

2015 年江苏省镇江市中考数学试卷

一、填空题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，共计 24 分）

1. (2 分) (2015•镇江) $\frac{1}{3}$ 的倒数是_____.

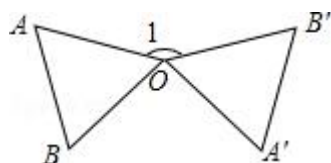
2. (2 分) (2015•镇江) 计算: $m^2 \cdot m^3 =$ _____.

3. (2 分) (2015•镇江) 已知一个数的绝对值是 4, 则这个数是_____.

4. (2 分) (2015•镇江) 化简: $(1-x)^2 + 2x =$ _____.

5. (2 分) (2015•镇江) 当 $x =$ _____时, 分式 $\frac{x+1}{x-2}$ 的值为 0.

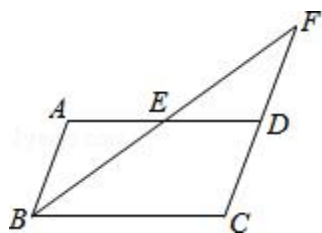
6. (2 分) (2015•镇江) 如图, 将等边 $\triangle OAB$ 绕 O 点按逆时针方向旋转 150° , 得到 $\triangle OA'B'$ (点 A' , B' 分别是点 A, B 的对应点), 则 $\angle 1 =$ _____°.



7. (2 分) (2015•镇江) 数轴上实数 b 的对应点的位置如图所示, 比较大小: $\frac{1}{2}b + 1$ _____ 0.

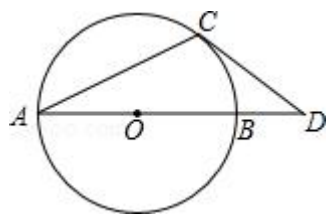


8. (2 分) (2015•镇江) 如图, $\square ABCD$ 中, E 为 AD 的中点, BE, CD 的延长线相交于点 F, 若 $\triangle DEF$ 的面积为 1, 则 $\square ABCD$ 的面积等于_____.



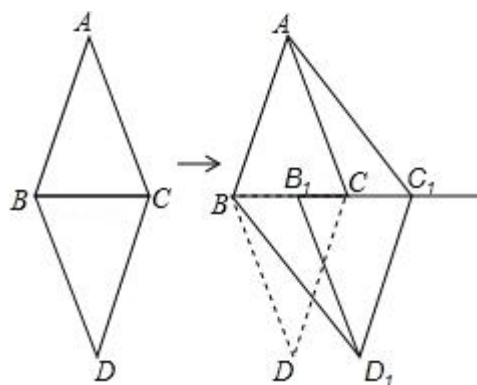
9. (2 分) (2015•镇江) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + a = 0$ 没有实数根, 则实数 a 的取值范围是_____.

10. (2 分) (2015•镇江) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $OA = 1$, AC 是 $\odot O$ 的弦, 过点 C 的切线交 AB 的延长线于点 D, 若 $BD = \sqrt{2} - 1$, 则 $\angle ACD =$ _____°.



11. (2分) (2015•镇江) 写一个你喜欢的实数 m 的值_____, 使得事件“对于二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 - (m-1)x + 3$, 当 $x < -3$ 时, y 随 x 的增大而减小”成为随机事件.

12. (2分) (2015•镇江) 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle DBC$ 是两个具有公共边的全等三角形, $AB=AC=3\text{cm}$, $BC=2\text{cm}$, 将 $\triangle DBC$ 沿射线 BC 平移一定的距离得到 $\triangle D_1B_1C_1$, 连接 AC_1, BD_1 . 如果四边形 ABD_1C_1 是矩形, 那么平移的距离为_____cm.

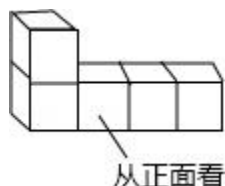


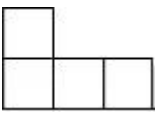
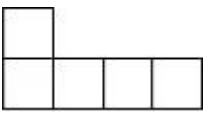
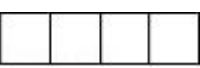
二、选择题 (本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共计 15 分)

13. (3分) (2015•镇江) 230 000 用科学记数法表示应为 ()

A. 0.23×10^5 B. 23×10^4 C. 2.3×10^5 D. 2.3×10^4

14. (3分) (2015•镇江) 由五个小正方体搭成的一个几何体如图所示, 它的俯视图是 ()



A.  B.  C.  D. 

15. (3 分) (2015•镇江) 计算 $-3(x-2y) + 4(x-2y)$ 的结果是 ()

A. $x-2y$ B. $x+2y$ C. $-x-2y$ D. $-x+2y$

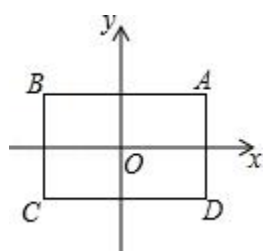
16. (3 分) (2015•镇江) 有 4 万个不小于 70 的两位数, 从中随机抽取了 3000 个数据, 统计如下:

数据 x	$70 < x < 79$	$80 < x < 89$	$90 < x < 99$
个数	800	1300	900
平均数	78.1	85	91.9

请根据表格中的信息, 估计这 4 万个数据的平均数约为 ()

A. 92.16 B. 85.23 C. 84.73 D. 77.97

17. (3 分) (2015•镇江) 如图, 坐标原点 O 为矩形 ABCD 的对称中心, 顶点 A 的坐标为 $(1, t)$, $AB \parallel x$ 轴, 矩形 $A'B'C'D'$ 与矩形 ABCD 是位似图形, 点 O 为位似中心, 点 A' , B' 分别是点 A, B 的对应点, $\frac{A'B'}{AB} = k$. 已知关于 x, y 的二元一次方程 $\begin{cases} mx+y=3n+1 \\ 3x+y=4 \end{cases}$ (m, n 是实数) 无解, 在以 m, n 为坐标 (记为 (m, n)) 的所有的点中, 若有且只有一个点落在矩形 $A'B'C'D'$ 的边上, 则 $k \cdot t$ 的值等于 ()



A. $\frac{3}{4}$ B. 1 C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{3}{2}$

三、解答题 (本大题共 11 小题, 共计 81 分, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

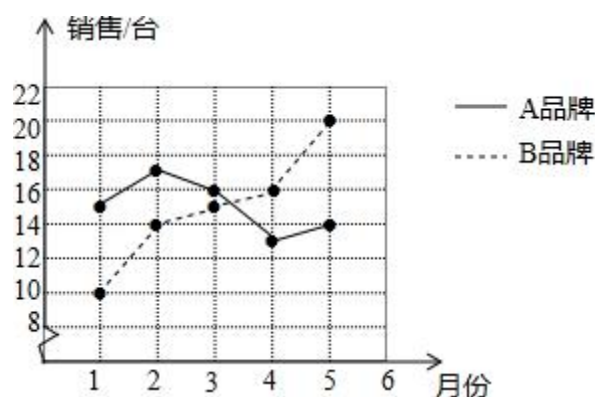
18. (8 分) (2015•镇江) (1) 计算: $\sqrt{16} - (\frac{1}{3} - \pi)^0 - 2\sqrt{3}\sin 60^\circ$

(2) 化简: $(1 + \frac{1}{a-1}) \cdot \frac{a^2-1}{2a}$.

19. (10 分) (2015•镇江) (1) 解方程: $\frac{3+x}{4-x} = \frac{1}{2}$;

(2) 解不等式组: $\begin{cases} 3x-1 \geq x+1 \\ 2(2x-1) < 5x+1 \end{cases}$.

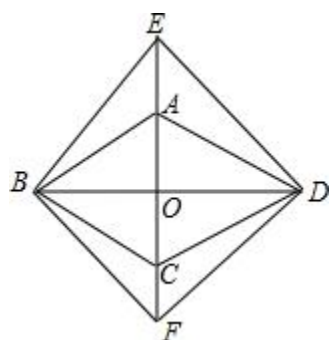
20. (6 分) (2015•镇江) 某商场统计了今年 1~5 月 A, B 两种品牌冰箱的销售情况, 并将获得的数据绘制成折线统计图



- (1) 分别求该商场这段时间内 A, B 两种品牌冰箱月销售量的中位数和方差;
- (2) 根据计算结果, 比较该商场 1~5 月这两种品牌冰箱月销售量的稳定性.

21. (6 分) (2015•镇江) 如图, 菱形 ABCD 的对角线 AC, BD 相交于点 O, 分别延长 OA, OC 到点 E, F, 使 AE=CF, 依次连接 B, F, D, E 各点.

- (1) 求证: $\triangle BAE \cong \triangle BCF$;
- (2) 若 $\angle ABC = 50^\circ$, 则当 $\angle EBA =$ _____ $^\circ$ 时, 四边形 BFDE 是正方形.



22. (7 分) (2015•镇江) 活动 1:

在一只不透明的口袋中装有标号为 1, 2, 3 的 3 个小球, 这些球除标号外都相同, 充分搅匀, 甲、乙、丙三位同学丙→甲→乙的顺序依次从袋中各摸出一个球 (不放回), 摸到 1 号球胜出, 计算甲胜出的概率. (注: 丙→甲→乙表示丙第一个摸球, 甲第二个摸球, 乙最后一个摸球)

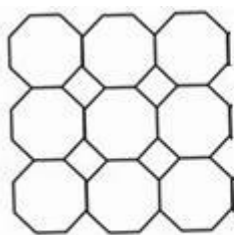
活动 2:

在一只不透明的口袋中装有标号为 1, 2, 3, 4 的 4 个小球, 这些球除标号外都相同, 充分搅匀, 请你对甲、乙、丙三名同学规定一个摸球顺序: _____ → _____, 他们按这个顺序从袋中各摸出一个球 (不放回), 摸到 1 号球胜出, 则第一个摸球的同学胜出的概率等于_____, 最后一个摸球的同学胜出的概率等于_____.

