

2015 年江苏省扬州市中考数学试卷

一、单选题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分

1. (2015•扬州) 实数 0 是 ()

- A. 有理数 B. 无理数 C. 正数 D. 负数

2. (2015•扬州) 2015 年我国大学生毕业人数将达到 7 490 000 人，这个数据用科学记数法表示为 ()

- A. 7.49×10^7 B. 7.49×10^6 C. 74.9×10^5 D. 0.749×10^7

3. (2015•扬州) 如图是某校学生参加课外兴趣小组的人数占总人数比例的统计图，则参加人数最多的课外兴趣小组是 ()

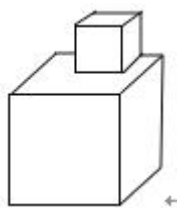


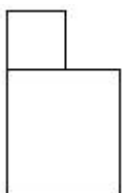
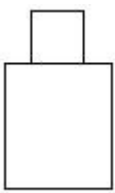
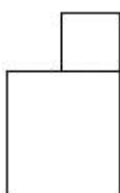
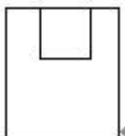
- A. 音乐组 B. 美术组 C. 体育组
D. 科技组

4. (2015•扬州) 下列二次根式中的最简二次根式是 ()

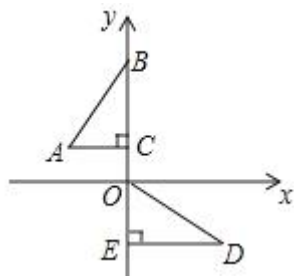
- A. $\sqrt{30}$ B. $\sqrt{12}$ C. $\sqrt{8}$ D. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

5. (2015•扬州) 如图所示的物体的左视图为 ()

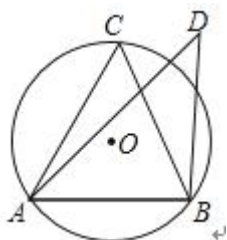


- A.  B.  C.  D. 

6. (2015•扬州) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 B、C、E、在 y 轴上, Rt△ABC 经过变换得到 Rt△ODE. 若点 C 的坐标为 (0, 1), AC=2, 则这种变换可以是 ()



- A. △ABC 绕点 C 顺时针旋转 90°, 再向下平移 3
 B. △ABC 绕点 C 顺时针旋转 90°, 再向下平移 1
 C. △ABC 绕点 C 逆时针旋转 90°, 再向下平移 1
 D. △ABC 绕点 C 逆时针旋转 90°, 再向下平移 3
7. (2015•扬州) 如图, 若锐角△ABC 内接于⊙O, 点 D 在⊙O 外 (与点 C 在 AB 同侧), 则下列三个结论: ① $\sin \angle C > \sin \angle D$; ② $\cos \angle C > \cos \angle D$; ③ $\tan \angle C > \tan \angle D$ 中, 正确的结论为 ()



- A. ①② B. ②③ C. ①②③ D. ①③
8. (2015•扬州) 已知 $x=2$ 是不等式 $(x-5)(ax-3a+2) \leq 0$ 的解, 且 $x=1$ 不是这个不等式的解, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $a > 1$ B. $a \leq 2$ C. $1 < a \leq 2$ D. $1 \leq a \leq 2$

二、填空题: 本大题共有 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分

9. (2015•扬州) -3 的相反数是_____.
10. (2015•扬州) 因式分解: $x^3 - 9x =$ _____.
11. (2015•扬州) 已知一个正比例函数的图象与一个反比例函数的一个交点坐标为 (1, 3), 则另一个交点坐标是_____.
12. (2015•扬州) 色盲是伴 X 染色体隐性先天遗传病, 患者中男性远多于女性, 从男性体检信息库中随机抽取体检表, 统计结果如表:

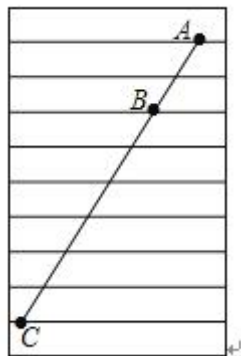
抽取的体检表数 n	50	100	200	400	500	800	1000	1200	1500	2000
色盲患者的频数 m	3	7	13	29	37	55	69	85	105	138
色盲患者的频率 m/n	0.060	0.070	0.065	0.073	0.074	0.069	0.069	0.071	0.070	0.069

根据表中数据, 估计在男性中, 男性患色盲的概率为 _____ (结果精确到 0.01).

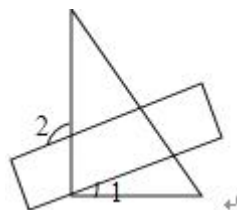
13. (2015•扬州) 若 $a^2 - 3b = 5$, 则 $6b - 2a^2 + 2015 =$ _____.

14. (2015•扬州) 已知一个圆锥的侧面积是 $2\pi\text{cm}^2$, 它的侧面展开图是一个半圆, 则这个圆锥的高为 _____ cm (结果保留根号).

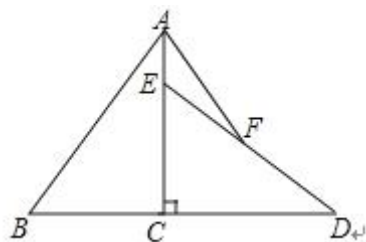
15. (2015•扬州) 如图, 练习本中的横格线都平行, 且相邻两条横格线间的距离都相等, 同一条直线上的三个点 A、B、C 都在横格线上. 若线段 $AB = 4\text{cm}$, 则线段 $BC =$ _____ cm.



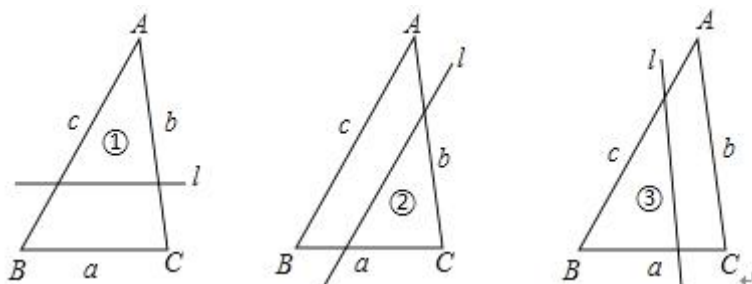
16. (2015•扬州) 如图, 已知矩形纸片的一条边经过直角三角形纸片的直角顶点, 若矩形纸片的一组对边与直角三角形纸片的两条直角边相交成 $\angle 1$ 、 $\angle 2$, 则 $\angle 2 - \angle 1 =$ _____.



17. (2015•扬州) 如图, 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 4$, 将 $\triangle ABC$ 绕直角顶点 C 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle DEC$. 若点 F 是 DE 的中点, 连接 AF, 则 $AF =$ _____.



18. (2015•扬州) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 的三边长为 a 、 b 、 c , 且 $a < b < c$, 若平行于三角形一边的直线 l 将 $\triangle ABC$ 的周长分成相等的两部分. 设图中的小三角形①、②、③的面积分别为 S_1 , S_2 , S_3 , 则 S_1 , S_2 , S_3 的大小关系是 _____ (用“<”号连接)



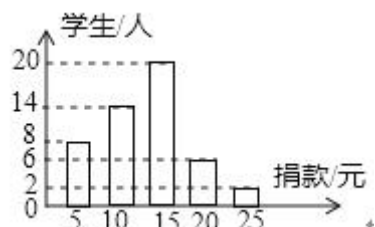
三、解答题（本大题共有 10 小题，共 96 分．）

19. (2015•扬州) (1) 计算: $(\frac{1}{4})^{-1} + |1 - \sqrt{3}| - \sqrt{27} \tan 30^\circ$;

(2) 化简: $\frac{a}{a^2-1} \div (\frac{a+1}{a-1} - \frac{1}{a-1})$.

