
2015 年江苏省宿迁市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. $-\frac{1}{2}$ 的倒数是 ()

A. -2

B. 2

C. $-\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{2}$

2. 若等腰三角形中有两边长分别为 2 和 5，则这个三角形的周长为 ()

A. 9

B. 12

C. 7 或 9

D. 9 或 12

3. 计算 $(-a^3)^2$ 的结果是 ()

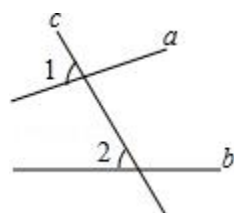
A. $-a^5$

B. a^5

C. $-a^6$

D. a^6

4. (3 分) (2015•宿迁) 如图所示，直线 a, b 被直线 c 所截， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是 ()



A. 同位角

B. 内错角

C. 同旁内角

D. 邻补角

5. (3 分) (2015•宿迁) 函数 $y=\sqrt{x-2}$ ，自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x > 2$

B. $x < 2$

C. $x \geq 2$

D. $x \leq 2$

6. (3 分) (2015•宿迁) 已知一个多边形的内角和等于它的外角和，则这个多边形的边数为 ()

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

7. (3 分) (2015•宿迁) 在平面直角坐标系中，若直线 $y=kx+b$ 经过第一、三、四象限，则直线 $y=bx+k$ 不经过的象限是 ()

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

8. (3 分) (2015•宿迁) 在平面直角坐标系中，点 A, B 的坐标分别为 $(-3, 0)$, $(3, 0)$ ，点 P 在反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象上，若 $\triangle PAB$ 为直角三角形，则满足条件的点 P 的个数为 ()

A. 2 个

B. 4 个

C. 5 个

D. 6 个

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

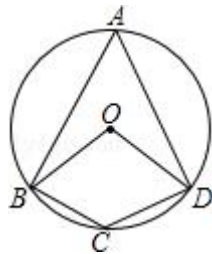
9. (3 分) (2015•宿迁) 某市今年参加中考的学生大约为 45000 人，将数 45000 用科学记数法可以表示为_____.

10. (3 分) (2015•宿迁) 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x+1 > 3 \\ a-x > 1 \end{cases}$ 的解集为 $1 < x < 3$ ，则 a 的值为_____.

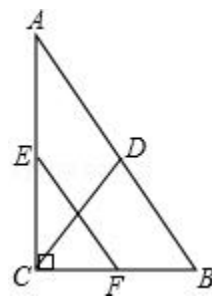
11. (3 分) (2015•宿迁) 因式分解： $x^3 - 4x =$ _____.

12. (3 分) (2015•宿迁) 方程 $\frac{3}{x} - \frac{2}{x-2} = 0$ 的解是_____.

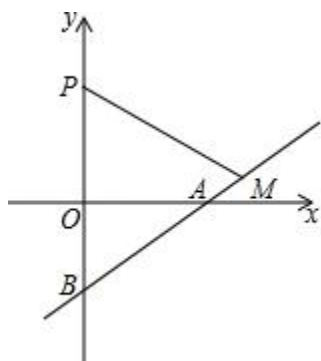
13. (3 分) (2015•宿迁) 如图，四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形，若 $\angle C = 130^\circ$ ，则 $\angle BOD =$ _____°.



14. (3 分) (2015•宿迁) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 D, E, F 分别为 AB, AC, BC 的中点. 若 $CD = 5$ ，则 EF 的长为_____.



15. (3 分) (2015•宿迁) 如图，在平面直角坐标系中，点 P 的坐标为 $(0, 4)$ ，直线 $y = \frac{3}{4}x - 3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A, B ，点 M 是直线 AB 上的一个动点，则 PM 长的最小值为_____.



16. (3 分) (2015•宿迁) 当 $x=m$ 或 $x=n$ ($m \neq n$) 时, 代数式 $x^2 - 2x + 3$ 的值相等, 则 $x=m+n$ 时, 代数式 $x^2 - 2x + 3$ 的值为_____.

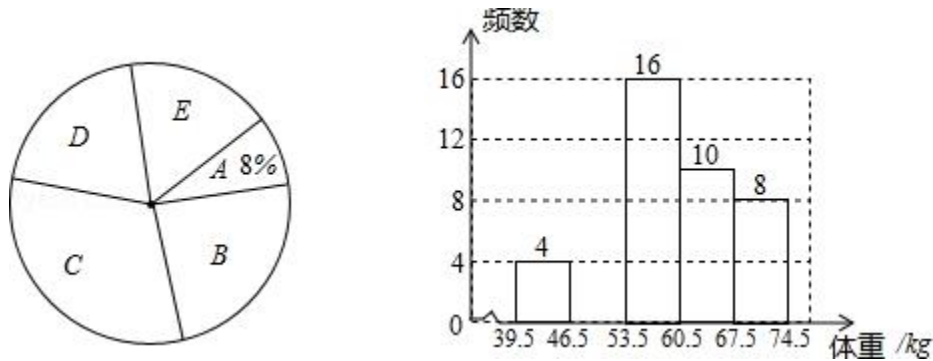
三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 72 分, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (6 分) (2015•宿迁) 计算: $\cos 60^\circ - 2^{-1} + \sqrt{(-2)^2} - (\pi - 3)^0$.

18. (6 分) (2015•宿迁) (1) 解方程: $x^2 + 2x = 3$;

(2) 解方程组:
$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 3x + 4y = -1 \end{cases}$$
.

19. (6分) (2015•宿迁) 某校为了了解初三年级 1000 名学生的身体健康情况, 从该年级随机抽取了若干名学生, 将他们按体重 (均为整数, 单位: kg) 分成五组 (A: 39.5 ~ 46.5; B: 46.5 ~ 53.5; C: 53.5 ~ 60.5; D: 60.5 ~ 67.5; E: 67.5 ~ 74.5), 并依据统计数据绘制了如下两幅尚不完整的统计图.



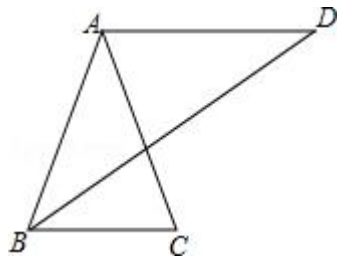
解答下列问题:

- (1) 这次抽样调查的样本容量是_____, 并补全频数分布直方图;
- (2) C 组学生的频率为_____, 在扇形统计图中 D 组的圆心角是_____度;
- (3) 请你估计该校初三年级体重超过 60kg 的学生大约有多少名?

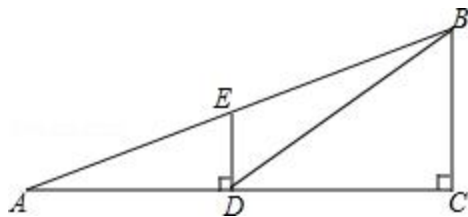
20. (6分) (2015•宿迁) 一只不透明的袋子中装有 1 个白球、1 个蓝球和 2 个红球, 这些球除颜色外都相同.

- (1) 从袋中随机摸出 1 个球, 摸出红球的概率为 $\frac{1}{2}$;
- (2) 从袋中随机摸出 1 个球 (不放回) 后, 再从袋中余下的 3 个球中随机摸出 1 个球. 求两次摸到的球颜色不相同的概率.