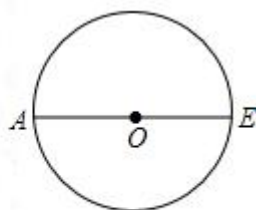
猜想:

在一只不透明的口袋中装有标号为 1, 2, 3, ..., n (n 为正整数) 的 n 个小球, 这些球除标号外都相同, 充分搅匀, 甲、乙、丙三名同学从袋中各摸出一个球 (不放回), 摸到 1 号球胜出, 猜想: 这三名同学每人胜出的概率之间的大小关系. 你还能得到什么活动经验? (写出一个即可)

23. (6 分) (2015•镇江) 图①是我们常见的地砖上的图案，其中包含了一种特殊的平面图形 – 正八边形.



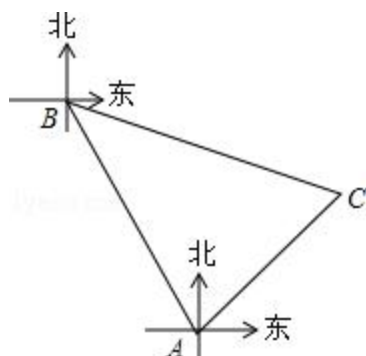
图①



图②

- (1) 如图②，AE 是 $\odot O$ 的直径，用直尺和圆规作 $\odot O$ 的内接正八边形 ABCDEFGH (不写作法，保留作图痕迹)；
- (2) 在 (1) 的前提下，连接 OD，已知 $OA=5$ ，若扇形 OAD ($\angle AOD < 180^\circ$) 是一个圆锥的侧面，则这个圆锥底面圆的半径等于_____.

24. (6分) (2015•镇江) 某海域有 A, B 两个港口, B 港口在 A 港口北偏西 30° 方向上, 距 A 港口 60 海里, 有一艘船从 A 港口出发, 沿东北方向行驶一段距离后, 到达位于 B 港口南偏东 75° 方向的 C 处, 求该船与 B 港口之间的距离即 CB 的长 (结果保留根号).



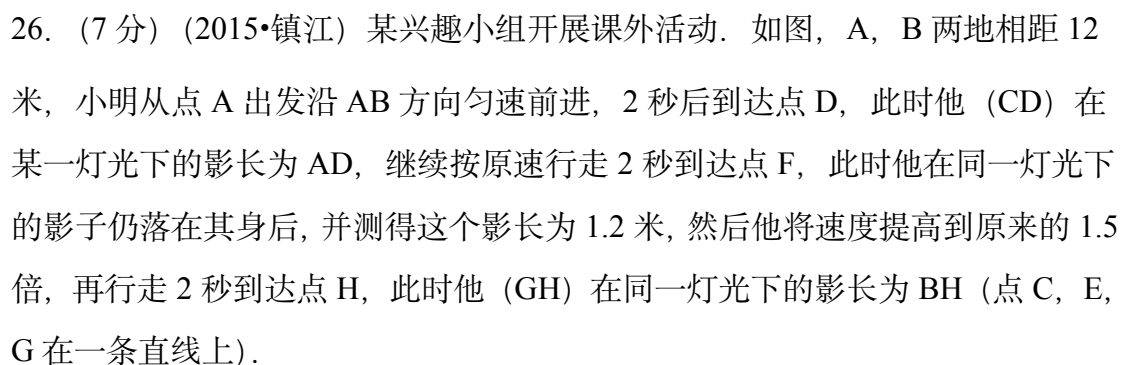
25. (6分) (2015•镇江) 如图, 点 $M(-3, m)$ 是一次函数 $y=x+1$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象的一个交点.

(1) 求反比例函数表达式;

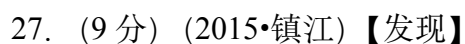
(2) 点 P 是 x 轴正半轴上的一个动点, 设 $OP=a$ ($a \neq 2$), 过点 P 作垂直于 x 轴的直线, 分别交一次函数, 反比例函数的图象于点 A, B, 过 OP 的中点 Q 作 x 轴的垂线, 交反比例函数的图象于点 C, $\triangle ABC'$ 与 $\triangle ABC$ 关于直线 AB 对称.

①当 $a=4$ 时, 求 $\triangle ABC'$ 的面积;

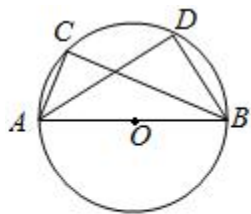
②当 a 的值为_____时, $\triangle AMC$ 与 $\triangle AMC'$ 的面积相等.



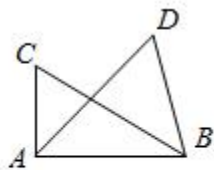
(2) 求小明原来的速度.



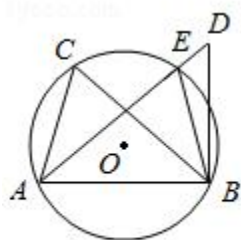
第 8 页 (共 41 页)



图①



图②



图③

如图3, 过A, B, C三点作圆, 圆心为O, 假设点D在圆O外, 设AD交圆O于点E, 连接BE, 则 $\angle AEB = \angle ACB$, 又由角AEB是三角形BDE的一个外角, 得 $\angle AEB = \angle ADB$, 因此 $\angle ACB > \angle ADB$, 就与条件 $\angle ACB = \angle ADB$ 矛盾, 所以点D不在圆O外。



【思考】

如图②, 如果 $\angle ACB = \angle ADB = a$ ($a \neq 90^\circ$) (点C, D在AB的同侧), 那么点D还在经过A, B, C三点的圆上吗?

请证明点D也不在 $\odot O$ 内.

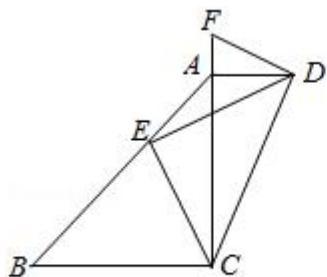
【应用】

利用【发现】和【思考】中的结论解决问题:

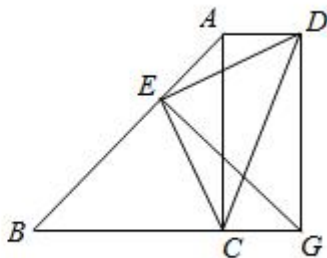
若四边形ABCD中, $AD \parallel BC$, $\angle CAD = 90^\circ$, 点E在边AB上, $CE \perp DE$.

(1) 作 $\angle ADF = \angle AED$, 交CA的延长线于点F (如图④), 求证: DF为 $Rt\triangle ACD$ 的外接圆的切线;

(2) 如图⑤, 点G在BC的延长线上, $\angle BGE = \angle BAC$, 已知 $\sin \angle AED = \frac{2}{5}$, $AD = 1$, 求DG的长.



图④



图⑤

28. (10 分) (2015•镇江) 如图, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象经过点 $(0, 3)$, 且当 $x=1$ 时, y 有最小值 2.

(1) 求 a, b, c 的值;

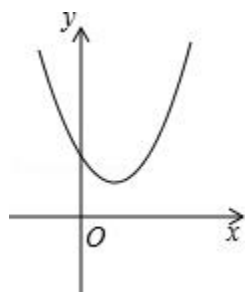
(2) 设二次函数 $y=k(2x+2) - (ax^2+bx+c)$ (k 为实数), 它的图象的顶点为 D .

①当 $k=1$ 时, 求二次函数 $y=k(2x+2) - (ax^2+bx+c)$ 的图象与 x 轴的交点坐标;

②请在二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 与 $y=k(2x+2) - (ax^2+bx+c)$ 的图象上各找出一个点 M, N , 不论 k 取何值, 这两个点始终关于 x 轴对称, 直接写出点 M, N 的坐标 (点 M 在点 N 的上方);

③过点 M 的一次函数 $y=-\frac{3}{4}x+t$ 的图象与二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象交于另一点 P , 当 k 为何值时, 点 D 在 $\angle NMP$ 的平分线上?

④当 k 取 $-2, -1, 0, 1, 2$ 时, 通过计算, 得到对应的抛物线 $y=k(2x+2) - (ax^2+bx+c)$ 的顶点分别为 $(-1, -6), (0, -5), (1, -2), (2, 3), (3, 10)$, 请问: 顶点的横、纵坐标是变量吗? 纵坐标是如何随横坐标的变化而变化的?



2015 年江苏省镇江市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、填空题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，共计 24 分）

1. (2 分) (2015•镇江) $\frac{1}{3}$ 的倒数是 3.

【分析】直接根据倒数的定义进行解答即可.

【解答】解: $\because \frac{1}{3} \times 3 = 1$,

$\therefore \frac{1}{3}$ 的倒数是 3.

故答案为: 3.

【点评】本题考查的是倒数的定义, 即乘积是 1 的两数互为倒数.

2. (2 分) (2015•镇江) 计算: $m^2 \cdot m^3 =$ m^5 .

