

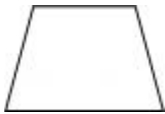
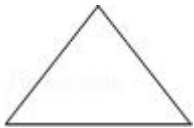
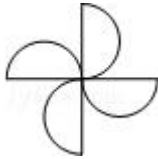
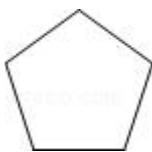
2015 年江苏省盐城市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

1. (3 分) (2015•盐城) $\frac{1}{2}$ 的倒数为 ()

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

2. (3 分) (2015•盐城) 如图四个图形中，是中心对称图形的为 ()

- A.  B.  C.  D. 

3. (3 分) (2015•盐城) 下列运算正确的是 ()

- A. $a^3 \cdot b^3 = (ab)^3$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $a^6 \div a^3 = a^2$ D. $(a^2)^3 = a^5$

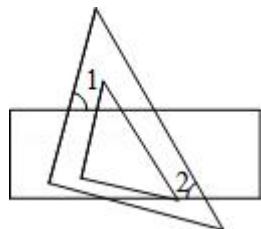
4. (3 分) (2015•盐城) 在如图四个几何体中，主视图与俯视图都是圆的为 ()

- A.  B.  C.  D. 

5. (3 分) (2015•盐城) 下列事件中，是必然事件的为 ()

- A. 3 天内会下雨
B. 打开电视机，正在播放广告
C. 367 人中至少有 2 人公历生日相同
D. 某妇产医院里，下一个出生的婴儿是女孩

6. (3 分) (2015•盐城) 将一块等腰直角三角板与一把直尺如图放置，若 $\angle 1 = 60^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()

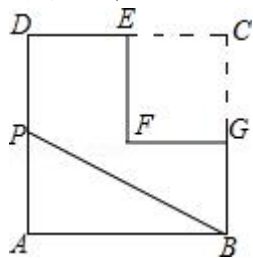


- A. 85° B. 75° C. 60° D. 45°

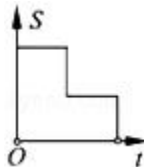
7. (3 分) (2015•盐城) 若一个等腰三角形的两边长分别是 2 和 5，则它的周长为 ()

- A. 12 B. 9 C. 12 或 9 D. 9 或 7

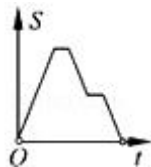
8. (3分) (2015•盐城) 如图, 在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中剪去一个边长为 1 的小正方形 $CEFG$, 动点 P 从点 A 出发, 沿 $A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow B$ 的路线绕多边形的边匀速运动到点 B 时停止 (不含点 A 和点 B), 则 $\triangle ABP$ 的面积 S 随着时间 t 变化的函数图象大致是 ()



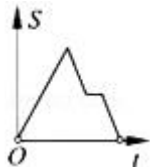
A.



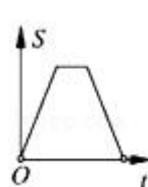
B.



C.



D.



二、填空题 (本大题共有 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分.)

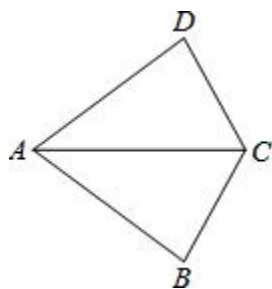
9. (3分) (2015•盐城) 若二次根式 $\sqrt{x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

10. (3分) (2015•盐城) 因式分解: $a^2 - 2a =$ _____.

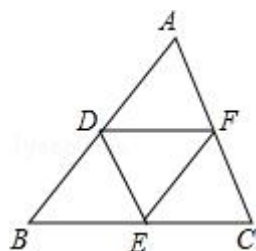
11. (3分) (2015•盐城) 火星与地球的距离约为 56 000 000 千米, 这个数据用科学记数法表示为_____千米.

12. (3分) (2015•盐城) 一组数据 8, 7, 8, 6, 6, 8 的众数是_____.

13. (3分) (2015•盐城) 如图, 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADC$ 中, 已知 $AD=AB$, 在不添加任何辅助线的前提下, 要使 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$, 只需再添加的一个条件可以是_____.

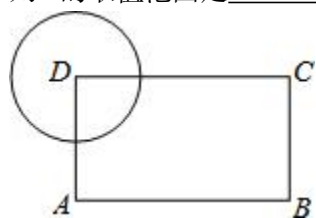


14. (3分) (2015•盐城) 如图, 点 D 、 E 、 F 分别是 $\triangle ABC$ 各边的中点, 连接 DE 、 EF 、 DF . 若 $\triangle ABC$ 的周长为 10, 则 $\triangle DEF$ 的周长为_____.

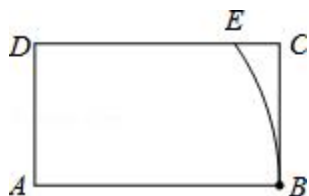


15. (3分) (2015•盐城) 若 $2m - n^2 = 4$, 则代数式 $10 + 4m - 2n^2$ 的值为_____.

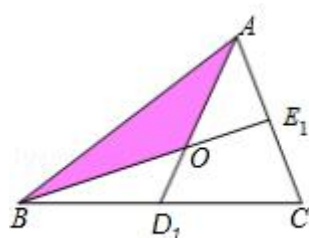
16. (3分) (2015•盐城) 如图, 在矩形 ABCD 中, $AB=4$, $AD=3$, 以顶点 D 为圆心作半径为 r 的圆, 若要求另外三个顶点 A、B、C 中至少有一个点在圆内, 且至少有一个点在圆外, 则 r 的取值范围是_____.



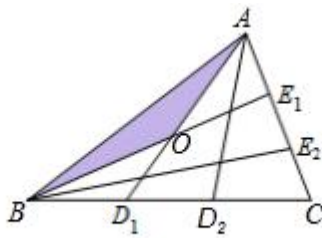
17. (3分) (2015•盐城) 如图, 在矩形 ABCD 中, $AB=4$, $AD=2$, 以点 A 为圆心, AB 长为半径画圆弧交边 DC 于点 E, 则 $\widehat{BE}$ 的长度为_____.



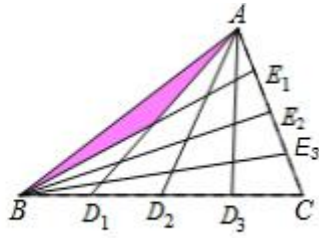
18. (3分) (2015•盐城) 设 $\triangle ABC$ 的面积为 1, 如图①, 将边 BC、AC 分别 2 等分, BE_1 、 AD_1 相交于点 O, $\triangle AOB$ 的面积记为 S_1 ; 如图②将边 BC、AC 分别 3 等分, BE_1 、 AD_1 相交于点 O, $\triangle AOB$ 的面积记为 S_2 ; ..., 依此类推, 则 S_n 可表示为_____. (用含 n 的代数式表示, 其中 n 为正整数)



图①



图②



图③

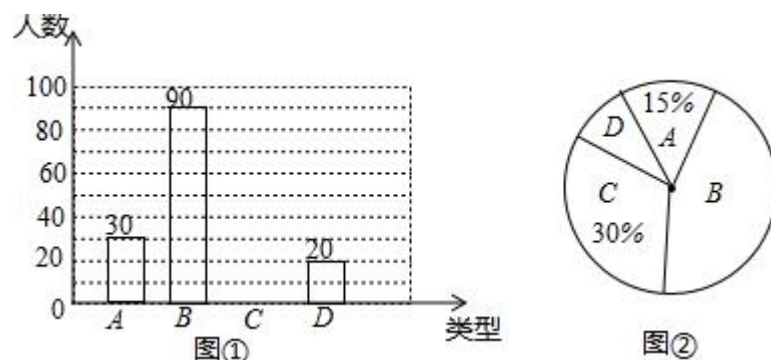
三、解答题 (本大题共有 10 小题, 共 96 分. 解答时应写出文字说明、推理过程或演算步骤)

19. (8分) (2015•盐城) (1) 计算: $|-1| - (\sqrt{3})^0 + 2\cos 60^\circ$

(2) 解不等式: $3(x - \frac{2}{3}) < x + 4$.

20. (8分) (2015•盐城) 先化简, 再求值: $(1 + \frac{1}{a^2 - 1}) \div \frac{a}{3(a+1)}$, 其中 $a=4$.

21. (8分) (2015•盐城) 2015 年是中国人民抗日战争暨世界反法西斯战争胜利 70 周年, 9 月 3 日全国各地将举行有关纪念活动. 为了解初中学生对二战历史的知晓情况, 某初中课外兴趣小组在本校学生中开展了专题调查活动, 随机抽取了部分学生进行问卷调查, 根据学生的答题情况, 将结果分为 A、B、C、D 四类, 其中 A 类表示“非常了解”, B 类表示“比较了解”, C 类表示“基本了解”; D 类表示“不太了解”, 调查的数据经整理后形成尚未完成的条形统计图 (如图①) 和扇形统计图 (如图②):



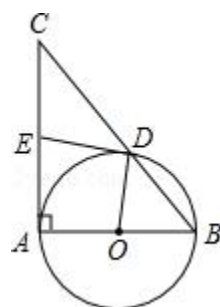
- (1) 在这次抽样调查中, 一共抽查了_____名学生;
- (2) 请把图①中的条形统计图补充完整;
- (3) 图②的扇形统计图中 D 类部分所对应扇形的圆心角的度数为_____°;
- (4) 如果这所学校共有初中学生 1500 名, 请你估算该校初中学生中对二战历史“非常了解”和“比较了解”的学生共有多少名?

22. (8分) (2015•盐城) 有甲、乙两个不透明的布袋, 甲袋中有两个完全相同的小球, 分别标有数字 1 和 -2; 乙袋中有三个完全相同的小球, 分别标有数字 -1、0 和 2. 小丽先从甲袋中随机取出一个小球, 记录下小球上的数字为 x ; 再从乙袋中随机取出一个小球, 记录下小球上的数字为 y , 设点 P 的坐标为 (x, y) .

- (1) 请用表格或树状图列出点 P 所有可能的坐标;
- (2) 求点 P 在一次函数 $y=x+1$ 图象上的概率.

23. (10分) (2015•盐城) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle CAB=90^\circ$, $\angle CBA=50^\circ$, 以 AB 为直径作 $\odot O$ 交 BC 于点 D, 点 E 在边 AC 上, 且满足 $ED=EA$.

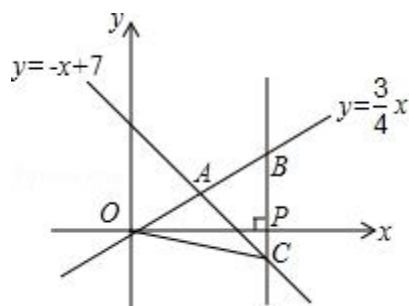
- (1) 求 $\angle DOA$ 的度数;
- (2) 求证: 直线 ED 与 $\odot O$ 相切.