21. (6分) (2015•宿迁) 如图, 已知 $AB=AC=AD$, 且 $AD \parallel BC$, 求证: $\angle C=2\angle D$.

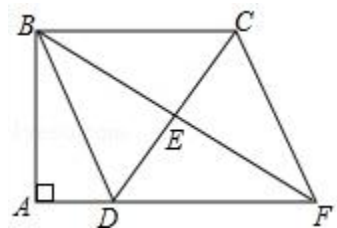


22. (6分) (2015•宿迁) 如图, 观测点 A、旗杆 DE 的底端 D、某楼房 CB 的底端 C 三点在一条直线上, 从点 A 处测得楼顶端 B 的仰角为 22° , 此时点 E 恰好在 AB 上, 从点 D 处测得楼顶端 B 的仰角为 38.5° . 已知旗杆 DE 的高度为 12 米, 试求楼房 CB 的高度. (参考数据: $\sin 22^\circ \approx 0.37$, $\cos 22^\circ \approx 0.93$, $\tan 22^\circ \approx 0.40$, $\sin 38.5^\circ \approx 0.62$, $\cos 38.5^\circ \approx 0.78$, $\tan 38.5^\circ \approx 0.80$)



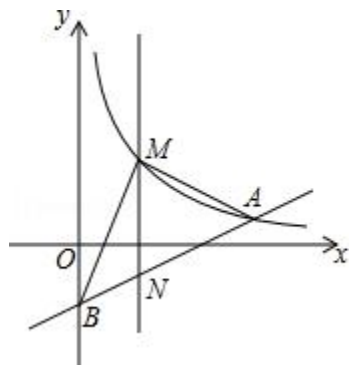
23. (8分) (2015•宿迁) 如图, 四边形 ABCD 中, $\angle A = \angle ABC = 90^\circ$, $AD=1$, $BC=3$, E 是边 CD 的中点, 连接 BE 并延长与 AD 的延长线相交于点 F.

- (1) 求证: 四边形 BDFC 是平行四边形;
- (2) 若 $\triangle BCD$ 是等腰三角形, 求四边形 BDFC 的面积.



24. (8分) (2015•宿迁) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(8, 1)$, $B(0, -3)$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过点 A , 动直线 $x = t$ ($0 < t < 8$) 与反比例函数的图象交于点 M , 与直线 AB 交于点 N .

- (1) 求 k 的值;
- (2) 求 $\triangle BMN$ 面积的最大值;
- (3) 若 $MA \perp AB$, 求 t 的值.



25. (10分) (2015•宿迁) 已知: $\odot O$ 上两个定点 A, B 和两个动点 C, D , AC 与 BD 交于点 E .

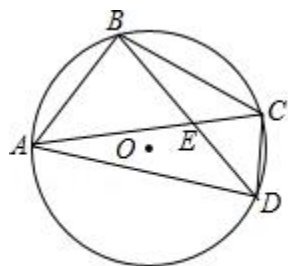


图1

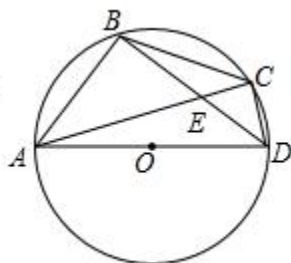


图2

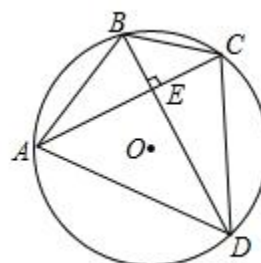


图3

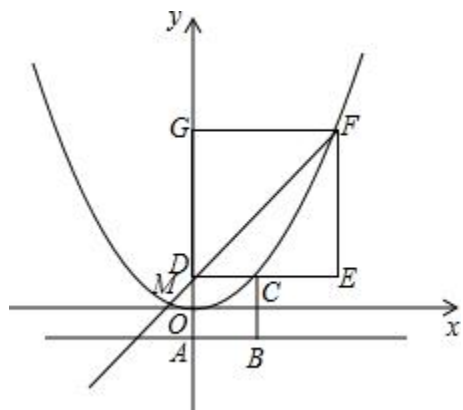
- (1) 如图 1, 求证: $EA \cdot EC = EB \cdot ED$;
- (2) 如图 2, 若 $\widehat{AB} = \widehat{BC}$, AD 是 $\odot O$ 的直径, 求证: $AD \cdot AC = 2BD \cdot BC$;
- (3) 如图 3, 若 $AC \perp BD$, 点 O 到 AD 的距离为 2, 求 BC 的长.

26. (10 分) (2015•宿迁) 如图, 在平面直角坐标系中, 正方形 ABCD 和正方形 DEFG 的边长分别为 $2a$, $2b$, 点 A, D, G 在 y 轴上, 坐标原点 O 为 AD 的中点, 抛物线 $y=mx^2$ 过 C, F 两点, 连接 FD 并延长交抛物线于点 M.

(1) 若 $a=1$, 求 m 和 b 的值;

(2) 求 $\frac{b}{a}$ 的值;

(3) 判断以 FM 为直径的圆与 AB 所在直线的位置关系, 并说明理由.



2015 年江苏省宿迁市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. $-\frac{1}{2}$ 的倒数是（ ）

- A. -2 B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

考点： 倒数.

分析： 根据乘积为 1 的两个数互为倒数，可得答案.

解答： 解： $-\frac{1}{2}$ 的倒数是 -2 ，

故选：A.

点评： 本题考查了倒数，分子分母交换位置是求一个数的倒数的关键.

2. 若等腰三角形中有两边长分别为 2 和 5，则这个三角形的周长为（ ）

- A. 9 B. 12 C. 7 或 9 D. 9 或 12

考点： 等腰三角形的性质；三角形三边关系.

分析： 题目给出等腰三角形有两条边长为 5 和 2，而没有明确腰、底分别是多少，所以要进行讨论，还要应用三角形的三边关系验证能否组成三角形.

解答： 解：当腰为 5 时，根据三角形三边关系可知此情况成立，周长 $=5+5+2=12$ ；
当腰长为 2 时，根据三角形三边关系可知此情况不成立；

所以这个三角形的周长是 12.

故选：B.

点评： 本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系；已知没有明确腰和底边的题目一定要想到两种情况，分类进行讨论，还应验证各种情况是否能构成三角形进行解答，这点非常重要，也是解题的关键.

3. 计算 $(-a^3)^2$ 的结果是（ ）

- A. $-a^5$ B. a^5 C. $-a^6$ D. a^6

考点： 幂的乘方与积的乘方.