20. (2015•扬州) 解不等式组 $\begin{cases} 3x \geq 4x - 1 \\ \frac{5x-1}{2} > x - 2 \end{cases}$, 并把它的解集在数轴上表示出来.

21. (2015•扬州) 在“爱满扬州”慈善一日捐活动中, 学校团总支为了了解本校学生的捐款情况, 随机抽取了 50 名学生的捐款数进行了统计, 并绘制成统计图.



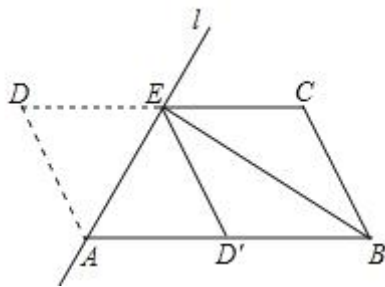
- (1) 这 50 名同学捐款的众数为_____元, 中位数为_____元。
(2) 求这 50 名同学捐款的平均数。
(3) 该校共有 600 名学生参与捐款, 请估计该校学生的捐款总数。

22. (2015•扬州) “2015 扬州鉴真国际半程马拉松”的赛事共有三项: A. “半程马拉松”、B. “10 公里”、C. “迷你马拉松”. 小明和小刚参与了该项赛事的志愿者服务工作, 组委会随机将志愿者分配到三个项目组.

- (1) 小明被分配到“迷你马拉松”项目组的概率为_____。
- (2) 求小明和小刚被分配到不同项目组的概率。

23. (2015•扬州) 如图, 将 $\square ABCD$ 沿过点 A 的直线 l 折叠, 使点 D 落到 AB 边上的点 D' 处, 折痕 l 交 CD 边于点 E, 连接 BE.

- (1) 求证: 四边形 BCED' 是平行四边形。
- (2) 若 BE 平分 $\angle ABC$, 求证: $AB^2 = AE^2 + BE^2$

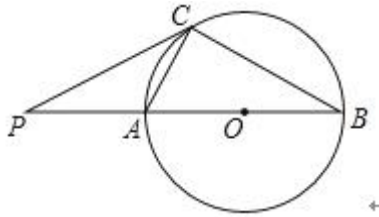


24. (2015•扬州) 扬州建城 2500 年之际, 为了继续美化城市, 计划在路旁栽树 1200 棵, 由于志愿者的参加, 实际每天栽树的棵数比原计划多 20%, 结果提前 2 天完成, 求原计划每天栽树多少棵?

25. (2015•扬州) 如图, 已知 $\odot O$ 的直径 $AB=12\text{cm}$, AC 是 $\odot O$ 的弦, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 BA 的延长线于点 P , 连接 BC .

(1) 求证: $\angle PCA = \angle B$

(2) 已知 $\angle P = 40^\circ$, 点 Q 在优弧 ABC 上, 从点 A 开始逆时针运动到点 C 停止 (点 Q 与点 C 不重合), 当 $\triangle ABQ$ 与 $\triangle ABC$ 的面积相等时, 求动点 Q 所经过的弧长。



26. (2015•扬州) 平面直角坐标系中, 点 $P(x, y)$ 的横坐标 x 的绝对值表示为 $|x|$, 纵坐标 y 的绝对值表示为 $|y|$, 我们把点 $P(x, y)$ 的横坐标与纵坐标的绝对值之和叫做点 $P(x, y)$ 的勾股值, 记为 $\lceil P \rceil$, 即 $\lceil P \rceil = |x| + |y|$. (其中的“+”是四则运算中的加法)

(1) 求点 $A(-1, 3)$, $B(\sqrt{3}+2, \sqrt{3}-2)$ 的勾股值 $\lceil A \rceil$ 、 $\lceil B \rceil$ 。

(2) 点 M 在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象上, 且 $\lceil M \rceil = 4$, 求点 M 的坐标。

(3) 求满足条件 $\lceil N \rceil = 3$ 的所有点 N 围成的图形的面积。

27. (2015•扬州) 科研所计划建一幢宿舍楼, 因为科研所实验中会产生辐射, 所以需要有两项配套工程: ①在科研所到宿舍楼之间修一条笔直的道路; ②对宿舍楼进行防辐射处理, 已知防辐射费 y 万元与科研所到宿舍楼的距离 x km 之间的关系式为 $y=ax+b$ ($0 \leq x \leq 9$). 当科研所到宿舍楼的距离为 1 km 时, 防辐射费用为 720 万元; 当科研所到宿舍楼的距离为 9 km 或大于 9 km 时, 辐射影响忽略不计, 不进行防辐射处理. 设每公里修路费用为 m 万元, 配套工程费 w = 防辐射费 + 修路费.

- (1) 当科研所到宿舍楼的距离 $x=9$ km 时, 防辐射费 y = _____ 万元, a = _____ ,
 b = _____
- (2) 若每公里修路费用为 90 万元, 求当科研所到宿舍楼的距离为多少 km 时, 配套工程费最少?
- (3) 如果配套工程费不超过 675 万元, 且科研所到宿舍楼的距离小于 9 km, 求每公里修路费用 m 万元的最大值.

28. (2015•扬州) 如图 1, 直线 $l \perp AB$ 于点 B , 点 C 在 AB 上, 且 $AC:CB=2:1$, 点 M 是直线 l 上的动点, 作点 B 关于直线 CM 的对称点 B' , 直线 AB' 与直线 CM 相交于点 P , 连接 PB .

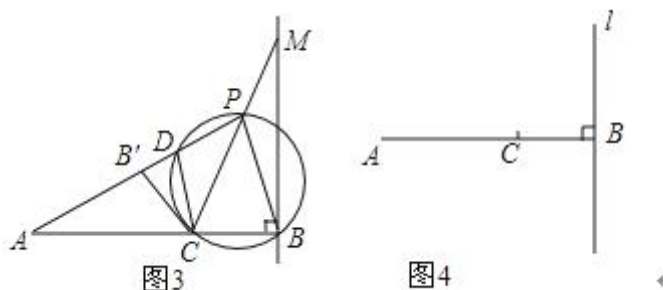
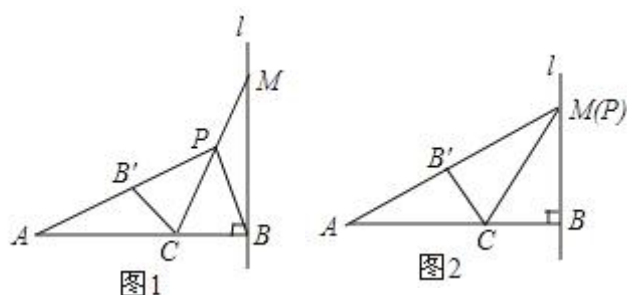
(1) 如图 2, 若点 P 与点 M 重合, 则 $\angle PAB = \underline{\hspace{2cm}}$, 线段 PA 与 PB 的比值为 $\underline{\hspace{2cm}}$

(2) 如图 3, 若点 P 与点 M 不重合, 设过 P, B, C 三点的圆与直线 AP 相交于 D , 连接 CD , 求证: ① $CD=CB'$; ② $PA=2PB$

(3) 如图 4, 若 $AC=2, BC=1$, 则满足条件 $PA=2PB$ 的点都在一个确定的圆上, 在以下小题中选做一题:

①如果你能发现这个确定的圆的圆心和半径, 那么不必写出发现过程, 只要证明这个圆上的任意一点 Q , 都满足 $QA=2QB$;

②如果你不能发现这个确定的圆的圆心和半径, 那么请取出几个特殊位置的 P 点, 如点 P 在直线 AB 上, 点 P 与点 M 重合等进行探究, 求这个圆的半径.



2015 年江苏省扬州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、单选题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分

1. (2015•扬州) 实数 0 是 ()

- A. 有理数 B. 无理数 C. 正数 D. 负数

【答案】 A

【考点】 实数

【解析】 解：0 是有理数，

故选：A.