24. (10 分) (2015•盐城) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知正比例函数 $y=\frac{3}{4}x$ 与一次函数 $y=-x+7$ 的图象交于点 A.

(1) 求点 A 的坐标;

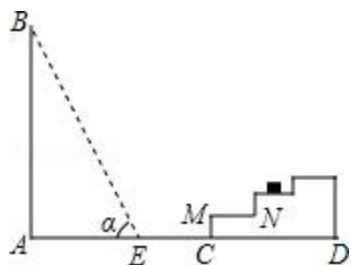
(2) 设 x 轴上有一点 $P(a, 0)$, 过点 P 作 x 轴的垂线 (垂线位于点 A 的右侧), 分别交 $y=\frac{3}{4}x$ 和 $y=-x+7$ 的图象于点 B、C, 连接 OC. 若 $BC=\frac{7}{5}OA$, 求 $\triangle OBC$ 的面积.



25. (10 分) (2015•盐城) 如图所示, 一幢楼房 AB 背后有一台阶 CD, 台阶每层高 0.2 米, 且 $AC=17.2$ 米, 设太阳光线与水平地面的夹角为 α , 当 $\alpha=60^\circ$ 时, 测得楼房在地面上的影长 $AE=10$ 米, 现有一只小猫睡在台阶的 MN 这层上晒太阳. ($\sqrt{3}$ 取 1.73)

(1) 求楼房的高度约为多少米?

(2) 过了一会, 当 $\alpha=45^\circ$ 时, 问小猫能否还晒到太阳? 请说明理由.

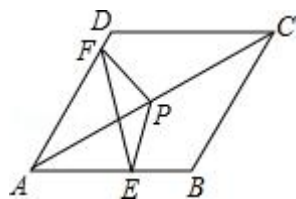


26. (10 分) (2015•盐城) 如图, 把 $\triangle EFP$ 按图示方式放置在菱形 ABCD 中, 使得顶点 E、F、P 分别在线段 AB、AD、AC 上, 已知 $EP=FP=4$, $EF=4\sqrt{3}$, $\angle BAD=60^\circ$, 且 $AB > 4\sqrt{3}$.

(1) 求 $\angle EPF$ 的大小;

(2) 若 $AP=6$, 求 $AE+AF$ 的值;

(3) 若 $\triangle EFP$ 的三个顶点 E、F、P 分别在线段 AB、AD、AC 上运动, 请直接写出 AP 长的最大值和最小值.



27. (12 分) (2015•盐城) 知识迁移

我们知道，函数 $y=a(x-m)^2+n$ ($a \neq 0$, $m > 0$, $n > 0$) 的图象是由二次函数 $y=ax^2$ 的图象向右平移 m 个单位，再向上平移 n 个单位得到；类似地，函数 $y=\frac{k}{x-\pi}+n$ ($k \neq 0$, $m > 0$, n

> 0) 的图象是由反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象向右平移 m 个单位，再向上平移 n 个单位得到，其对称中心坐标为 (m, n) .

理解应用

函数 $y=\frac{3}{x-1}+1$ 的图象可由函数 $y=\frac{3}{x}$ 的图象向右平移_____个单位，再向上平移_____个单位得到，其对称中心坐标为_____.

灵活应用

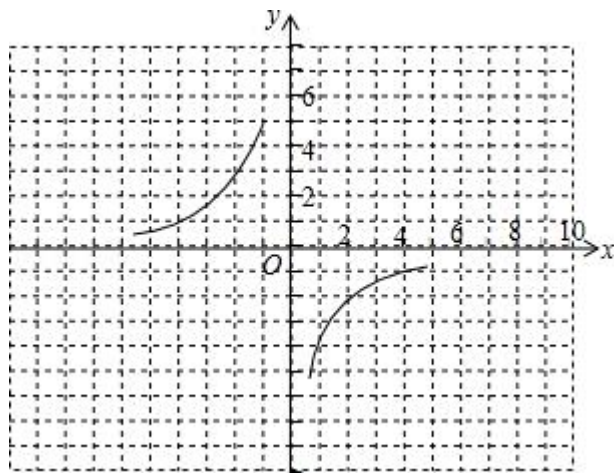
如图，在平面直角坐标系 xOy 中，请根据所给的 $y=\frac{-4}{x}$ 的图象画出函数 $y=\frac{-4}{x-2}-2$ 的图象，并根据该图象指出，当 x 在什么范围内变化时， $y \geq -1$?

实际应用

某老师对一位学生的学习情况进行跟踪研究，假设刚学完新知识时的记忆存留量为 1，新知识学习后经过的时间为 x ，发现该生的记忆存留量随 x 变化的函数关系为 $y_1=\frac{4}{x+4}$ ；若在 $x=t$

($t \geq 4$) 时进行第一次复习，发现他复习后的记忆存留量是复习前的 2 倍（复习的时间忽略不计），且复习后的记忆存留量随 x 变化的函数关系为 $y_2=\frac{8}{x-a}$ ，如果记忆存留量为 $\frac{1}{2}$ 时是

复习的“最佳时机点”，且他第一次复习是在“最佳时机点”进行的，那么当 x 为何值时，是他第二次复习的“最佳时机点”？

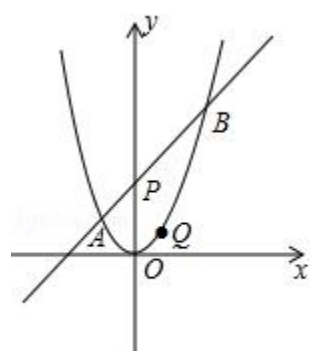


28. (12 分) (2015·盐城) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，将抛物线 $y=x^2$ 的对称轴绕着点 $P(0, 2)$ 顺时针旋转 45° 后与该抛物线交于 A 、 B 两点，点 Q 是该抛物线上一点.

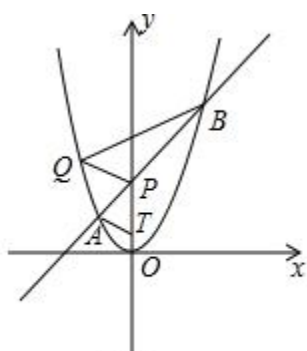
(1) 求直线 AB 的函数表达式；

(2) 如图①，若点 Q 在直线 AB 的下方，求点 Q 到直线 AB 的距离的最大值；

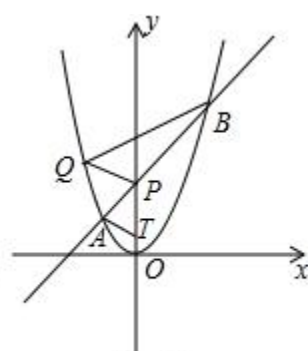
(3) 如图②，若点 Q 在 y 轴左侧，且点 $T(0, t)$ ($t < 2$) 是射线 PO 上一点，当以 P 、 B 、 Q 为顶点的三角形与 $\triangle PAT$ 相似时，求所有满足条件的 t 的值.



图①



图②



备用图

2015 年江苏省盐城市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

1. (3 分) (2015•盐城) $\frac{1}{2}$ 的倒数为 ()

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

考点: 倒数.

分析: 根据倒数的意义, 乘积是 1 的两个数叫做互为倒数, 据此解答.

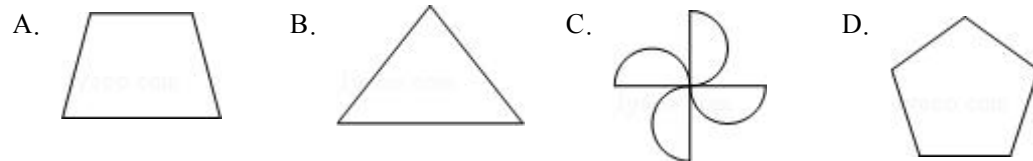
解答: 解: $\because 2 \times \frac{1}{2} = 1$,

$\therefore \frac{1}{2}$ 的倒数为 2,

故选: D.

点评: 本题主要考查倒数的意义, 解决本题的关键是熟记乘积是 1 的两个数叫做互为倒数.

2. (3 分) (2015•盐城) 如图四个图形中, 是中心对称图形的为 ()



考点: 中心对称图形.

分析: 根据中心对称图形的概念求解.

解答: 解: A、是轴对称图形, 不是中心对称图形. 故错误;

B、是轴对称图形, 不是中心对称图形. 故错误;

C、是中心对称图形. 故正确;

D、是轴对称图形, 不是中心对称图形. 故错误.

故选: C.

点评: 本题考查了中心对称图形, 中心对称图形是要寻找对称中心, 旋转 180 度后与原图重合.

3. (3 分) (2015•盐城) 下列运算正确的是 ()

- A. $a^3 \cdot b^3 = (ab)^3$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $a^6 \div a^3 = a^2$ D. $(a^2)^3 = a^5$

考点: 同底数幂的除法; 同底数幂的乘法; 幂的乘方与积的乘方.

专题: 计算题.

分析: A、原式利用积的乘方运算法则变形得到结果, 即可做出判断;

B、原式利用同底数幂的乘法法则计算得到结果, 即可做出判断;

- C、原式利用同底数幂的除法法则计算得到结果，即可做出判断；
D、原式利用幂的乘方运算法则计算得到结果，即可做出判断.

解答: 解: A、原式= $(ab)^3$ ，正确；

B、原式= a^5 ，错误；

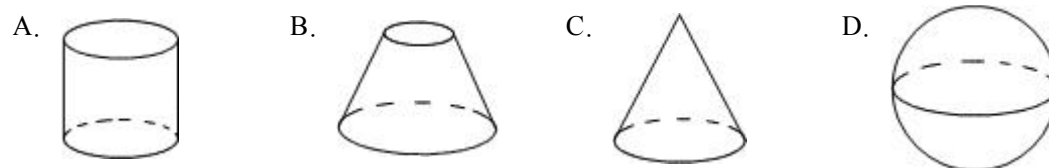
C、原式= a^3 ，错误；

D、原式= a^6 ，错误，

故选 A.

点评: 此题考查了同底数幂的乘法，除法，以及幂的乘方与积的乘方，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

4. (3 分) (2015•盐城) 在如图四个几何体中，主视图与俯视图都是圆的为 ()



考点: 简单组合体的三视图.

分析: 分别分析四个选项的主视图、左视图、俯视图，从而得出都是圆的几何体.

解答: 解: 圆柱的主视图、左视图都是矩形、俯视图是圆；

圆台的主视图、左视图是等腰梯形，俯视图是圆环；

圆锥主视图、左视图都是等腰三角形，俯视图是圆和圆中间一点；

球的主视图、左视图、俯视图都是圆.

故选 D

点评: 本题考查了三视图，关键是根据学生的思考能力和对几何体三种视图的空间想象能力的培养.

5. (3 分) (2015•盐城) 下列事件中，是必然事件的为 ()

- A. 3 天内会下雨
B. 打开电视机，正在播放广告
C. 367 人中至少有 2 人公历生日相同
D. 某妇产医院里，下一个出生的婴儿是女孩

考点: 随机事件.