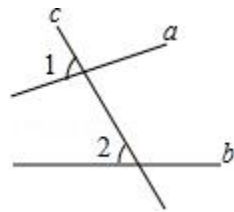
分析： 根据幂的乘方计算即可．

解答： 解： $(-a^3)^2=a^6$ ，

故选 D

点评： 此题考查幂的乘方问题，关键是根据法则进行计算．

4. (3 分) (2015•宿迁) 如图所示，直线 a, b 被直线 c 所截， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是 ()



A. 同位角 B. 内错角 C. 同旁内角 D. 邻补角

考点： 同位角、内错角、同旁内角．

分析： 根据三线八角的概念，以及同位角的定义作答即可．

解答： 解： 如图所示， $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 两个角都在两被截直线直线 b 和 a 同侧，并且在第三条直线 c (截线) 的同旁，故 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是直线 b、a 被 c 所截而成的同位角．

故选 A．

点评： 本题考查了同位角、内错角、同旁内角的定义．在截线的同旁找同位角和同旁内角，在截线的两旁找内错角．要结合图形，熟记同位角、内错角、同旁内角的位置特点，比较它们的区别与联系．两条直线被第三条直线所截所形成的八个角中，有四对同位角，两对内错角，两对同旁内角．

5. (3 分) (2015•宿迁) 函数 $y=\sqrt{x-2}$ ，自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x > 2$ B. $x < 2$ C. $x \geq 2$ D. $x \leq 2$

考点： 函数自变量的取值范围．

分析： 根据被开方数大于等于 0 列式计算即可得解．

解答： 解： 由题意得， $x-2 \geq 0$ ，

解得 $x \geq 2$ ．

故选： C．

点评: 本题考查函数自变量的取值范围, 解决本题的关键是二次根式的被开方数是非负数.

6. (3 分) (2015•宿迁) 已知一个多边形的内角和等于它的外角和, 则这个多边形的边数为 ()
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

考点: 多边形内角与外角.

分析: 设多边形的边数为 n , 则根据多边形的内角和公式与多边形的外角和为 360° , 列方程解答.

解答: 解: 设多边形的边数为 n , 根据题意列方程得,

$$(n-2) \cdot 180^\circ = 360^\circ,$$

$$n-2=2,$$

$$n=4.$$

故选 B.

点评: 本题考查了多边形的内角与外角, 解题的关键是利用多边形的内角和公式并熟悉多边形的外角和为 360° .

7. (3 分) (2015•宿迁) 在平面直角坐标系中, 若直线 $y=kx+b$ 经过第一、三、四象限, 则直线 $y=bx+k$ 不经过的象限是 ()
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

考点: 一次函数图象与系数的关系.

分析: 根据图象在坐标平面内的位置关系确定 k , b 的取值范围, 从而求解.

解答: 解: 由一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过第一、三、四象限,

$$\therefore k > 0, b < 0,$$

$\therefore$ 直线 $y=bx+k$ 经过第一、二、四象限,

$\therefore$ 直线 $y=bx+k$ 不经过第三象限,

故选 C.

点评: 本题考查一次函数图象与系数的关系. 解答本题注意理解: 直线 $y=kx+b$ 所在的位置与 k 、 b 的符号有直接的关系. $k>0$ 时, 直线必经过一、三象限. $k<0$ 时, 直线必经过二、四象限. $b>0$ 时, 直线与 y 轴正半轴相交. $b=0$ 时, 直线过原点; $b<0$ 时, 直线与 y 轴负半轴相交.

8. (3分) (2015•宿迁) 在平面直角坐标系中, 点 A , B 的坐标分别为 $(-3, 0)$, $(3, 0)$, 点 P 在反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象上, 若 $\triangle PAB$ 为直角三角形, 则满足条件的点 P 的个数为 ()
- A. 2 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

考点: 反比例函数图象上点的坐标特征; 圆周角定理.

分析: 分类讨论: ①当 $\angle PAB=90^\circ$ 时, 则 P 点的横坐标为 -3 , 根据反比例函数图象上点的坐标特征易得 P 点有 1 个; ②当 $\angle APB=90^\circ$, 设 $P(x, \frac{2}{x})$, 根据两点间的距离公式和勾股定理可得 $(x+3)^2 + (\frac{2}{x})^2 + (x-3)^2 + (\frac{2}{x})^2 = 36$, 此时 P 点有 4 个, ③当 $\angle PBA=90^\circ$ 时, P 点的横坐标为 3 , 此时 P 点有 1 个.

解答: 解: ①当 $\angle PAB=90^\circ$ 时, P 点的横坐标为 -3 , 把 $x=-3$ 代入 $y=\frac{2}{x}$ 得 $y=-\frac{2}{3}$,

所以此时 P 点有 1 个;

②当 $\angle APB=90^\circ$, 设 $P(x, \frac{2}{x})$, $PA^2 = (x+3)^2 + (\frac{2}{x})^2$, $PB^2 = (x-3)^2 + (\frac{2}{x})^2$, $AB^2 = (3+3)^2 = 36$,

因为 $PA^2 + PB^2 = AB^2$,

所以 $(x+3)^2 + (\frac{2}{x})^2 + (x-3)^2 + (\frac{2}{x})^2 = 36$,

整理得 $x^4 - 9x^2 + 4 = 0$, 所以 $x^2 = \frac{9+\sqrt{65}}{2}$, 或 $x^2 = \frac{9-\sqrt{65}}{2}$,

所以此时 P 点有 4 个,

③当 $\angle PBA=90^\circ$ 时, P 点的横坐标为 3 , 把 $x=3$ 代入 $y=\frac{2}{x}$ 得 $y=\frac{2}{3}$, 所以此时 P 点有 1 个;

综上所述，满足条件的 P 点有 6 个．

故选 D．

点评：本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征：反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ (k 为常数， $k\neq 0$) 的图象是双曲线，图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k ，即 $xy=k$ ．

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

9. (3 分) (2015•宿迁) 某市今年参加中考的学生大约为 45000 人，将数 45000 用科学记数法可以表示为 4.5×10^4 ．

考点：科学记数法—表示较大的数．

分析：科学记数法的表示形式为 $a\times 10^n$ 的形式，其中 $1\leq |a|< 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

解答：解：将 45000 用科学记数法表示为 4.5×10^4 ．

故答案为： 4.5×10^4 ．

点评：此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times 10^n$ 的形式，其中 $1\leq |a|< 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

10. (3 分) (2015•宿迁) 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x+1>3 \\ a-x>1 \end{cases}$ 的解集为 $1< x < 3$ ，则 a 的值为 4．

考点：解一元一次不等式组．

分析：求出不等式组的解集，根据已知得出 $a-1=3$ ，从而求出 a 的值．

解答：解：
$$\begin{cases} 2x+1>3 \text{ ①} \\ a-x>1 \text{ ②} \end{cases}$$

$\therefore$ 解不等式①得： $x > 1$ ，

解不等式②得： $x < a - 1$ ，

∴ 不等式组 $\begin{cases} 2x+1 > 3 \\ a-x > 1 \end{cases}$ 的解集为 $1 < x < 3$ ，

∴ $a - 1 = 3$ ，

∴ $a = 4$

故答案为：4.

点评：本题考查了一元一次不等式组，解一元一次方程的应用，关键是能求出 $a - 1 = 3$.

11. (3 分) (2015•宿迁) 因式分解： $x^3 - 4x = \underline{x(x+2)(x-2)}$.

考点：提公因式法与公式法的综合运用.

分析：首先提取公因式 x ，进而利用平方差公式分解因式得出即可.

解答：解： $x^3 - 4x$

$= x(x^2 - 4)$

$= x(x+2)(x-2)$.

故答案为： $x(x+2)(x-2)$.

点评：此题主要考查了提取公因式法以及公式法分解因式，熟练应用平方差公式是解题关键.

