

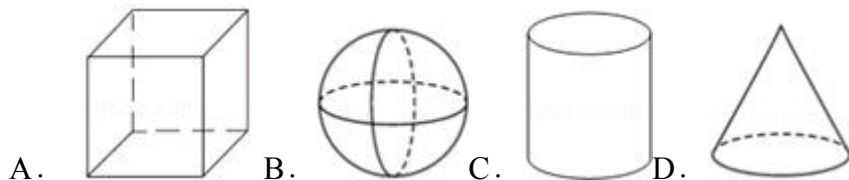
2015 年江苏省徐州市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. -2 的倒数是（ ）

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. 下列四个几何体中，主视图为圆的是（ ）



3. 下列运算正确的是（ ）

- A. $3a^2 - 2a^2 = 1$ B. $(a^2)^3 = a^5$ C. $a^2 \cdot a^4 = a^6$ D. $(3a)^2 = 6a^2$

4. 使 $\sqrt{x-1}$ 有意义的 x 的取值范围是（ ）

- A. $x \neq 1$ B. $x \geq 1$ C. $x > 1$ D. $x \geq 0$

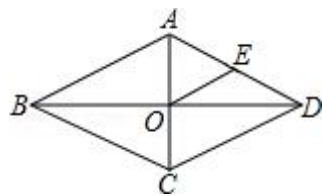
5. 一只不透明的袋子中装有 4 个黑球、2 个白球，每个球除颜色外都相同，从中任意摸出 3 个球，下列事件为必然事件的是（ ）

- A. 至少有 1 个球是黑球 B. 至少有 1 个球是白球
C. 至少有 2 个球是黑球 D. 至少有 2 个球是白球

6. 下列图形中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是（ ）

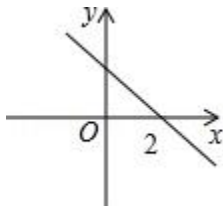
- A. 直角三角形 B. 正三角形 C. 平行四边形 D. 正六边形

7. 如图，菱形中，对角线 AC 、 BD 交于点 O ， E 为 AD 边中点，菱形 $ABCD$ 的周长为 28，则 OE 的长等于（ ）



- A. 3.5 B. 4 C. 7 D. 14

8. 若函数 $y = kx - b$ 的图象如图所示，则关于 x 的不等式 $k(x-3) - b > 0$ 的解集为（ ）



A. $x < 2$

B. $x > 2$

C. $x < 5$

D. $x > 5$

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

9. (3 分) (2015•徐州) 4 的算术平方根是_____.

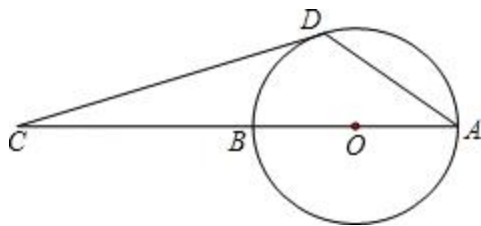
10. (3 分) (2015•徐州) 杨絮纤维的直径约为 0.000 010 5m, 该直径用科学记数法表示为_____.

11. (3 分) (2015•徐州) 小丽近 6 个月的手机话费 (单位: 元) 分别为: 18, 24, 37, 28, 24, 26, 这组数据的中位数是_____ 元.

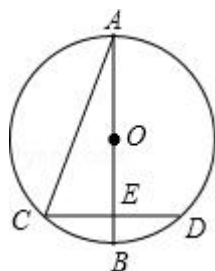
12. (3 分) (2015•徐州) 若正多边形的一个内角等于 140° , 则这个正多边形的边数是_____.

13. (3 分) (2015•徐州) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2\sqrt{3}x - k = 0$ 有两个相等的实数根, 则 k 值为_____.

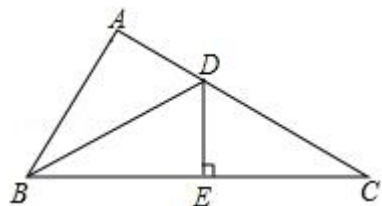
14. (3 分) (2015•徐州) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 AB 的延长线上, CD 与 $\odot O$ 相切于点 D , 若 $\angle C = 20^\circ$, 则 $\angle CDA =$ _____ $^\circ$.



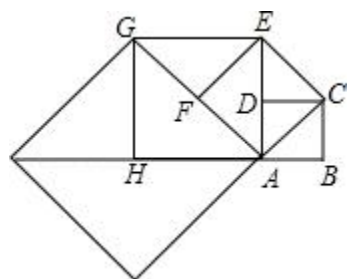
15. (3 分) (2015•徐州) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$, 垂足为 E , 连接 AC . 若 $\angle CAB = 22.5^\circ$, $CD = 8\text{cm}$, 则 $\odot O$ 的半径为_____ cm .



-
16. (3分) (2015•徐州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=31^\circ$, $\angle ABC$ 的平分线 BD 交 AC 于点 D , 如果 DE 垂直平分 BC , 那么 $\angle A=$ _____°.



17. (3分) (2015•徐州) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 以对角线 AC 为边作第二个正方形, 再以对角线 AE 为边作第三个正方形 $AEGH$, 如此下去, 第 n 个正方形的边长为_____.



18. (3分) (2015•徐州) 用一个圆心角为 90° , 半径为 4 的扇形围成一个圆锥的侧面, 该圆锥底面圆的半径_____.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 86 分)

19. (10分) (2015•徐州) 计算:

(1) $|-4| - 2015^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - (\sqrt{3})^2$

(2) $\left(1 + \frac{1}{a}\right) \div \frac{a^2 - 1}{a}$.

20. (10分) (2015•徐州) (1) 解方程: $x^2 - 2x - 3 = 0$;

(2) 解不等式组: $\begin{cases} x - 1 > 2 \\ x + 2 < 4x - 1 \end{cases}$.

21. (7 分) (2015•徐州) 小明参加某网店的“翻牌抽奖”活动，如图，4 张牌分别对应价值 5，10，15，20（单位：元）的 4 件奖品.

(1) 如果随机翻 1 张牌，那么抽中 20 元奖品的概率为_____

(2) 如果随机翻 2 张牌，且第一次翻过的牌不再参加下次翻牌，则所获奖品总值不低于 30 元的概率为多少？



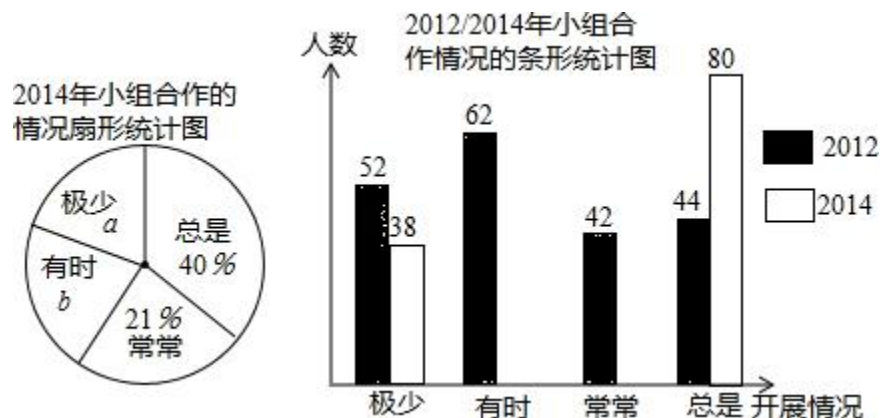
22. (7 分) (2015•徐州) 某校分别于 2012 年、2014 年随机调查相同数量的学生，对数学课开展小组合作学习的情况进行调查（开展情况分为较少、有时、常常、总是四种），绘制成部分统计图如下. 请根据图中信息，解答下列问题：

(1) $a = \underline{\hspace{2cm}}\%$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}\%$ ，“总是”对应阴影的圆心角为 $\underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ；

(2) 请你补全条形统计图；

(3) 若该校 2014 年共有 1200 名学生，请你统计其中认为数学课“总是”开展小组合作学习的学生有多少名？

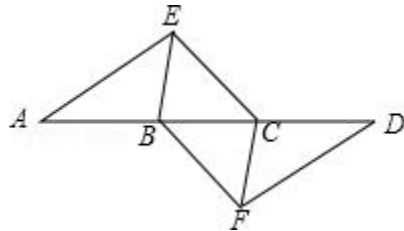
(4) 相比 2012 年，2014 年数学课开展小组合作学习的情况有何变化？



23. (8分) (2015•徐州) 如图, 点 A, B, C, D 在同一条直线上, 点 E, F 分别在直线 AD 的两侧, 且 $AE=DF$, $\angle A=\angle D$, $AB=DC$.