分析: 根据随机事件和必然事件的定义分别进行判断.

解答: 解: A、3 天内会下雨为随机事件，所以 A 选项错误；

B、打开电视机，正在播放广告，所以 B 选项错误；

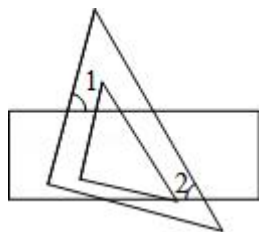
C、367 人中至少有 2 人公历生日相同是必然事件，所以 C 选项正确；

D、某妇产医院里，下一个出生的婴儿是女孩是随机事件，所以 D 选项错误.

故选 C.

点评: 本题考查了随机事件: 在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件，称为随机事件. 事件分为确定事件和不确定事件 (随机事件)，确定事件又分为必然事件和不可能事件，

6. (3分) (2015•盐城) 将一块等腰直角三角板与一把直尺如图放置, 若 $\angle 1=60^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()

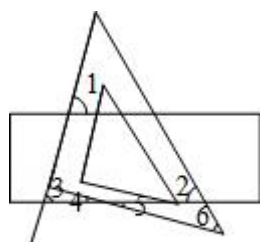


- A. 85° B. 75° C. 60° D. 45°

考点: 平行线的性质.

分析: 首先根据 $\angle 1=60^\circ$, 判断出 $\angle 3=\angle 1=60^\circ$, 进而求出 $\angle 4$ 的度数; 然后对顶角相等, 求出 $\angle 5$ 的度数, 再根据 $\angle 2=\angle 5+\angle 6$, 求出 $\angle 2$ 的度数为多少即可.

解答:



解: 如图 1, **图1**,

$$\begin{aligned} \because \angle 1 &= 60^\circ, \\ \therefore \angle 3 &= \angle 1 = 60^\circ, \\ \therefore \angle 4 &= 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ, \\ \therefore \angle 5 &= \angle 4, \\ \therefore \angle 5 &= 30^\circ, \\ \therefore \angle 2 &= \angle 5 + \angle 6 = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ. \end{aligned}$$

故选: B.

点评: 此题主要考查了平行线的性质, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: ①定理 1: 两条平行线被第三条直线所截, 同位角相等. 简单说成: 两直线平行, 同位角相等. ②定理 2: 两条平行线被地三条直线所截, 同旁内角互补. 简单说成: 两直线平行, 同旁内角互补. ③定理 3: 两条平行线被第三条直线所截, 内错角相等. 简单说成: 两直线平行, 内错角相等.

7. (3分) (2015•盐城) 若一个等腰三角形的两边长分别是 2 和 5, 则它的周长为 ()

- A. 12 B. 9 C. 12 或 9 D. 9 或 7

考点: 等腰三角形的性质; 三角形三边关系.

分析: 利用等腰三角形的性质以及三角形三边关系得出其周长即可.

解答: 解: $\because$ 一个等腰三角形的两边长分别是 2 和 5,

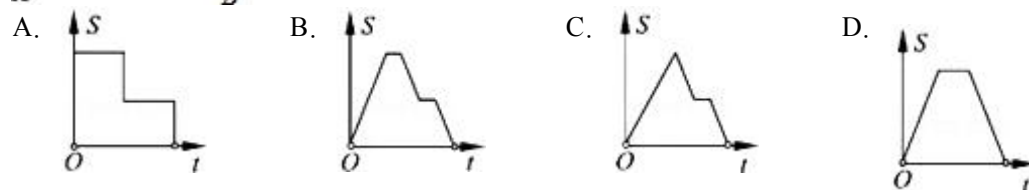
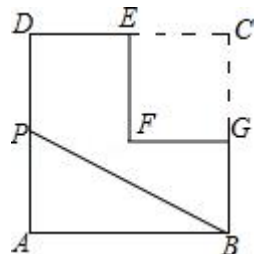
$\therefore$ 当腰长为 2, 则 $2+2<5$, 此时不成立,
当腰长为 5 时, 则它的周长为: $5+5+2=12$.

故选: A.

点评: 此题主要考查了等腰三角形的性质以及三角形三边关系, 正确分类讨论得出是解题关

键.

8. (3 分) (2015•盐城) 如图, 在边长为 2 的正方形 ABCD 中剪去一个边长为 1 的小正方形 CEF G, 动点 P 从点 A 出发, 沿 $A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow B$ 的路线绕多边形的边匀速运动到点 B 时停止 (不含点 A 和点 B), 则 $\triangle ABP$ 的面积 S 随着时间 t 变化的函数图象大致是 ()



考点: 动点问题的函数图象.

分析: 根据点 P 在 AD、DE、EF、FG、GB 上时, $\triangle ABP$ 的面积 S 与时间 t 的关系确定函数图象.

解答: 解: 当点 P 在 AD 上时, $\triangle ABP$ 的底 AB 不变, 高增大, 所以 $\triangle ABP$ 的面积 S 随着时间 t 的增大而增大;

当点 P 在 DE 上时, $\triangle ABP$ 的底 AB 不变, 高不变, 所以 $\triangle ABP$ 的面积 S 不变;

当点 P 在 EF 上时, $\triangle ABP$ 的底 AB 不变, 高减小, 所以 $\triangle ABP$ 的面积 S 随着时间 t 的减小;

当点 P 在 FG 上时, $\triangle ABP$ 的底 AB 不变, 高不变, 所以 $\triangle ABP$ 的面积 S 不变;

当点 P 在 GB 上时, $\triangle ABP$ 的底 AB 不变, 高减小, 所以 $\triangle ABP$ 的面积 S 随着时间 t 的减小;

故选: B.

点评: 本题考查的是动点问题的函数图象, 正确分析点 P 在不同的线段上 $\triangle ABP$ 的面积 S 与时间 t 的关系是解题的关键.

二、填空题 (本大题共有 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分.)

9. (3 分) (2015•盐城) 若二次根式 $\sqrt{x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 $x \geq 1$.

考点: 二次根式有意义的条件.

分析: 根据二次根式的性质可知, 被开方数大于等于 0, 列出不等式即可求出 x 的取值范围.

解答: 解: 根据二次根式有意义的条件, $x-1 \geq 0$,

$\therefore x \geq 1$.

故答案为: $x \geq 1$.

点评: 此题考查了二次根式有意义的条件, 只要保证被开方数为非负数即可.

10. (3 分) (2015•盐城) 因式分解: $a^2 - 2a = \underline{a(a-2)}$.

考点: 因式分解-提公因式法.

专题: 因式分解.

分析: 先确定公因式是 a , 然后提取公因式即可.

解答: 解: $a^2 - 2a = a(a - 2)$.

故答案为: $a(a - 2)$.

点评: 本题考查因式分解, 较为简单, 找准公因式即可.

11. (3 分) (2015•盐城) 火星与地球的距离约为 56 000 000 千米, 这个数据用科学记数法表示为 5.6×10^7 千米.

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

解答: 解: 将 56 000 000 用科学记数法表示为 5.6×10^7 .

故答案为: 5.6×10^7 .

点评: 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. (3 分) (2015•盐城) 一组数据 8, 7, 8, 6, 6, 8 的众数是 8.

考点: 众数.

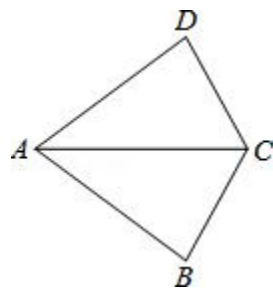
分析: 根据众数的定义求解即可.

解答: 解: 数据 8 出现了 3 次, 出现次数最多, 所以此数据的众数为 8.

故答案为 8.

点评: 本题考查了众数: 在一组数据中出现次数最多的数叫这组数据的众数.

13. (3 分) (2015•盐城) 如图, 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADC$ 中, 已知 $AD = AB$, 在不添加任何辅助线的前提下, 要使 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$, 只需再添加的一个条件可以是 $DC = BC$ 或 $\angle DAC = \angle BAC$.



考点: 全等三角形的判定.

专题: 开放型.

分析: 添加 $DC = BC$, 利用 SSS 即可得到两三角形全等; 添加 $\angle DAC = \angle BAC$, 利用 SAS 即可得到两三角形全等.

解答: 解: 添加条件为 $DC = BC$,

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 中,

$$\begin{cases} AD=AB \\ AC=AC, \\ DC=BC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$ (SSS);

若添加条件为 $\angle DAC = \angle BAC$,

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 中,

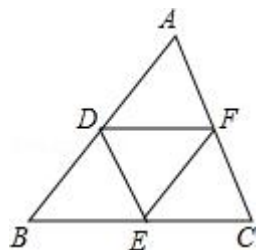
$$\begin{cases} AD=AB \\ \angle DAC = \angle BAC, \\ AC=AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$ (SAS).

故答案为: $DC=BC$ 或 $\angle DAC = \angle BAC$

点评: 此题考查了全等三角形的判定, 熟练掌握全等三角形的判定方法是解本题的关键.

14. (3分) (2015•盐城) 如图, 点D、E、F分别是 $\triangle ABC$ 各边的中点, 连接DE、EF、DF. 若 $\triangle ABC$ 的周长为10, 则 $\triangle DEF$ 的周长为 5.



考点: 三角形中位线定理.

分析: 由于D、E分别是AB、BC的中点, 则DE是 $\triangle ABC$ 的中位线, 那么 $DE = \frac{1}{2}AC$, 同

理有 $EF = \frac{1}{2}AB$, $DF = \frac{1}{2}BC$, 于是易求 $\triangle DEF$ 的周长.

解答: 解: 如上图所示,

$\because$ D、E分别是AB、BC的中点,

$\therefore$ DE是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AC,$$

同理有 $EF = \frac{1}{2}AB$, $DF = \frac{1}{2}BC$,

$$\therefore \triangle DEF \text{ 的周长} = \frac{1}{2}(AC + BC + AB) = \frac{1}{2} \times 10 = 5.$$

故答案为5.

点评: 本题考查了三角形中位线定理. 解题的关键是根据中位线定理得出边之间的数量关系.

15. (3分) (2015•盐城) 若 $2m - n^2 = 4$, 则代数式 $10 + 4m - 2n^2$ 的值为 18.

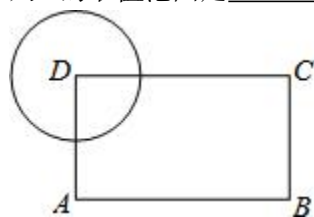
考点: 代数式求值.

分析: 观察发现 $4m - 2n^2$ 是 $2m - n^2$ 的 2 倍, 进而可得 $4m - 2n^2 = 8$, 然后再求代数式 $10 + 4m - 2n^2$ 的值.

解答: 解: $\because 2m - n^2 = 4$,
 $\therefore 4m - 2n^2 = 8$,
 $\therefore 10 + 4m - 2n^2 = 18$,
故答案为: 18.

