 AD 上作出一点 P ，使 $\triangle BPC \sim \triangle CDP$ (保留作图痕迹，不写作法)。



(第 24 题)

考点：平行四边形的性质，两直线平行的性质，三角形的内角和，尺规作图。

解析： (1) 证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$.

$\therefore \angle CED = \angle BCF$.

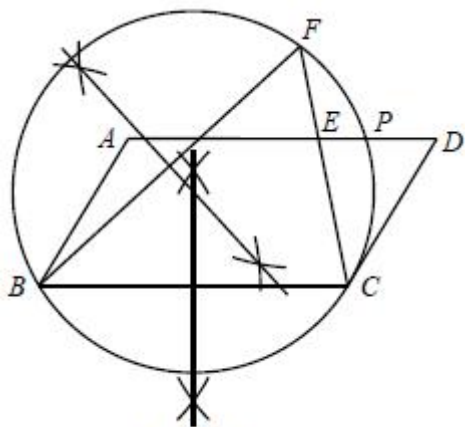
$\because \angle CED + \angle DCE + \angle D = 180^\circ$, $\angle BCF + \angle FBC + \angle F = 180^\circ$,

$\therefore \angle D = 180^\circ - \angle CED - \angle DCE$, $\angle F = 180^\circ - \angle BCF - \angle FBC$.

又 $\angle DCE = \angle FBC$,

$\therefore \angle D = \angle F$ 4 分

(2) 图中 P 就是所求作的点. 7 分

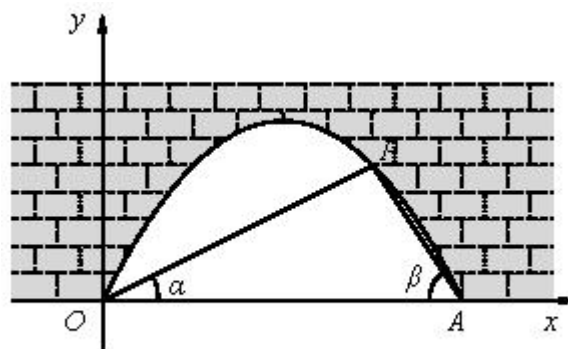


(第 24 题)

25.图中是抛物线形拱桥， P 处有一照明灯，水面 OA 宽 4m ，从 O 、 A 两处观测 P 处，仰角分别为 α, β ，且 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$, $\tan \beta = \frac{3}{2}$ ，以 O 为原点， OA 所在直线为 x 轴建立直角坐标系.

(1) 求点 P 的坐标

(2) 水面上升 1m ，水面宽多少 ($\sqrt{2}$ 取 1.41 ，结果精确到 0.1m) ?



(第 25 题)

考点：三角函数，二次函数。

解析：(1) 如图，过点 P 作 $PB \perp OA$ ，垂足为 B 。设点 P 的坐标为 (x, y) 。

在 $\text{Rt}\triangle POB$ 中

$$\because \tan \alpha = \frac{PB}{OB},$$

$$\therefore OB = \frac{PB}{\tan \alpha} = 2y.$$

在 $\text{Rt}\triangle PAB$ 中,

$$\because \tan \beta = \frac{PB}{AB},$$

$$\therefore AB = \frac{PB}{\tan \beta} = \frac{2}{3}y.$$

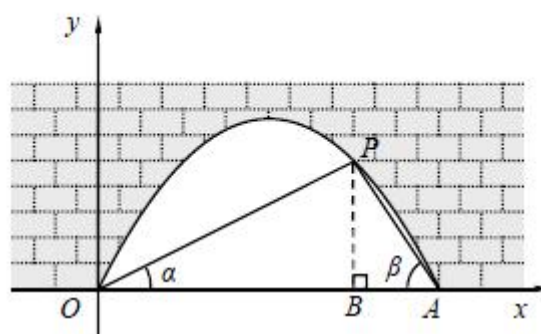
$$\because OA = OB + AB,$$

$$\text{即 } 2y + \frac{2}{3}y = 4.$$

$$\therefore y = \frac{3}{2}.$$

$$\therefore x = 2 \times \frac{3}{2} = 3.$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为 } \left(3, \frac{3}{2}\right). \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$



(第 25 题)

(2) 设这条抛物线表示的二次函数为 $y = ax^2 + bx$.