【分析】 根据实数的分类，即可解答.

2. (2015•扬州) 2015 年我国大学生毕业人数将达到 7 490 000 人，这个数据用科学记数法表示为 ()

- A. 7.49×10^7 B. 7.49×10^6 C. 74.9×10^5 D. 0.749×10^7

【答案】 B

【考点】 科学记数法—表示绝对值较大的数

【解析】 解：将 7 490 000 用科学记数法表示为： 7.49×10^6 .

故选：B.

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 10 时，n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时，n 是负数.

3. (2015•扬州) 如图是某校学生参加课外兴趣小组的人数占总人数比例的统计图，则参加人数最多的课外兴趣小组是 ()



- A. 音乐组 B. 美术组 C. 体育组
D. 科技组

【答案】 C

【考点】 扇形统计图

【解析】 解：由 $40\% > 25\% > 23\% > 12\%$,

体育组的人数最多，

故选：C.

【分析】根据扇形统计图中扇形面积越大，所占的比例越重，相应的人数越多，可得答案.

4. (2015•扬州) 下列二次根式中的最简二次根式是 ()

- A. $\sqrt{30}$ B. $\sqrt{12}$ C. $\sqrt{8}$ D. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

【答案】A

【考点】最简二次根式

【解析】解：A、符合最简二次根式的定义，故本选项正确；

B、原式= $2\sqrt{3}$ ，被开方数含能开得尽方的因数，不是最简二次根式，故本选项错误；

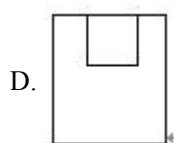
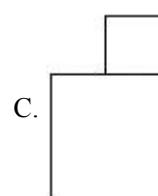
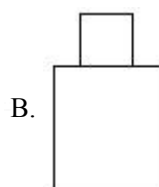
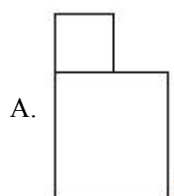
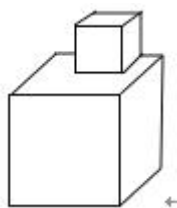
C、原式= $2\sqrt{2}$ ，被开方数含能开得尽方的因数，不是最简二次根式，故本选项错误；

D、被开方数含分母，不是最简二次根式，故本选项错误；

故选：A

【分析】判定一个二次根式是不是最简二次根式的方法，就是逐个检查最简二次根式的两个条件是否同时满足，同时满足的就是最简二次根式，否则就不是.

5. (2015•扬州) 如图所示的物体的左视图为 ()



【答案】A

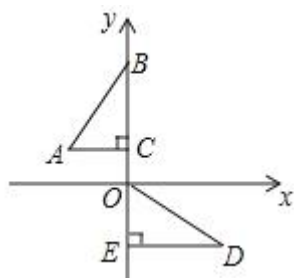
【考点】简单组合体的三视图

【解析】解：从左面看易得第一层有 1 个矩形，第二层最左边有一个正方形.

故选 A.

【分析】找到从左面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在左视图中.

6. (2015•扬州) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 B、C、E、在 y 轴上, Rt△ABC 经过变换得到 Rt△ODE. 若点 C 的坐标为 (0, 1), AC=2, 则这种变换可以是 ()



- A. △ABC 绕点 C 顺时针旋转 90°, 再向下平移 3
B. △ABC 绕点 C 顺时针旋转 90°, 再向下平移 1
C. △ABC 绕点 C 逆时针旋转 90°, 再向下平移 1
D. △ABC 绕点 C 逆时针旋转 90°, 再向下平移 3

【答案】A

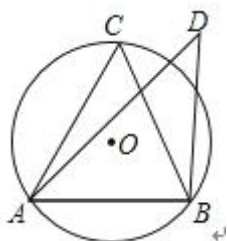
【考点】坐标与图形变化-平移, 坐标与图形变化-旋转

【解析】解: 根据图形可以看出, △ABC 绕点 C 顺时针旋转 90°, 再向下平移 3 个单位可以得到△ODE.

故选: A.

【分析】观察图形可以看出, Rt△ABC 通过变换得到 Rt△ODE, 应先旋转然后平移即可.

7. (2015•扬州) 如图, 若锐角△ABC 内接于⊙O, 点 D 在⊙O 外 (与点 C 在 AB 同侧), 则下列三个结论: ① $\sin \angle C > \sin \angle D$; ② $\cos \angle C > \cos \angle D$; ③ $\tan \angle C > \tan \angle D$ 中, 正确的结论为 ()

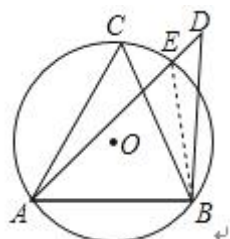


- A. ①②
B. ②③
C. ①②③
D. ①③

【答案】D

【考点】圆周角定理, 锐角三角函数的增减性

【解析】解: 如图, 连接 BE,



根据圆周角定理, 可得 $\angle C = \angle AEB$,

$\therefore \angle AEB = \angle D + \angle DBE$,

$$\therefore \angle AEB > \angle D,$$

$$\therefore \angle C > \angle D,$$

根据锐角三角形函数的增减性, 可得,

$$\sin \angle C > \sin \angle D, \text{ 故①正确;}$$

$$\cos \angle C < \cos \angle D, \text{ 故②错误;}$$

$$\tan \angle C > \tan \angle D, \text{ 故③正确;}$$

故选: D.

【分析】 连接 BE, 根据圆周角定理, 可得 $\angle C = \angle AEB$, 因为 $\angle AEB = \angle D + \angle DBE$, 所以 $\angle AEB > \angle D$, 所以 $\angle C > \angle D$, 根据锐角三角形函数的增减性, 即可判断.

8. (2015•扬州) 已知 $x=2$ 是不等式 $(x-5)(ax-3a+2) \leq 0$ 的解, 且 $x=1$ 不是这个不等式的解, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $a > 1$ B. $a \leq 2$ C. $1 < a \leq 2$ D. $1 \leq a \leq 2$

【答案】 C

【考点】 不等式的解集

【解析】 解: $\because x=2$ 是不等式 $(x-5)(ax-3a+2) \leq 0$ 的解,

$$\therefore (2-5)(2a-3a+2) \leq 0,$$

$$\text{解得: } a \leq 2,$$

$\because x=1$ 不是这个不等式的解,

$$\therefore (1-5)(a-3a+2) > 0,$$

$$\text{解得: } a > 1,$$

$$\therefore 1 < a \leq 2,$$

故选: C.

【分析】 根据 $x=2$ 是不等式 $(x-5)(ax-3a+2) \leq 0$ 的解, 且 $x=1$ 不是这个不等式的解, 列出不等式, 求出解集, 即可解答.

二、填空题: 本大题共有 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分

9. (2015•扬州) -3 的相反数是_____.

【答案】 3

【考点】 相反数

【解析】 解: $-(-3) = 3$,

故 -3 的相反数是 3.

故答案为: 3.

【分析】 一个数的相反数就是在这个数前面添上“ $-$ ”号.

10. (2015•扬州) 因式分解: $x^3 - 9x =$ _____.

【答案】 $x(x+3)(x-3)$

【考点】 提公因式法与公式法的综合运用

【解析】 解: $x^3 - 9x$,

$$=x(x^2 - 9),$$

$$=x(x+3)(x-3).$$

【分析】先提取公因式 x ，再利用平方差公式进行分解.

11. (2015•扬州) 已知一个正比例函数的图象与一个反比例函数的一个交点坐标为 $(1, 3)$ ，则另一个交点坐标是_____.