(1) 求证: 四边形 BFCE 是平行四边形;

(2) 若 $AD=10$, $DC=3$, $\angle EBD=60^\circ$, 则 $BE=$ _____ 时, 四边形 BFCE 是菱形.



24. (8分) (2015•徐州) 某超市为促销, 决定对 A, B 两种商品进行打折出售. 打折前, 买 6 件 A 商品和 3 件 B 商品需要 54 元, 买 3 件 A 商品和 4 件 B 商品需要 32 元; 打折后, 买 50 件 A 商品和 40 件 B 商品仅需 364 元, 这比打折前少花多少钱?

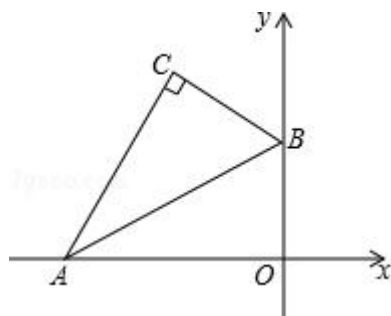
25. (8分) (2015•徐州) 如图, 平面直角坐标系中, 将含 30° 的三角尺的直角顶点 C 落在第二象限. 其斜边两端点 A、B 分别落在 x 轴、y 轴上, 且 $AB=12\text{cm}$

(1) 若 $OB=6\text{cm}$.

①求点 C 的坐标;

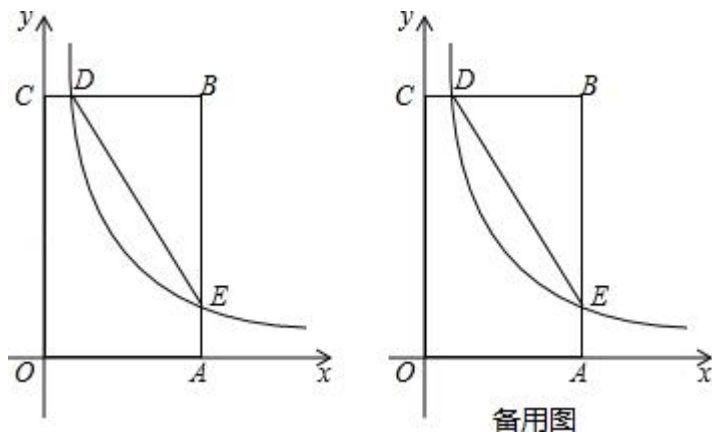
②若点 A 向右滑动的距离与点 B 向上滑动的距离相等, 求滑动的距离;

(2) 点 C 与点 O 的距离的最大值=_____ cm.



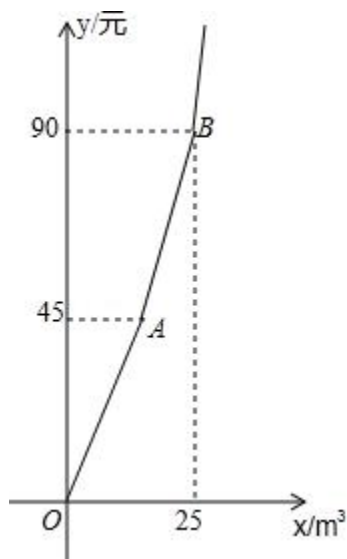
26. (8分) (2015•徐州) 如图, 在矩形 $OABC$ 中, $OA=3$, $OC=5$, 分别以 OA 、 OC 所在直线为 x 轴、 y 轴, 建立平面直角坐标系, D 是边 CB 上的一个动点 (不与 C 、 B 重合), 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0$) 的图象经过点 D 且与边 BA 交于点 E , 连接 DE .

- (1) 连接 OE , 若 $\triangle EOA$ 的面积为 2, 则 $k=$ _____;
- (2) 连接 CA 、 DE 与 CA 是否平行? 请说明理由;
- (3) 是否存在点 D , 使得点 B 关于 DE 的对称点在 OC 上? 若存在, 求出点 D 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



27. (8 分) (2015•徐州) 为加强公民的节水意识, 合理利用水资源. 某市对居民用水实行阶梯水价, 居民家庭每月用水量划分为三个阶梯, 一、二、三级阶梯用水的单价之比等于 1: 1.5: 2. 如图折线表示实行阶梯水价后每月水费 y (元) 与用水量 $x\text{m}^3$ 之间的函数关系. 其中线段 AB 表示第二级阶梯时 y 与 x 之间的函数关系

- (1) 写出点 B 的实际意义;
- (2) 求线段 AB 所在直线的表达式;
- (3) 某户 5 月份按照阶梯水价应缴水费 102 元, 其相应用水量为多少立方米?

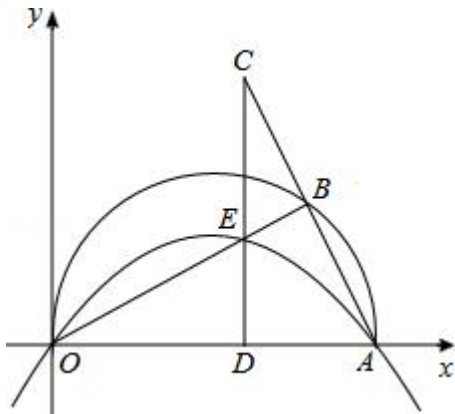


28. (12 分) (2015•徐州) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 $A(10, 0)$, 以 OA 为直径在第一象限内作半圆, B 为半圆上一点, 连接 AB 并延长至 C , 使 $BC=AB$, 过 C 作 $CD \perp x$ 轴于点 D , 交线段 OB 于点 E , 已知 $CD=8$, 抛物线经过 O 、 E 、 A 三点.

(1) $\angle OBA = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$.

(2) 求抛物线的函数表达式.

(3) 若 P 为抛物线上位于第一象限内的一个动点, 以 P 、 O 、 A 、 E 为顶点的四边形面积记作 S , 则 S 取何值时, 相应的点 P 有且只有 3 个?



2015 年江苏省徐州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. -2 的倒数是（ ）

A. 2

B. -2

C. $\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$

考点： 倒数.

分析： 根据倒数的定义，若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数.

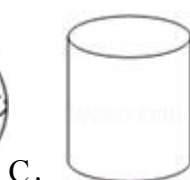
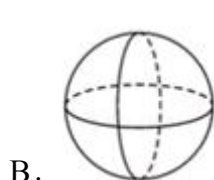
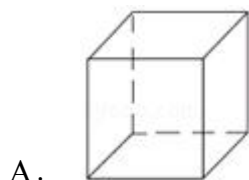
解答： 解： $\because -2 \times (-\frac{1}{2}) = 1$,

$\therefore -2$ 的倒数是 $-\frac{1}{2}$.

故选 D.

点评： 主要考查倒数的概念及性质. 倒数的定义： 若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数，属于基础题.

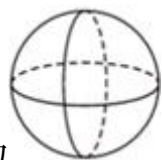
2. 下列四个几何体中，主视图为圆的是（ ）

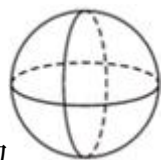


考点： 简单几何体的三视图.

专题： 计算题.

分析： 找出从正面看，主视图为圆的几何体即可.



解答： 解： 主视图为圆的为  ,

故选 B

点评： 此题考查了简单几何体的三视图，解决此类图的关键是由三视图得到立体图形.

3. 下列运算正确的是 ()

- A. $3a^2 - 2a^2 = 1$ B. $(a^2)^3 = a^5$ C. $a^2 \cdot a^4 = a^6$ D. $(3a)^2 = 6a^2$

考点： 幂的乘方与积的乘方；合并同类项；同底数幂的乘法.

分析： 根据同类项、幂的乘方、同底数幂的乘法计算即可.

解答： 解：A、 $3a^2 - 2a^2 = a^2$ ，错误；

B、 $(a^2)^3 = a^6$ ，错误；

C、 $a^2 \cdot a^4 = a^6$ ，正确；

D、 $(3a)^2 = 9a^2$ ，错误；

故选 C.

点评： 此题考查同类项、幂的乘方、同底数幂的乘法，关键是根据法则进行计算.

4. 使 $\sqrt{x-1}$ 有意义的 x 的取值范围是 ()

- A. $x \neq 1$ B. $x \geq 1$ C. $x > 1$ D. $x \geq 0$

考点： 二次根式有意义的条件.

分析： 先根据二次根式有意义的条件列出关于 x 的不等式，求出 x 的取值范围即可.