12. (3 分) (2015•宿迁) 方程 $\frac{3}{x} - \frac{2}{x-2} = 0$ 的解是 $\underline{x=6}$.

考点：解分式方程.

专题：计算题.

分析：先去分母，然后求出整式方程的解，继而代入检验即可得出方程的根.

解答：解：去分母得： $3(x-2) - 2x = 0$ ，

去括号得： $3x - 6 - 2x = 0$ ，

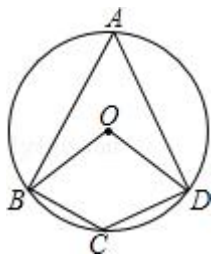
整理得： $x = 6$ ，

经检验得 $x = 6$ 是方程的根.

故答案为：x=6.

点评：此题考查了解分式方程的知识，注意分式方程要化为整式方程求解，求得结果后一定要检验.

13. (3 分) (2015•宿迁) 如图，四边形 ABCD 是 $\odot O$ 的内接四边形，若 $\angle C=130^\circ$ ，则 $\angle BOD=$ 100 $^\circ$.



考点：圆周角定理；圆内接四边形的性质.

专题：计算题.

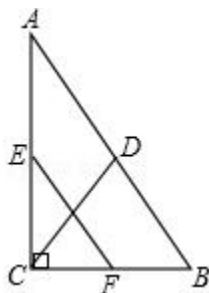
分析：先根据圆内接四边形的性质得到 $\angle A=180^\circ - \angle C=50^\circ$ ，然后根据圆周角定理求 $\angle BOD$.

解答：解： $\because \angle A + \angle C = 180^\circ$ ，
 $\therefore \angle A = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$ ，
 $\therefore \angle BOD = 2\angle A = 100^\circ$.

故答案为 100.

点评：本题考查了圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半. 推论：半圆（或直径）所对的圆周角是直角， 90° 的圆周角所对的弦是直径. 也考查了圆内接四边形的性质.

14. (3 分) (2015•宿迁) 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，点 D, E, F 分别为 AB, AC, BC 的中点. 若 $CD=5$ ，则 EF 的长为 5.



考点：三角形中位线定理；直角三角形斜边上的中线．

分析：已知 CD 是 Rt△ABC 斜边 AB 的中线，那么 $AB=2CD$ ；EF 是△ABC 的中位线，则 EF 应等于 AB 的一半．

解答：解：∵△ABC 是直角三角形，CD 是斜边的中线，

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AB,$$

又∵EF 是△ABC 的中位线，

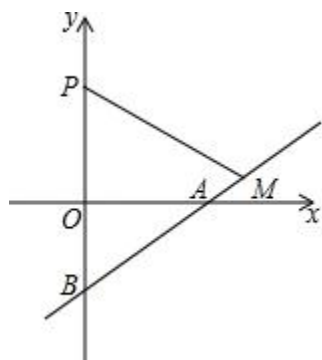
$$\therefore AB = 2CD = 2 \times 5 = 10\text{cm},$$

$$\therefore EF = \frac{1}{2} \times 10 = 5\text{cm}.$$

故答案为：5．

点评：此题主要考查了三角形中位线定理以及直角三角形斜边上的中线等知识，用到的知识点为：（1）直角三角形斜边的中线等于斜边的一半；（2）三角形的中位线等于对应边的一半．

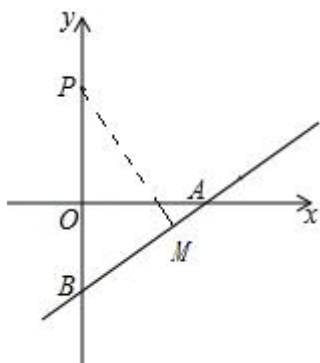
15. (3 分) (2015•宿迁) 如图，在平面直角坐标系中，点 P 的坐标为 (0, 4)，直线 $y = \frac{3}{4}x - 3$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 A, B，点 M 是直线 AB 上的一个动点，则 PM 长的最小值为 $\frac{28}{5}$ ．



考点：一次函数图象上点的坐标特征；垂线段最短．

分析：认真审题，根据垂线段最短得出 $PM \perp AB$ 时线段 PM 最短，分别求出 PB、OB、OA、AB 的长度，利用 $\triangle PBM \sim \triangle ABO$ ，即可求出本题的答案．

解答：解：如图，过点 P 作 $PM \perp AB$ ，则： $\angle PMB = 90^\circ$ ，



当 $PM \perp AB$ 时, PM 最短,

因为直线 $y = \frac{3}{4}x - 3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A , B ,

可得点 A 的坐标为 $(4, 0)$, 点 B 的坐标为 $(0, -3)$,

在 $Rt\triangle AOB$ 中, $AO=4$, $BO=3$, $AB=\sqrt{3^2+4^2}=5$,

$\because \angle BMP = \angle AOB = 90^\circ$, $\angle B = \angle B$, $PB = OP + OB = 7$,

$\therefore \triangle PBM \sim \triangle ABO$,

$\therefore \frac{PB}{AB} = \frac{PM}{AO}$,

即: $\frac{7}{5} = \frac{PM}{4}$,

所以可得: $PM = \frac{28}{5}$.

点评: 本题主要考查了垂线段最短, 以及三角形相似的性质与判定等知识点, 是综合性比较强的题目, 注意认真总结.

16. (3 分) (2015•宿迁) 当 $x=m$ 或 $x=n$ ($m \neq n$) 时, 代数式 $x^2 - 2x + 3$ 的值相等, 则 $x=m+n$ 时, 代数式 $x^2 - 2x + 3$ 的值为 3.

考点: 二次函数图象上点的坐标特征.

分析: 设 $y = x^2 - 2x + 3$ 由当 $x=m$ 或 $x=n$ ($m \neq n$) 时, 代数式 $x^2 - 2x + 3$ 的值相等, 得到抛物线的对称轴等于 $\frac{m+n}{2} = \frac{-2}{2 \times 1}$, 求得 $m+n=2$, 再把 $m+n=2$ 代入即可求得结果.

解答: 解: 设 $y = x^2 - 2x + 3$,

$\because$ 当 $x=m$ 或 $x=n$ ($m \neq n$) 时, 代数式 $x^2 - 2x + 3$ 的值相等,

$$\therefore \frac{m+n}{2} = -\frac{-2}{2 \times 1},$$

$$\therefore m+n=2,$$

$$\therefore \text{当 } x=m+n \text{ 时,}$$

$$\text{即 } x=2 \text{ 时, } x^2 - 2x + 3 = (2)^2 - 2 \times (2) + 3 = 3,$$

故答案为: 3.

点评: 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征, 熟记抛物线的对称轴公式是解题的关键.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 72 分, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (6 分) (2015•宿迁) 计算: $\cos 60^\circ - 2^{-1} + \sqrt{(-2)^2} - (\pi - 3)^0$.

考点: 实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

专题: 计算题.

分析: 原式第一项利用特殊角的三角函数值计算, 第二项利用负整数指数幂法则计算, 第三项利用二次根式性质化简, 最后一项利用零指数幂法则计算即可得到结果.

解答: 解: 原式 $= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 2 - 1$
 $= 1$.