【答案】 $(-1, -3)$

【考点】反比例函数图象的对称性

【解析】解：∵反比例函数的图象与经过原点的直线的两个交点一定关于原点对称，

∴另一个交点的坐标与点 $(1, 3)$ 关于原点对称，

∴该点的坐标为 $(-1, -3)$.

故答案为： $(-1, -3)$.

【分析】反比例函数的图象是中心对称图形，则经过原点的直线的两个交点一定关于原点对称.

12. (2015•扬州) 色盲是伴 X 染色体隐性先天遗传病，患者中男性远多于女性，从男性体检信息库中随机抽取体检表，统计结果如表：

抽取的体检表数 n	50	100	200	400	500	800	1000	1200	1500	2000
色盲患者的频数 m	3	7	13	29	37	55	69	85	105	138
色盲患者的频率 m/n	0.060	0.070	0.065	0.073	0.074	0.069	0.069	0.071	0.070	0.069

根据表中数据，估计在男性中，男性患色盲的概率为 _____ (结果精确到 0.01) .

【答案】 0.07

【考点】利用频率估计概率

【解析】解：观察表格发现，随着实验人数的增多，男性患色盲的频率逐渐稳定在常数 0.07 左右，

故男性中，男性患色盲的概率为 0.07，

故答案为： 0.07.

【分析】观察随着实验次数的增多，频率逐渐稳定到的常数即可表示男性患色盲的概率.

13. (2015•扬州) 若 $a^2 - 3b = 5$ ，则 $6b - 2a^2 + 2015 =$ _____ .

【答案】 2005

【考点】代数式求值

【解析】解： $6b - 2a^2 + 2015$

$$= -2(a^2 - 3b) + 2015$$

$$= -2 \times 5 + 2015$$

$$= -10 + 2015$$

$$= 2005.$$

故答案为： 2005.

【分析】首先根据 $a^2 - 3b = 5$ ，求出 $6b - 2a^2$ 的值是多少，然后用所得的结果加上 2015，求出算式 $6b - 2a^2 + 2015$ 的值是多少即可.

14. (2015•扬州) 已知一个圆锥的侧面积是 $2\pi\text{cm}^2$ ，它的侧面展开图是一个半圆，则这个圆锥的高为 _____ cm (结果保留根号)。

【答案】 $\sqrt{3}$

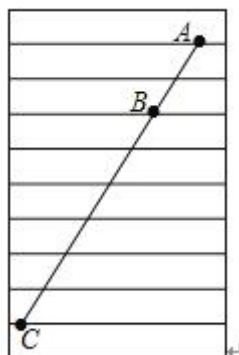
【考点】 圆锥的计算

【解析】 解：设圆锥的母线长为 R ，
 $\pi \times R^2 \div 2 = 2\pi$ ，
 解得： $R=2$ ，
 $\therefore$ 圆锥侧面展开图的弧长为： 2π ，
 $\therefore$ 圆锥的底面圆半径是 $2\pi \div 2\pi = 1$ ，
 $\therefore$ 圆锥的高为 $\sqrt{3}$ 。

故答案为 $\sqrt{3}$ 。

【分析】 利用扇形的面积公式可得圆锥的母线长，进而求得扇形的弧长，除以 2π 即为圆锥的底面圆半径，利用勾股定理求得圆锥的高即可。

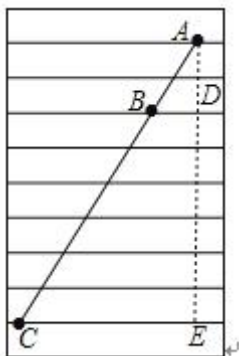
15. (2015•扬州) 如图，练习本中的横格线都平行，且相邻两条横格线间的距离都相等，同一条直线上的三个点 A 、 B 、 C 都在横格线上。若线段 $AB=4\text{cm}$ ，则线段 $BC=$ _____ cm。



【答案】 12

【考点】 平行线分线段成比例

【解析】 解：如图，过点 A 作 $AE \perp CE$ 于点 E ，交 BD 于点 D ，



$\therefore$ 练习本中的横格线都平行，且相邻两条横格线间的距离都相等，

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DE},$$

$$\text{即 } \frac{4}{BC} = \frac{2}{6},$$

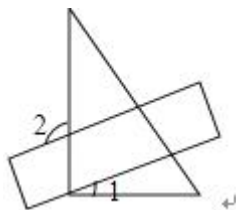
$$\therefore BC = 12\text{cm}.$$

故答案为：12.

【分析】过点 A 作 $AE \perp CE$ 于点 E, 交 BD 于点 D, 根据平行线分线段成比例可得 $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DE}$,

代入计算即可解答.

16. (2015•扬州) 如图, 已知矩形纸片的一条边经过直角三角形纸片的直角顶点, 若矩形纸片的一组对边与直角三角形纸片的两条直角边相交成 $\angle 1$ 、 $\angle 2$, 则 $\angle 2 - \angle 1 =$ _____.



【答案】 90°

【考点】平行线的性质

【解析】解: $\because \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$,

$$\therefore \angle 3 = 180^\circ - \angle 2.$$

$\because$ 直尺的两边互相平行,

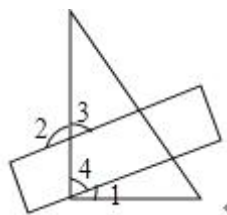
$$\therefore \angle 4 = \angle 3,$$

$$\therefore \angle 4 = 180^\circ - \angle 2.$$

$$\because \angle 4 + \angle 1 = 90^\circ,$$

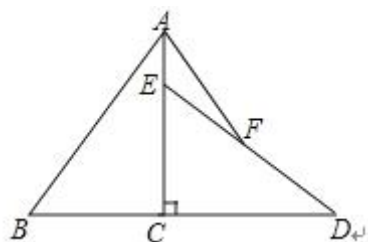
$$\therefore 180^\circ - \angle 2 + \angle 1 = 90^\circ, \text{ 即 } \angle 2 - \angle 1 = 90^\circ.$$

故答案为: 90° .



【分析】先根据平角的定义得出 $\angle 3 = 180^\circ - \angle 2$, 再由平行线的性质得出 $\angle 4 = \angle 3$, 根据 $\angle 4 + \angle 1 = 90^\circ$ 即可得出结论.

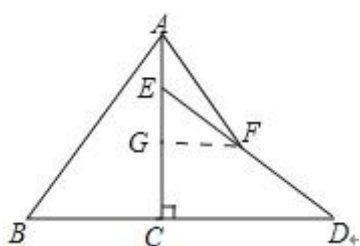
17. (2015•扬州) 如图, 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=6$, $BC=4$, 将 $\triangle ABC$ 绕直角顶点 C 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle DEC$. 若点 F 是 DE 的中点, 连接 AF , 则 $AF=$ _____



【答案】 5

【考点】 旋转的性质

【解析】 作 $FG \perp AC$,



根据旋转的性质, $EC=BC=4$,

$DC=AC=6$, $\angle ACD=\angle ACB=90^\circ$,

$\because$ 点 F 是 DE 的中点,

$\therefore FG \parallel CD$

$\therefore GF=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}AC=3$

$EG=\frac{1}{2}EC=\frac{1}{2}BC=2$

$\because AC=6$, $EC=BC=4$

$\therefore AE=2$

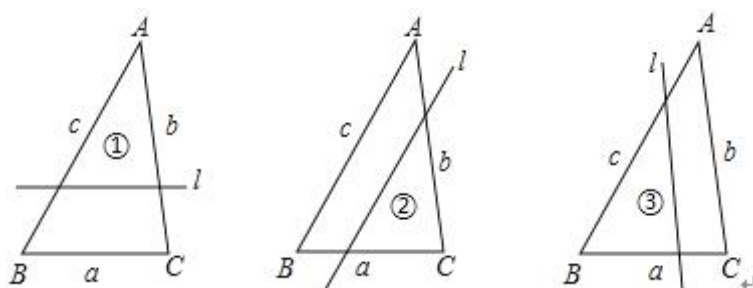
$\therefore AG=4$

根据勾股定理, $AF=5$.