解答： 解： $\because \sqrt{x-1}$ 有意义，

$\therefore x - 1 \geq 0$ ，即 $x \geq 1$.

故选 B.

点评： 本题考查的是二次根式有意义的条件，熟知二次根式具有非负性是解答此题的关键.

5. 一只不透明的袋子中装有 4 个黑球、2 个白球，每个球除颜色外都相同，从中任意摸出 3 个球，下列事件为必然事件的是 ()

- A. 至少有 1 个球是黑球 B. 至少有 1 个球是白球
C. 至少有 2 个球是黑球 D. 至少有 2 个球是白球

考点： 随机事件.

分析： 由于只有 2 个白球，则从中任意摸出 3 个球中至少有 1 个球是黑球，于是根据必然事件的定义可判断 A 选项正确.

解答： 解：一只不透明的袋子中装有 4 个黑球、2 个白球，每个球除颜色外都相同，从中任意摸出 3 个球，至少有 1 个球是黑球是必然事件；至少有 1 个球是白球、至少有 2 个球是黑球和至少有 2 个球是白球都是随机事件.

故选 A.

点评： 本题考查了随机事件：在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件，称为随机事件. 事件分为确定事件和不确定事件（随机事件），确定事件又分为必然事件和不可能事件，

6. 下列图形中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是（ ）

A. 直角三角形 B. 正三角形 C. 平行四边形 D. 正六边形

考点： 中心对称图形；轴对称图形.

分析： 中心对称图形绕某一点旋转 180° ，旋转后的图形能够与原来的图形重合；轴对称图形被一条直线分割成的两部分沿着对称轴折叠时，互相重合；据此判断出是轴对称图形，但不是中心对称图形的是哪个即可.

解答： 解： $\because$ 选项 A 中的图形旋转 180° 后不能与原图形重合，

$\therefore$ 此图形不是中心对称图形，它也不是轴对称图形，

$\therefore$ 选项 A 不正确；

$\because$ 选项 B 中的图形旋转 180° 后不能与原图形重合，

$\therefore$ 此图形不是中心对称图形，但它是轴对称图形，

$\therefore$ 选项 B 正确；

$\because$ 选项 C 中的图形旋转 180° 后能与原图形重合，

$\therefore$ 此图形是中心对称图形，但它不是轴对称图形，

$\therefore$ 选项 C 不正确；

$\because$ 选项 D 中的图形旋转 180° 后能与原图形重合，

$\therefore$ 此图形是中心对称图形，它也是轴对称图形，

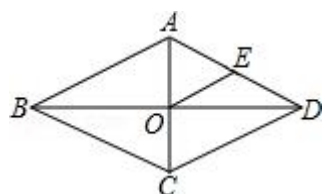
$\therefore$ 选项 D 不正确.

故选：B.

点评：（1）此题主要考查了中心对称图形问题，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：把一个图形绕某一点旋转 180° ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心．

（2）此题还考查了轴对称图形，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：轴对称图形是针对一个图形而言的，是一种具有特殊性质图形，被一条直线分割成的两部分沿着对称轴折叠时，互相重合；轴对称图形的对称轴可以是一条，也可以是多条甚至无数条．

7. 如图，菱形中，对角线 AC、BD 交于点 O，E 为 AD 边中点，菱形 ABCD 的周长为 28，则 OE 的长等于（ ）



- A. 3.5 B. 4 C. 7 D. 14

考点：菱形的性质．

分析：根据菱形的四条边都相等求出 AB，再根据菱形的对角线互相平分可得 $OB=OD$ ，然后判断出 OE 是 $\triangle ABD$ 的中位线，再根据三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半求解即可．

解答：解： $\because$ 菱形 ABCD 的周长为 28，

$$\therefore AB=28 \div 4=7, OB=OD,$$

$\because$ E 为 AD 边中点，

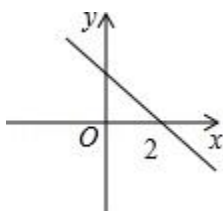
$\therefore$ OE 是 $\triangle ABD$ 的中位线，

$$\therefore OE=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2} \times 7=3.5.$$

故选 A．

点评：本题考查了菱形的性质，三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半，熟记性质与定理是解题的关键．

8. 若函数 $y=kx-b$ 的图象如图所示，则关于 x 的不等式 $k(x-3)-b>0$ 的解集为（ ）



A. $x < 2$

B. $x > 2$

C. $x < 5$

D. $x > 5$

考点：一次函数与一元一次不等式.

分析：根据函数图象知：一次函数过点 $(2, 0)$ ；将此点坐标代入一次函数的解析式中，可求出 k 、 b 的关系式；然后将 k 、 b 的关系式代入 $k(x-3) - b > 0$ 中进行求解即可.

解答：解： $\because$ 一次函数 $y=kx-b$ 经过点 $(2, 0)$ ，
 $\therefore 2k-b=0$ ， $b=2k$.

函数值 y 随 x 的增大而减小，则 $k < 0$ ；

解关于 $k(x-3) - b > 0$ ，

移项得： $kx > 3k+b$ ，即 $kx > 5k$ ；

两边同时除以 k ，因为 $k < 0$ ，因而解集是 $x < 5$.

故选 C.

点评： 本题考查了一次函数与一元一次不等式的关系及数形结合思想的应用. 解决此类问题关键是仔细观察图形，注意几个关键点（交点、原点等），做到数形结合.

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

9. (3 分) (2015•徐州) 4 的算术平方根是 2.

考点： 算术平方根.

分析： 如果一个非负数 x 的平方等于 a ，那么 x 是 a 的算术平方根，由此即可求出结果.

解答： 解： $\because 2^2=4$ ，
 $\therefore 4$ 算术平方根为 2.

故答案为：2.

点评： 此题主要考查了算术平方根的概念，算术平方根易与平方根的概念混淆而导致错误.

10. (3 分) (2015•徐州) 杨絮纤维的直径约为 0.000 010 5m, 该直径用科学记数法表示为 1.05×10^{-5} .

考点： 科学记数法—表示较小的数.

分析： 绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂, 指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定

解答： 解: $0.000\ 0105 = 1.05 \times 10^{-5}$,

故答案为: 1.05×10^{-5} .

点评： 本题考查用科学记数法表示较小的数, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

11. (3 分) (2015•徐州) 小丽近 6 个月的手机话费 (单位: 元) 分别为: 18, 24, 37, 28, 24, 26, 这组数据的中位数是 25 元.

考点： 中位数.

分析： 根据中位数的定义, 按大小顺序排列, 再看处在中间位置的数即可得到答案.

解答： 解: 把这 6 个数据按从小到大的顺序排列, 可得 18、24、24、26、28、37,

处在中间位置的数为 24、26,

又 $\because$ 24、26 的平均数为 25,

$\therefore$ 这组数据的中位数为 25,

故答案为: 25.

点评： 本题主要考查中位数的定义, 掌握求中位数应先按顺序排列是解题的关键.

12. (3 分) (2015•徐州) 若正多边形的一个内角等于 140° , 则这个正多边形的边数是 9.

考点: 多边形内角与外角.

分析: 首先根据求出外角度数, 再利用外角和定理求出边数.

解答: 解: $\because$ 正多边形的一个内角是 140° ,

$\therefore$ 它的外角是: $180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$,

$360^\circ \div 40^\circ = 9$.

故答案为: 9.

点评: 此题主要考查了多边形的外角与内角, 做此类题目, 首先求出正多边形的外角度数, 再利用外角和定理求出边数.

13. (3 分) (2015•徐州) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2\sqrt{3}x - k = 0$ 有两个相等的实数根, 则 k 值为 -3.

考点: 根的判别式.

分析: 因为方程有两个相等的实数根, 则 $\Delta = (-2\sqrt{3})^2 + 4k = 0$, 解关于 k 的方程即可.

解答: 解: $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2\sqrt{3}x - k = 0$ 有两个相等的实数根,

$\therefore \Delta = 0$,

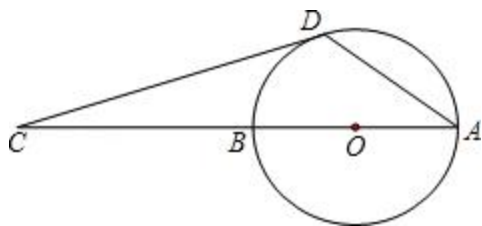
即 $(-2\sqrt{3})^2 - 4 \times (-k) = 12 + 4k = 0$,

解得 $k = -3$.

故答案为: -3.