点评: 此题主要考查了求代数式的值, 关键是找出代数式之间的关系.

16. (3 分) (2015•盐城) 如图, 在矩形 ABCD 中, $AB=4$, $AD=3$, 以顶点 D 为圆心作半径为 r 的圆, 若要求另外三个顶点 A、B、C 中至少有一个点在圆内, 且至少有一个点在圆外, 则 r 的取值范围是 $3 < r < 5$.



考点: 点与圆的位置关系.

分析: 要确定点与圆的位置关系, 主要根据点与圆心的距离与半径的大小关系来进行判断. 当 $d > r$ 时, 点在圆外; 当 $d = r$ 时, 点在圆上; 当 $d < r$ 时, 点在圆内.

解答: 解: 在直角 $\triangle ABD$ 中, $CD=AB=4$, $AD=3$,

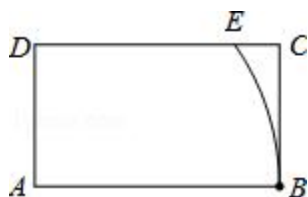
$$\text{则 } BD = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

由图可知 $3 < r < 5$.

故答案为: $3 < r < 5$.

点评: 此题主要考查了点与圆的位置关系, 解决本题要注意点与圆的位置关系, 要熟悉勾股定理, 及点与圆的位置关系.

17. (3 分) (2015•盐城) 如图, 在矩形 ABCD 中, $AB=4$, $AD=2$, 以点 A 为圆心, AB 长为半径画圆弧交边 DC 于点 E, 则 $\widehat{BE}$ 的长度为 $\frac{2}{3}\pi$.



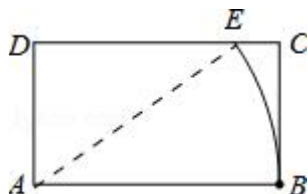
考点: 弧长的计算; 含 30 度角的直角三角形.

分析: 连接 AE, 根据直角三角形的性质求出 $\angle DEA$ 的度数, 根据平行线的性质求出 $\angle EAB$ 的度数, 根据弧长公式求出 $\widehat{BE}$ 的长度.

解答: 解: 连接 AE,
在 Rt 三角形 ADE 中, $AE=4$, $AD=2$,
 $\therefore \angle DEA = 30^\circ$,

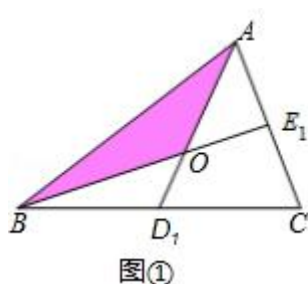
$$\begin{aligned} &\because AB \parallel CD, \\ &\therefore \angle EAB = \angle DEA = 30^\circ, \\ &\therefore \widehat{BE} \text{ 的长度为: } \frac{30 \times \pi \times 4}{180} = \frac{2}{3} \pi, \end{aligned}$$

故答案为: $\frac{2}{3} \pi$.

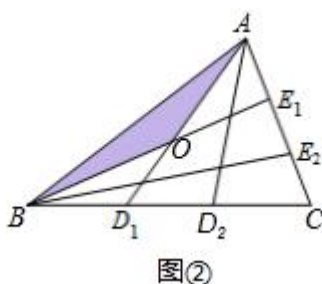


点评: 本题考查的是弧长的计算和直角三角形的性质, 掌握在直角三角形中, 30° 所对的直角边是斜边的一半和弧长公式是解题的关键.

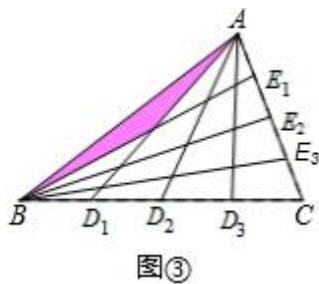
18. (3 分) (2015•盐城) 设 $\triangle ABC$ 的面积为 1, 如图①, 将边 BC 、 AC 分别 2 等分, BE_1 、 AD_1 相交于点 O , $\triangle AOB$ 的面积记为 S_1 ; 如图②将边 BC 、 AC 分别 3 等分, BE_1 、 AD_1 相交于点 O , $\triangle AOB$ 的面积记为 S_2 ; ..., 依此类推, 则 S_n 可表示为 $-\frac{1}{2n+1}$. (用含 n 的代数式表示, 其中 n 为正整数)



图①



图②



图③

考点: 相似三角形的判定与性质.

专题: 规律型.

分析: 连接 D_1E_1 , 设 AD_1 、 BE_1 交于点 M , 先求出 $S_{\triangle ABE_1} = \frac{1}{n+1}$, 再根据 $\frac{AB}{D_1E_1} = \frac{BM}{ME_1} = \frac{n+1}{n}$

得出 $S_{\triangle ABM} : S_{\triangle ABE_1} = n+1 : 2n+1$, 最后根据 $S_{\triangle ABM} : \frac{1}{n+1} = n+1 : 2n+1$, 即可求出 $S_{\triangle ABM}$.

解答: 解: 如图, 连接 D_1E_1 , 设 AD_1 、 BE_1 交于点 M ,

$$\because AE_1 : AC = 1 : n+1,$$

$$\therefore S_{\triangle ABE_1} : S_{\triangle ABC} = 1 : n+1,$$

$$\therefore S_{\triangle ABE_1} = \frac{1}{n+1},$$

$$\therefore \frac{AB}{D_1E_1} = \frac{BM}{ME_1} = \frac{n+1}{n},$$

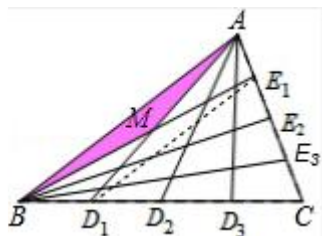
$$\therefore \frac{BM}{BE_1} = \frac{n+1}{2n+1},$$

$$\therefore S_{\triangle ABM} : S_{\triangle ABE_1} = n+1 : 2n+1,$$

$$\therefore S_{\triangle ABM} = \frac{1}{n+1} = n+1: 2n+1,$$

$$\therefore S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2n+1}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{2n+1}.$$



点评: 此题考查了相似三角形的判定与性质, 用到的知识点是相似三角形的判定与性质、平行线分线段成比例定理、三角形的面积, 关键是根据题意作出辅助线, 得出相似三角形.

三、解答题 (本大题共有 10 小题, 共 96 分. 解答时应写出文字说明、推理过程或演算步骤)

19. (8 分) (2015•盐城) (1) 计算: $|-1| - (\sqrt{3})^0 + 2\cos 60^\circ$

(2) 解不等式: $3(x - \frac{2}{3}) < x + 4$.

考点: 实数的运算; 零指数幂; 解一元一次不等式; 特殊角的三角函数值.

分析: (1) 利用绝对值的求法、0 指数幂及锐角三角函数的知识代入求解即可;

(2) 去括号、移项、合并同类项、系数化为 1 后即可求得不等式的解集.

解答: 解: (1) 原式 $= 1 - 1 + 2 \times \frac{1}{2} = 1$;

(2) 原不等式可化为 $3x - 2 < x + 4$,

$$\therefore 3x - x < 4 + 2,$$

$$\therefore 2x < 6,$$

$$\therefore x < 3.$$

点评: 本题考查了实数的运算、零指数幂、解一元一次不等式的知识, 解题的关键是了解不等式的性质等, 难度不大.

20. (8 分) (2015•盐城) 先化简, 再求值: $(1 + \frac{1}{a^2 - 1}) \div \frac{a}{3(a+1)}$, 其中 $a=4$.

考点: 分式的化简求值.

分析: 先根据分式混合运算的法则把原式进行化简, 再求出 x 的值代入进行计算即可.

解答:

$$\text{解: 原式} = \frac{a^2 - 1 + 1}{(a+1)(a-1)} \cdot \frac{3(a+1)}{a}$$

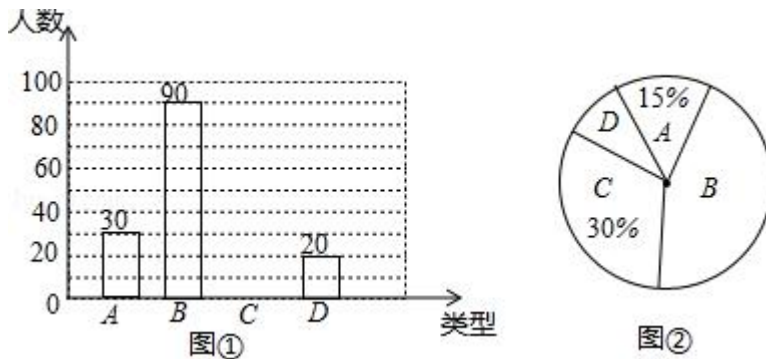
$$= \frac{a^2}{(a+1)(a-1)} \cdot \frac{3(a+1)}{a}$$

$$= \frac{3a}{a-1},$$

$$\text{当 } a=4 \text{ 时, 原式} = \frac{3 \times 4}{4-1} = 4.$$

点评: 本题考查的是分式的化简求值, 熟知分式混合运算的法则是解答此题的关键.

21. (8分) (2015•盐城) 2015年是中国人民抗日战争暨世界反法西斯战争胜利70周年, 9月3日全国各地将举行有关纪念活动. 为了解初中学生对二战历史的知晓情况, 某初中课外兴趣小组在本校学生中开展了专题调查活动, 随机抽取了部分学生进行问卷调查, 根据学生的答题情况, 将结果分为A、B、C、D四类, 其中A类表示“非常了解”, B类表示“比较了解”, C类表示“基本了解”; D类表示“不太了解”, 调查的数据经整理后形成尚未完成的条形统计图(如图①)和扇形统计图(如图②):

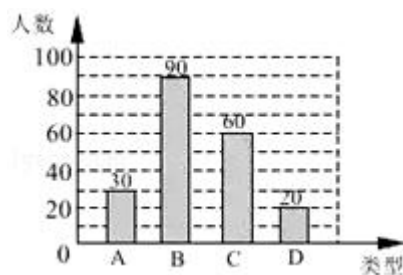


- (1) 在这次抽样调查中, 一共抽查了 200 名学生;
- (2) 请把图①中的条形统计图补充完整;
- (3) 图②的扇形统计图中D类部分所对应扇形的圆心角的度数为 36°;
- (4) 如果这所学校共有初中学生1500名, 请你估算该校初中学生中对二战历史“非常了解”和“比较了解”的学生共有多少名?

考点: 条形统计图; 用样本估计总体; 扇形统计图.

分析: (1) 由图①知A类人数30, 由图②知A类人数占15%, 即可求出样本容量;
 (2) 由(1)可知抽查的人数, 根据图②知C类人数占30%, 求出C类人数, 即可将条形统计图补充完整;
 (3) 求出D类的百分数, 即可求出圆心角的度数;
 (4) 求出B类所占的百分数, 可知A、B类共占的百分数, 用样本估计总体的思想计算即可.