【分析】根据同底数幂相乘, 底数不变指数相加进行计算即可得解.

【解答】解: $m^2 \cdot m^3 = m^{2+3} = m^5$.

故答案为: m^5 .

【点评】本题考查了同底数幂相乘, 底数不变指数相加的性质, 熟记性质是解题的关键.

3. (2 分) (2015•镇江) 已知一个数的绝对值是 4, 则这个数是 ± 4 .

【分析】互为相反数的两个数的绝对值相等.

【解答】解: 绝对值是 4 的数有两个, 4 或 -4.

答: 这个数是 ± 4 .

【点评】解题关键是掌握互为相反数的两个数的绝对值相等. 如 $|-3|=3$, $|3|=3$.

4. (2 分) (2015•镇江) 化简: $(1-x)^2 + 2x =$ $x^2 + 1$.

【分析】原式第一项利用完全平方公式展开，去括号合并即可得到结果.

【解答】解：原式 $=x^2-2x+1+2x$
 $=x^2+1$.

故答案为： x^2+1 .

【点评】此题考查了整式的混合运算，涉及的知识有：完全平方公式，去括号法则，以及合并同类项法则，熟练掌握法则是解本题的关键.

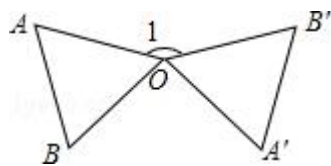
5. (2分) (2015•镇江) 当 $x=$ -1 时，分式 $\frac{x+1}{x-2}$ 的值为 0.

【分析】根据分式值为零的条件得 $x+1=0$ 且 $x-2\neq 0$ ，再解方程即可.

【解答】解：由分式的值为零的条件得 $x+1=0$ ，且 $x-2\neq 0$ ，
解得： $x=-1$ ，
故答案为： -1 .

【点评】此题主要考查了分式值为零的条件，关键是掌握分式值为零的条件是分子等于零且分母不等于零.

6. (2分) (2015•镇江) 如图，将等边 $\triangle OAB$ 绕O点按逆时针方向旋转 150° ，得到 $\triangle OA'B'$ （点A'，B'分别是点A，B的对应点），则 $\angle 1=$ 150 $^\circ$.



【分析】首先根据旋转的性质得到 $\angle AOA'=150^\circ$ ，然后根据 $\angle A'OB'=60^\circ$ 得到 $\angle 1=360^\circ-\angle AOA'-\angle A'OB'$ 即可求解.

【解答】解： $\because$ 等边 $\triangle OAB$ 绕点O按逆时针旋转了 150° ，得到 $\triangle OA'B'$ ，
 $\therefore \angle AOA'=150^\circ$ ，
 $\therefore \angle A'OB'=60^\circ$ ，
 $\therefore \angle 1=360^\circ-\angle AOA'-\angle A'OB'=360^\circ-150^\circ-60^\circ=150^\circ$ ，

故答案为：150.

【点评】 本题考查了旋转的性质：旋转前后两图形全等；对应点到旋转中心的距离相等；对应点与旋转中心的连线段的夹角等于旋转角．也考查了等边三角形的性质．

7. (2 分) (2015•镇江) 数轴上实数 b 的对应点的位置如图所示, 比较大小: $\frac{1}{2}b+1$ > 0.



【分析】 根据图示得到 b 的取值范围, 然后利用不等式的性质进行解答.

【解答】 解: 如图所示, $b > -2$,

$$\therefore \frac{1}{2}b > -1,$$

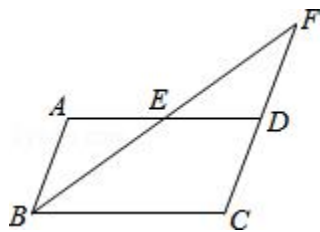
$$\therefore \frac{1}{2}b+1 > 0.$$

故答案是: $>$.



【点评】 本题考查了数轴上点点对应实数的取值范围以及不等式的性质. 解题时, 从图示中得到 b 的取值范围是解题的关键.

8. (2 分) (2015•镇江) 如图, $\square ABCD$ 中, E 为 AD 的中点, BE , CD 的延长线相交于点 F , 若 $\triangle DEF$ 的面积为 1, 则 $\square ABCD$ 的面积等于 4.



【分析】 通过 $\triangle ABE \cong \triangle DFE$ 求得 $\triangle ABE$ 的面积为 1, 通过 $\triangle FBC \sim \triangle FED$, 求得四边形 BCDE 的面积为 3, 然后根据 $\square ABCD$ 的面积 = 四边形 BCDE 的面积 + $\triangle ABE$ 的面积即可求得.

【解答】解：∵ 四边形 ABCD 是平行四边形，

∴ AD ∥ BC, AB ∥ CD, AD=BC,

∴ AB ∥ CD,

∴ ∠A=∠EDF,

在△ABE 和△DFE 中，

$$\begin{cases} \angle A = \angle FDE \\ AE = DE \\ \angle AEB = \angle DEF \end{cases},$$

∴ △ABE ≌ △DFE (ASA),

∴ △DEF 的面积为 1,

∴ △ABE 的面积为 1,

∴ AD ∥ BC,

∴ △FBC ∽ △FED,

$$\therefore \frac{S_{\triangle EFD}}{S_{\triangle BCF}} = \left(\frac{ED}{BC}\right)^2$$

$$\because AE = ED = \frac{1}{2}AD.$$

$$\therefore ED = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle EFD}}{S_{\triangle BCF}} = \frac{1}{4},$$

∴ 四边形 BCDE 的面积为 3,

∴ □ABCD 的面积=四边形 BCDE 的面积+△ABE 的面积=4.

故答案为 4.

【点评】 本题考查了平行四边形的性质，三角形全等的判定和性质，三角形相似的判定和性质，熟练掌握三角形全等的性质和三角形相似的性质是解题的关键.

9. (2分) (2015•镇江) 关于 x 的一元二次方程 $x^2+a=0$ 没有实数根, 则实数 a 的取值范围是 $a>0$.

【分析】根据方程没有实数根, 得到根的判别式小于 0, 求出 a 的范围即可.

【解答】解: $\because$ 方程 $x^2+a=0$ 没有实数根,

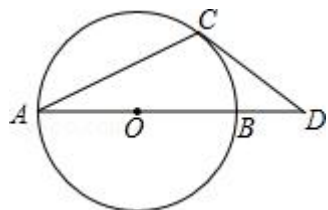
$$\therefore \Delta = -4a < 0,$$

解得: $a > 0$,

故答案为: $a > 0$

【点评】此题考查了根的判别式, 熟练掌握根的判别式的意义是解本题的关键.

10. (2分) (2015•镇江) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $OA=1$, AC 是 $\odot O$ 的弦, 过点 C 的切线交 AB 的延长线于点 D , 若 $BD=\sqrt{2}-1$, 则 $\angle ACD=$ 112.5° .



【分析】如图, 连结 OC . 根据切线的性质得到 $OC \perp DC$, 根据线段的和得到 $OD=\sqrt{2}$, 根据勾股定理得到 $CD=1$, 根据等腰直角三角形的性质得到 $\angle DOC=45^\circ$, 根据等腰三角形的性质和三角形外角的性质得到 $\angle OCA=\frac{1}{2}\angle DOC=22.5^\circ$, 再根据角的和得到 $\angle ACD$ 的度数.

【解答】解: 如图, 连结 OC .

$\because DC$ 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore OC \perp DC,$$

$$\because BD=\sqrt{2}-1, OA=OB=OC=1,$$

$$\therefore OD=\sqrt{2},$$

$$\therefore CD=\sqrt{OD^2-OC^2}=\sqrt{(\sqrt{2})^2-1^2}=1,$$

$$\therefore OC=CD,$$

$$\therefore \angle DOC=45^{\circ},$$

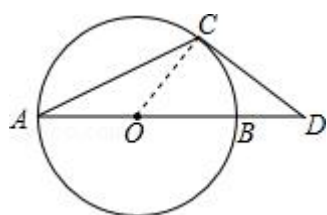
$$\because OA=OC,$$

$$\therefore \angle OAC=\angle OCA,$$

$$\therefore \angle OCA=\frac{1}{2}\angle DOC=22.5^{\circ},$$

$$\therefore \angle ACD=\angle OCA+\angle OCD=22.5^{\circ}+90^{\circ}=112.5^{\circ}.$$

故答案为：112.5.



【点评】 本题考查了切线的性质，勾股定理以及等腰三角形的性质．本题关键是得到 $\triangle OCD$ 是等腰直角三角形．

11. (2 分) (2015•镇江) 写一个你喜欢的实数 m 的值 -4 (答案不唯一) ,

使得事件“对于二次函数 $y=\frac{1}{2}x^2-(m-1)x+3$, 当 $x < -3$ 时, y 随 x 的增大而减小”成为随机事件.

【分析】 直接利用公式得出二次函数的对称轴, 再利用二次函数的增减性结合随机事件的定义得出答案.

【解答】 解: $y=\frac{1}{2}x^2-(m-1)x+3$

$$x=-\frac{b}{2a}=m-1,$$

$\therefore$ 当 $x < -3$ 时, y 随 x 的增大而减小,

$$\therefore m-1 < -3,$$

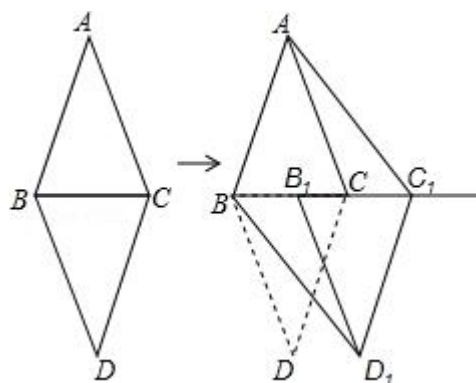
解得: $m < -2$,

$\therefore x < -2$ 的任意实数即可.