【分析】 根据旋转的性质, $EC=BC=4$, $DC=AC=6$, $\angle ACD=\angle ACB=90^\circ$, 由点 F 是 DE 的中点, 可求出 EG 、 GF , 因为 $AE=AC-EC=2$, 可求出 AG , 然后运用勾股定理求出 AF .

18. (2015•扬州) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 的三边长为 a 、 b 、 c , 且 $a < b < c$, 若平行于三角形一边的直线 l 将 $\triangle ABC$ 的周长分成相等的两部分. 设图中的小三角形①、②、③的面积分别

为 S_1 , S_2 , S_3 , 则 S_1 , S_2 , S_3 的大小关系是_____ (用“<”号连接)

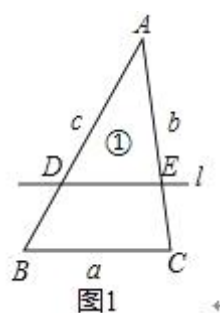


【答案】 $S_1 < S_3 < S_2$

【考点】 相似三角形的判定与性质

【解析】 解： 设 $\triangle ABC$ 的面积为 S ， 周长为 C 。

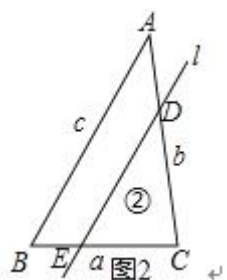
①若 $l \parallel BC$ ， 如图 1，



则有 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，

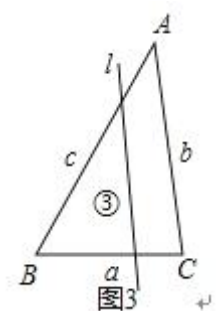
$$\therefore \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S}} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{AD+AE}{AB+AC} = \frac{\frac{1}{2}C}{c+l};$$

②若 $l \parallel AC$ ， 如图 2，



同理可得： $\frac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S}} = \frac{1}{2} \frac{C}{b+a}$ ；

③若 $l \parallel AB$ ， 如图 3，



同理可得: $\frac{\sqrt{S_3}}{\sqrt{S}} = \frac{\frac{1}{2}C}{a+c}$.

$\because 0 < a < b < c$,

$\therefore 0 < a+b < a+c < b+c$,

$\therefore \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S}} < \frac{\sqrt{S_3}}{\sqrt{S}} < \frac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S}}$,

$\therefore S_1 < S_3 < S_2$,

故答案为 $S_1 < S_3 < S_2$.

【分析】 设 $\triangle ABC$ 的面积为 S , 周长为 C . ①若 $l \parallel BC$, 如图1, 则有 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 根据相似三角形的性质及等比性质可得 $\frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S}} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{AD+AE}{AB+AC} = \frac{\frac{1}{2}C}{c+l}$; ②若 $l \parallel BC$, 如图2, 同理可得

$\frac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S}} = \frac{\frac{1}{2}C}{b+a}$; ③若 $l \parallel AC$, 如图3, 同理可得 $\frac{\sqrt{S_3}}{\sqrt{S}} = \frac{\frac{1}{2}C}{a+c}$ 由 $0 < a < b < c$ 可得 $0 < a+b < a+c < b+c$,

即可得到 $\frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S}} < \frac{\sqrt{S_3}}{\sqrt{S}} < \frac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S}}$.

三、解答题 (本大题共有 10 小题, 共 96 分.)

19. (2015•扬州) (1) 计算: $(\frac{1}{4})^{-1} + |1 - \sqrt{3}| - \sqrt{27} \tan 30^\circ$;

(2) 化简: $\frac{a}{a^2-1} \div (\frac{a+1}{a-1} - \frac{1}{a-1})$.

【答案】 解: (1) 原式 $=4 + \sqrt{3} - 1 - 3\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 4 + \sqrt{3} - 1 - 3 = \sqrt{3}$;

(2) 原式 $=\frac{a}{(a+1)(a-1)} \div \frac{a+1-1}{a-1} = \frac{a}{(a+1)(a-1)} \cdot \frac{a-1}{a} = \frac{1}{a+1}$.

【考点】 实数的运算, 分式的混合运算, 零指数幂, 负整数指数幂, 特殊角的三角函数值

【解析】 **【分析】** (1) 原式第一项利用负整数指数幂法则计算, 第二项利用绝对值的代数意义化简, 最后一项利用二次根式性质及特殊角的三角函数值计算即可得到结果;

(2) 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算, 同时利用除法法则变形, 约分即可得到结果.

【分析】 此题考查了实数的运算, 涉及知识点有分式运算, 零指数幂, 负整数指数幂和特殊角的三角函数等, 解题时, 注意符号的变化.

20. (2015•扬州) 解不等式组 $\begin{cases} 3x \geq 4x-1 \\ \frac{5x-1}{2} > x-2 \end{cases}$, 并把它的解集在数轴上表示出来.

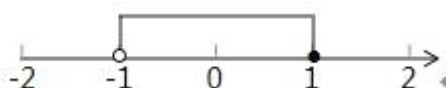
【答案】 **【解答】**

$$\begin{cases} 3x \geq 4x-1 & \text{①} \\ \frac{5x-1}{2} > x-2 & \text{②} \end{cases}$$

由①得: $x \leq 1$;

由②得: $x > -1$,

∴ 不等式组的解集为 $-1 < x \leq 1$,

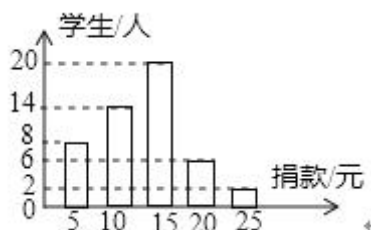


【考点】 在数轴上表示不等式的解集，解一元一次不等式组

【解析】 分别求出不等式组中两不等式的解集，找出解集的公共部分即可.

【分析】 此题考查了不等式组的解法，注意符号变化，分别求出两个不等式的解，再找出公共部分.

21. (2015•扬州) 在“爱满扬州”慈善一日捐活动中，学校团总支为了了解本校学生的捐款情况，随机抽取了 50 名学生的捐款数进行了统计，并绘制成统计图.



(1) 这 50 名同学捐款的众数为_____元，中位数为_____元.

(2) 求这 50 名同学捐款的平均数.

(3) 该校共有 600 名学生参与捐款，请估计该校学生的捐款总数.

【答案】 (1) 15; 15

(2) 解：50 名同学捐款的平均数 = $(5 \times 8 + 10 \times 14 + 15 \times 20 + 20 \times 6 + 25 \times 2) \div 50 = 13$ (元)

(3) 解：估计这个中学的捐款总数为：

$$600 \times 13 = 7800 \text{ (元)}$$

【考点】 用样本估计总体，条形统计图，中位数、众数

【解析】 (1) 根据众数的定义即出现次数最多的数据进而得出即可，再利用中位数的定义得出即可；

(2) 利用条形统计图得出各组频数，再根据加权平均数的公式计算即可；

(3) 利用样本估计总体的思想，用总数乘以捐款平均数即可得到捐款总数.

【分析】 此题考查了统计图的应用，包括利用样本估计总体，中位数，众数和加权平均数公式以及条形统计图等.

22. (2015•扬州) “2015 扬州鉴真国际半程马拉松”的赛事共有三项：A. “半程马拉松”、B. “10 公里”、C. “迷你马拉松”. 小明和小刚参与了该项赛事的志愿者服务工作，组委会随机将志愿者分配到三个项目组.

(1) 小明被分配到“迷你马拉松”项目组的概率为_____.

(2) 求小明和小刚被分配到不同项目组的概率.