点评: 此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. (6 分) (2015•宿迁) (1) 解方程: $x^2 + 2x = 3$;

(2) 解方程组:
$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 3x + 4y = -1 \end{cases}$$
.

考点: 解一元二次方程-因式分解法; 解二元一次方程组.

分析: (1) 先移项, 然后利用“十字相乘法”对等式的左边进行因式分解, 然后解方程;

(2) 利用“加减消元法”进行解答.

解答: 解: (1) 由原方程, 得

$$x^2 + 2x - 3 = 0,$$

整理, 得

$$(x+3)(x-1) = 0,$$

则 $x+3=0$ 或 $x-1=0$,

解得 $x_1 = -3$, $x_2 = 1$;

$$(2) \begin{cases} x - 2y = 3 \text{ ①} \\ 3x + 4y = -1 \text{ ②} \end{cases},$$

由① $\times 2$ +②, 得

$$5x = 5,$$

解得 $x = 1$,

将其代入①, 解得 $y = -1$.

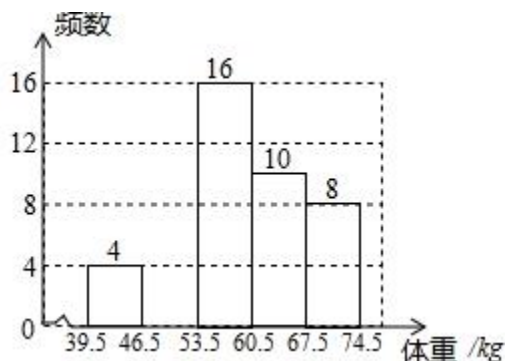
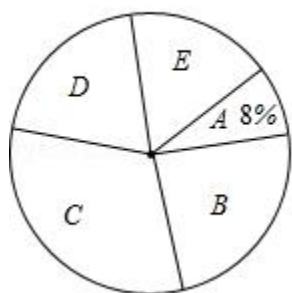
故原方程组的解集是: $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$.

点评: 本题考查了解一元二次方程——因式分解法、解一元二次方程.

因式分解法解一元二次方程的一般步骤: ①移项, 使方程的右边化为零;

②将方程的左边分解为两个一次因式的乘积; ③令每个因式分别为零, 得到两个一元一次方程; ④解这两个一元一次方程, 它们的解就都是原方程的解.

19. (6分) (2015•宿迁) 某校为了了解初三年级 1000 名学生的身体健康情况, 从该年级随机抽取了若干名学生, 将他们按体重 (均为整数, 单位: kg) 分成五组 (A: 39.5~46.5; B: 46.5~53.5; C: 53.5~60.5; D: 60.5~67.5; E: 67.5~74.5), 并依据统计数据绘制了如下两幅尚不完整的统计图.



解答下列问题：

- (1) 这次抽样调查的样本容量是 50，并补全频数分布直方图；
- (2) C 组学生的频率为 0.32，在扇形统计图中 D 组的圆心角是 72 度；
- (3) 请你估计该校初三年级体重超过 60kg 的学生大约有多少名？

考点：频数（率）分布直方图；用样本估计总体；扇形统计图．

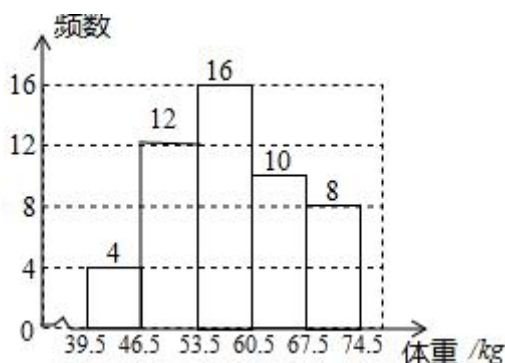
分析：（1）根据 A 组的百分比和频数得出样本容量，并计算出 B 组的频数补全频数分布直方图即可；

（2）由图表得出 C 组学生的频率，并计算出 D 组的圆心角即可；

（3）根据样本估计总体即可．

解答：解：（1）这次抽样调查的样本容量是 $4 \div 8\% = 50$ ，B 组的频数 $= 50 - 4 - 16 - 10 - 8 = 12$ ，

补全频数分布直方图，如图：



（2）C 组学生的频率是 0.32；D 组的圆心角 $= \frac{10}{50} \times 360^\circ = 72^\circ$ ；

（3）样本中体重超过 60kg 的学生是 $10 + 8 = 18$ 人，

该校初三年级体重超过 60kg 的学生 $= \frac{18}{50} \times 100\% \times 1000 = 360$ 人，

故答案为：（1）50；（2）0.32；72．

点评：此题考查频数分布直方图，关键是根据频数分布直方图得出信息进行计算.

20. (6分) (2015•宿迁) 一只不透明的袋子中装有 1 个白球、1 个蓝球和 2 个红球，这些球除颜色外都相同.

(1) 从袋中随机摸出 1 个球，摸出红球的概率为 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$;

(2) 从袋中随机摸出 1 个球（不放回）后，再从袋中余下的 3 个球中随机摸出 1 个球. 求两次摸到的球颜色不相同的概率.

考点：列表法与树状图法.

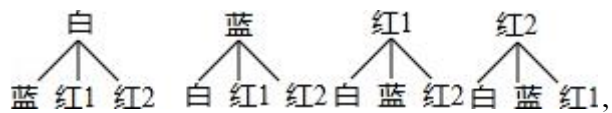
分析：(1) 直接利用概率公式求出摸出红球的概率；

(2) 利用树状图得出所有符合题意的情况，进而理概率公式求出即可.

解答：解：(1) 从袋中随机摸出 1 个球，摸出红球的概率为： $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$;

故答案为： $\frac{1}{2}$;

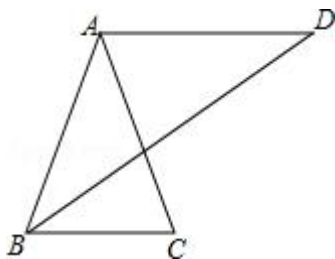
(2) 如图所示：



所有的可能有 12 种，符合题意的有 10 种，故两次摸到的球颜色不相同的概率为： $\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$.

点评：此题主要考查了树状图法求概率，根据题意利用树状图得出所有情况是解题关键.

21. (6分) (2015•宿迁) 如图，已知 $AB=AC=AD$ ，且 $AD \parallel BC$ ，求证： $\angle C=2\angle D$.