故答案为：-4（答案不唯一）.

【点评】此题主要考查了二次函数的性质以及随机事件的概念，得出函数对称轴是解题关键.

12. (2分) (2015•镇江) 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle DBC$ 是两个具有公共边的全等三角形， $AB=AC=3\text{cm}$ ， $BC=2\text{cm}$ ，将 $\triangle DBC$ 沿射线 BC 平移一定的距离得到 $\triangle D_1B_1C_1$ ，连接 AC_1 ， BD_1 。如果四边形 ABD_1C_1 是矩形，那么平移的距离为 7 cm.



【分析】作 $AE \perp BC$ 于 E ，根据等腰三角形的性质和矩形的性质求得

$\angle BAE = \angle AC_1B$ ， $\angle AEB = \angle BAC_1 = 90^\circ$ ，从而证得 $\triangle ABE \sim \triangle C_1BA$ ，根据相似三角形对应边成比例求得 $BC_1=9$ ，即可求得平移的距离即可.

【解答】解：作 $AE \perp BC$ 于 E ，

$$\therefore \angle AEB = \angle AEC_1 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle ABC = 90^\circ$$

$$\because AB=AC, BC=2,$$

$$\therefore BE=CE=\frac{1}{2}BC=1,$$

$$\because \text{四边形 } ABD_1C_1 \text{ 是矩形},$$

$$\therefore \angle BAC_1 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle AC_1B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle AC_1B,$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle C_1BA,$$

$$\therefore \frac{BE}{AB} = \frac{AB}{BC_1}$$

$$\because AB=3, BE=1,$$

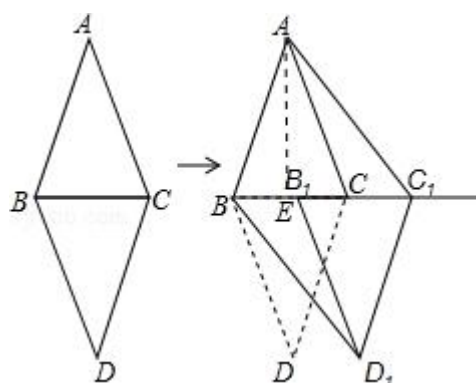
$$\therefore \frac{1}{3} = \frac{3}{BC_1},$$

$$\therefore BC_1=9,$$

$$\therefore CC_1=BC_1 - BC=9 - 2=7;$$

即平移的距离为 7.

故答案为 7.



【点评】 本题考查了等腰三角形的性质，矩形的性质，三角形相似的判定和性质，作出辅助线构建相似三角形是解题的关键.

二、选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共计 15 分）

13. (3 分) (2015•镇江) 230 000 用科学记数法表示应为 ()

A. 0.23×10^5 B. 23×10^4 C. 2.3×10^5 D. 2.3×10^4

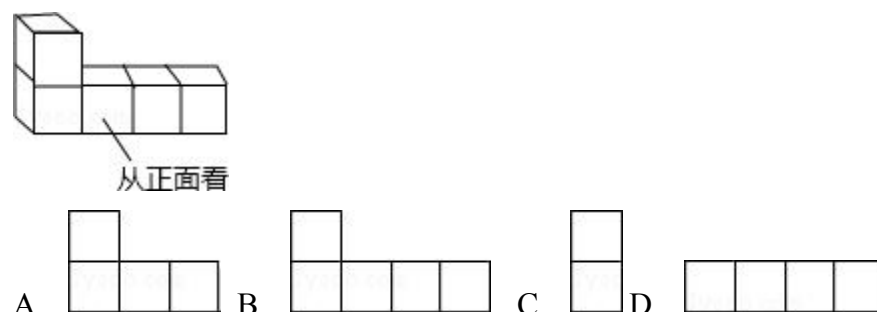
【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】 解：将 230 000 用科学记数法表示为： 2.3×10^5 .

故选：C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

14. (3 分) (2015•镇江) 由五个小正方体搭成的一个几何体如图所示, 它的俯视图是 ()



【分析】俯视图是从上往下看立体图形得到的平面图, 据此选择正确答案.

【解答】解: 俯视图是从上往下看物体的形状, 该图的俯视图是 4 个小正方形排成一排组成.

故选 D.

【点评】本题主要考查了简单组合体的三视图的知识, 解答本题的关键是要掌握俯视图是从上往下看物体的形状, 此基础题.

15. (3 分) (2015•镇江) 计算 $-3(x-2y)+4(x-2y)$ 的结果是 ()

A. $x-2y$ B. $x+2y$ C. $-x-2y$ D. $-x+2y$

【分析】原式去括号合并即可得到结果.

【解答】解: 原式 $= -3x+6y+4x-8y=x-2y$,

故选: A.

【点评】此题考查了整式的加减, 熟练掌握运算是解本题的关键.

16. (3 分) (2015•镇江) 有 4 万个不小于 70 的两位数, 从中随机抽取了 3000 个数据, 统计如下:

数据 x	$70 < x < 79$	$80 < x < 89$	$90 < x < 99$
--------	---------------	---------------	---------------

个数	800	1300	900
平均数	78.1	85	91.9

请根据表格中的信息，估计这 4 万个数据的平均数约为 ()

A. 92.16 B. 85.23 C. 84.73 D. 77.97

【分析】 先计算这 3000 个数的平均数，即样本的平均数，再利用样本的平均数去估计总体平均数，即可解答.

【解答】 解：这 3000 个数的平均数为： $\frac{78.1 \times 800 + 85 \times 1300 + 91.9 \times 900}{3000} = 85.23$,

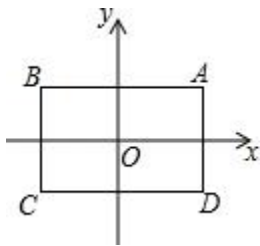
于是用样本的平均数去估计总体平均数，

这这 4 万个数据的平均数约为 85.23，

故选：B.

【点评】 本题考查了用样本估计总体，解决本题的关键是求出样本的平均数.

17. (3 分) (2015•镇江) 如图，坐标原点 O 为矩形 ABCD 的对称中心，顶点 A 的坐标为 (1, t)，AB // x 轴，矩形 A'B'C'D' 与矩形 ABCD 是位似图形，点 O 为位似中心，点 A', B' 分别是点 A, B 的对应点， $\frac{A'B'}{AB} = k$. 已知关于 x, y 的二元一次方程 $\begin{cases} mx+y=3n+1 \\ 3x+y=4 \end{cases}$ (m, n 是实数) 无解，在以 m, n 为坐标 (记为 (m, n) 的所有的点中，若有且只有一个点落在矩形 A'B'C'D' 的边上，则 k•t 的值等于 ()



A. $\frac{3}{4}$ B. 1 C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{3}{2}$

【分析】 首先求出点 A' 的坐标为 (k, kt)，再根据关于 x, y 的二元一次方程

$\begin{cases} mx+y=3n+1 \\ 3x+y=4 \end{cases}$ (m, n 是实数) 无解，可得 $mn=3$ ，且 $n \neq 1$ ；然后根据以 m, n 为

坐标 (记为 (m, n) 的所有的点中，有且只有一个点落在矩形 A'B'C'D' 的边上，

可得反比例函数 $n=\frac{3}{\pi}$ 的图象只经过点 A' 或 C'；最后判断出反比例函数 $n=\frac{3}{\pi}$ 的图象经过 C' 点，则

A' 点的坐标是 (3, 1)，所以 $k \cdot t=1$ ，据此解答即可.

【解答】解：∵ 矩形 A'B'C'D' 与矩形 ABCD 是位似图形， $\frac{A'B'}{AB}=k$ ，顶点 A 的坐标为 (1, t)，

∴ 点 A' 的坐标为 (k, kt)，

∵ 矩形 A'B'C'D' 与矩形 ABCD 是位似图形，点 O 为位似中心，

∴ 矩形 A'B'C'D' 也关于点 O 成中心对称.

∵ 关于 x, y 的二元一次方程 $\begin{cases} mx+y=3n+1 \\ 3x+y=4 \end{cases}$ (m, n 是实数) 无解，

∴ $mn=3$ ，且 $n \neq 1$ ，

即 $n=\frac{3}{m}$ ($m \neq 3$)，

∵ 以 m, n 为坐标 (记为 (m, n) 的所有的点中，有且只有一个点落在矩形 A'B'C'D' 的边上，

∴ 反比例函数 $n=\frac{3}{\pi}$ 的图象只经过点 A' 或 C'，

∵ 矩形 A'B'C'D' 关于点 O 成中心对称，反比例函数 $n=\frac{3}{\pi}$ 的图象关于点 O 成中心对称，

∴ 反比例函数 $n=\frac{3}{\pi}$ 的图象经过 C' 点，

如果反比例函数 $n=\frac{3}{\pi}$ 的图象不经过 C' 点，

则以 m, n 为坐标 (记为 (m, n) 的所有的点中，如果有点落在矩形 A'B'C'D' 的边上，

则至少有两个点落在矩形 A'B'C'D' 的边上，

∴ A' 点的坐标是 (3, 1)，

∴ $k \cdot t=1$.