点评: 本题考查了一元二次方程根的判别式, 当 $\Delta > 0$, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$, 方程没有实数根.

14. (3 分) (2015•徐州) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 AB 的延长线上, CD 与 $\odot O$ 相切于点 D , 若 $\angle C = 20^\circ$, 则 $\angle CDA =$ 125 $^\circ$.



考点: 切线的性质.

分析: 连接 OD, 构造直角三角形, 利用 $OA=OD$, 可求得 $\angle ODA=36^\circ$, 从而根据 $\angle CDA=\angle CDO+\angle ODA$ 计算求解.

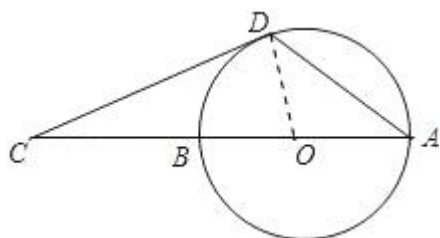
解答: 解: 连接 OD, 则 $\angle ODC=90^\circ$, $\angle COD=70^\circ$;

$\because OA=OD$,

$\therefore \angle ODA=\angle A=\frac{1}{2}\angle COD=35^\circ$,

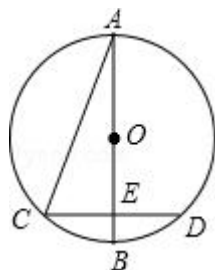
$\therefore \angle CDA=\angle CDO+\angle ODA=90^\circ+35^\circ=125^\circ$,

故答案为: 125.



点评: 本题利用了切线的性质, 三角形的外角与内角的关系, 等边对等角求解.

15. (3 分) (2015•徐州) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$, 垂足为 E, 连接 AC. 若 $\angle CAB=22.5^\circ$, $CD=8\text{cm}$, 则 $\odot O$ 的半径为 $4\sqrt{2}$ cm.



考点: 垂径定理; 等腰直角三角形; 圆周角定理.

专题: 计算题.

分析：连接 OC，如图所示，由直径 AB 垂直于 CD，利用垂径定理得到 E 为 CD 的中点，即 $CE=DE$ ，由 $OA=OC$ ，利用等边对等角得到一对角相等，确定出三角形 COE 为等腰直角三角形，求出 OC 的长，即为圆的半径．

解答：解：连接 OC，如图所示：

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ ，

$\therefore CE=DE=\frac{1}{2}CD=4\text{cm}$ ，

$\because OA=OC$ ，

$\therefore \angle A=\angle OCA=22.5^\circ$ ，

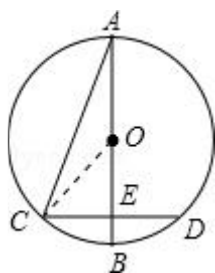
$\because \angle COE$ 为 $\triangle AOC$ 的外角，

$\therefore \angle COE=45^\circ$ ，

$\therefore \triangle COE$ 为等腰直角三角形，

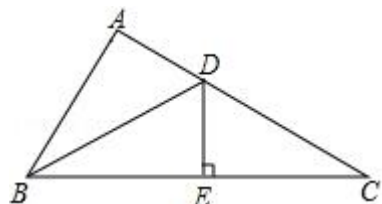
$\therefore OC=\sqrt{2}CE=4\sqrt{2}\text{cm}$ ，

故答案为： $4\sqrt{2}$



点评：此题考查了垂径定理，等腰直角三角形的性质，以及圆周角定理，熟练掌握垂径定理是解本题的关键．

16. (3 分) (2015•徐州) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=31^\circ$ ， $\angle ABC$ 的平分线 BD 交 AC 于点 D，如果 DE 垂直平分 BC，那么 $\angle A=$ 87 $^\circ$ ．



考点：线段垂直平分线的性质．

分析：根据 DE 垂直平分 BC，求证 $\angle DBE=\angle C$ ，再利用角平分线的性质和三角形内角

和定理，即可求得 $\angle A$ 的度数．

解答：解： $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=31^\circ$ ， $\angle ABC$ 的平分线 BD 交 AC 于点 D ，

$$\therefore \angle DBE = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} (180^\circ - 31^\circ - \angle A) = \frac{1}{2} (149^\circ - \angle A),$$

$\because DE$ 垂直平分 BC ，

$$\therefore BD=DC,$$

$$\therefore \angle DBE = \angle C,$$

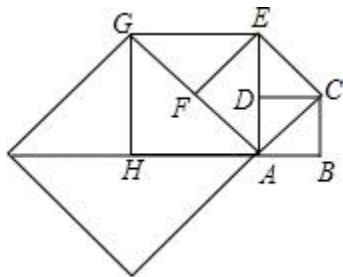
$$\therefore \angle DBE = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} (149^\circ - \angle A) = \angle C = 31^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 87^\circ.$$

故答案为：87．

点评：此题本题考查的知识点为线段垂直平分线的性质，关键是根据角平分线的性质，三角形内角和定理等知识点进行分析．

17. (3分) (2015•徐州) 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 1，以对角线 AC 为边作第二个正方形，再以对角线 AE 为边作第三个正方形 $AEGH$ ，如此下去，第 n 个正方形的边长为 $\underline{(\sqrt{2})^{n-1}}$ ．



考点：正方形的性质．

专题：规律型．

分析：首先求出 AC 、 AE 、 HE 的长度，然后猜测命题中隐含的数学规律，即可解决问题．

解答：解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

$$\therefore AB=BC=1, \angle B=90^\circ,$$

$$\therefore AC^2=1^2+1^2, AC=\sqrt{2};$$

$$\text{同理可求：} AE = (\sqrt{2})^2, HE = (\sqrt{2})^3 \dots,$$

$$\therefore \text{第 } n \text{ 个正方形的边长 } a_n = (\sqrt{2})^{n-1}.$$

故答案为 $(\sqrt{2})^{n-1}$.

点评: 该题主要考查了正方形的性质、勾股定理及其应用问题; 应牢固掌握正方形有关定理并能灵活运用.

18. (3 分) (2015•徐州) 用一个圆心角为 90° , 半径为 4 的扇形围成一个圆锥的侧面, 该圆锥底面圆的半径 1.

考点: 圆锥的计算.

分析: 正确理解圆锥侧面与其展开得到的扇形的关系: 圆锥的底面周长等于扇形的弧长.

解答: 解: 根据扇形的弧长公式 $l = \frac{n\pi r}{180} = \frac{90\pi \times 4}{180} = 2\pi$,

设底面圆的半径是 r ,

则 $2\pi = 2\pi r$

$\therefore r = 1$.

故答案为: 1.

点评: 本题综合考查有关扇形和圆锥的相关计算. 解题思路: 解决此类问题时要紧紧抓住两者之间的两个对应关系: (1) 圆锥的母线长等于侧面展开图的扇形半径; (2) 圆锥的底面周长等于侧面展开图的扇形弧长. 正确对这两个关系的记忆是解题的关键.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 86 分)

19. (10 分) (2015•徐州) 计算:

(1) $|-4| - 2015^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - (\sqrt{3})^2$

(2) $\left(1 + \frac{1}{a}\right) \div \frac{a^2 - 1}{a}$.

考点: 分式的混合运算; 实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂.

专题: 计算题.