解答: 解: (1) $30 \div 15\% = 200$, 故答案为: 200;
 (2) $200 \times 30\% = 60$,



如图所示,

$$(3) 20 \div 200 = 0.1 = 10\%, 360^\circ \times 10\% = 36^\circ,$$

故答案为: 36;

$$(4) B \text{ 类所占的百分数为: } 90 \div 200 = 45\%,$$

该校初中学生中对二战历史“非常了解”和“比较了解”的学生共占 $15\% + 45\% = 60\%$;

故这所学校共有初中学生 1500 名, 该校初中学生中对二战历史“非常了解”和“比较了解”的学生共有: $1500 \times 60\% = 900$ (名).

点评: 此题考查了扇形统计图和频数(率)分布表, 关键是正确从扇形统计图和表中得到所用的信息.

22. (8 分) (2015•盐城) 有甲、乙两个不透明的布袋, 甲袋中有两个完全相同的小球, 分别标有数字 1 和 -2; 乙袋中有三个完全相同的小球, 分别标有数字 -1、0 和 2. 小丽先从甲袋中随机取出一个小球, 记录下小球上的数字为 x ; 再从乙袋中随机取出一个小球, 记录下小球上的数字为 y , 设点 P 的坐标为 (x, y) .

(1) 请用表格或树状图列出点 P 所有可能的坐标;

(2) 求点 P 在一次函数 $y=x+1$ 图象上的概率.

考点: 列表法与树状图法; 一次函数图象上点的坐标特征.

分析: (1) 画出树状图, 根据图形求出点 P 所有可能的坐标即可;

(2) 只有 $(1, 2)$, $(-2, -1)$ 这两点在一次函数 $y=x+1$ 图象上, 于是得到 P (点 P

$$\text{在一次函数 } y=x+1 \text{ 的图象上}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

解答: 解: (1) 画树状图如图所示:

$\therefore$ 点 P 所有可能的坐标为: $(1, -1)$, $(1, 0)$, $(1, 2)$, $(-2, -1)$, $(-2, 0)$, $(-2, 2)$;

(2) $\because$ 只有 $(1, 2)$, $(-2, -1)$ 这两点在一次函数 $y=x+1$ 图象上,

$$\therefore P \text{ (点 } P \text{ 在一次函数 } y=x+1 \text{ 的图象上)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

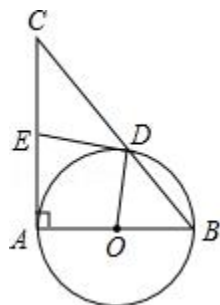


点评: 本题考查了列表法和树状图法求概率, 一次函数图象上点的坐标特征, 正确的画出树状图是解题的关键.

23. (10 分) (2015•盐城) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle CAB=90^\circ$, $\angle CBA=50^\circ$, 以 AB 为直径作 $\odot O$ 交 BC 于点 D , 点 E 在边 AC 上, 且满足 $ED=EA$.

(1) 求 $\angle DOA$ 的度数;

(2) 求证: 直线 ED 与 $\odot O$ 相切.



考点: 切线的判定.

分析: (1) 根据圆周角定理即可得到结论;

(2) 连接 OE , 通过 $\triangle EAO \cong \triangle EDO$, 即可得到 $\angle EDO=90^\circ$, 于是得到结论.

解答: (1) 解: $\because \angle DBA=50^\circ$,
 $\therefore \angle DOA=2\angle DBA=100^\circ$,

(2) 证明: 连接 OE .

在 $\triangle EAO$ 与 $\triangle EDO$ 中,
$$\begin{cases} AO=DO \\ EA=ED, \\ EO=EO \end{cases}$$

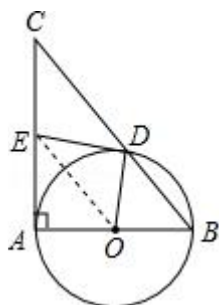
$\therefore \triangle EAO \cong \triangle EDO$,

$\therefore \angle EDO = \angle EAO$,

$\because \angle BAC=90^\circ$,

$\therefore \angle EDO=90^\circ$,

$\therefore DE$ 与 $\odot O$ 相切.

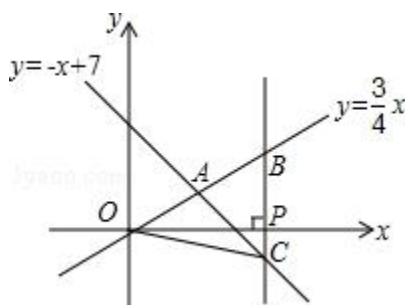


点评: 本题考查了切线的判定, 全等三角形的判定和性质, 连接 OE 构造全等三角形是解题的关键.

24. (10分) (2015•盐城) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知正比例函数 $y=\frac{3}{4}x$ 与一次函数 $y=-x+7$ 的图象交于点 A.

(1) 求点 A 的坐标;

(2) 设 x 轴上有一点 $P(a, 0)$, 过点 P 作 x 轴的垂线 (垂线位于点 A 的右侧), 分别交 $y=\frac{3}{4}x$ 和 $y=-x+7$ 的图象于点 B、C, 连接 OC. 若 $BC=\frac{7}{5}OA$, 求 $\triangle OBC$ 的面积.



考点: 两条直线相交或平行问题; 勾股定理.

分析: (1) 联立两一次函数的解析式求出 x 、 y 的值即可得出 A 点坐标;

(2) 过点 A 作 x 轴的垂线, 垂足为 D, 在 $Rt\triangle OAD$ 中根据勾股定理求出 OA 的长, 故可得出 BC 的长, 根据 $P(a, 0)$ 可用 a 表示出 B、C 的坐标, 故可得出 a 的值, 由三角形的面积公式即可得出结论.

解答:

解: (1) $\because$ 由题意得,
$$\begin{cases} y=\frac{3}{4}x \\ y=-x+7 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases},$$

$\therefore A(4, 3);$

(2) 过点 A 作 x 轴的垂线, 垂足为 D, 在 $Rt\triangle OAD$ 中, 由勾股定理得,

$$OA = \sqrt{OD^2 + AD^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5.$$

$$\therefore BC = \frac{7}{5}OA = \frac{7}{5} \times 5 = 7.$$

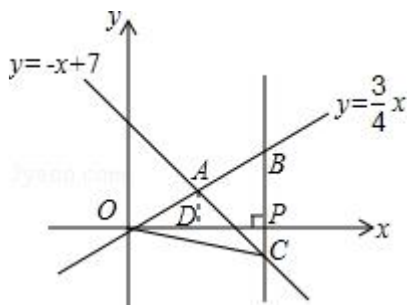
$$\therefore P(a, 0),$$

$$\therefore B(a, \frac{3}{4}a), C(a, -a+7),$$

$$\therefore BC = \frac{3}{4}a - (-a+7) = \frac{7}{4}a - 7,$$

$$\therefore \frac{7}{4}a - 7 = 7, \text{ 解得 } a=8,$$

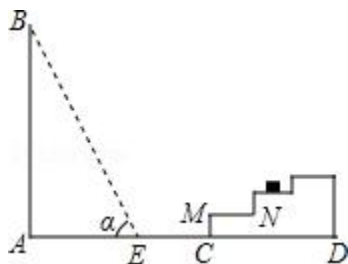
$$\therefore S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2}BC \cdot OP = \frac{1}{2} \times 7 \times 8 = 28.$$



点评: 本题考查的是两条直线相交或平行问题, 根据题意作出辅助线. 构造出直角三角形是解答此题的关键.

25. (10 分) (2015•盐城) 如图所示, 一幢楼房 AB 背后有一台阶 CD, 台阶每层高 0.2 米, 且 AC=17.2 米, 设太阳光线与水平地面的夹角为 α , 当 $\alpha=60^\circ$ 时, 测得楼房在地面上的影长 AE=10 米, 现有一只小猫睡在台阶的 MN 这层上晒太阳. ($\sqrt{3}$ 取 1.73)

- (1) 求楼房的高度约为多少米?
- (2) 过了一会, 当 $\alpha=45^\circ$ 时, 问小猫能否还晒到太阳? 请说明理由.



考点: 解直角三角形的应用.

分析: (1) 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, 由 $\tan 60^\circ = \frac{AB}{AE} = \frac{AB}{10}$, 即可求出 $AB = 10 \cdot \tan 60^\circ = 17.3$ 米;

(2) 假设没有台阶, 当 $\alpha=45^\circ$ 时, 从点 B 射下的光线与地面 AD 的交点为点 F, 与 MC 的交点为点 H. 由 $\angle BFA=45^\circ$, 可得 $AF=AB=17.3$ 米, 那么 $CF=AF-AC=0.1$ 米, $CH=CF=0.1$ 米, 所以大楼的影子落在台阶 MC 这个侧面上, 故小猫仍可以晒到太阳.

解答: 解: (1) 当 $\alpha=60^\circ$ 时, 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中,

$$\therefore \tan 60^\circ = \frac{AB}{AE} = \frac{AB}{10},$$

$$\therefore AB = 10 \cdot \tan 60^\circ = 10\sqrt{3} \approx 10 \times 1.73 = 17.3 \text{ 米.}$$

即楼房的高度约为 17.3 米;

(2) 当 $\alpha=45^\circ$ 时, 小猫仍可以晒到太阳. 理由如下:

假设没有台阶, 当 $\alpha=45^\circ$ 时, 从点 B 射下的光线与地面 AD 的交点为点 F, 与 MC 的交点为点 H.

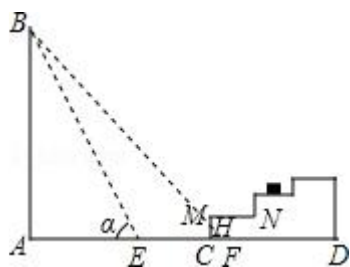
$$\therefore \angle BFA = 45^\circ,$$

$$\therefore \tan 45^\circ = \frac{AB}{AF} = 1,$$

此时的影长 $AF=AB=17.3$ 米,

$$\therefore CF = AF - AC = 17.3 - 17.2 = 0.1 \text{ 米,}$$

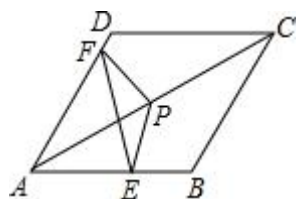
$\therefore CH=CF=0.1$ 米,
 $\therefore$ 大楼的影子落在台阶 MC 这个侧面上,
 $\therefore$ 小猫仍可以晒到太阳.



点评: 本题考查了解直角三角形的应用, 锐角三角函数定义, 理解题意, 将实际问题转化为数学问题是解题的关键.

26. (10 分) (2015•盐城) 如图, 把 $\triangle EFP$ 按图示方式放置在菱形 $ABCD$ 中, 使得顶点 E 、 F 、 P 分别在线段 AB 、 AD 、 AC 上, 已知 $EP=FP=4$, $EF=4\sqrt{3}$, $\angle BAD=60^\circ$, 且 $AB > 4\sqrt{3}$.