故选：B.

【点评】 (1) 此题主要考查了位似变换问题，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①两个图形必须是相似形；②对应点的连线都经过同一点；③对应边平行.

(2) 此题还考查了二元一次方程组的求解方法，以及坐标与图形的性质，要熟练掌握.

三、解答题 (本大题共 11 小题，共计 81 分，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

18. (8 分) (2015•镇江) (1) 计算： $\sqrt{16} - (\frac{1}{3} - \pi)^0 - 2\sqrt{3}\sin 60^\circ$

(2) 化简： $(1 + \frac{1}{a-1}) \cdot \frac{a^2 - 1}{2a}$.

【分析】 (1) 先化简二次根式，计算 0 指数幂与特殊角的三角函数，再算加减；

(2) 先算加法通分，再算乘法约分即可.

【解答】 解：(1) 原式 $= 4 - 1 - 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$= 4 - 1 - 3$$

$$= 0;$$

$$(2) \text{ 原式} = \frac{a}{a-1} \cdot \frac{(a+1)(a-1)}{2a} \\ = \frac{a+1}{2}.$$

【点评】 此题考查二次根式的混合运算与分式的化简，掌握运算顺序与计算方法是解决问题的关键.

19. (10 分) (2015•镇江) (1) 解方程： $\frac{3+x}{4-x} = \frac{1}{2}$;

(2) 解不等式组： $\begin{cases} 3x-1 \geq x+1 \\ 2(2x-1) < 5x+1 \end{cases}$.

【分析】 (1) 分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解；

(2) 分别求出不等式组中两不等式的解集，找出两解集的公共部分即可确定出不等式组的解集.

【解答】解：(1) 去分母得： $6+2x=4-x$,

解得： $x=-\frac{2}{3}$,

经检验 $x=-\frac{2}{3}$ 是分式方程的解；

$$(2) \begin{cases} 3x-1 \geq x+1 & ① \\ 2(2x-1) < 5x+1 & ② \end{cases}$$

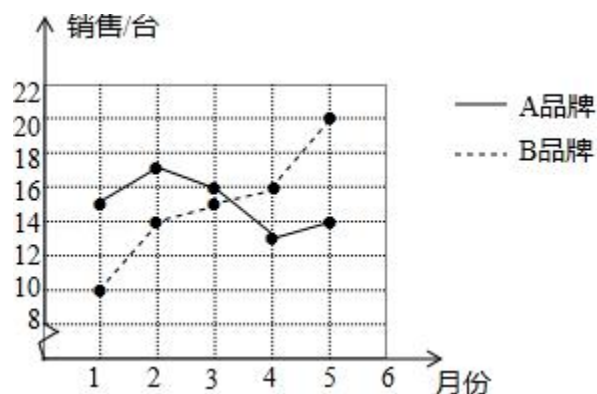
由①得： $x \geq 1$,

由②得： $x > -3$,

则不等式组的解集为 $x \geq 1$.

【点评】此题考查了解分式方程，以及解一元一次不等式组，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. (6分) (2015•镇江) 某商场统计了今年1~5月A, B两种品牌冰箱的销售情况，并将获得的数据绘制成折线统计图



(1) 分别求该商场这段时间内A, B两种品牌冰箱月销售量的中位数和方差;

(2) 根据计算结果, 比较该商场1~5月这两种品牌冰箱月销售量的稳定性.

【分析】(1) 根据折线统计图得出A, B两种品牌冰箱的销售台数, 分别求出中位数与方差即可;

(2) 根据(1)的结果比较即可得到结果.

【解答】解：(1) A品牌冰箱月销售量从小到大的排列为：13, 14, 15, 16, 17,

B 品牌冰箱月销售量从小到大排列为：10，14，15，16，20，

$\therefore$ A 品牌冰箱月销售量的中位数为 15 台，B 品牌冰箱月销售量的中位数为 15 台，

$$\therefore \overline{x_A} = \frac{13+14+15+16+17}{5} = 15 \text{ (台)}; \quad \overline{x_B} = \frac{10+14+15+16+20}{5} = 15 \text{ (台)},$$

则

$$S_A^2 = \frac{(13-15)^2 + (14-15)^2 + (15-15)^2 + (16-15)^2 + (17-15)^2}{5} = 2,$$

$$S_B^2 = \frac{(10-15)^2 + (14-15)^2 + (15-15)^2 + (16-15)^2 + (20-15)^2}{5} = 10.$$

4;

$$(2) \because S_A^2 < S_B^2,$$

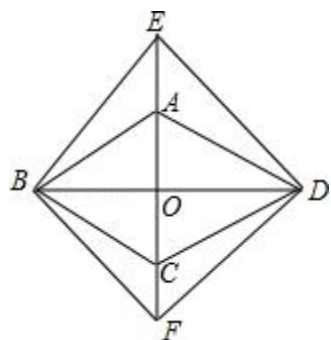
$\therefore$ A 品牌冰箱的月销售量稳定.

【点评】 此题考查了折线统计图，中位数，以及方差，熟练掌握各自的求法是解本题的关键.

21. (6 分) (2015•镇江) 如图，菱形 ABCD 的对角线 AC，BD 相交于点 O，分别延长 OA，OC 到点 E，F，使 AE=CF，依次连接 B，F，D，E 各点.

(1) 求证： $\triangle BAE \cong \triangle BCF$;

(2) 若 $\angle ABC = 50^\circ$ ，则当 $\angle EBA = \underline{20}$ 时，四边形 BFDE 是正方形.



【分析】 (1) 由题意易证 $\angle BAE = \angle BCF$ ，又因为 $BA = BC$ ， $AE = CF$ ，于是可证 $\triangle BAE \cong \triangle BCF$;

(2) 由已知可得四边形 BFDE 对角线互相垂直平分, 只要 $\angle EBF=90^\circ$ 即得四边形 BFDE 是正方形, 由 $\triangle BAE \cong \triangle BCF$ 可知 $\angle EBA = \angle FBC$, 又由 $\angle ABC=50^\circ$, 可得 $\angle EBA + \angle FBC = 40^\circ$, 于是 $\angle EBA = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$.

【解答】 (1) 证明: $\because$ 菱形 ABCD 的对角线 AC, BD 相交于点 O,

$$\therefore AB=BC, \quad \angle BAC=\angle BCA,$$

$$\therefore \angle BAE=\angle BCF,$$

在 $\triangle BAE$ 与 $\triangle BCF$ 中,

$$\begin{cases} BA=BC \\ \angle BAE=\angle BCF \\ AE=CF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BAE \cong \triangle BCF \quad (\text{SAS});$$

(2) $\because$ 四边形 BFDE 对角线互相垂直平分,

$\therefore$ 只要 $\angle EBF=90^\circ$ 即得四边形 BFDE 是正方形,

$$\because \triangle BAE \cong \triangle BCF,$$

$$\therefore \angle EBA=\angle FBC,$$

又 $\because \angle ABC=50^\circ$,

$$\therefore \angle EBA + \angle FBC = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle EBA = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ.$$

故答案为: 20.

【点评】 本题考查了菱形的性质, 全等三角形的判定与性质以及正方形的判定. 本题关键是根据 SAS 证明 $\triangle BAE \cong \triangle BCF$.

22. (7 分) (2015•镇江) 活动 1:

在一只不透明的口袋中装有标号为 1, 2, 3 的 3 个小球, 这些球除标号外都相同, 充分搅匀, 甲、乙、丙三位同学丙 $\rightarrow$ 甲 $\rightarrow$ 乙的顺序依次从袋中各摸出一个球 (不

放回), 摸到 1 号球胜出, 计算甲胜出的概率. (注: 丙→甲→乙表示丙第一个摸球, 甲第二个摸球, 乙最后一个摸球)

活动 2:

在一只不透明的口袋中装有标号为 1, 2, 3, 4 的 4 个小球, 这些球除标号外都相同, 充分搅匀, 请你对甲、乙、丙三名同学规定一个摸球顺序: 丙→甲→乙, 他们按这个顺序从袋中各摸出一个球 (不放回), 摸到 1 号球胜出, 则第一个摸球的同学胜出的概率等于 $\frac{1}{4}$, 最后一个摸球的同学胜出的概率等于 $\frac{1}{4}$.

猜想:

在一只不透明的口袋中装有标号为 1, 2, 3, ..., n (n 为正整数) 的 n 个小球, 这些球除标号外都相同, 充分搅匀, 甲、乙、丙三名同学从袋中各摸出一个球 (不放回), 摸到 1 号球胜出, 猜想: 这三名同学每人胜出的概率之间的大小关系. 你还能得到什么活动经验? (写出一个即可)

【分析】 (1) 应用树状图法, 判断出甲胜出的概率是多少即可.

(2) 首先对甲、乙、丙三名同学规定一个摸球顺序: 丙→甲→乙, 然后应用树状图法, 判断出第一个摸球的丙同学和最后一个摸球的乙同学胜出的概率各等于多少即可.

(3) 首先根据 (1) (2), 猜想这三名同学每人胜出的概率之间的大小关系为: $P(\text{甲胜出}) = P(\text{乙胜出}) = P(\text{丙胜出})$; 然后总结出得到的活动经验为: 抽签是公平的, 与顺序无关.