分析: (1) 原式第一项利用绝对值的代数意义化简, 第二项利用零指数幂法则计算, 第三项利用负整数指数幂法则计算, 最后一项利用算术平方根定义计算即可得到结

果；

(2) 原式括号中两项通分并利用同分母分式的加法法则计算，同时利用除法法则变形，约分即可得到结果．

解答：解：(1) 原式 $=4-1+2-3=2$ ；

$$(2) \text{ 原式} = \frac{a+1}{a} \cdot \frac{a}{(a+1)(a-1)} = \frac{1}{a-1}.$$

点评：此题考查了分式的混合运算，以及实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

20. (10 分) (2015•徐州) (1) 解方程： $x^2-2x-3=0$ ；

$$(2) \text{ 解不等式组：} \begin{cases} x-1 > 2 \\ x+2 < 4x-1 \end{cases}.$$

考点：解一元二次方程-因式分解法；解一元一次不等式组．

分析：(1) 将方程的左边因式分解后即可求得方程的解；

(2) 分别求得两个不等式解集后取其公共部分即可求得不等式组的解集．

解答：解：(1) 因式分解得： $(x+1)(x-3)=0$ ，

即 $x+1=0$ 或 $x-3=0$ ，

解得： $x_1=-1$ ， $x_2=3$ ；

$$(2) \begin{cases} x-1 > 2 \text{ ①} \\ x+2 < 4x-1 \text{ ②} \end{cases}$$

由①得 $x > 3$

由②得 $x > 1$

$\therefore$ 不等式组的解集为 $x > 3$ ．

点评：本题考查了因式分解法解一元二次方程及解一元一次不等式组的知识，属于基础知识，难度不大．

21. (7 分) (2015•徐州) 小明参加某网店的“翻牌抽奖”活动，如图，4 张牌分别对应价值 5，10，15，20（单位：元）的 4 件奖品．

(1) 如果随机翻 1 张牌，那么抽中 20 元奖品的概率为 25%

(2) 如果随机翻 2 张牌，且第一次翻过的牌不再参加下次翻牌，则所获奖品总值不低于 30 元的概率为多少？

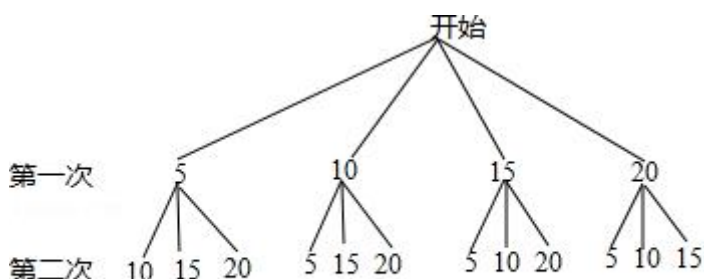


考点：列表法与树状图法；概率公式．

分析：（1）随机事件 A 的概率 $P(A) = \text{事件 A 可能出现的结果数} \div \text{所有可能出现的结果数}$ ，据此用 1 除以 4，求出抽中 20 元奖品的概率为多少即可．

（2）首先应用树状图法，列举出随机翻 2 张牌，所获奖品的总值一共有多少种情况；然后用所获奖品总值不低于 30 元的情况的数量除以所有情况的数量，求出所获奖品总值不低于 30 元的概率为多少即可．

解答：解：（1） $\because 1 \div 4 = 0.25 = 25\%$ ，
 $\therefore$ 抽中 20 元奖品的概率为 25%．
故答案为：25%．



（2） 总值 15 20 25 15 25 30 20 25 35 25 30 35，

$\therefore$ 所获奖品总值不低于 30 元有 4 种情况：30 元、35 元、30 元、35 元，

$\therefore$ 所获奖品总值不低于 30 元的概率为：

$$4 \div 12 = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}.$$

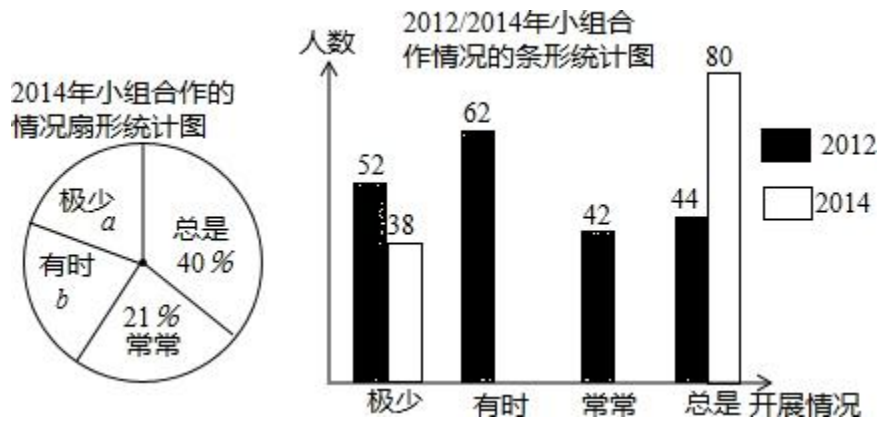
点评：（1）此题主要考查了概率公式，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：随机事件 A 的概率 $P(A) = \text{事件 A 可能出现的结果数} \div \text{所有可能出现的结果数}$ ．

（2）此题还考查了列举法与树状图法求概率问题，解答此类问题的关键在于列举出所有可能的结果，列表法是一种，但当一事件涉及三个或更多元素时，为不

重不漏地列出所有可能的结果，通常采用树形图．

22. (7分) (2015•徐州) 某校分别于 2012 年、2014 年随机调查相同数量的学生，对数学课开展小组合作学习的情况进行调查（开展情况分为较少、有时、常常、总是四种），绘制成部分统计图如下．请根据图中信息，解答下列问题：

- (1) $a = \underline{19}\%$ ， $b = \underline{20}\%$ ，“总是”对应阴影的圆心角为 $\underline{144}^\circ$ ；
- (2) 请你补全条形统计图；
- (3) 若该校 2014 年共有 1200 名学生，请你统计其中认为数学课“总是”开展小组合作学习的学生有多少名？
- (4) 相比 2012 年，2014 年数学课开展小组合作学习的情况有何变化？



考点：条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图．

分析：（1）先用 $80 \div 40\%$ 求出总人数，即可求出 a ， b ；用 $40\% \times 360^\circ$ ，即可得到圆心角的度数；

（2）求出 2014 年“有时”，“常常”的人数，即可补全条形统计图；

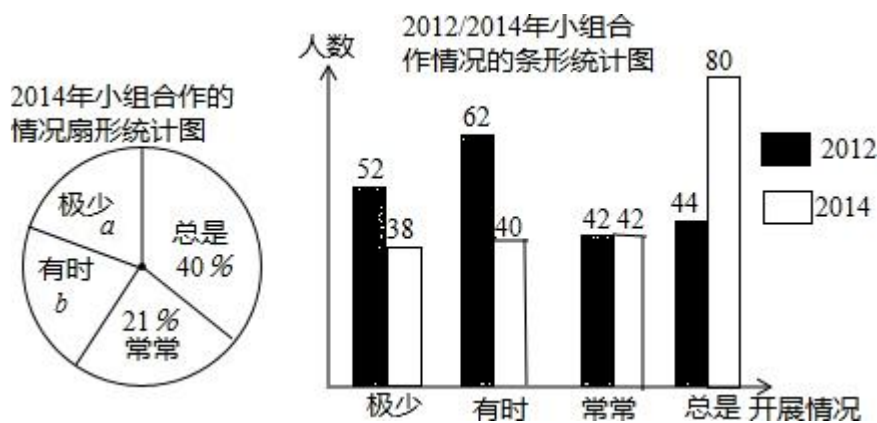
（3）根据样本估计总体，即可解答；

（4）相比 2012 年，2014 年数学课开展小组合作学习情况有所好转．

解答：解：（1） $80 \div 40\% = 200$ （人）， $a = 38 \div 200 = 19\%$ ， $b = 100\% - 40\% - 21\% - 19\% = 20\%$ ；
 $40\% \times 360^\circ = 144^\circ$ ，

故答案为：19，20，144；

（2）“有时”的人数为： $20\% \times 200 = 40$ （人），“常常”的人数为： $200 \times 21\% = 42$ （人），
如图所示：



(3) $1200 \times \frac{80}{200} = 480$ (人),

答：数学课“总是”开展小组合作学习的学生有 480 人；

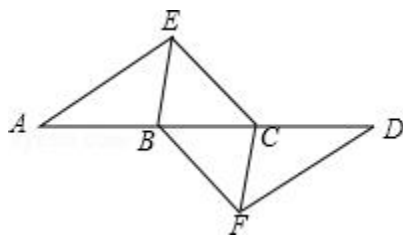
(4) 相比 2012 年，2014 年数学课开展小组合作学习情况有所好转.

点评： 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

23. (8 分) (2015·徐州) 如图，点 A, B, C, D 在同一条直线上，点 E, F 分别在直线 AD 的两侧，且 $AE=DF$, $\angle A=\angle D$, $AB=DC$.

(1) 求证：四边形 BFCE 是平行四边形；

(2) 若 $AD=10$, $DC=3$, $\angle EBD=60^\circ$, 则 $BE=$ 4 时，四边形 BFCE 是菱形.



考点： 平行四边形的判定；菱形的判定.

分析： (1) 由 $AE=DF$, $\angle A=\angle D$, $AB=DC$, 易证得 $\triangle AEC \cong \triangle DFB$, 即可得 $BF=EC$, $\angle ACE=\angle DBF$, 且 $EC \parallel BF$, 即可判定四边形 BFCE 是平行四边形；

(2) 当四边形 BFCE 是菱形时， $BE=CE$, 根据菱形的性质即可得到结果.