- (1) 求 $\angle EPF$ 的大小;
- (2) 若 $AP=6$, 求 $AE+AF$ 的值;
- (3) 若 $\triangle EFP$ 的三个顶点 E 、 F 、 P 分别在线段 AB 、 AD 、 AC 上运动, 请直接写出 AP 长的最大值和最小值.



考点: 四边形综合题.

分析: (1) 过点 P 作 $PG \perp EF$ 于 G , 解直角三角形即可得到结论;

(2) 如图 2, 过点 P 作 $PM \perp AB$ 于 M , $PN \perp AD$ 于 N , 证明 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$, $Rt\triangle PME \cong Rt\triangle PNF$, 问题即可得证;

(3) 如图 3, 当 $EF \perp AC$, 点 P 在 EF 的右侧时, AP 有最大值, 当 $EF \perp AC$, 点 P 在 EF 的左侧时, AP 有最小值解直角三角形即可解决问题.

解答: 解: (1) 如图 1, 过点 P 作 $PG \perp EF$ 于 G ,

$\because PE=PF$,

$$\therefore FG=EG=\frac{1}{2}EF=\sqrt{3}, \quad \angle FPG=\angle EPG=\frac{1}{2}\angle EPF,$$

$$\text{在 } \triangle FPG \text{ 中, } \sin \angle FPG = \frac{FG}{PF} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \angle FPG=60^\circ,$$

$$\therefore \angle EPF=2\angle FPG=120^\circ;$$

(2) 如图 2, 过点 P 作 $PM \perp AB$ 于 M , $PN \perp AD$ 于 N ,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AD=AB$, $DC=BC$,

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADC$ 中,

$$\begin{cases} AD=AB \\ CD=BC, \\ AC=AC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle BAC,$$

$$\therefore PM = PN,$$

在 $Rt\triangle PME$ 与 $Rt\triangle PNF$ 中,

$$\begin{cases} PM=PN \\ PE=PF \end{cases},$$

$$\therefore Rt\triangle PME \cong Rt\triangle PNF,$$

$$\therefore FN = EM, \text{ 在 } Rt\triangle PMA \text{ 中, } \angle PMA = 90^\circ, \angle PAM = \frac{1}{2}\angle DAB = 30^\circ,$$

$$\therefore AM = AP \cdot \cos 30^\circ = 3\sqrt{3}, \text{ 同理 } AN = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore AE + AF = (AM - EM) + (AN + NF) = 6\sqrt{3};$$

(3) 如图 3, 当 $EF \perp AC$, 点 P 在 EF 的右侧时, AP 有最大值,
当 $EF \perp AC$, 点 P 在 EF 的左侧时, AP 有最小值,
设 AC 与 EF 交于点 O ,

$$\therefore PE = PF,$$

$$\therefore OF = \frac{1}{2}EF = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \angle FPA = 60^\circ,$$

$$\therefore OP = 2,$$

$$\therefore \angle BAD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle FAO = 30^\circ,$$

$$\therefore AO = 6,$$

$$\therefore AP = AO + PO = 8,$$

同理 $AP' = AO - OP = 4,$

$$\therefore AP \text{ 的最大值是 } 8, \text{ 最小值是 } 4.$$

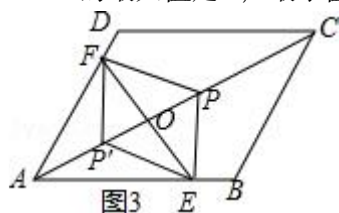


图3

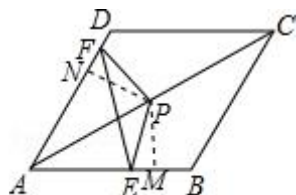
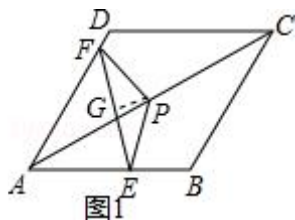


图2



点评: 本题考查了菱形的性质，解直角三角形，全等三角形的判定和性质，最值问题，等腰三角形的性质，作辅助线构造直角三角形是解题的关键.

27. (12 分) (2015·盐城) 知识迁移

我们知道，函数 $y=a(x-m)^2+n$ ($a \neq 0$, $m > 0$, $n > 0$) 的图象是由二次函数 $y=ax^2$ 的图象

向右平移 m 个单位，再向上平移 n 个单位得到；类似地，函数 $y=\frac{k}{x-\pi}+n$ ($k \neq 0$, $m > 0$, n

> 0) 的图象是由反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象向右平移 m 个单位，再向上平移 n 个单位得到，其

对称中心坐标为 (m, n) .

理解应用

函数 $y=\frac{3}{x-1}+1$ 的图象可由函数 $y=\frac{3}{x}$ 的图象向右平移 1 个单位，再向上平移 1 个单

位得到，其对称中心坐标为 $(1, 1)$.

灵活应用

如图，在平面直角坐标系 xOy 中，请根据所给的 $y=\frac{-4}{x}$ 的图象画出函数 $y=\frac{-4}{x-2}-2$ 的图象，

并根据该图象指出，当 x 在什么范围内变化时， $y \geq -1$?

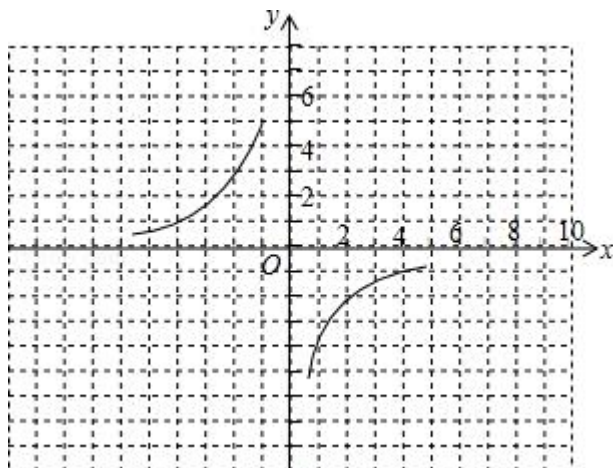
实际应用

某老师对一位学生的学习情况进行跟踪研究，假设刚学完新知识时的记忆存留量为 1，新知

识学习后经过的时间为 x ，发现该生的记忆存留量随 x 变化的函数关系为 $y_1=\frac{4}{x+4}$ ；若在 $x=t$

($t \geq 4$) 时进行第一次复习，发现他复习后的记忆存留量是复习前的 2 倍（复习的时间忽略不计），且复习后的记忆存留量随 x 变化的函数关系为 $y_2=\frac{8}{x-a}$ ，如果记忆存留量为 $\frac{1}{2}$ 时是

复习的“最佳时机点”，且他第一次复习是在“最佳时机点”进行的，那么当 x 为何值时，是他第二次复习的“最佳时机点”?



考点: 反比例函数综合题.

分析: 理解应用: 根据“知识迁移”得到双曲线的图象平移变换的规律: 上加下减. 由此得到答案:

灵活应用: 根据平移规律作出图象;

实际应用: 先求出第一次复习的“最佳时机点” (4, 1), 然后带入 y_2 , 求出解析式, 然后再求出第二次复习的“最佳时机点”.

解答: 解: 理解应用: 根据“知识迁移”易得, 函数 $y = \frac{3}{x-1} + 1$ 的图象可由函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象向

右平移 1 个单位, 再向上平移 1 个单位得到, 其对称中心坐标为 (1, 1).

故答案是: 1, 1, (1, 1)

灵活应用: 将 $y = \frac{-4}{x}$ 的图象向右平移 2 个单位, 然后再向下平移两个单位, 即可得到

函数 $y = \frac{-4}{x-2} - 2$ 的图象, 其对称中心是 (2, -2). 图象如图所示:

由 $y = -1$, 得 $\frac{-4}{x-2} - 2 = -1$,

解得 $x = -2$.

由图可知, 当 $-2 \leq x < 2$ 时, $y \geq -1$

实际应用:

解: 当 $x=t$ 时, $y_1 = \frac{4}{t+4}$,

则由 $y_1 = \frac{4}{t+4} = \frac{1}{2}$, 解得: $t=4$,

即当 $t=4$ 时, 进行第一次复习, 复习后的记忆存留量变为 1,

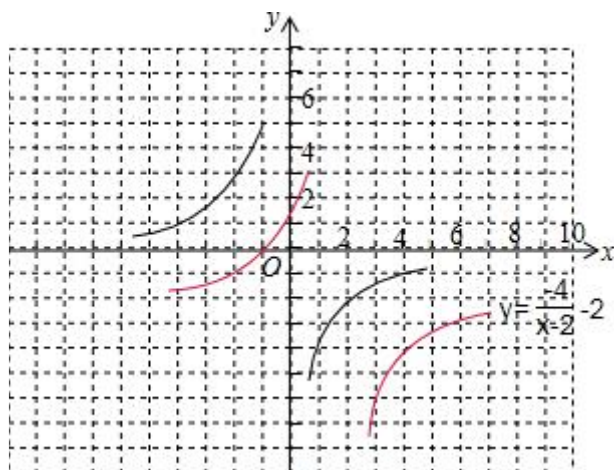
$\therefore$ 点 (4, 1) 在函数 $y_2 = \frac{8}{x-a}$ 的图象上,

则 $1 = \frac{8}{4-a}$, 解得: $a = -4$,

$\therefore y_2 = \frac{8}{x+4}$,

当 $y_2 = \frac{8}{x+4} = \frac{1}{2}$, 解得: $x=12$,

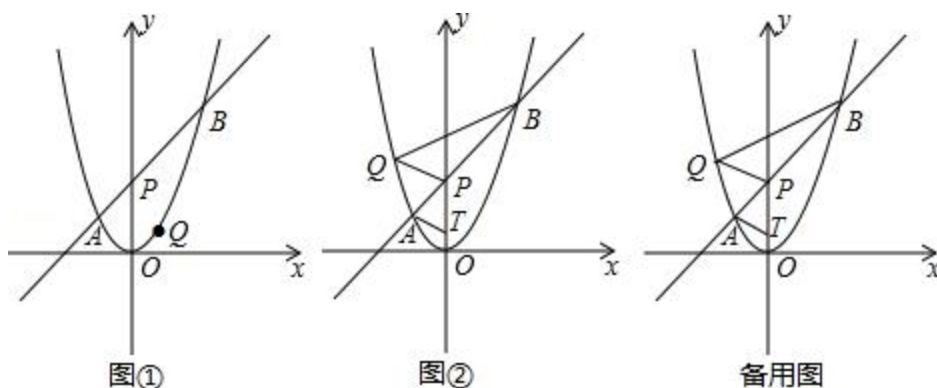
即当 $x=12$ 时, 是他第二次复习的“最佳时机点”.



点评: 本题主要考查了图象的平移, 反比例函数图象的画法和性质, 及待定系数法求解解析式以及反比例函数的实际问题, 熟悉反比例函数的图象和性质是解决问题的关键.