【解答】 解: (1) 如图 1,

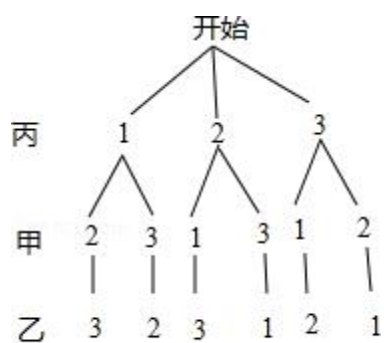
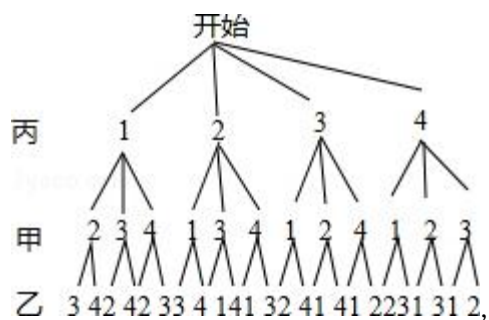


图1

甲胜出的概率为：

$$P(\text{甲胜出}) = \frac{1}{3}.$$

(2) 如图 2,



对甲、乙、丙三名同学规定一个摸球顺序：丙→甲→乙，

则第一个摸球的丙同学胜出的概率为：

$$P(\text{丙胜出}) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4},$$

则最后一个摸球的乙同学胜出的概率为：

$$P(\text{乙胜出}) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}.$$

(3) 这三名同学每人胜出的概率之间的大小关系为：

$$P(\text{甲胜出}) = P(\text{乙胜出}) = P(\text{丙胜出}).$$

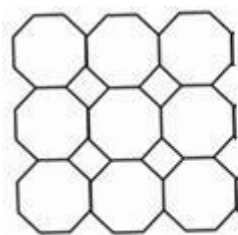
得到的活动经验为：抽签是公平的，与顺序无关。（答案不唯一）

故答案为：丙、甲、乙、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{4}$ 。

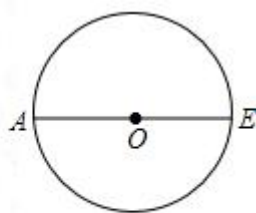
【点评】此题主要考查了列表法与树状图法，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：(1) 列举法（树形图法）求概率的关键在于列举出所有可能的结果，列表

法是一种，但当一个事件涉及三个或更多元素时，为不重不漏地列出所有可能的结果，通常采用树形图. (2) 树形图列举法一般是选择一个元素再和其他元素分别组合，依次列出，象树的枝丫形式，最末端的枝丫个数就是总的可能的结果 n . (3) 当有两个元素时，可用树形图列举，也可以列表列举.

23. (6 分) (2015•镇江) 图①是我们常见的地砖上的图案，其中包含了一种特殊的平面图形 – 正八边形.



图①



图②

(1) 如图②，AE 是 $\odot O$ 的直径，用直尺和圆规作 $\odot O$ 的内接正八边形 ABCDEFGH (不写作法，保留作图痕迹)；

(2) 在 (1) 的前提下，连接 OD，已知 $OA=5$ ，若扇形 OAD ($\angle AOD < 180^\circ$) 是一个圆锥的侧面，则这个圆锥底面圆的半径等于 $\frac{15}{8}$.

【分析】 (1) 作 AE 的垂直平分线交 $\odot O$ 于 C, G，作 $\angle AOG$, $\angle EOG$ 的角平分线，分别交 $\odot O$ 于 H, F，反向延长 FO, HO，分别交 $\odot O$ 于 D, B 顺次连接 A, B, C, D, E, F, G, H，八边形 ABCDEFGH 即为所求；

(2) 由八边形 ABCDEFGH 是正八边形，求得 $\angle AOD = \frac{360}{8} \times 3 = 135^\circ$ 得到 $\widehat{AD}$ 的长 $= \frac{135\pi \times 5}{180} = \frac{15}{4}\pi$ ，设这个圆锥底面圆的半径为 R，根据圆的周长的公式即可求得结论.

【解答】 (1) 如图所示，八边形 ABCDEFGH 即为所求，

(2) $\because$ 八边形 ABCDEFGH 是正八边形，

$$\therefore \angle AOD = \frac{360}{8} \times 3 = 135^\circ,$$

$$\because OA=5,$$

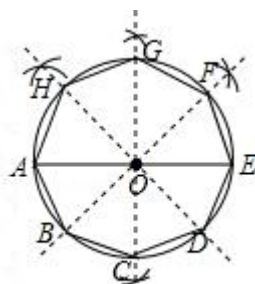
$$\therefore \widehat{AD} \text{ 的长} = \frac{135\pi \times 5}{180} = \frac{15}{4}\pi,$$

设这个圆锥底面圆的半径为 R ,

$$\therefore 2\pi R = \frac{15}{4}\pi,$$

$$\therefore R = \frac{15}{8}, \text{ 即这个圆锥底面圆的半径为 } \frac{15}{8}.$$

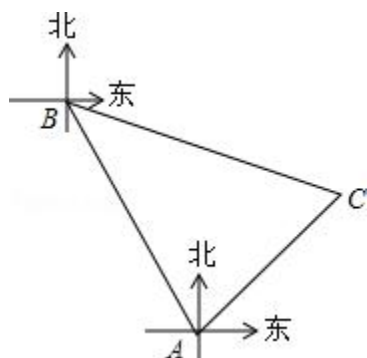
故答案为: $\frac{15}{8}$.



图②

【点评】 本题考查了尺规作图，圆内接八边形的性质，弧长的计算，圆的周长公式的应用，会求八边形的内角的度数是解题的关键.

24. (6分) (2015•镇江) 某海域有 A, B 两个港口, B 港口在 A 港口北偏西 30° 方向上, 距 A 港口 60 海里, 有一艘船从 A 港口出发, 沿东北方向行驶一段距离后, 到达位于 B 港口南偏东 75° 方向的 C 处, 求该船与 B 港口之间的距离即 CB 的长 (结果保留根号).



【分析】 作 $AD \perp BC$ 于 D, 根据题意求出 $\angle ABD=45^\circ$, 得到 $AD=BD=30\sqrt{2}$, 求出 $\angle C=60^\circ$, 根据正切的概念求出 CD 的长, 得到答案.

【解答】解：作 $AD \perp BC$ 于 D ,

$\because \angle EAB=30^\circ$, $AE \parallel BF$,

$\therefore \angle FBA=30^\circ$, 又 $\angle FBC=75^\circ$,

$\therefore \angle ABD=45^\circ$, 又 $AB=60$,

$\therefore AD=BD=30\sqrt{2}$,

$\because \angle BAC=\angle BAE+\angle CAE=75^\circ$, $\angle ABC=45^\circ$,

$\therefore \angle C=60^\circ$,

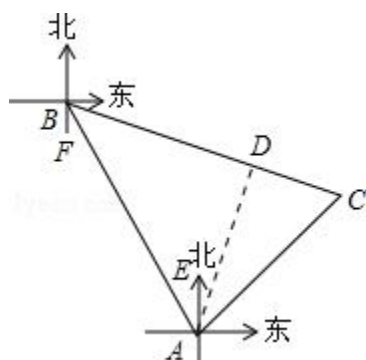
在 $Rt\triangle ACD$ 中, $\angle C=60^\circ$, $AD=30\sqrt{2}$,

则 $\tan C=\frac{AD}{CD}$,

$\therefore CD=\frac{30\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=10\sqrt{6}$,

$\therefore BC=30\sqrt{2}+10\sqrt{6}$.

故该船与 B 港口之间的距离 CB 的长为 $30\sqrt{2}+10\sqrt{6}$ 海里.



【点评】 本题考查的是解直角三角形的知识的应用, 掌握锐角三角函数的概念、选择正确的三角函数是解题的关键.

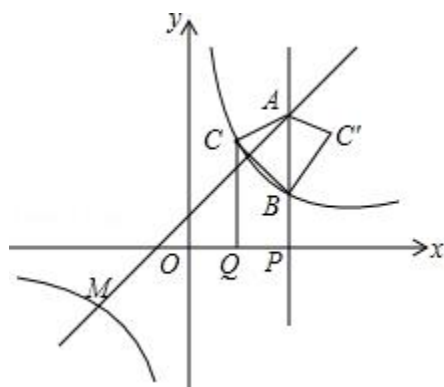
25. (6分) (2015•镇江) 如图, 点 $M(-3, m)$ 是一次函数 $y=x+1$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象的一个交点.