解答： (1) 证明： $\because AB=DC$,

$\therefore AC=DF$,

在 $\triangle AEC$ 和 $\triangle DFB$ 中

$$\begin{cases} AC=DB \\ \angle A=\angle D, \\ AE=DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEC \cong \triangle DFB$ (SAS),

$\therefore BF=EC, \angle ACE=\angle DBF$

$\therefore EC \parallel BF,$

$\therefore$ 四边形BFCE是平行四边形;

(2) 当四边形BFCE是菱形时, $BE=CE,$

$\therefore AD=10, DC=3, AB=CD=3,$

$\therefore BC=10-3-3=4,$

$\therefore \angle EBD=60^\circ,$

$\therefore BE=BC=4,$

$\therefore$ 当 $BE=4$ 时, 四边形BFCE是菱形,

故答案为: 4.

点评: 此题考查了相似三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、平行四边形的判定与性质、菱形的判定与性质以及勾股定理等知识. 此题综合性较强, 难度适中, 注意数形结合思想的应用, 注意掌握辅助线的作法.

24. (8分) (2015•徐州) 某超市为促销, 决定对A, B两种商品进行打折出售. 打折前, 买6件A商品和3件B商品需要54元, 买3件A商品和4件B商品需要32元; 打折后, 买50件A商品和40件B商品仅需364元, 这比打折前少花多少钱?

考点: 二元一次方程组的应用.

分析: 设打折前A商品的单价为x元, B商品的单价为y元, 根据买6件A商品和3件B商品需要54元, 买3件A商品和4件B商品需要32元列出方程组, 求出x、y的值, 然后再计算出买50件A商品和40件B商品共需要的钱数即可.

解答: 解: 设打折前A商品的单价为x元, B商品的单价为y元,

根据题意得：
$$\begin{cases} 6x+3y=54 \\ 3x+4y=32 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x=8 \\ y=2 \end{cases}$$

则打折前需要 $50 \times 8 + 40 \times 2 = 480$ （元），

打折后比打折前少花 $480 - 364 = 116$ （元）.

答：打折后比打折前少花 116 元.

点评： 本题考查了利用二元一次方程组解决现实生活中的问题. 解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系，列出方程组，再求解.

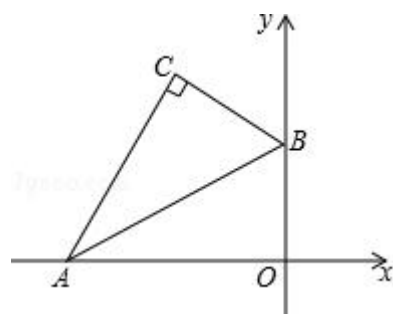
25. (8 分) (2015•徐州) 如图，平面直角坐标系中，将含 30° 的三角尺的直角顶点 C 落在第二象限. 其斜边两端点 A、B 分别落在 x 轴、y 轴上，且 $AB=12\text{cm}$

(1) 若 $OB=6\text{cm}$.

①求点 C 的坐标；

②若点 A 向右滑动的距离与点 B 向上滑动的距离相等，求滑动的距离；

(2) 点 C 与点 O 的距离的最大值= 12 cm.



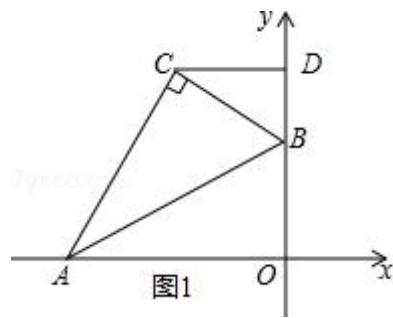
考点： 相似形综合题.

分析： (1) ①过点 C 作 y 轴的垂线，垂足为 D，利用含 30° 角的直角三角形的性质解答即可；

②设点 A 向右滑动的距离为 x，得点 B 向上滑动的距离也为 x，利用三角函数和勾股定理进行解答；

(2) 过 C 作 $CE \perp x$ 轴， $CD \perp y$ 轴，垂足分别为 E、D，证明 $\triangle ACE$ 与 $\triangle BCD$ 相似，再利用相似三角形的性质解答.

解答：解：（1）①过点 C 作 y 轴的垂线，垂足为 D，如图 1：



在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中， $AB=12$ ， $OB=6$ ，则 $BC=6$ ，

$$\therefore \angle BAO=30^\circ, \angle ABO=60^\circ,$$

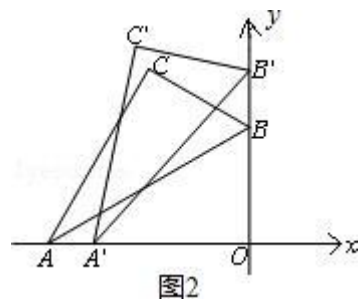
$$\text{又} \because \angle CBA=60^\circ,$$

$$\therefore \angle CBD=60^\circ, \angle BCD=30^\circ,$$

$$\therefore BD=3, CD=3\sqrt{3},$$

所以点 C 的坐标为 $(-3\sqrt{3}, 9)$ ；

②设点 A 向右滑动的距离为 x ，根据题意得点 B 向上滑动的距离也为 x ，如图 2：



$$AO=12 \times \cos \angle BAO=12 \times \cos 30^\circ=6\sqrt{3}.$$

$$\therefore A'O=6\sqrt{3}-x, B'O=6+x, A'B'=AB=12$$

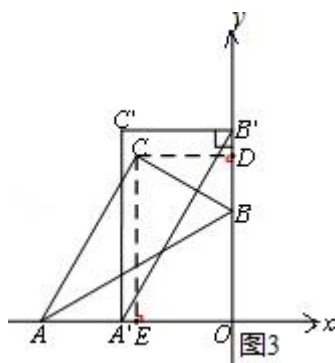
在 $\triangle A'O B'$ 中，由勾股定理得，

$$(6\sqrt{3}-x)^2 + (6+x)^2 = 12^2,$$

$$\text{解得：} x=6(\sqrt{3}-1),$$

$$\therefore \text{滑动的距离为 } 6(\sqrt{3}-1);$$

（2）设点 C 的坐标为 (x, y) ，过 C 作 $CE \perp x$ 轴， $CD \perp y$ 轴，垂足分别为 E，D，如图 3：



则 $OE = -x$, $OD = y$,

$\because \angle ACE + \angle BCE = 90^\circ$, $\angle DCB + \angle BCE = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACE = \angle DCB$,

又 $\because \angle AEC = \angle BDC = 90^\circ$,

$\therefore \triangle ACE \sim \triangle BCD$,

$\therefore \frac{CE}{CD} = \frac{AC}{BC}$, 即 $\frac{CE}{CD} = \frac{6\sqrt{3}}{6} = \sqrt{3}$,

$\therefore y = -\sqrt{3}x$,

$OC^2 = x^2 + y^2 = x^2 + (-\sqrt{3}x)^2 = 4x^2$,

$\therefore$ 当 $|x|$ 取最大值时, 即 C 到 y 轴距离最大时, OC^2 有最大值, 即 OC 取最大值,

如图, 即当 $C'B'$ 旋转到与 y 轴垂直时

此时 $OC = 12$,

故答案为: 12.

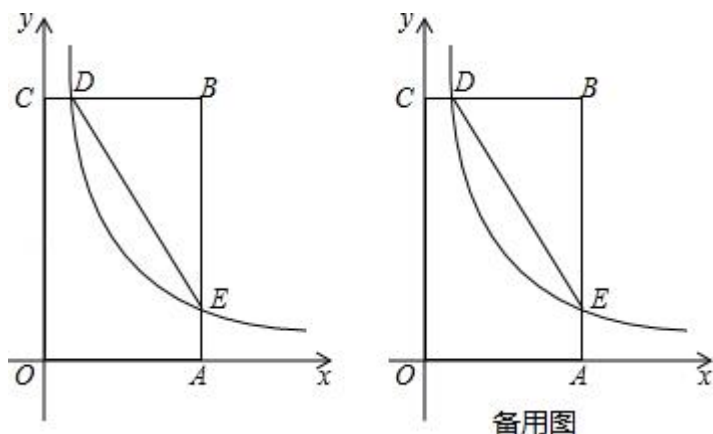
点评: 此题考查相似三角形的综合题, 关键是根据相似三角形的性质和勾股定理以及三角函数进行分析解答.

26. (8 分) (2015•徐州) 如图, 在矩形 $OABC$ 中, $OA = 3$, $OC = 5$, 分别以 OA 、 OC 所在直线为 x 轴、 y 轴, 建立平面直角坐标系, D 是边 CB 上的一个动点 (不与 C 、 B 重合), 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象经过点 D 且与边 BA 交于点 E , 连接 DE .