考点：等腰三角形的性质；平行线的性质．

专题：证明题．

分析：首先根据 $AB=AC=AD$ ，可得 $\angle C=\angle ABC$ ， $\angle D=\angle ABD$ ，

$\angle ABC=\angle CBD+\angle D$ ；然后根据 $AD \parallel BC$ ，可得 $\angle CBD=\angle D$ ，据此判断出 $\angle ABC=2\angle D$ ，再根据 $\angle C=\angle ABC$ ，即可判断出 $\angle C=2\angle D$ ．

解答：证明： $\because AB=AC=AD$ ，

$\therefore \angle C=\angle ABC$ ， $\angle D=\angle ABD$ ，

$\therefore \angle ABC=\angle CBD+\angle D$ ，

$\because AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle CBD=\angle D$ ，

$\therefore \angle ABC=\angle D+\angle D=2\angle D$ ，

又 $\because \angle C=\angle ABC$ ，

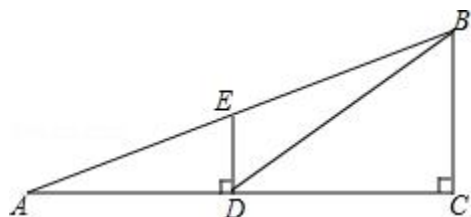
$\therefore \angle C=2\angle D$ ．

点评：（1）此题主要考查了等腰三角形的性质和应用，考查了分类讨论思想的应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①等腰三角形的两腰相等．②等腰三角形的两个底角相等．③等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高相互重合．

（2）此题还考查了平行线的性质和应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①定理 1：两条平行线被第三条直线所截，同位角相等．简单说成：两直线平行，同位角相等．②定理 2：两条平行线被地三条直线所截，同旁内角互补．简单说成：两直线平行，同旁内角互补．③定理 3：两条平行线被第三条直线所截，内错角相等．简单说成：两直线平行，内错角相等．

22.（6 分）（2015•宿迁）如图，观测点 A、旗杆 DE 的底端 D、某楼房 CB 的底端 C 三点在一条直线上，从点 A 处测得楼顶端 B 的仰角为 22° ，此时点 E 恰好在 AB 上，从点 D 处测得楼顶端 B 的仰角为 38.5° ．已知旗杆 DE 的高度为 12

米，试求楼房 CB 的高度．（参考数据： $\sin 22^\circ \approx 0.37$ ， $\cos 22^\circ \approx 0.93$ ， $\tan 22^\circ \approx 0.40$ ， $\sin 38.5^\circ \approx 0.62$ ， $\cos 38.5^\circ \approx 0.78$ ， $\tan 38.5^\circ \approx 0.80$ ）



考点：解直角三角形的应用-仰角俯角问题．

专题：应用题．

分析：由 ED 与 BC 都和 AC 垂直，得到 ED 与 BC 平行，得到三角形 AED 与三角形 ABC 相似，由相似得比例，在直角三角形 AED 中，利用锐角三角函数定义求出 AD 的长，在直角三角形 BDC 中，利用锐角三角函数定义求出 BC 的长即可．

解答：解： $\because ED \perp AC$ ， $BC \perp AC$ ，

$$\therefore ED \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle AED \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{ED}{BC} = \frac{AD}{AD+DC},$$

在 $\text{Rt}\triangle AED$ 中， $DE=12$ 米， $\angle A=22^\circ$ ，

$$\therefore \tan 22^\circ = \frac{12}{AD}, \text{ 即 } AD = \frac{12}{\tan 22^\circ} = 30 \text{ 米},$$

在 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中， $\tan \angle BDC = \frac{BC}{DC}$ ，即 $\tan 38.5^\circ = \frac{BC}{DC} = 0.8$ ①，

$$\therefore \tan 22^\circ = \frac{BC}{AD+DC} = \frac{BC}{30+DC} = 0.4$$
②，

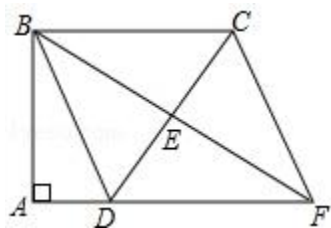
联立①②得： $BC=24$ 米．

点评：此题考查了解直角三角形的应用－仰角俯角问题，涉及的知识有：相似三角形的判定与性质，锐角三角函数定义，熟练掌握锐角三角函数定义是解本题的关键．

23. (8 分) (2015•宿迁) 如图，四边形 ABCD 中， $\angle A = \angle ABC = 90^\circ$ ， $AD=1$ ， $BC=3$ ，E 是边 CD 的中点，连接 BE 并延长与 AD 的延长线相交于点 F．

(1) 求证：四边形 BDFC 是平行四边形；

(2) 若 $\triangle BCD$ 是等腰三角形，求四边形BDFC的面积.



考点：平行四边形的判定与性质；等腰三角形的性质.

分析：(1) 根据同旁内角互补两直线平行求出 $BC \parallel AD$ ，再根据两直线平行，内错角相等可得 $\angle CBE = \angle DFE$ ，然后利用“角角边”证明 $\triangle BEC$ 和 $\triangle FCD$ 全等，根据全等三角形对应边相等可得 $BE = EF$ ，然后利用对角线互相平分的四边形是平行四边形证明即可；

(2) 分① $BC = BD$ 时，利用勾股定理列式求出 AB ，然后利用平行四边形的面积公式列式计算即可得解；② $BC = CD$ 时，过点 C 作 $CG \perp AF$ 于 G ，判断出四边形 $AGCB$ 是矩形，再根据矩形的对边相等可得 $AG = BC = 3$ ，然后求出 $DG = 2$ ，利用勾股定理列式求出 CG ，然后利用平行四边形的面积列式计算即可得解；③ $BD = CD$ 时， BC 边上的中线应该与 BC 垂直，从而得到 $BC = 2AD = 2$ ，矛盾.

解答：(1) 证明： $\because \angle A = \angle ABC = 90^\circ$ ，

$$\therefore BC \parallel AD,$$

$$\therefore \angle CBE = \angle DFE,$$

在 $\triangle BEC$ 与 $\triangle FED$ 中，

$$\begin{cases} \angle CBE = \angle DFE \\ \angle BEC = \angle FED, \\ CE = DE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BEC \cong \triangle FED,$$

$$\therefore BE = FE,$$

又 $\because E$ 是边 CD 的中点，

$$\therefore CE = DE,$$

$\therefore$ 四边形BDFC是平行四边形；

(2) ① $BC=BD=3$ 时, 由勾股定理得, $AB=\sqrt{BD^2-AD^2}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$,

所以, 四边形 BDFC 的面积 $=3 \times 2\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$;

② $BC=CD=3$ 时, 过点 C 作 $CG \perp AF$ 于 G, 则四边形 AGCB 是矩形,

所以, $AG=BC=3$,

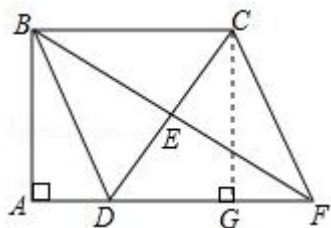
所以, $DG=AG-AD=3-1=2$,

由勾股定理得, $CG=\sqrt{CD^2-DG^2}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$,

所以, 四边形 BDFC 的面积 $=3 \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$;

③ $BD=CD$ 时, BC 边上的中线应该与 BC 垂直, 从而得到 $BC=2AD=2$, 矛盾, 此时不成了;

综上所述, 四边形 BDFC 的面积是 $6\sqrt{2}$ 或 $3\sqrt{5}$.



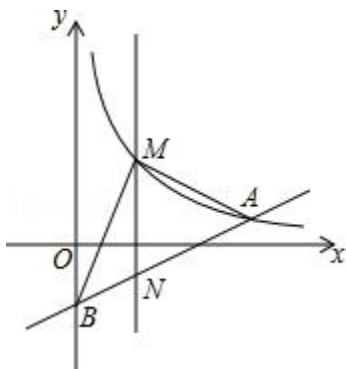
点评: 本题考查了平行四边形的判定与性质, 等腰三角形的性质, 全等三角形的判定与性质, (1) 确定出全等三角形是解题的关键, (2) 难点在于分情况讨论.