【答案】 (1) $\frac{1}{3}$

(2) 解：设三种赛事分别为 1, 2, 3，列表得：

	1	2	3
1	(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)
2	(1, 2)	(2, 2)	(3, 2)
3	(1, 3)	(2, 3)	(3, 3)

所有等可能的情况有 9 种，分别为 (1, 1)；(1, 2)；(1, 3)；(2, 1)；(2, 2)；(2, 3)；(3, 1)；(3, 2)；(3, 3)，

小明和小刚被分配到不同项目组的情况有 6 种，所有其概率 $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

【考点】列表法与树状图法

【解析】(1) $\because$ 共有 A, B, C 三项赛事，

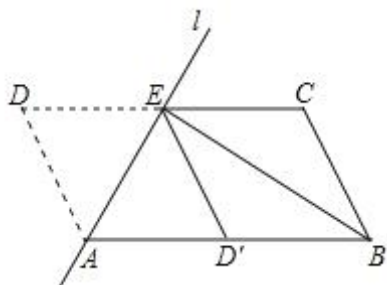
$\therefore$ 小明被分配到“迷你马拉松”项目组的概率是 $\frac{1}{3}$

(2) 列表可以很清楚得到小明和小刚被分到不同项目组的情况并求出概率为 $\frac{2}{3}$ 。

【分析】(1) 利用概率公式直接计算即可；

(2) 列表或画树形图得到所有可能的结果，即可求出小明和小刚被分配到不同项目组的概率。

23. (2015•扬州) 如图，将 $\square ABCD$ 沿过点 A 的直线 l 折叠，使点 D 落到 AB 边上的点 D' 处，折痕 l 交 CD 边于点 E，连接 BE。



(1) 求证：四边形 BCED' 是平行四边形。

(2) 若 BE 平分 $\angle ABC$ ，求证： $AB^2 = AE^2 + BE^2$

【答案】(1) 证明： $\because$ 将 $\square ABCD$ 沿过点 A 的直线 l 折叠，使点 D 落到 AB 边上的点 D' 处，

$$\therefore \angle DAE = \angle D'AE, \angle DEA = \angle D'EA, \angle D = \angle AD'E,$$

$$\because DE \parallel AD',$$

$$\therefore \angle DEA = \angle EAD',$$

$$\therefore \angle DAE = \angle EAD' = \angle DEA = \angle D'EA,$$

$$\therefore \angle DAD' = \angle DED',$$

$\therefore$ 四边形 DAD'E 是平行四边形

$$\therefore DE = AD',$$

∵ 四边形 ABCD 是平行四边形,

∴ $AB \parallel DC$,

∴ $CE \parallel D'B$,

∴ 四边形 BCED' 是平行四边形

(2) 解: ∵ BE 平分 $\angle ABC$,

∴ $\angle CBE = \angle EBA$,

∵ $AD \parallel BC$,

∴ $\angle DAB + \angle CBA = 180^\circ$,

∵ $\angle DAE = \angle BAE$,

∴ $\angle EAB + \angle EBA = 90^\circ$,

∴ $\angle AEB = 90^\circ$,

∴ $AB^2 = AE^2 + BE^2$.

【考点】 勾股定理, 平行四边形的判定与性质, 翻折变换 (折叠问题)

【解析】 (1) 利用翻折变换的性质以及平行线的性质得出 $\angle DAE = \angle EAD' = \angle DEA = \angle D'EA$, 进而利用平行四边形的判定方法得出四边形 DAD'E 是平行四边形, 进而求出四边形 BCED' 是平行四边形;

(2) 利用平行线的性质结合勾股定理得出答案.

【分析】 此题考查了图形的翻转变换以及平行四边形的性质和勾股定理等知识点.

24. (2015•扬州) 扬州建城 2500 年之际, 为了继续美化城市, 计划在路旁栽树 1200 棵, 由于志愿者的参加, 实际每天栽树的棵数比原计划多 20%, 结果提前 2 天完成, 求原计划每天栽树多少棵?

【答案】 解: 设原计划每天种树 x 棵, 则实际每天栽树的棵数为 $(1+20\%)$,

由题意得, $\frac{1200}{x} - \frac{1200}{(1+20\%)x} = 2$,

解得: $x=100$,

经检验, $x=100$ 是原分式方程的解, 且符合题意.

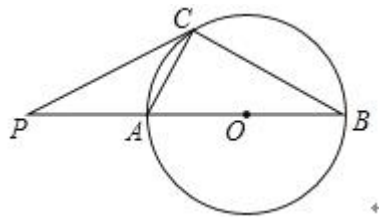
答: 原计划每天种树 100 棵.

【考点】 分式方程的应用

【解析】 设原计划每天种树 x 棵, 则实际每天栽树的棵数为 $(1+20\%)$, 根据题意可得, 实际比计划少用 2 天, 据此列方程求解.

【分析】 此题考查了分式方程与实际问题, 根据题意找出等量关系, 列出相应的分式方程并解方程, 而且要验证解得的结果是否符合题意.

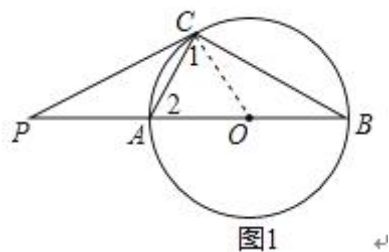
25. (2015•扬州) 如图, 已知 $\odot O$ 的直径 $AB=12\text{cm}$, AC 是 $\odot O$ 的弦, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 BA 的延长线于点 P , 连接 BC .



(1) 求证: $\angle PCA = \angle B$

(2) 已知 $\angle P = 40^\circ$, 点 Q 在优弧 ABC 上, 从点 A 开始逆时针运动到点 C 停止 (点 Q 与点 C 不重合), 当 $\triangle ABQ$ 与 $\triangle ABC$ 的面积相等时, 求动点 Q 所经过的弧长。

【答案】 (1) 证明: 连接 OC ,



$\because PC$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore \angle PCO = 90^\circ$,

$\therefore \angle 1 + \angle PCA = 90^\circ$,

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \angle 2 + \angle B = 90^\circ$,

$\because OC = OA$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$,

$\therefore \angle PCA = \angle B$;

(2) 解: $\because \angle P = 40^\circ$,

$\therefore \angle AOC = 50^\circ$,

$\because AB = 12$,

$\therefore AO = 6$,

当 $\angle AOQ = \angle AOC = 50^\circ$ 时, $\triangle ABQ$ 与 $\triangle ABC$ 的面积相等,

$\therefore$ 点 Q 所经过的弧长 $= \frac{50 \cdot \pi \cdot 6}{180} = \frac{5\pi}{3}$,

当 $\angle BOQ = \angle AOC = 50^\circ$ 时, 即 $\angle AOQ = 130^\circ$ 时, $\triangle ABQ$ 与 $\triangle ABC$ 的面积相等,

$\therefore$ 点 Q 所经过的弧长 $= \frac{130 \cdot \pi \cdot 6}{180} = \frac{13\pi}{3}$,

当 $\angle BOQ = 50^\circ$ 时, 即 $\angle AOQ = 230^\circ$ 时, $\triangle ABQ$ 与 $\triangle ABC$ 的面积相等,

$$\therefore \text{点 Q 所经过的弧长} = \frac{230 \cdot \pi \cdot 6}{180} = \frac{23\pi}{3},$$

$$\therefore \text{当 } \triangle ABQ \text{ 与 } \triangle ABC \text{ 的面积相等时, 动点 Q 所经过的弧长为 } \frac{5\pi}{3} \text{ 或 } \frac{13\pi}{3} \text{ 或 } \frac{23\pi}{3}.$$

【考点】切线的性质, 弧长的计算

【解析】 (1) 证明: 连接 OC, 由 PC 是 $\odot O$ 的切线, 得到 $\angle 1 + \angle PCA = 90^\circ$, 由 AB 是 $\odot O$ 的直径, 得到 $\angle 2 + \angle B = 90^\circ$, 于是得到结论;