(1) 求反比例函数表达式;

(2) 点 P 是 x 轴正半轴上的一个动点，设 $OP=a$ ($a \neq 2$)，过点 P 作垂直于 x 轴的直线，分别交一次函数，反比例函数的图象于点 A, B，过 OP 的中点 Q 作 x 轴的垂线，交反比例函数的图象于点 C， $\triangle ABC'$ 与 $\triangle ABC$ 关于直线 AB 对称。

①当 $a=4$ 时，求 $\triangle ABC'$ 的面积；

②当 a 的值为 3 时， $\triangle AMC$ 与 $\triangle AMC'$ 的面积相等。



【分析】 (1) 由一次函数解析式可得点 M 的坐标为 $(-3, -2)$ ，然后把点 M 的坐标代入反比例函数解析式，求得 k 的值，可得反比例函数表达式；

(2) ①连接 CC' 交 AB 于点 D. 由轴对称的性质，可知 AB 垂直平分 CC' ，当 $a=4$ 时，利用函数解析式可分别求出点 A、B、C、D 的坐标，于是可得 AB 和 CD 的长度，即可求得 $\triangle ABC$ 的面积；

②由题意得点 C 的坐标为 $(\frac{a}{2}, \frac{12}{a})$ ，则 $C'(-\frac{3a}{2}, \frac{12}{a})$ ，根据 $\triangle AMC$ 与 $\triangle AMC'$ 的面积相等得出 C 和 C' 到直线 MA 的距离相等，得出 C、A、 C' 三点共线，进而求解。

【解答】 解：(1) 把 M $(-3, m)$ 代入 $y=x+1$ ，则 $m=-2$ 。

将 $(-3, -2)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$ ，得 $k=6$ ，则反比例函数解析式是： $y=\frac{6}{x}$ ；

(2) ①连接 CC' 交 AB 于点 D. 则 AB 垂直平分 CC' 。

当 $a=4$ 时，A $(4, 5)$ ，B $(4, 1.5)$ ，则 $AB=3.5$ 。

$\because$ 点 Q 为 OP 的中点，

$$\therefore Q(2, 0),$$

$$\therefore C(2, 3), \text{ 则 } D(4, 3),$$

$$\therefore CD=2,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot CD = \frac{1}{2} \times 3.5 \times 2 = 3.5, \text{ 则 } S_{\triangle ABC'} = 3.5;$$

② $\because \triangle AMC$ 与 $\triangle AMC'$ 的面积相等,

$\therefore C$ 和 C' 到直线 MA 的距离相等,

$\therefore C, A, C'$ 三点共线,

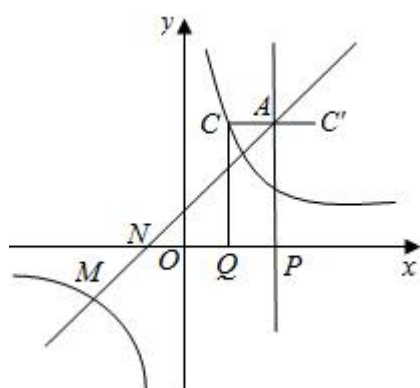
$$\therefore AP = CQ = \frac{12}{a},$$

又 $\because AP = PN,$

$$\therefore \frac{12}{a} = a + 1, \text{ 解得 } a = 3 \text{ 或 } a = -4 \text{ (舍去)},$$

$\therefore$ 当 a 的值为 3 时, $\triangle AMC$ 与 $\triangle AMC'$ 的面积相等.

故答案是: 3.



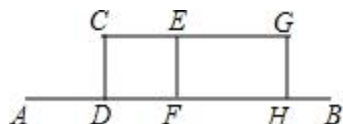
【点评】 本题综合考查了待定系数法求函数解析式, 函数图象上点的坐标特征以及轴对称的性质. 难度较大, 解题时需要注意数形结合.

26. (7 分) (2015•镇江) 某兴趣小组开展课外活动. 如图, A, B 两地相距 12 米, 小明从点 A 出发沿 AB 方向匀速前进, 2 秒后到达点 D , 此时他 (CD) 在某一灯光下的影长为 AD , 继续按原速行走 2 秒到达点 F , 此时他在同一灯光下的影子仍落在其身后, 并测得这个影长为 1.2 米, 然后他将速度提高到原来的 1.5

倍，再行走 2 秒到达点 H，此时他（GH）在同一灯光下的影长为 BH（点 C，E，G 在一条直线上）。

(1) 请在图中画出光源 O 点的位置，并画出他位于点 F 时在这个灯光下的影长 FM（不写画法）；

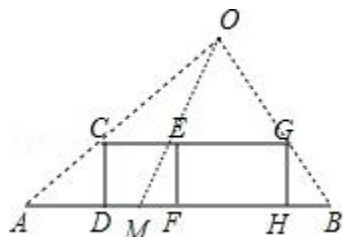
(2) 求小明原来的速度。



【分析】(1) 利用中心投影的定义画图；

(2) 设小明原来的速度为 x m/s，则 $CE=2xm$ ， $AM=AF-MF=(4x-1.2)$ m， $EG=2\times 1.5x=3xm$ ， $BM=AB-AM=12-(4x-1.2)=13.2-4x$ ，根据相似三角形的判定方法得到 $\triangle OCE \sim \triangle OAM$ ， $\triangle OEG \sim \triangle OMB$ ，则 $\frac{CE}{AM} = \frac{OE}{OM}$ ， $\frac{EG}{BM} = \frac{OE}{OM}$ ，所以 $\frac{CE}{AM} = \frac{EG}{BM}$ ，即 $\frac{2x}{4x-1.2} = \frac{3x}{13.2-4x}$ ，然后解方程解决。

【解答】解：(1) 如图，



(2) 设小明原来的速度为 x m/s，则 $CE=2xm$ ， $AM=AF-MF=(4x-1.2)$ m， $EG=2\times 1.5x=3xm$ ， $BM=AB-AM=12-(4x-1.2)=13.2-4x$ ，

$\because$ 点 C，E，G 在一条直线上， $CG \parallel AB$ ，

$\therefore \triangle OCE \sim \triangle OAM$ ， $\triangle OEG \sim \triangle OMB$ ，

$$\therefore \frac{CE}{AM} = \frac{OE}{OM}, \quad \frac{EG}{BM} = \frac{OE}{OM},$$

$$\therefore \frac{CE}{AM} = \frac{EG}{BM}, \quad \text{即} \quad \frac{2x}{4x-1.2} = \frac{3x}{13.2-4x}, \quad \text{解得 } x=1.5,$$

经检验 $x=1.5$ 为方程的解，

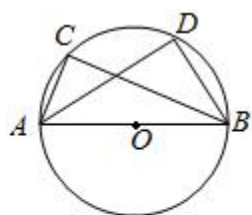
$\therefore$ 小明原来的速度为 1.5m/s.

答：小明原来的速度为 1.5m/s.

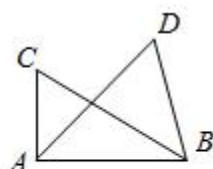
【点评】 本题考查了相似三角形的应用：从实际问题中抽象出几何图形，然后利用相似比计算相应线段的长．也考查了中心投影．

27. (9 分) (2015•镇江) 【发现】

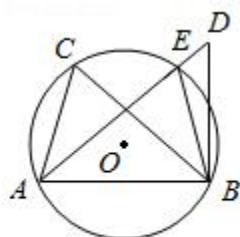
如图 $\angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$ ，那么点 D 在经过 A, B, C 三点的圆上 (如图①)



图①



图②



图③

如图3，过 A, B, C 三点作圆，圆心为 O ，假设点 D 在圆 O 外，设 AD 交圆 O 于点 E ，连接 BE ，则 $\angle AEB = \angle ACB$ ，又由角 AEB 是三角形 BDE 的一个外角，得 $\angle AEB = \angle ADB$ ，因此 $\angle ACB > \angle ADB$ ，就与条件 $\angle ACB = \angle ADB$ 矛盾，所以点 D 不在圆 O 外。



【思考】

如图②，如果 $\angle ACB = \angle ADB = a$ ($a \neq 90^\circ$) (点 C, D 在 AB 的同侧)，那么点 D 还在经过 A, B, C 三点的圆上吗？

请证明点 D 也不在 $\odot O$ 内。

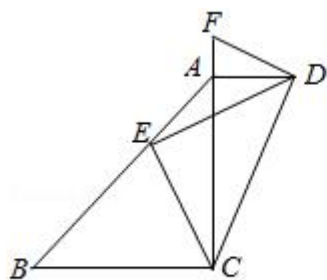
【应用】

利用【发现】和【思考】中的结论解决问题：

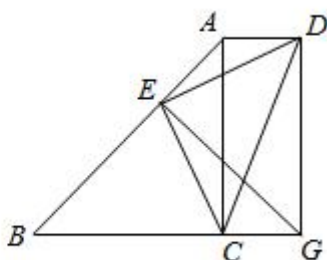
若四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle CAD = 90^\circ$ ，点 E 在边 AB 上， $CE \perp DE$ 。

(1) 作 $\angle ADF = \angle AED$ ，交 CA 的延长线于点 F (如图④)，求证： DF 为 $Rt\triangle ACD$ 的外接圆的切线；

(2) 如图⑤，点 G 在 BC 的延长线上， $\angle BGE = \angle BAC$ ，已知 $\sin \angle AED = \frac{2}{5}$ ， $AD = 1$ ，求 DG 的长。



图④



图⑤

【分析】【思考】假设点 D 在 $\odot O$ 内，利用圆周角定理及三角形外角的性质，可证得与条件相矛盾的结论，从而证得点 D 不在 $\odot O$ 内；

【应用】(1) 作出 $RT\triangle ACD$ 的外接圆，由发现可得点 E 在 $\odot O$ 上，则证得 $\angle ACD = \angle FDA$ ，又因为 $\angle ACD + \angle ADC = 90^\circ$ ，于是有 $\angle FDA + \angle ADC = 90^\circ$ ，即可证得 DF 是圆的切线；

(2) 根据【发现】和【思考】可得点 G 在过 C 、 A 、 E 三点的圆 O 上，进而易证四边形 $ACGD$ 是矩形，根据已知条件解直角三角形 ACD 可得 AC 的长，即 DG 的长。

【解答】解：【思考】如图 1，假设点 D 在 $\odot O$ 内，延长 AD 交 $\odot O$ 于点 E ，连接 BE ，则 $\angle AEB = \angle ACB$ ，