28. (12 分) (2015•盐城) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 将抛物线 $y=x^2$ 的对称轴绕着点 $P(0, 2)$ 顺时针旋转 45° 后与该抛物线交于 A 、 B 两点, 点 Q 是该抛物线上一点.

- (1) 求直线 AB 的函数表达式;
- (2) 如图①, 若点 Q 在直线 AB 的下方, 求点 Q 到直线 AB 的距离的最大值;
- (3) 如图②, 若点 Q 在 y 轴左侧, 且点 $T(0, t)$ ($t < 2$) 是射线 PO 上一点, 当以 P 、 B 、 Q 为顶点的三角形与 $\triangle PAT$ 相似时, 求所有满足条件的 t 的值.



考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 根据题意易得点 M 、 P 的坐标, 利用待定系数法来求直线 AB 的解析式;
 (2) 如图①, 过点 Q 作 x 轴的垂线 QC , 交 AB 于点 C , 再过点 Q 作直线 AB 的垂线, 垂足为 D , 构建等腰直角 $\triangle QDC$, 利用二次函数图象上点的坐标特征和二次函数最值的求法进行解答;
 (3) 根据相似三角形的对应角相等推知: $\triangle PBQ$ 中必有一个内角为 45° ; 需要分类讨论: $\angle PBQ=45^\circ$ 和 $\angle PQB=45^\circ$; 然后对这两种情况下的 $\triangle PAT$ 是否是直角三角形分别进行解答. 另外, 以 P 、 B 、 Q 为顶点的三角形与 $\triangle PAT$ 相似也有两种情况:
 $\triangle Q''PB \sim \triangle PAT$ 、 $\triangle Q''BP \sim \triangle PAT$.

解答: 解: (1) 如图①, 设直线 AB 与 x 轴的交点为 M .
 $\because \angle OPA=45^\circ$,
 $\therefore OM=OP=2$, 即 $M(-2, 0)$.

设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$), 将 $M(-2, 0)$, $P(0, 2)$ 两点坐标代入, 得

$$\begin{cases} 2=k \times 0+b \\ 0=k \times (-2)+b \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=1 \\ b=2 \end{cases}$$

故直线 AB 的解析式为 $y=x+2$;

(2) 如图①, 过点 Q 作 x 轴的垂线 QC, 交 AB 于点 C, 再过点 Q 作直线 AB 的垂线, 垂足为 D, 根据条件可知 $\triangle QDC$ 为等腰直角三角形, 则 $QD = \frac{\sqrt{2}}{2}QC$.

设 $Q(m, m^2)$, 则 $C(m, m+2)$.

$$\therefore QC = m+2 - m^2 = -\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

$$QD = \frac{\sqrt{2}}{2}QC = \frac{\sqrt{2}}{2}\left[-\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}\right]$$

故当 $m = \frac{1}{2}$ 时, 点 Q 到直线 AB 的距离最大, 最大值为 $\frac{9\sqrt{2}}{8}$;

(3) $\because \angle APT = 45^\circ$,

$\therefore \triangle PBQ$ 中必有一个内角为 45° , 由图知, $\angle BPQ = 45^\circ$ 不合题意.

①如图②, 若 $\angle PBQ = 45^\circ$, 过点 B 作 x 轴的平行线, 与抛物线和 y 轴分别交于点 Q' 、F. 此时满足 $\angle PBQ' = 45^\circ$.

$\because Q'(-2, 4)$, $F(0, 4)$,

$\therefore$ 此时 $\triangle BPQ'$ 是等腰直角三角形, 由题意知 $\triangle PAT$ 也是等腰直角三角形.

(i) 当 $\angle PTA = 90^\circ$ 时, 得到: $PT = AT = 1$, 此时 $t = 1$;

(ii) 当 $\angle PAT = 90^\circ$ 时, 得到: $PT = 2$, 此时 $t = 0$.

②如图③, 若 $\angle PQB = 45^\circ$, ①中是情况之一, 答案同上;

先以点 F 为圆心, FB 为半径作圆, 则 P、B、 Q' 都在圆 F 上, 设圆 F 与 y 轴左侧的抛物线交于另一点 Q'' .

则 $\angle PQ''B = \angle PQ'B = 45^\circ$ (同弧所对的圆周角相等), 即这里的交点 Q'' 也是符合要求.

设 $Q''(n, n^2)$ ($-2 < n < 0$), 由 $FQ'' = 2$, 得

$$n^2 + (4 - n^2)^2 = 2^2, \text{ 即 } n^4 - 7n^2 + 12 = 0.$$

解得 $n^2 = 3$ 或 $n^2 = 4$, 而 $-2 < n < 0$, 故 $n = -\sqrt{3}$, 即 $Q''(-\sqrt{3}, 3)$.

可证 $\triangle PFQ''$ 为等边三角形,

所以 $\angle PFQ'' = 60^\circ$, 又 $PQ'' = PQ'$,

所以 $\angle PBQ'' = \frac{1}{2}\angle PFQ'' = 30^\circ$.

则在 $\triangle PQ''B$ 中, $\angle PQ''B = 45^\circ$, $\angle PBQ'' = 30^\circ$.

(i) 若 $\triangle Q''PB \sim \triangle PAT$, 则过点 A 作 y 轴的垂线, 垂足为 E.

则 $ET = \sqrt{3}AE = \sqrt{3}$, $OE = 1$,

所以 $OT = \sqrt{3} - 1$,

解得 $t = 1 - \sqrt{3}$;

(ii) 若 $\triangle Q''BP \sim \triangle PAT$, 则过点 T 作直线 AB 垂线, 垂足为 G.

设 $TG=a$, 则 $PG=TG=a$, $AG=\sqrt{3}TG=\sqrt{3}a$, $AP=\sqrt{2}$.

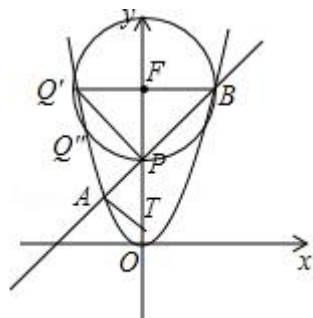
$$\therefore \sqrt{3}a+a=\sqrt{2},$$

$$\text{解得 } PT=\sqrt{2}a=\sqrt{3}-1,$$

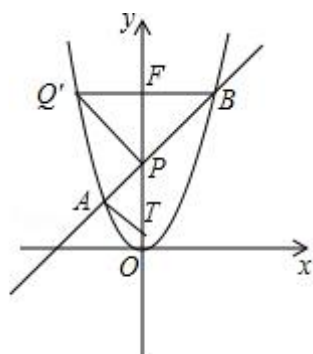
$$\therefore OT=OP-PT=3-\sqrt{3},$$

$$\therefore t=3-\sqrt{3}.$$

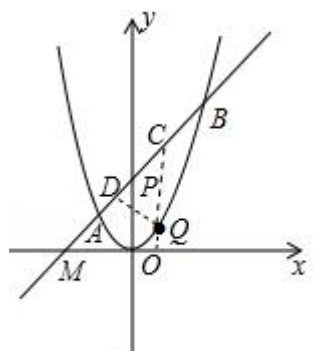
综上所述, 所求的 t 的值为 $t=1$ 或 $t=0$ 或 $t=1-\sqrt{3}$ 或 $t=3-\sqrt{3}$.



图③



图②



图①

点评: 本题考查了二次函数综合题. 其中涉及到了待定系数法求一次函数解析式, 二次函数图象上点的坐标特征, 二次函数的最值的求法以及相似三角形的判定与性质, 难度比较大. 另外, 解答 (3) 题时, 一定要分类讨论, 做到不重不漏.

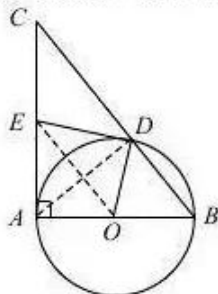
结果 甲袋 \ 乙袋	-1	0	2
1	(1, -1)	(1, 0)	(1, 2)
-2	(-2, -1)	(-2, 0)	(-2, 2)

(2) $\because$ 只有 $(1, 2)$ 与 $(-2, -1)$ 这两个点在一次函数 $y = x + 1$ 图像上,

$$\therefore P \text{ (点 } P \text{ 在一次函数 } y = x + 1 \text{ 的图像上)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

(2) 证明: 连接 OE , 在 $\triangle EAO$ 和 $\triangle EDO$ 中,

得到 $\angle EDO = \angle EAO = 90^\circ$, $\therefore$ 直线 ED 与 O 相切.



第 24 题图

24. 解: (1) 由题意得 $\begin{cases} y = \frac{3}{4}x \\ y = -x + 7 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$, $\therefore$ 点 A 的坐标 $(4, 3)$.

得 $OA = \sqrt{OD^2 + AD^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$, $\therefore BC = \frac{7}{5}OA = \frac{7}{5} \times 5 = 7$.

$$\therefore P(a, 0), \quad \therefore B(a, \frac{3}{4}a), \quad C(a, -a+7), \quad \therefore BC = \frac{3}{4}a - (-a+7) = \frac{7}{4}a - 7,$$

$$\therefore \frac{7}{4}a - 7 = 7, \text{ 解得 } a = 8.$$

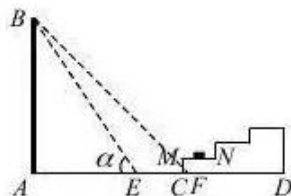
$$\therefore S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} BC \cdot OP = \frac{1}{2} \times 7 \times 8 = 28.$$

25. 解: (1) 当 $\alpha = 60^\circ$ 时, 在 $Rt\triangle ABE$ 中, $\therefore \tan 60^\circ = \frac{BA}{AE} = \frac{BA}{10}$,

$$\therefore BA = 10 \tan 60^\circ = 10\sqrt{3} = 10 \times 1.73 = 17.3 \text{ 米},$$

(2) 当 $\alpha = 45^\circ$ 时, 小猫仍可以晒到太阳.

理由如下：假设没有台阶，当 $\alpha = 45^\circ$ 时，从点 B 射下的光线与地面 AD 的交点为点 F ，与 MC 的交点为点 H 。



第 25 题图

$$\because \angle BFA = 45^\circ, \therefore \tan 45^\circ = \frac{BA}{AF} = 1,$$

盐城市二〇一五年初中毕业与升学考试

数学试题参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	C	A	D	C	B	A	B

二、填空题

9. $x \geq 1$; 10. $a(a-2)$; 11. 5.6×10^7 ; 12. 8; 13. $DC = BC$ ($\angle DAC = \angle BAC$);

14. 5; 15. 18; 16. $3 < r < 5$; 17. $\frac{2\pi}{3}$; 18. $\frac{1}{2n+1}$.

三、解答题

19. (1) 解: 原式 $= 1 - 1 + 2 \times \frac{1}{2} = 1$.