(2) 当 $\angle AOQ = \angle AOC = 50^\circ$ 时, $\triangle ABQ$ 与 $\triangle ABC$ 的面积相等, 求得点 Q 所经过的弧长 $= \frac{50 \cdot \pi \cdot 6}{180} = \frac{5\pi}{3}$, 当 $\angle BOQ = \angle AOC = 50^\circ$ 时, 即 $\angle AOQ = 130^\circ$ 时, $\triangle ABQ$ 与 $\triangle ABC$ 的面积相等,

求得点 Q 所经过的弧长 $= \frac{130 \cdot \pi \cdot 6}{180} = \frac{13\pi}{3}$, 当 $\angle BOQ = 50^\circ$ 时, 即 $\angle AOQ = 230^\circ$ 时, $\triangle ABQ$ 与 $\triangle ABC$ 的面积相等,

$$\therefore \text{点 Q 所经过的弧长} = \frac{230 \cdot \pi \cdot 6}{180} = \frac{23\pi}{3}$$

【分析】 此题考查了圆的应用, 包括切线的性质和弧长的计算。注意分情况讨论, 熟练掌握弧长公式。

26. (2015•扬州) 平面直角坐标系中, 点 P (x, y) 的横坐标 x 的绝对值表示为 |x|, 纵坐标 y 的绝对值表示为 |y|, 我们把点 P (x, y) 的横坐标与纵坐标的绝对值之和叫做点 P (x, y) 的勾股值, 记为「P」, 即「P」=|x|+|y|. (其中的“+”是四则运算中的加法)

(1) 求点 A (-1, 3), B ($\sqrt{3}+2$, $\sqrt{3}-2$) 的勾股值「A」、「B」.

(2) 点 M 在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象上, 且「M」=4, 求点 M 的坐标.

(3) 求满足条件「N」=3 的所有点 N 围成的图形的面积.

【答案】 (1) 解: $\because A (-1, 3)$, $B (\sqrt{3}+2, \sqrt{3}-2)$,

$$\therefore \text{「A」} = |-1| + |3| = 4, \text{「B」} = |\sqrt{3}+2| + |\sqrt{3}-2| = \sqrt{3}+2+2-\sqrt{3}=4$$

(2) 解: 设: 点 M 的坐标为 (m, n),

$$\text{由题意得} \begin{cases} |m| + |n| = 4 \\ mn = 3 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} m_1 = 1 \\ n_1 = 3 \end{cases}, \begin{cases} m_2 = -1 \\ n_2 = -3 \end{cases}, \begin{cases} m_3 = 3 \\ n_3 = 1 \end{cases}, \begin{cases} m_4 = -3 \\ n_4 = -1 \end{cases},$$

$$\therefore M (1, 3), (-1, -3), (3, 1), (-3, -1).$$

(3) 解: 设 N 点的坐标为 (x, y),

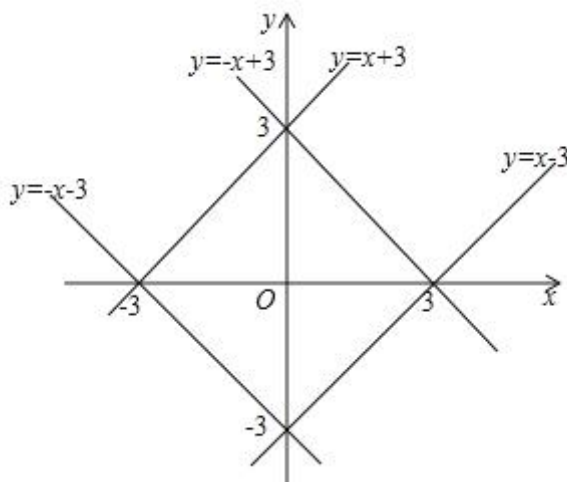
$$\because \text{「N」} = 3,$$

$$\therefore |x| + |y| = 3,$$

$$\therefore x+y=3, -x-y=3, x-y=3, -x+y=3,$$

$$\therefore y = -x+3, y = -x-3, y = x-3, y = x+3,$$

如图：所有点 N 围成的图形的面积 $= 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 18$.



【考点】反比例函数的应用

【解析】 (1) 由勾股值的定义即可求解；

(2) 点 M 在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象上，且 $\lceil M \rceil = 4$ ，列方程组即可得到结果；

(3) 设 N 点的坐标为 (x, y) ，由 $\lceil N \rceil = 3$ ，得到方程 $|x| + |y| = 3$ ，得到 $x + y = 3$ ， $-x - y = 3$ ， $x - y = 3$ ， $-x + y = 3$ ，化为一次函数的解析式 $y = -x + 3$ ， $y = -x - 3$ ， $y = x - 3$ ， $y = x + 3$ ，于是得到所有点 N 围成的图形是边长为 $3\sqrt{2}$ 的正方形，则面积可求。

【分析】 此题考查了勾股值得定义、反比例函数和一次函数的应用，根据函数图象构成的图形解决面积问题。

27. (2015•扬州) 科研所计划建一幢宿舍楼，因为科研所实验中会产生辐射，所以需要有两项配套工程：①在科研所到宿舍楼之间修一条笔直的道路；②对宿舍楼进行防辐射处理，已知防辐射费 y 万元与科研所到宿舍楼的距离 x km 之间的关系式为 $y = ax + b$ ($0 \leq x \leq 9$)。当科研所到宿舍楼的距离为 1 km 时，防辐射费用为 720 万元；当科研所到宿舍楼的距离为 9 km 或大于 9 km 时，辐射影响忽略不计，不进行防辐射处理。设每公里修路费用为 m 万元，配套工程费 w = 防辐射费 + 修路费。

(1) 当科研所到宿舍楼的距离 $x = 9$ km 时，防辐射费 $y =$ _____ 万元， $a =$ _____， $b =$ _____

(2) 若每公里修路费用为 90 万元，求当科研所到宿舍楼的距离为多少 km 时，配套工程费最少？

(3) 如果配套工程费不超过 675 万元，且科研所到宿舍楼的距离小于 9 km，求每公里修路费用 m 万元的最大值。

【答案】 (1) 0； -360； 1080

(2) 解：科研所到宿舍楼的距离为 x km，配套工程费为 w 元，

①当 $x < 9$ 时， $w = -360\sqrt{x} + 1080 + 90x = 90(\sqrt{x} - 2)^2 + 720$ ，

当 $\sqrt{x}-2=0$ 时, 即 $x=4$, w 有最小值, 最小值为 720 元;

②当 $x \geq 9$ 时, $w=90x$,

当 $x=9$ 时, w 有最小值, 最小值为 810 元,

$\therefore$ 当 $x=4$ 时, w 有最小值, 最小值为 720 元;

即当科研所到宿舍楼的距离 4km 时, 配套工程费最少.

(3) 解: 由题意得:

$$\begin{cases} mx - 360\sqrt{x} + 1080 \leq 675 & ① \\ x < 9 & ② \end{cases},$$

由①得: $m(\sqrt{x})^2 - 360\sqrt{x} + 1080 \leq 675$,

由②得: $\sqrt{x} < 3$,

$$\therefore \sqrt{x} = -\frac{b}{2a} = \frac{180}{m} < 3,$$

$$w = \frac{4ac-b^2}{4a} = \frac{4 \cdot 10m - (-360)^2}{4m} \leq 675,$$

$$\therefore 60 < m \leq 80,$$

$\therefore$ 每公里修路费用 m 万元的最大值为 80.