由函数 $y = ax^2 + bx$ 的图像经过 $(4, 0)$ 、 $\left(3, \frac{3}{2}\right)$ 两点, 可得
$$\begin{cases} 16a + 4b = 0, \\ 9a + 3b = \frac{3}{2}. \end{cases}^2$$

解方程组, 得
$$\begin{cases} a = -\frac{1}{2}, \\ b = 2. \end{cases}$$

这条抛物线表示的二次函数为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$.

当水面上升1 m 时, 水面的纵坐标为1, 即 $-\frac{1}{2}x^2+2x=1$

解方程, 得 $x_1=2-\sqrt{2}$, $x_2=2+\sqrt{2}$.

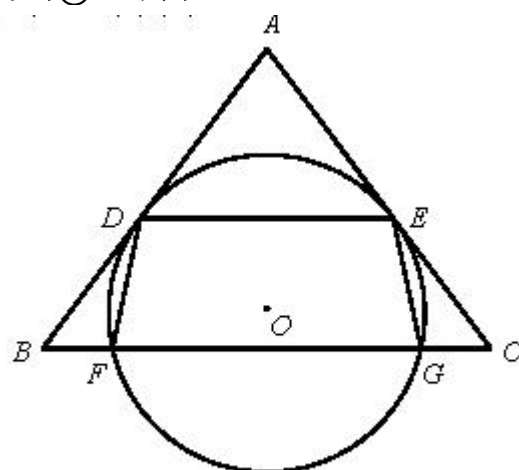
$$x_2-x_1=2+\sqrt{2}-(2-\sqrt{2})=2\sqrt{2}\approx 2.8.$$

因此, 水面上升 1 m, 水面宽约 2.8 m.9 分

26.如图, O 是 $\triangle ABC$ 内一点, $\odot O$ 与 BC 相交于 F 、 G 两点, 且与 AB 、 AC 分别相切于点 D 、 E , $DE \parallel BC$. 连接 DF 、 EG .

(1) 求证: $AB=AC$

(2) 已知 $AB=10$, $BC=12$, 求四边形 $DFGE$ 是矩形时 $\odot O$ 的半径.



(第 26 题)

考点: 勾股定理, 三角形的相似, 矩形的性质, 应用数学知识解决问题的能力。

解析:

(1) 证明: $\because \odot O$ 与 AB 、 AC 分别相切于点 D 、 E ,

$$\therefore AD=AE.$$

$$\therefore \angle ADE = \angle AED.$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle B = \angle ADE, \angle C = \angle AED.$$

$$\therefore \angle B = \angle C.$$

$$\therefore AB=AC. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 解: 如图, 连接 AO , 交 DE 于点 M , 延长 AO 交 BC 于点 N , 连接 OE 、 DG .

设 $\odot O$ 的半径为 r .

$\because$ 四边形 $DFGE$ 是矩形,

$$\therefore \angle DFG = 90^\circ.$$

∴ DG 是 $\odot O$ 的直径.

∵ $\odot O$ 与 AB 、 AC 分别相切于点 D 、 E ,

∴ $OD \perp AB$, $OE \perp AC$.

又 $OD = OE$,

∴ AN 平分 $\angle BAC$.

又 $AB = AC$,

∴ $AN \perp BC$, $BN = \frac{1}{2}BC = 6$.

在 $\text{Rt}\triangle ABN$ 中, $AN = \sqrt{AB^2 - BN^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$.

∵ $OD \perp AB$, $AN \perp BC$,

∴ $\angle ADO = \angle ANB = 90^\circ$.

又 $\angle OAD = \angle BAN$,

∴ $\triangle AOD \sim \triangle ABN$.

$$\therefore \frac{OD}{BN} = \frac{AD}{AN},$$

$$\text{即 } \frac{r}{6} = \frac{AD}{8}.$$

$$\therefore AD = \frac{4}{3}r.$$

$$\therefore BD = AB - AD = 10 - \frac{4}{3}r.$$

∵ $OD \perp AB$,

∴ $\angle GDB = \angle ANB = 90^\circ$.