24. (8 分) (2015·宿迁) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知点 A (8, 1), B (0, -3), 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象经过点 A, 动直线 $x=t$ ($0<t<8$) 与反比例函数的图象交于点 M, 与直线 AB 交于点 N.

(1) 求 k 的值;

(2) 求 $\triangle BMN$ 面积的最大值;

(3) 若 $MA \perp AB$, 求 t 的值.



考点：反比例函数综合题．

分析：（1）把点 A 坐标代入 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$)，即可求出 k 的值；

（2）先求出直线 AB 的解析式，设 $M(t, \frac{8}{t})$, $N(t, \frac{1}{2}t-3)$ ，则 $MN=\frac{8}{t}-\frac{1}{2}t+3$ ，由三角形的面积公式得出 $\triangle BMN$ 的面积是 t 的二次函数，即可得出面积的最大值；

（3）求出直线 AM 的解析式，由反比例函数解析式和直线 AM 的解析式组成方程组，解方程组求出 M 的坐标，即可得出结果．

解答：解：（1）把点 A (8, 1) 代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 得：

$$k=1 \times 8=8, y=\frac{8}{x},$$

$$\therefore k=8;$$

（2）设直线 AB 的解析式为： $y=kx+b$ ，

$$\text{根据题意得：} \begin{cases} 8k+b=1 \\ b=-3 \end{cases},$$

$$\text{解得：} k=\frac{1}{2}, b=-3,$$

$$\therefore \text{直线 AB 的解析式为：} y=\frac{1}{2}x-3;$$

$$\text{设 } M(t, \frac{8}{t}), N(t, \frac{1}{2}t-3),$$

$$\text{则 } MN=\frac{8}{t}-\frac{1}{2}t+3,$$

$$\therefore \triangle BMN \text{ 的面积 } S=\frac{1}{2}(\frac{8}{t}-\frac{1}{2}t+3)t=-\frac{1}{4}t^2+\frac{3}{2}t+4=-\frac{1}{4}(t-3)^2+\frac{25}{4},$$

$\therefore \triangle BMN$ 的面积 S 是 t 的二次函数，

$$\therefore -\frac{1}{4} < 0,$$

$\therefore S$ 有最大值,

当 $t=3$ 时, $\triangle BMN$ 的面积的最大值为 $\frac{25}{4}$;

(3) $\because MA \perp AB$,

$\therefore$ 设直线 MA 的解析式为: $y = -2x + c$,

把点 $A(8, 1)$ 代入得: $c = 17$,

$\therefore$ 直线 AM 的解析式为: $y = -2x + 17$,

$$\text{解方程组 } \begin{cases} y = -2x + 17 \\ y = \frac{8}{x} \end{cases} \quad \text{得: } \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 16 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 8 \\ y = 1 \end{cases} \quad (\text{舍去}),$$

$\therefore M$ 的坐标为 $(\frac{1}{2}, 16)$,

$$\therefore t = \frac{1}{2}.$$

点评: 本题是反比例函数综合题目, 考查了用待定系数法求反比例函数和一次函数的解析式、二次函数的最值问题、垂线的性质等知识; 本题难度较大, 综合性强, 特别是 (3) 中, 需要确定一次函数的解析式, 由反比例函数解析式和直线 AM 的解析式组成方程组, 解方程组才能得出结果.

25. (10 分) (2015·宿迁) 已知: $\odot O$ 上两个定点 A, B 和两个动点 C, D , AC

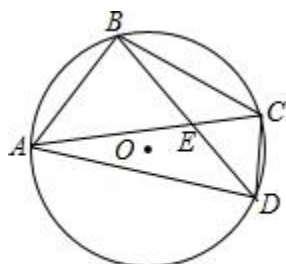


图1

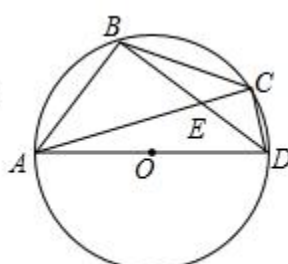


图2

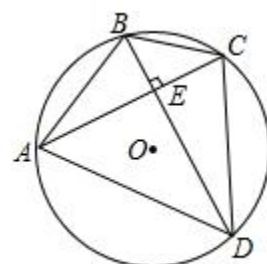


图3

与 BD 交于点 E .

(1) 如图 1, 求证: $EA \cdot EC = EB \cdot ED$;

(2) 如图 2, 若 $\widehat{AB} = \widehat{BC}$, AD 是 $\odot O$ 的直径, 求证: $AD \cdot AC = 2BD \cdot BC$;

(3) 如图 3, 若 $AC \perp BD$, 点 O 到 AD 的距离为 2, 求 BC 的长.

考点: 圆的综合题.

分析：（1）根据同弧所对的圆周角相等得到角相等，从而证得三角形相似，于是得到结论；

（2）如图 2，连接 CD，OB 交 AC 于点 F 由 B 是弧 AC 的中点得到 $\angle BAC = \angle ADB = \angle ACB$ ，且 $AF = CF = 0.5AC$ ．证得 $\triangle CBF \sim \triangle ABD$ ．即可得到结论；

（3）如图 3，连接 AO 并延长交 $\odot O$ 于 F，连接 DF 得到 AF 为 $\odot O$ 的直径于是得到 $\angle ADF = 90^\circ$ ，过 O 作 $OH \perp AD$ 于 H，根据三角形的中位线定理得到 $DF = 2OH = 4$ ，通过 $\triangle ABE \sim \triangle ADF$ ，得到 $1 = \angle 2$ ，于是结论可得．

解答：（1）证明： $\because \angle EAD = \angle EBC$ ， $\angle BCE = \angle ADE$ ，

$$\therefore \triangle AED \sim \triangle BEC,$$

$$\therefore \frac{AE}{BE} = \frac{DE}{CE},$$

$$\therefore EA \cdot EC = EB \cdot ED;$$

（2）证明：如图 2，连接 CD，OB 交 AC 于点 F

$\because B$ 是弧 AC 的中点，

$$\therefore \angle BAC = \angle ADB = \angle ACB, \text{ 且 } AF = CF = 0.5AC.$$

又 $\because AD$ 为 $\odot O$ 直径，

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ, \text{ 又 } \angle CFB = 90^\circ.$$

$$\therefore \triangle CBF \sim \triangle ABD.$$

$$\therefore \frac{CF}{BD} = \frac{BC}{AD}, \text{ 故 } CF \cdot AD = BD \cdot BC.$$

$$\therefore AC \cdot AD = 2BD \cdot CD;$$

（3）解：如图 3，连接 AO 并延长交 $\odot O$ 于 F，连接 DF，

$\therefore AF$ 为 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle ADF = 90^\circ,$$

过 O 作 $OH \perp AD$ 于 H，

$$\therefore AH = DH, OH \parallel DF,$$

$$\therefore AO = OF,$$

$$\therefore DF = 2OH = 4,$$

$\because AC \perp BD$,
 $\therefore \angle AEB = \angle ADF = 90^\circ$,
 $\because \angle ABD = \angle F$,
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle ADF$,
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$,
 $\therefore \widehat{BC} = \widehat{DF}$,
 $\therefore BC = DF = 4$.