(1) 连接 OE , 若 $\triangle EOA$ 的面积为 2, 则 $k = \underline{4}$;

(2) 连接 CA 、 DE 与 CA 是否平行? 请说明理由;

(3) 是否存在点 D , 使得点 B 关于 DE 的对称点在 OC 上? 若存在, 求出点 D 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



考点： 反比例函数综合题.

分析： (1) 连接 OE，根据反比例函数 k 的几何意义，即可求出 k 的值；

(2) 连接 AC，设 $D(x, 5)$ ， $E(3, \frac{5}{3}x)$ ，则 $BD=3-x$ ， $BE=5-\frac{5}{3}x$ ，得到 $\frac{BD}{BE}=\frac{BC}{AB}$ ，

从而求出

$DE \parallel AC$.

(3) 假设存在点 D 满足条件. 设 $D(x, 5)$ ， $E(3, \frac{5}{3}x)$ ，则 $CD=x$ ， $BD=3-x$ ， $BE=5-\frac{5}{3}x$ ， $AE=\frac{5}{3}x$. 作 $EF \perp OC$ ，垂足为 F ，易得， $\triangle B'CD \sim \triangle EFB'$ ，然后根

据对称性求出 $B'E$ 、 $B'D$ 的表达式，列出 $\frac{B'E}{B'D}=\frac{B'F}{CD}$ ，即 $\frac{5-\frac{5}{3}x}{3-x}=\frac{B'F}{x}$ ，从而求出 $(5-\frac{10}{3}x)^2+x^2=(3-x)^2$ ，即可求出 x 值，从而得到 D 点坐标.

解答： 解：(1) 连接 OE，如，图 1，

$\because$ $\text{Rt}\triangle AOE$ 的面积为 2，

$\therefore k=2 \times 2=4$.

(2) 连接 AC，如图 1，设 $D(x, 5)$ ， $E(3, \frac{5}{3}x)$ ，则 $BD=3-x$ ， $BE=5-\frac{5}{3}x$ ，

$$\frac{BD}{BE}=\frac{3-x}{5-\frac{5}{3}x}=\frac{3}{5}, \quad \frac{BC}{AB}=\frac{3}{5}$$

$$\therefore \frac{BD}{BE}=\frac{BC}{AB}$$

$\therefore DE \parallel AC$.

(3) 假设存在点 D 满足条件. 设 $D(x, 5)$ ， $E(3, \frac{5}{3}x)$ ，则 $CD=x$ ，

$$BD=3-x, BE=5-\frac{5}{3}x, AE=\frac{5}{3}x.$$

作 $EF \perp OC$, 垂足为 F , 如图 2,

易证 $\triangle B'CD \sim \triangle EFB'$,

$$\therefore \frac{B'D}{B'C} = \frac{EF}{EB'}, \text{ 即 } \frac{5-\frac{5}{3}x}{3-x} = \frac{B'F}{x},$$

$$\therefore B'F = \frac{5}{3}x,$$

$$\therefore OB' = B'F + OF = B'F + AE = \frac{5}{3}x + \frac{5}{3}x = \frac{10}{3}x,$$

$$\therefore CB' = OC - OB' = 5 - \frac{10}{3}x,$$

在 $Rt\triangle B'CD$ 中, $CB' = 5 - \frac{10}{3}x$, $CD = x$, $B'D = BD = 3 - x$,

由勾股定理得, $CB'^2 + CD^2 = B'D^2$,

$$\left(5 - \frac{10}{3}x\right)^2 + x^2 = (3-x)^2,$$

解这个方程得, $x_1 = 1.5$ (舍去), $x_2 = 0.96$,

$\therefore$ 满足条件的点 D 存在, D 的坐标为 $D(0.96, 5)$.

故答案为 4.

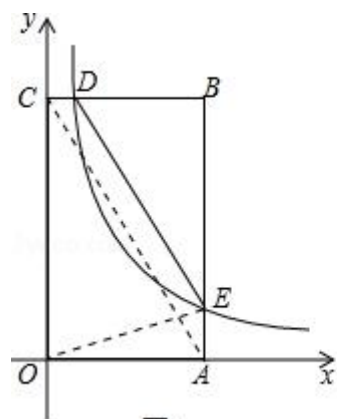


图1

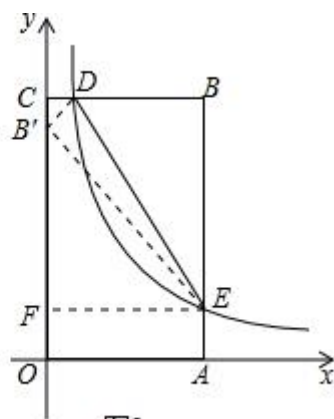


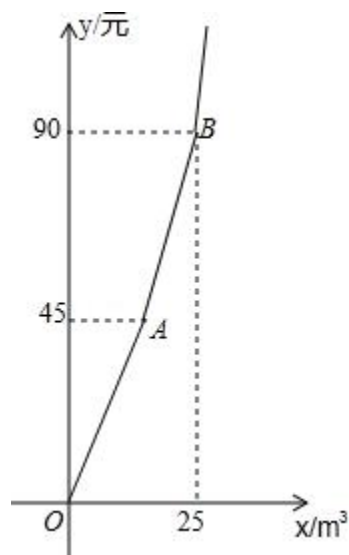
图2

点评: 本题考查了反比例函数综合题, 涉及反比例函数 k 的几何意义、平行线分线段成比例定理、轴对称的性质、相似三角形的性质等知识, 值得关注.

27. (8分) (2015•徐州) 为加强公民的节水意识, 合理利用水资源. 某市对居民用水实行阶梯水价, 居民家庭每月用水量划分为三个阶梯, 一、二、三级阶梯用水的单价之比等于 1: 1.5: 2. 如图折线表示实行阶梯水价后每月水费 y (元)

与用水量 $x\text{m}^3$ 之间的函数关系. 其中线段 AB 表示第二级阶梯时 y 与 x 之间的函数关系

- (1) 写出点 B 的实际意义;
- (2) 求线段 AB 所在直线的表达式;
- (3) 某户 5 月份按照阶梯水价应缴水费 102 元, 其相应用水量为多少立方米?



考点： 一次函数的应用.

分析： (1) 根据图象的信息得出即可;

(2) 首先求出第一、二阶梯单价, 再设出解析式, 代入求出即可;

(3) 因为 $102 > 90$, 求出第三阶梯的单价, 得出方程, 求出即可.

解答： 解: (1) 图中 B 点的实际意义表示当用水 25m^3 时, 所交水费为 90 元;

(2) 设第一阶梯用水的单价为 x 元/ m^3 , 则第二阶梯用水单价为 $1.5x$ 元/ m^3 ,

设 A $(a, 45)$, 则
$$\begin{cases} ax=45 \\ ax+1.5x(25-a)=90 \end{cases}$$

解得,
$$\begin{cases} a=15 \\ x=3 \end{cases}$$

$\therefore$ A $(15, 45)$, B $(25, 90)$

设线段 AB 所在直线的表达式为 $y=kx+b$

则
$$\begin{cases} 45=15k+b \\ 90=25k+b \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k=\frac{9}{2} \\ b=-\frac{45}{2} \end{cases}$$

∴ 线段 AB 所在直线的表达式为 $y = \frac{9}{2}x - \frac{45}{2}$;

(3) 设该户 5 月份用水量为 $x\text{m}^3$ ($x > 90$), 由第 (2) 知第二阶梯水的单价为 4.5 元/ m^3 , 第三阶梯水的单价为 6 元/ m^3

则根据题意得 $90 + 6(x - 25) = 102$

解得, $x = 27$

答: 该用户 5 月份用水量为 27m^3 .

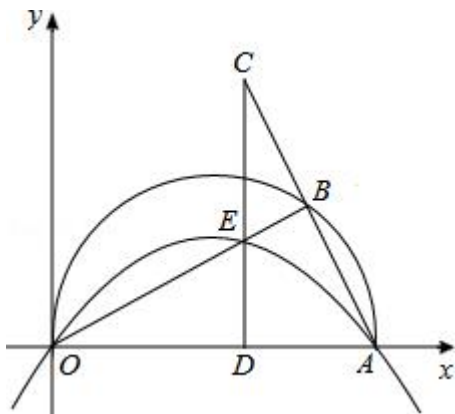
点评: 此题主要考查了一次函数应用以及待定系数法求一次函数解析式等知识, 根据题意求出直线 AB 是解此题的关键.