又 $\angle B = \angle B$,

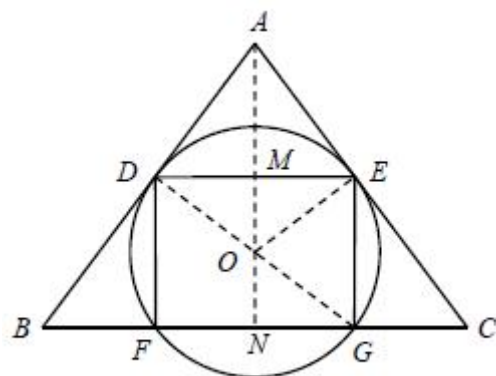
∴ $\triangle GBD \sim \triangle ABN$.

$$\therefore \frac{BD}{BN} = \frac{GD}{AN},$$

$$\text{即 } \frac{10 - \frac{4}{3}r}{6} = \frac{2r}{8}.$$

$$\therefore r = \frac{60}{17}.$$

∴ 四边形 $DFGE$ 是矩形时 $\odot O$ 的半径为 $\frac{60}{17}$ 8 分



(第 26 题)

27.如图，把函数 $y=x$ 的图像上各点的纵坐标变为原来的 2 倍，横坐标不变，得到函数 $y=2x$ 的图像；也可以把函数 $y=x$ 的图像上各点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变，得到函数

$y=2x$ 的图像.类似地，我们可以认识其他函数.

(1)把函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图像上各点的纵坐标变为原来的_____倍，横坐标不变，得到函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图像；也可以把函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图像上各点的横坐标变为原来的_____倍，纵坐标不变，得到函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图像.

(2)已知下列变化：①向下平移 2 个单位长度；②向右平移 1 个单位长度，③向右平移 $\frac{1}{2}$ 个单位长度；④纵坐标变为原来的 4 倍，横坐标不变；⑤横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变；

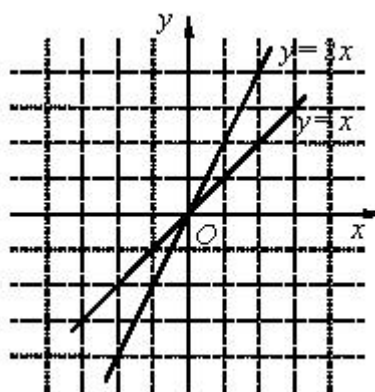
⑥横坐标变为原来的 2 倍，纵坐标不变。

(i) 函数 $y = x^2$ 的图像上所有的点经过④→②→①，得到函数_____的图像；

(ii)为了得到函数 $y = -\frac{1}{4}(x-1)^2 - 2$ 的图像，可以把函数 $y = -x^2$ 的图像上所有的点

A.①→⑤→③ B.①→⑥→③ C.①→②→⑥ D.①→③→⑥

(3) 函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图像可以经过怎样的变化得到函数 $y = -\frac{2x+1}{2x+4}$ 的图像？（写出一种即可）



考点：考查学生阅读能力，应用知识解决问题的能力。

解析：

解： (1) 6, 6. 4 分

(2) (i) $y = 4(x-1)^2 - 2$.

(ii) D. 8 分

(3) 本题答案不惟一，下列解法供参考. 例如，

$$y = -\frac{2x+1}{2x+4} = -\frac{2x+4-3}{2x+4} = \frac{3}{2x+4} - 1 = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x+2} - 1.$$

先把函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图像上所有的点向左平移2 个单位长度，得到函数 $y = \frac{1}{x+2}$ 的图

像；再把函数 $y = \frac{1}{x+2}$ 的图像上所有的点的纵坐标变为原来的 $\frac{3}{2}$ 倍，横坐标不变，

得到函数 $y = \frac{3}{2x+4}$ 的图像；最后把函数 $y = \frac{3}{2x+4}$ 的图像上所有的点向下平移1

个单位长度，得到函数 $y = -\frac{2x+1}{2x+4}$ 的图像. 11 分