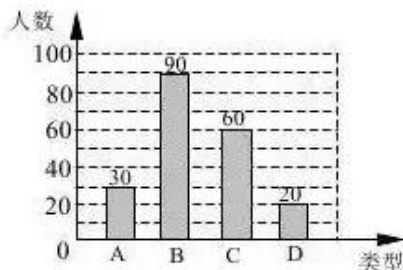
(2) 解: 原不等式可化为 $3x - 2 < x + 4$,
 $\therefore 3x - x < 4 + 2$,
 $\therefore 2x < 6$,
 $\therefore x < 3$.

20. 解: 原式 $= \frac{a^2 - 1 + 1}{a^2 - 1} \times \frac{3(a+1)}{a} = \frac{a^2}{(a+1)(a-1)} \times \frac{3(a+1)}{a} = \frac{3a}{a-1}$.

当 $a = 4$ 时, 原式 $= \frac{3 \times 4}{4 - 1} = 4$.

21. 解: (1) 200;

(2) 如右图所示:

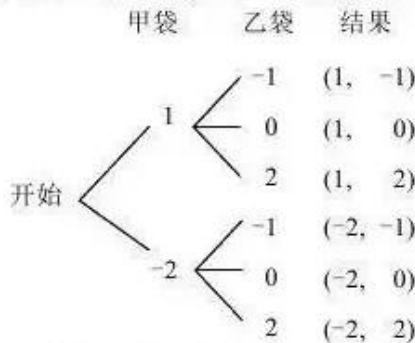


(3) 36;

(4) $1500 \times \frac{30+90}{200} = 900$.

答: 该校初中学生中对二战历史“非常了解”和“比较了解”的学生估计共有 900 名.

22. 解: (1) 画树状图:



此时的影长 $AF = BA = 17.3$ 米, 所以 $CF = AF - AC = 17.3 - 17.2 = 0.1$,

$\therefore CH = CF = 0.1$ 米, $\therefore$ 大楼的影子落在台阶 MC 这个侧面上.

$\therefore$ 小猫仍晒到太阳.

26. 解: (1) 过点 P 作 $PG \perp EF$, 垂足为 G ,

$\because PE = PF$, $PG \perp EF$,

$\therefore FG = EG = 2\sqrt{3}$, $\angle FPG = \angle EPG = \frac{1}{2}\angle EPF$,

在 $Rt \triangle FPG$ 中, $\sin \angle FPG = \frac{FG}{PF} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore \angle FPG = 60^\circ$,

$\therefore \angle EPF = 2\angle FPG = 120^\circ$.

(2) 作 $PM \perp AB$, $PN \perp AD$, 垂足分别为 M 、 N ,

在菱形 $ABCD$ 中, $\because AD = AB$, $DC = BC$, $AC = AC$,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$.

$\therefore \angle DAC = \angle BAC$, $\therefore$ 点 P 到 AB 、 AD 两边的距离相等, 即 $PM = PN$.

在 $Rt \triangle PME$ 和 $Rt \triangle PNF$ 中, $\because PM = PN$, $PE = PF$,

$\therefore Rt \triangle PME \cong Rt \triangle PNF$,

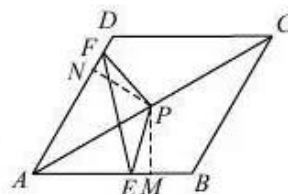
$\therefore FN = EM$.

在 $Rt \triangle PMA$ 中, $\angle PMA = 90^\circ$, $\angle PAM = \frac{1}{2}\angle DAB = 30^\circ$,

$\therefore AM = AP \cdot \cos 30^\circ = 3\sqrt{3}$, 同理, $AN = 3\sqrt{3}$,

$\therefore AE + AF = (AM - EM) + (AN + NF) = AM + AN = 6\sqrt{3}$.

(3) AP 的最大值为 8, AP 的最小值为 4.



第 26 题图

27. 理解应用

解: 1; 1; (1, 1).

灵活应用

解: 函数 $y = \frac{-4}{x-2} - 2$ 的图像如图所示:

由 $y = -1$, 得 $\frac{-4}{x-2} - 2 = -1$,

解得 $x = -2$, 由图可知,

当 $-2 \leq x < 2$ 时, $y \geq -1$.

实际应用

解: 当 $x = t$ 时, $y_1 = \frac{4}{t+4}$,

则由 $y_1 = \frac{4}{t+4} = \frac{1}{2}$, 解得 $t = 4$;

即当 $t = 4$ 进行第一次复习时, 复习后的记忆存留量变为 1,

$\therefore$ 点 $(4, 1)$ 在函数 $y_2 = \frac{8}{x-a}$ 的图像上.

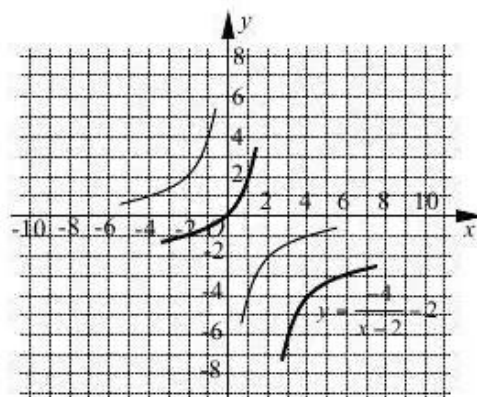
则由 $1 = \frac{8}{4-a}$, 解得 $a = -4$.

$\therefore y_2 = \frac{8}{x+4}$, 再由 $y_2 = \frac{8}{x+4} = \frac{1}{2}$, 解得 $x = 12$.

即当 $x = 12$ 时, 是他第二次复习的“最佳时机点”.

28. 解: (1) 设直线 AB 与 x 轴的交点为 M , $\because \angle OPA = 45^\circ$,

$\therefore OM = OP = 2$, 即点 M 的坐标为 $(-2, 0)$.



第 27 题图

设直线 AB 的函数表达式为 $y = kx + b$, 将 $M(-2, 0)$ 和 $P(0, 2)$ 两点坐标代入,

$$\begin{cases} 2 = k \times 0 + b \\ 0 = k \times (-2) + b \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = 1 \\ b = 2 \end{cases}, \text{ 故直线 } AB \text{ 的函数表达式为 } y = x + 2.$$

(2) 过点 Q 作 x 轴的垂线 QC , 交 AB 于点 C , 再过点 Q 作直线 AB 的垂线, 垂足为 D , 根据条件可知 $\triangle QDC$ 为等腰直角三角形,

$$\text{所以 } QD = \frac{\sqrt{2}}{2} QC$$

设 $Q(m, m^2)$, 则 $C(m, m+2)$,

$$\therefore QC = m + 2 - m^2 = -(m - \frac{1}{2})^2 + \frac{9}{4}$$

$$QD = \frac{\sqrt{2}}{2} QC = \frac{\sqrt{2}}{2} [-(m - \frac{1}{2})^2 + \frac{9}{4}],$$

故当 $m = \frac{1}{2}$ 时, 点 Q 到直线 AB 的距离最大, 最大距离为 $\frac{9\sqrt{2}}{8}$.

(3) $\because \angle APT = 45^\circ$, $\therefore \triangle PBQ$ 中必有一个内角等于 45° , 由图知 $\angle BPQ = 45^\circ$ 不合题意.

①若 $\angle PBQ = 45^\circ$, 过点 B 作 x 的平行线, 与抛物线和 y 轴分别交于点 Q_1 、 F , 此时满足 $\angle PBQ_1 = 45^\circ$.

$\because Q_1(-2, 4)$ 、 $F(0, 4)$, $\therefore$ 此时 $\triangle BPQ_1$ 为等腰直角三角形, 由题意知 $\triangle PAT$ 也为等腰直角三角形.

(i) 当 $\angle PTA$ 为直角时, 得 $PT = AT = 1$, 此时 $t = 1$;

(ii) 当 $\angle PAT$ 为直角时, 得 $PT = 2$, 此时 $t = 0$.

②若 $\angle PQB = 45^\circ$, ①中是情况之一, 答案同上;

现以点 F 为圆心, FB 为半径作圆, 则 P 、 B 、 Q_1 都在 F 上, 设 F 与 y 轴左侧的抛物线交于另一点 Q_2 .

$\because \angle PQ_2B$ 与 $\angle PQ_1B$ 所对的弧相同,

$$\therefore \angle PQ_2B = \angle PQ_1B = 45^\circ,$$

即这里的交点 Q_2 也符合要求.

设 $Q_2(n, n^2)$ ($-2 < n < 0$), 由 $FQ_2 = 2$, 得 $n^2 + (4 - n^2)^2 = 2^2$,

即 $n^4 - 7n^2 + 12 = 0$, 解得 $n^2 = 3$ 或 $n^2 = 4$,

而 $-2 < n < 0$, 故 $n = -\sqrt{3}$, 即 $Q_2(-\sqrt{3}, 3)$.

可证 $\triangle PFQ_2$ 为等边三角形, 所以 $\angle PFQ_2 = 60^\circ$, 又 $PQ_1 = PQ_2$,

所以 $\angle PBQ_2 = \frac{1}{2} \angle PFQ_2 = 30^\circ$, 则在 $\triangle PQ_2B$ 中, $\angle PQ_2B = 45^\circ$, $\angle PBQ_2 = 30^\circ$.

(i) 若 $\triangle Q_2PB \sim \triangle PAT$, 则过点 A 作 y 轴垂线, 垂足为 E

则 $ET = \sqrt{3}AE = \sqrt{3}$, $OE = 1$, $\therefore OT = \sqrt{3} - 1$, 解得 $t = 1 - \sqrt{3}$,

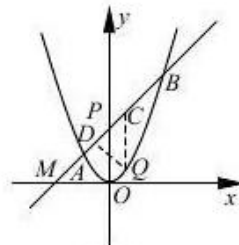
(ii) 若 $\triangle Q_2BP \sim \triangle PAT$, 则过点 T 作直线 AB 垂线, 垂足为 G ,

设 $TG = a$, 则 $PG = TG = a$, $AG = \sqrt{3}TG = \sqrt{3}a$

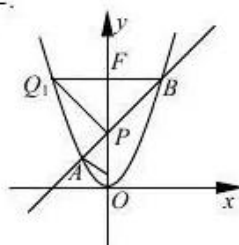
$$AP = \sqrt{2}, \therefore \sqrt{3}a + a = \sqrt{2}, \text{ 解得 } PT = \sqrt{2}a = \sqrt{3} - 1$$

$$\therefore OT = OP - PT = 3 - \sqrt{3}, \therefore t = 3 - \sqrt{3},$$

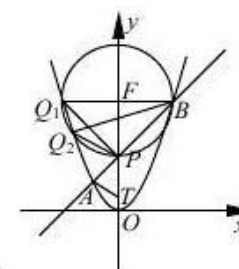
综上所述, 所求 t 的值为 $t = 1$ 或 $t = 0$ 或 $t = 1 - \sqrt{3}$ 或 $t = 3 - \sqrt{3}$.



图①



图②



备用