$\because \angle ADB$ 是 $\triangle BDE$ 的外角，

$\therefore \angle ADB > \angle AEB$ ，

$\therefore \angle ADB > \angle ACB$ ，

因此， $\angle ADB > \angle ACB$ 这与条件 $\angle ACB = \angle ADB$ 矛盾，

所以点 D 也不在 $\odot O$ 内，

所以点 D 即不在 $\odot O$ 内，也不在 $\odot O$ 外，点 D 在 $\odot O$ 上；

【应用】

(1) 如图 2，取 CD 的中点 O ，则点 O 是 $RT\triangle ACD$ 的外心，

$$\because \angle CAD = \angle DEC = 90^\circ,$$

$\therefore$ 点 E 在 $\odot O$ 上,

$$\therefore \angle ACD = \angle AED,$$

$$\because \angle FDA = \angle AED,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle FDA,$$

$$\because \angle DAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD + \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FDA + \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore OD \perp DF,$$

$\therefore DF$ 为 $Rt\triangle ACD$ 的外接圆的切线;

$$(2) \because \angle BGE = \angle BAC,$$

$\therefore$ 点 G 在过 C、A、E 三点的圆上, 如图 3,

又 $\because$ 过 C、A、E 三点的圆是 $RT\triangle ACD$ 的外接圆, 即 $\odot O$,

$\therefore$ 点 G 在 $\odot O$ 上,

$\because CD$ 是直径,

$$\therefore \angle DGC = 90^\circ,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADG = 90^\circ$$

$$\because \angle DAC = 90^\circ$$

$\therefore$ 四边形 ACGD 是矩形,

$$\therefore DG = AC,$$

$$\because \sin \angle AED = \frac{2}{5}, \quad \angle ACD = \angle AED,$$

$$\therefore \sin \angle ACD = \frac{2}{5},$$

在 $\text{RT}\triangle ACD$ 中, $AD=1$,

$$\therefore CD = \frac{5}{2},$$

$$\therefore AC = \sqrt{CD^2 - AD^2} = \frac{\sqrt{21}}{2},$$

$$\therefore DG = \frac{\sqrt{21}}{2}.$$

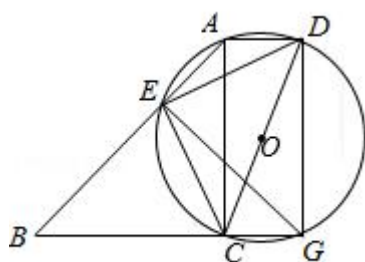


图3

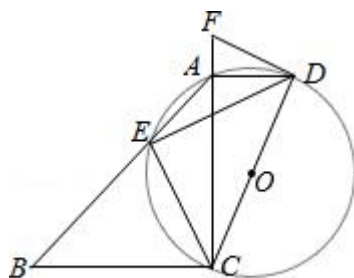


图2

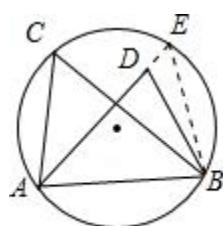


图1

【点评】 本题综合考查了圆周角定理、反证法、三角形外角的性质、点和圆的位置关系、切线的判定、矩形的判定和性质以及解直角三角形等知识，熟练掌握性质定理是解题的关键.

28. (10 分) (2015•镇江) 如图, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象经过点 $(0, 3)$, 且当 $x=1$ 时, y 有最小值 2.

(1) 求 a , b , c 的值;

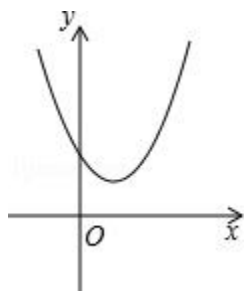
(2) 设二次函数 $y=k(2x+2) - (ax^2+bx+c)$ (k 为实数), 它的图象的顶点为 D .

①当 $k=1$ 时, 求二次函数 $y=k(2x+2) - (ax^2+bx+c)$ 的图象与 x 轴的交点坐标;

②请在二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 与 $y=k(2x+2) - (ax^2+bx+c)$ 的图象上各找出一个点 M, N , 不论 k 取何值, 这两个点始终关于 x 轴对称, 直接写出点 M, N 的坐标 (点 M 在点 N 的上方);

③过点 M 的一次函数 $y=-\frac{3}{4}x+t$ 的图象与二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象交于另一点 P , 当 k 为何值时, 点 D 在 $\angle NMP$ 的平分线上?

④当 k 取 $-2, -1, 0, 1, 2$ 时, 通过计算, 得到对应的抛物线 $y=k(2x+2) - (ax^2+bx+c)$ 的顶点分别为 $(-1, -6), (0, -5), (1, -2), (2, 3), (3, 10)$, 请问: 顶点的横、纵坐标是变量吗? 纵坐标是如何随横坐标的变化而变化的?



【分析】 (1) 利用顶点式的解析式求解即可;

(2) ①当 $k=1$ 时, $y=-x^2+4x-1$, 令 $y=0$, $-x^2+4x-1=0$, 解得 x 的值, 即可得出图象与 x 轴的交点坐标;

② $y=k(2x+2) - (ax^2+bx+c)$ 当经 $x=-1$ 时, $y=ax^2+bx+c$ 与 $y=k(2x+2) - (ax^2+bx+c)$ 的图象上点 M, N , 不论 k 取何值, 这两个点始终关于 x 轴对称, 可得 $M(-1, 6), N(-1, -6)$;

③由 $y=-\frac{3}{4}x+t$, 经过 $(-1, 6)$, 可得 t 的值, 由 $ME \perp x$ 轴, 可得 E 点的横坐标为 -1 , 可得出 AE, ME, MA 的值. 设 MD 交 AE 于点 B , 作 $BC \perp AM$ 于点 C , 设 $BC=x$, 则 $AB=8-x$, 显然 $\triangle ABC \sim \triangle AMN$, 可求出 x 的值, 即可得出 MD 的函数表达式为 $y=-2x+4$. 再把点 D 代入, 即可求出 k 的值;

④观察可得出当顶点的横坐标大于 -1 时，纵坐标随横坐标的增大而增大，当顶点的横坐标小于 -1 时，纵坐标随横坐标的增大而减小.

【解答】解：(1) 设 $y=a(x-1)^2+2$ ，将 $(0, 3)$ 代入，得 $a=1$ ，

$$\therefore y=(x-1)^2+2, \text{ 即 } y=x^2-2x+3,$$

$$\therefore a=1, b=-2, c=3;$$

(2) ①当 $k=1$ 时， $y=-x^2+4x-1$ ，令 $y=0$ ， $-x^2+4x-1=0$ ，解得 $x=2\pm\sqrt{3}$ ，即图象与 x 轴的交点坐标 $(2+\sqrt{3}, 0)$ ， $(2-\sqrt{3}, 0)$ ；

② $y=k(2x+2)-(ax^2+bx+c)$ 当经 $x=-1$ 时， $y=ax^2+bx+c$ 与 $y=k(2x+2)-(ax^2+bx+c)$ 的图象上点 M ， N ，不论 k 取何值，这两个点始终关于 x 轴对称，

$$\therefore M(-1, 6), N(-1, -6),$$

$$\textcircled{3} y=-\frac{3}{4}x+t, \text{ 经过 } (-1, 6), \text{ 得 } t=\frac{21}{4},$$

$$\therefore y=-\frac{3}{4}x+\frac{21}{4}, \text{ 则 } A(7, 0),$$

$$\because ME \perp x \text{ 轴},$$

$$\therefore E \text{ 点的横坐标为 } -1,$$

$$\therefore AE=8,$$

$$\because ME=6,$$

$$\therefore MA=10.$$

如图 1，设 MD 交 AE 于点 B ，作 $BC \perp AM$ 于点 C ，

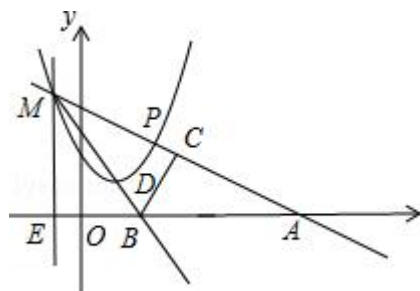


图1

$$\because MD \text{ 平分 } \angle NMP, ME \perp x \text{ 轴},$$

∴BC=BE, 设 BC=x, 则 AB=8-x, 显然△ABC∽△AME,

∴ $\frac{x}{8-x}=\frac{3}{5}$, 则 x=3. 得点 B (2, 0),

∴MD 的函数表达式为 y=-2x+4.

∵y=ax²+bx+c 与 y=k (2x+2) - (ax²+bx+c) = -[x - (k+1)]² + (k+1)²+2k-3.

把 D (k+1, k²+2k+1+2k-3), 代入 y=-2x+4. 得 k=-3±√13,

由 y=k (2x+2) - (ax²+bx+c) 有意义可得 k=-3+√13,

④是.

当顶点的横坐标大于-1时, 纵坐标随横坐标的增大而增大,

当顶点的横坐标小于-1时, 纵坐标随横坐标的增大而减小.

【点评】 本题主要考查了二次函数, 涉及二次函数的解析式的求法, 一次函数的知识及相似三角形, 解题的关键是把二次函数图象与其它函数图象相结合解决问题.

参与本试卷答题和审题的老师有: ZJX; 星期八; HLing; 玲; 1987483819; sd2011;
sjzx; dbz1018; 守拙; sks; HJJ; wkd; 733599; sdwdmahongye; 放飞梦想; 73zzx;
王学峰; 1286697702; gsls (排名不分先后)

菁优网

2016 年 6 月 12 日