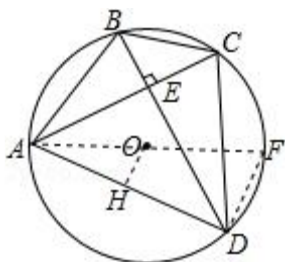


图3

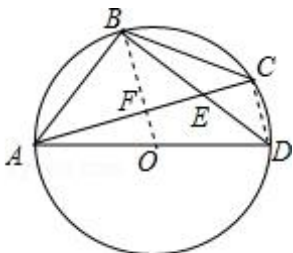
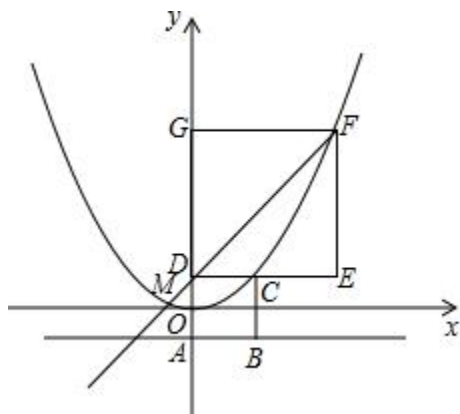


图2

点评: 本题考查了圆周角定理，垂径定理，相似三角形的判定和性质，三角形的中位线的性质，正确作出辅助线是解题的关键。

26. (10 分) (2015•宿迁) 如图，在平面直角坐标系中，正方形 ABCD 和正方形 DEFG 的边长分别为 $2a$, $2b$ ，点 A, D, G 在 y 轴上，坐标原点 O 为 AD 的中点，抛物线 $y = mx^2$ 过 C, F 两点，连接 FD 并延长交抛物线于点 M.

- (1) 若 $a=1$ ，求 m 和 b 的值；
- (2) 求 $\frac{b}{a}$ 的值；
- (3) 判断以 FM 为直径的圆与 AB 所在直线的位置关系，并说明理由.



考点：二次函数综合题．

分析：（1）由 $a=1$ ，根据正方形的性质及已知条件得出 $C(2, 1)$ ．将 C 点坐标代入 $y=mx^2$ ，求出 $m=\frac{1}{4}$ ，则抛物线解析式为 $y=\frac{1}{4}x^2$ ，再将 $F(2b, 2b+1)$ 代入 $y=\frac{1}{4}x^2$ ，即可求出 b 的值；

（2）由正方形 $ABCD$ 的边长为 $2a$ ，坐标原点 O 为 AD 的中点，得出 $C(2a, a)$ ．将 C 点坐标代入 $y=mx^2$ ，求出 $m=\frac{1}{4a}$ ，则抛物线解析式为 $y=\frac{1}{4a}x^2$ ，再将 $F(2b, 2b+a)$ 代入 $y=\frac{1}{4a}x^2$ ，整理得出方程 $b^2 - 2ab - a^2 = 0$ ，把 a 看作常数，利用求根公式得出 $b = (1 \pm \sqrt{2})a$ （负值舍去），那么 $\frac{b}{a} = 1 + \sqrt{2}$ ；

（3）先利用待定系数法求出直线 FD 的解析式为 $y=x+a$ ．再求出 M 点坐标为 $(2a - 2\sqrt{2}a, 3a - 2\sqrt{2}a)$ ．又 $F(2a + 2\sqrt{2}a, 3a + 2\sqrt{2}a)$ ，利用中点坐标公式得到以 FM 为直径的圆的圆心 O' 的坐标为 $(2a, 3a)$ ，再求出 O' 到直线 AB ($y = -a$) 的距离 d 的值，以 FM 为直径的圆的半径 r 的值，由 $d=r$ ，根据直线与圆的位置关系可得以 FM 为直径的圆与 AB 所在直线相切．

解答：解：（1） $\because a=1$ ，

$\therefore$ 正方形 $ABCD$ 的边长为 2，

$\therefore$ 坐标原点 O 为 AD 的中点，

$\therefore C(2, 1)$ ．

$\therefore$ 抛物线 $y=mx^2$ 过 C 点，

$\therefore 1=4m$ ，解得 $m=\frac{1}{4}$ ，

∴ 抛物线解析式为 $y = \frac{1}{4}x^2$,

将 F (2b, 2b+1) 代入 $y = \frac{1}{4}x^2$,

得 $2b+1 = \frac{1}{4} \times (2b)^2$, $b = 1 \pm \sqrt{2}$ (负值舍去).

故 $m = \frac{1}{4}$, $b = 1 + \sqrt{2}$;

(2) ∵ 正方形 ABCD 的边长为 2a, 坐标原点 O 为 AD 的中点,

∴ C (2a, a).

∵ 抛物线 $y = mx^2$ 过 C 点,

∴ $a = m \cdot 4a^2$, 解得 $m = \frac{1}{4a}$,

∴ 抛物线解析式为 $y = \frac{1}{4a}x^2$,

将 F (2b, 2b+a) 代入 $y = \frac{1}{4a}x^2$,

得 $2b+a = \frac{1}{4a} \times (2b)^2$,

整理得 $b^2 - 2ab - a^2 = 0$,

解得 $b = (1 \pm \sqrt{2})a$ (负值舍去),

∴ $\frac{b}{a} = 1 + \sqrt{2}$;

(3) 以 FM 为直径的圆与 AB 所在直线相切. 理由如下:

∵ D (0, a),

∴ 可设直线 FD 的解析式为 $y = kx + a$,

∵ F (2b, 2b+a),

∴ $2b+a = k \cdot 2b + a$, 解得 $k = 1$,

∴ 直线 FD 的解析式为 $y = x + a$.

将 $y = x + a$ 代入 $y = \frac{1}{4a}x^2$,

得 $x + a = \frac{1}{4a}x^2$, 解得 $x = 2a \pm 2\sqrt{2}a$ (正值舍去),

∴ M 点坐标为 $(2a - 2\sqrt{2}a, 3a - 2\sqrt{2}a)$.

∴ F (2b, 2b+a), $b = (1 + \sqrt{2})a$,

$$\therefore F(2a+2\sqrt{2}a, 3a+2\sqrt{2}a),$$

$$\therefore \text{以 FM 为直径的圆的圆心 } O' \text{ 的坐标为 } (2a, 3a),$$

$$\therefore O' \text{ 到直线 AB } (y=-a) \text{ 的距离 } d=3a-(-a)=4a,$$

$$\therefore \text{以 FM 为直径的圆的半径}$$

$$r=O'F=\sqrt{(2a+2\sqrt{2}a-2a)^2+(3a+2\sqrt{2}a-3a)^2}=4a,$$

$$\therefore d=r,$$

$$\therefore \text{以 FM 为直径的圆与 AB 所在直线相切.}$$

点评: 本题是二次函数的综合题型, 其中涉及到正方形的性质, 待定系数法求二次函数、一次函数的解析式, 一元二次方程的求根公式, 直线与抛物线交点坐标的求法, 直线与圆的位置关系. 综合性较强, 难度适中. 正确求出抛物线的解析式是解题的关键.