【考点】一次函数的应用

【解析】 (1) 当科研所到宿舍楼的距离为 9km 或大于 9km 时, 辐射影响忽略不计, 不进行防辐射处理, 所以当科研所到宿舍楼的距离 $x=9$ km 时, 防辐射费 $y=0$ 万元, 根据题意得方程组, 即可求出 a, b 的值;

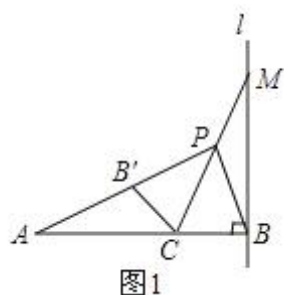
(2) 科研所到宿舍楼的距离为 x km, 配套工程费为 w 元, 分两种情况: ①当 $w < 90$ 时, $w = -360\sqrt{x} + 1080 + 90x = 90(\sqrt{x} - 2)^2 + 720$, ②当 $x \geq 90$ 时, $w=90x$, 分别求出最小值, 即可解答;

(3) 根据配套工程费不超过 675 万元, 且科研所到宿舍楼的距离小于 9km, 列出不等式组, 即可解答.

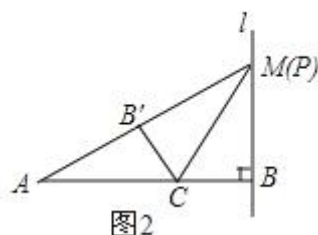
【分析】 此题考查了实际问题与一次函数和一元一次不等式组, 根据题意找出等量关系, 列出方程组和不等式组, 再进行求值.

28. (2015•扬州) 如图 1, 直线 $l \perp AB$ 于点 B , 点 C 在 AB 上, 且 $AC:CB=2:1$, 点 M 是直线 l 上的动点, 作点 B 关于直线 CM 的对称点 B' , 直线 AB' 与直线 CM 相交于点 P , 连接

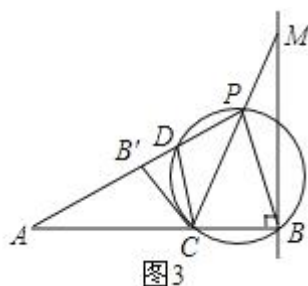
PB.



(1) 如图 2, 若点 P 与点 M 重合, 则 $\angle PAB =$ _____, 线段 PA 与 PB 的比值为 _____



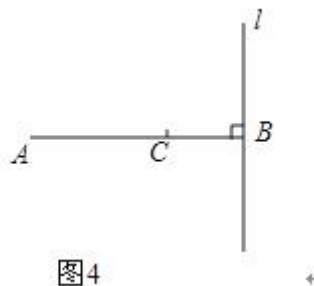
(2) 如图 3, 若点 P 与点 M 不重合, 设过 P, B, C 三点的圆与直线 AP 相交于 D, 连接 CD, 求证: ① $CD = CB'$; ② $PA = 2PB$



(3) 如图 4, 若 $AC = 2$, $BC = 1$, 则满足条件 $PA = 2PB$ 的点都在一个确定的圆上, 在以下小题中选做一题:

① 如果你能发现这个确定的圆的圆心和半径, 那么不必写出发现过程, 只要证明这个圆上的任意一点 Q, 都满足 $QA = 2QB$;

② 如果你不能发现这个确定的圆的圆心和半径, 那么请取出几个特殊位置的 P 点, 如点 P 在直线 AB 上, 点 P 与点 M 重合等进行探究, 求这个圆的半径.



【答案】 (1) 30° ; 2

(2) 证明: ① $\because B$ 关于直线 CM 的对称点为点 B' ,

$\therefore \triangle PBC$ 沿 PC 翻折得到 $\triangle PB'C$,

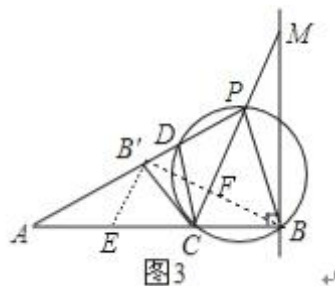
$\therefore \angle PB'C = \angle PBC$,

$\because \angle CDB' = \angle CBP$,

$\therefore \angle CDB' = \angle CB'D$,

$\therefore CD = CB'$;

②作 $B'E \parallel PC$ 交 AC 于 E , 连结 BB' 交 PC 于 F , 如图 3,



$\because B$ 关于直线 CM 的对称点为点 B' ,

$\therefore FB = FB'$, $PB = PB'$,

而 $CF \parallel B'E$,

$\therefore BC = CE$,

$\therefore AC = 2BC$,

$\therefore AE = EC$,

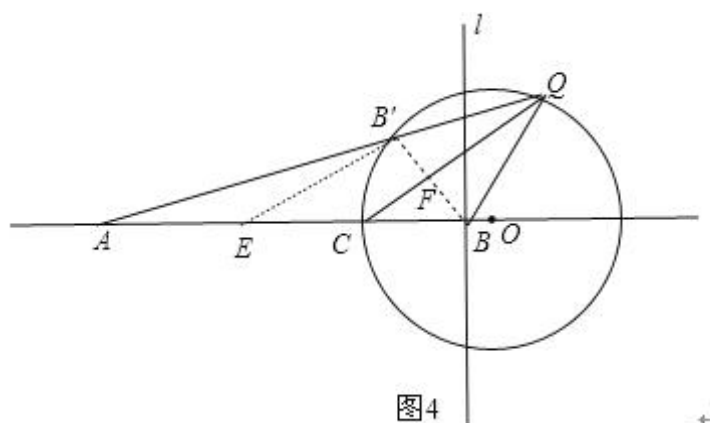
而 $B'E \parallel PC$,

$\therefore AB' = PB'$,

$\therefore PA = 2PB' = 2PB$

(3) 解: 选①.

证明: 作 $B'E \parallel QC$ 交 AC 于 E , 连结 BB' 交 QC 于 F , 如图 4,



$\because B$ 关于直线 CM 的对称点为点 B' ,

$\therefore FB = FB'$, $QB = QB'$,

而 $CF \parallel B'E$,

$\therefore BC = CE$,

$\because AC=2BC$,
 $\therefore AE=EC$,
 而 $B'E \parallel QC$,
 $\therefore AB'=QB'$,
 $\therefore PA=2QB'=2QB$.

【考点】圆的综合题

【解析】(1) 如图 2, 根据对称性质得 $\triangle PBC$ 沿 PC 翻折得到 $\triangle PB'C$, 根据折叠性质得 $CB'=CB$, $\angle PB'C=\angle PBC=90^\circ$, 由于 $AC:CB=2:1$, 则 $AC=2CB'$, 然后在 $Rt\triangle AB'C$ 中, 利用正弦定义可计算出 $\angle A=30^\circ$, 再利用含 30° 度的直角三角形三边的关系易得 $PA=2PB$;

(2) ①与 (1) 一样可得 $\angle PB'C=\angle PBC$, 再根据圆内接四边形的性质得 $\angle CDB'=\angle CBP$, 所以 $\angle CDB'=\angle CB'D$, 于是根据等腰三角形的判定得到 $CD=CB'$;

②作 $B'E \parallel PC$ 交 AC 于 E , 连结 BB' 交 PC 于 F , 如图 3, 利用对称性质得 $FB=FB'$, $PB=PB'$, 而 $CF \parallel B'E$, 则 CF 为 $\triangle BEB'$ 的中位线, 所以 $BC=CE$, 加上 $AC=2BC$, 所以 $AE=EC$, 然后利用 $B'E \parallel PC$, 则 $AB'=PB'$, 所以 $PA=2PB'=2PB$;

(3) 选①进行证明, 作 $B'E \parallel QC$ 交 AC 于 E , 连结 BB' 交 QC 于 F , 如图 4, 与 (2) 中②的证明方法一样.

【分析】此题考查了圆的综合应用, 实际知识点有图形的翻折, 正弦定义, 圆内接四边形, 等腰三角形判定以及对称性质和中位线等.