28. (12 分) (2015•徐州) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A (10, 0), 以 OA 为直径在第一象限内作半圆, B 为半圆上一点, 连接 AB 并延长至 C, 使 $BC = AB$, 过 C 作 $CD \perp x$ 轴于点 D, 交线段 OB 于点 E, 已知 $CD = 8$, 抛物线经过 O、E、A 三点.

(1) $\angle OBA = \underline{90}^\circ$.

(2) 求抛物线的函数表达式.

(3) 若 P 为抛物线上位于第一象限内的一个动点, 以 P、O、A、E 为顶点的四边形面积记作 S, 则 S 取何值时, 相应的点 P 有且只有 3 个?



考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 利用圆周角定理, 直径所对的圆周角等于 90° , 即可得出答案;

(2) 利用 (1) 中的结论易得 OB 是 AC 的垂直平分线，易得点 B，点 C 的坐标，由点 O，点 B 的坐标易得 OB 所在直线的解析式，从而得出点 E 的坐标，用待定系数法得抛物线的解析式；

(3) 利用 (2) 的结论易得点 P 的坐标，分类讨论①若点 P 在 CD 的左侧，延长 OP 交 CD 于 Q，如右图 2，易得 OP 所在直线的函数关系式，表示出 Q 点的纵坐标，

得 QE 的长，表示出四边形 POAE 的面积；②若点 P 在 CD 的右侧，延长 AP 交 CD 于 Q，如右图 3，易得 AP 所在直线的解析式，从而求得 Q 点的纵坐标，得 QE 求得四边形 POAE 的面积，当 P 在 CD 右侧时，四边形 POAE 的面积最大值为 16，此时点 P 的位置就一个，令 $-\frac{3}{8}p^2 + \frac{9}{4}p + 15 = 16$ ，解得 p，得出结论。

解答： 解：(1) $\because$ OA 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle OBA = 90^\circ$ ，

故答案为：90；

(2) 连接 OC，如图 1 所示，

$\because$ 由 (1) 知 $OB \perp AC$ ，又 $AB = BC$ ，

$\therefore$ OB 是 AC 的垂直平分线，

$\therefore OC = OA = 10$ ，

在 $Rt\triangle OCD$ 中， $OC = 10$ ， $CD = 8$ ，

$\therefore OD = 6$ ，

$\therefore C(6, 8)$ ， $B(8, 4)$

$\therefore$ OB 所在直线的函数关系为 $y = \frac{1}{2}x$ ，

又 $\because$ E 点的横坐标为 6，

$\therefore$ E 点纵坐标为 3，

即 $E(6, 3)$ ，

抛物线过 $O(0, 0)$ ， $E(6, 3)$ ， $A(10, 0)$ ，

$\therefore$ 设此抛物线的函数关系式为 $y = ax(x - 10)$ ，把 E 点坐标代入得：

$3 = 6a(6 - 10)$ ，

解得 $a = -\frac{1}{8}$.

∴ 此抛物线的函数关系式为 $y = -\frac{1}{8}x(x-10)$, 即 $y = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{5}{4}x$;

(3) 设点 P $(p, -\frac{1}{8}p^2 + \frac{5}{4}p)$,

① 若点 P 在 CD 的左侧, 延长 OP 交 CD 于 Q, 如右图 2,

OP 所在直线函数关系式为: $y = (-\frac{1}{8}p + \frac{5}{4})x$

∴ 当 $x=6$ 时, $y = -\frac{3}{4}p + \frac{15}{2}$, 即 Q 点纵坐标为 $-\frac{3}{4}p + \frac{15}{2}$,

∴ $QE = -\frac{3}{4}p + \frac{15}{2} - 3 = -\frac{3}{4}p + \frac{9}{2}$,

$S_{\text{四边形 POAE}}$

$= S_{\triangle OAE} + S_{\triangle OPE}$

$= S_{\triangle OAE} + S_{\triangle OQE} - S_{\triangle PQE}$

$= \frac{1}{2} \cdot OA \cdot DE + \frac{1}{2} QE \cdot OD - \frac{1}{2} QE \cdot P_x \cdot$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 3 + \frac{1}{2} \times (-\frac{3}{4}p + \frac{9}{2}) \times 6 - \frac{1}{2} \times (-\frac{3}{4}p + \frac{9}{2}) \cdot (6-p),$

$= -\frac{3}{8}p^2 + \frac{9}{4}p + 15$

② 若点 P 在 CD 的右侧, 延长 AP 交 CD 于 Q, 如右图 3,

P $(p, -\frac{1}{8}p^2 + \frac{5}{4}p)$, A $(10, 0)$

∴ 设 AP 所在直线方程为: $y = kx + b$, 把 P 和 A 坐标代入得,

$$\begin{cases} 10k + b = 0 \\ pk + b = -\frac{1}{8}p^2 + \frac{5}{4}p \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} k = -\frac{1}{8}p \\ b = \frac{5}{4}p \end{cases}$.

∴ AP 所在直线方程为: $y = -\frac{1}{8}px + \frac{5}{4}p$,

∴ 当 $x=6$ 时, $y = -\frac{1}{8}p \cdot 6 + \frac{5}{4}p = \frac{1}{2}p$, 即 Q 点纵坐标为 $\frac{1}{2}p$,

∴ $QE = \frac{1}{2}p - 3$,

$$\therefore S_{\text{四边形 POAE}}$$

$$= S_{\triangle OAE} + S_{\triangle APE}$$

$$= S_{\triangle OAE} + S_{\triangle AQE} - S_{\triangle PQE}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot OA \cdot DE + \frac{1}{2} \cdot QE \cdot DA - \frac{1}{2} \cdot QE \cdot (P_x - 6)$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 3 + \frac{1}{2} \cdot QE \cdot (DA - P_x + 6)$$

$$= 15 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}p - 3\right) \cdot (10 - p)$$

$$= -\frac{1}{4}p^2 + 4p$$

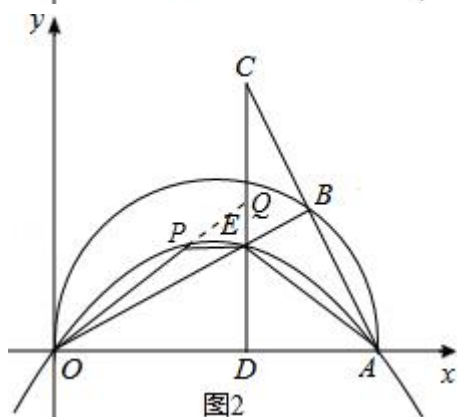
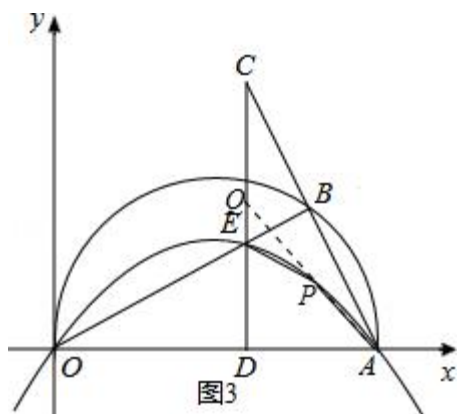
$$= -\frac{1}{4}(p - 8)^2 + 16,$$

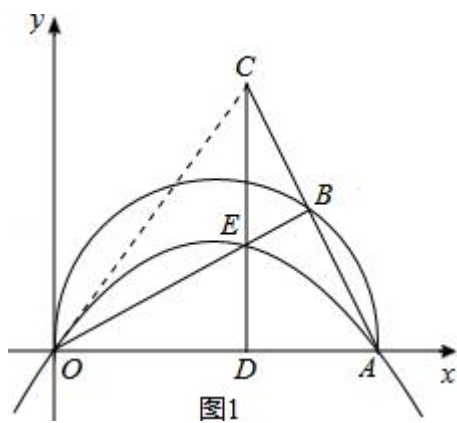
$\therefore$ 当 P 在 CD 右侧时, 四边形 POAE 的面积最大值为 16, 此时点 P 的位置就一个,

$$\text{令 } -\frac{3}{8}p^2 + \frac{9}{4}p + 15 = 16, \text{ 解得, } p = 3 \pm \frac{\sqrt{57}}{3},$$

$\therefore$ 当 P 在 CD 左侧时, 四边形 POAE 的面积等于 16 的对应 P 的位置有两个,

综上所述, 以 P、O、A、E 为顶点的四边形面积 S 等于 16 时, 相应的点 P 有且只有 3 个.





点评： 本题主要考查了圆周角定理及二次函数的相关问题，解决这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题，然后数形结合解决问题。